한국초등수학교육학회지 *11*(1), 43-59. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 11*(1), 43-59.

메타문제의 적용이 초등학생의 수학 학습에 미치는 효과

백 명 숙[1)] · 신 항 균[2)]

수학교육에서 문제 해결을 위한 노력은 끊임없이 계속되고 있다. 그러나 그동안 수학 문제 해결에서 발견술만이 지나치게 강조되었다는 지적이 제기되었고 여러 학자들이 메타인지적 능력을 향상시키는 것이 중요함을 강조하고 있다. 따라서 본 연구에서는 메타인지적 문제 해결력을 향상시키고 수학 수업에서 문제 해결 교육을 자연스럽게 할 수 있는 방안으로 개발된 메타문제를 초등학교 수학 수업에 적용해 봄으로써 메타문제를 중심으로 한 수업이 학생들의 수학 학업 성취도에 있어서 어떤 효과를 가져오며, 수학적 신념 및 태도에는 어떤 영향을 미치는지 알아보고자 한다.

[주제어] 메타문제, 수학 학습, 수학 학업 성취도, 수학적 신념 및 태도

Ⅰ. 서 론

오늘날의 교육은 급변하는 사회에 적응할 수 있도록 창의력과 문제 해결력을 신장시키는 데 강조점을 두고 있으며, 수학 교육에서도 단순한 지식이나 기능을 익히고 기계적으로 모방하기보다는 창의적이고 논리적인 사고력을 기르고 문제 해결 능력을 향상시킬 수 있도록 하기 위해 많은 노력을 기울이고 있다.

여러 학자들은 문제 해결력 신장을 위해 메타인지적 능력을 향상시키는 것이 중요함을 강조하였다. Kilpatrick은 학생들이 주어진 문제를 풀기 위하여 필요한 개념이나 기술을 모두 갖추고 있으면서도 그것을 문제 해결에 이르기까지 종합적으로 사용하지 못하기 때문에 즉, 메타인지가 부족하기 때문에 문제 해결에 실패한다고 말하고 있다(김금숙, 2002, 재인용). Schoenfeld(1987)도 학생들이 문제 해결에 실패하는 것은 그들이 가지고 있는 정보 자원의 부족이라기보다는 문제 해결과정을 효과적으로 관리할 수 있는 능력이 결여되었기 때문이라고 지적하였다. 또한, 메타인지는 지적 행동을 변화시키는 데 있어서 필수적인 요소로서 사고 과정을 정확하게 이해하고, 문제 풀이 과정 전반을 적절히 통제하고, 바른 신념과 믿음을 지니고 의식적으로 노력하는 일로서 그 성격상 다면적인 특성을 지니고 있는, 수학 교육의 중요한 목표의 하나인 창의신장과 문제 해결력 향상의 핵심 전략이라고 하였다. 이런 점에서 볼 때, 문제 해결 교육에서 메타인지적 능력을 향상시키는 것은 매우 중요하다고 볼 수 있다.

---

1) [제1저자] 서울신창초등학교
2) 서울교육대학교 수학교육과

백석윤(1994)은 메타인지적 문제 해결력을 향상시키고 수학 수업에서 문제 해결 교육을 자연스럽게 할 수 있는 방안으로 메타문제 유형을 개발하였다. 그는 메타문제를 통하여 문제 해결자 자신의 문제 해결 학습을 전체적으로 조직화, 체계화하는 관리 조절의 메타 수준의 기능을 경험 또는 훈련, 평가할 수 있을 것이라고 하였으며, 기존의 수학 교과서나 참고서의 문제를 메타문제 유형으로 변형하여 구성하면 학교 수학에서 문제 해결을 자연스럽게 수용할 수 있을 것이라고 제언하였다.

윤주한, 김응희(2000)는 중학생을 대상으로 메타문제를 적용하여 학생들의 수학 학업 성취도에 긍정적인 효과가 나타났음을 보여 주었으며, 김금숙(2002)은 중학생을 대상으로 메타문제를 적용한 수업을 실시하여 학생들의 문제 해결력이 향상되었음을 보여 주었다.

선행 연구들에서는 메타문제를 중·고등학생을 대상으로 하여 개발하고 적용하여 긍정적인 효과를 얻었다. 이런 메타문제를 초등학생을 대상으로 개발하고 적용하는 것은 의미있는 일이라 생각된다. 따라서 본 연구에서는 메타문제를 적용한 수업이 초등학생의 수학 학습에 어떤 효과를 미치는지 알아보고자 한다.

본 연구의 목적을 달성하기 위해 다음과 같은 연구문제를 설정하였다.

첫째, 메타문제를 적용한 수업은 학생들의 수학 학업 성취도에 어떠한 영향을 주는가?

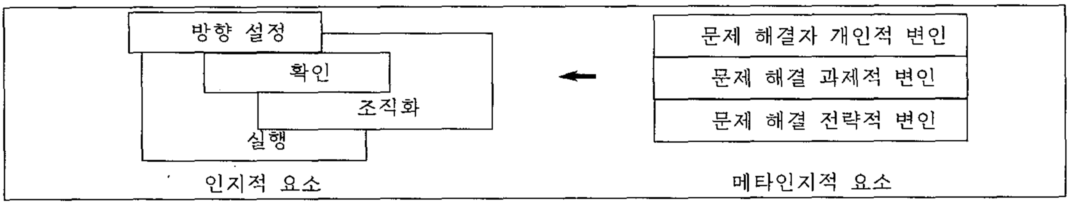
둘째, 메타문제를 적용한 수업은 학생들의 수학적 신념 및 태도에 어떠한 영향을 주는가?

Ⅱ. 이론적 배경

1. 문제 해결과 메타인지

수학 교육에서 문제 해결에 관심이 모아지면서 그에 대한 연구가 시작되었고, 그 연구의 대부분이 Polya의 발견술 지도에 집중되었다. 그러나 Garofalo와 Lester(1985)는 학생의 문제 해결력을 개선하려는 많은 연구가 실패한 것은 발견술의 기능을 지나치게 강조하였으며 이로 인해 학생 자신이 자신의 활동을 조정하는 관리적 기능을 무시한데 그 원인이 있다고 주장하며 문제 해결에서 메타인지를 고려하고자 하였다.

Lester(1985)는 Polya의 문제 해결의 4단계를 보다 광범위하게 정의하여 문제 해결자의 정신 작용을 방향 설정(Orientation), 조직(Organization), 실행(Execution), 확인(Verification)의 네 가지로 분류하면서, 동시에 Flavell과 Wellman(1977)의 메타인지요소의 분류 방식에 근거를 두어 세 가지로 나누고 있다(백석윤, 1992). 그리고 메타인지적 결정이 인지적 행동에 영향을 줄 것이라고 주장하며 문제 해결 활동의 인지-메타인지적 모델을 다음과 같이 나타내었다.



<그림 1> 문제 해결 활동의 인지-메타인지적 모델

Lester(1985)에 따르면 문제 해결의 정신활동 중에서 인지적 활동과 메타인지적 활동은 상호작용을 한다. 인지적 단계에 따른 메타인지적 결정의 예는 [표 1]과 같다.

[표 1] 인지-메타인지 체계

항목	메타인지적 결정의 예
방향 설정 : 문제를 평가하고 이해하는 전략적 행동 A. 이해 전략 B. 정보와 조건의 분석 C. 과제 친숙도의 평가 D. 초기와 후속적인 문제 해석 E. 성공 가능성과 난이도를 평가	나는 해결의 실마리가 될 낱말을 찾을 것이다. 그것은 내게 무엇을 해야 하는지를 말해줄 것이다. 이 문제 속의 숫자들은 내겐 너무 큰데! 이 문제는 어떤 「유형」의 문제이다. 나는 이 문제를 풀기 위해 무엇을 해야 할지 모르겠다. 숫자가 너무 많아. 전에 풀던 것과 다른 문제인 것 같아.
조직 : 행동의 계획과 행동의 선택 A. 목표와 하위목표를 밝힘 B. 전체적인 계획 C. 국부적인 계획 (전체적인 계획의 실행을 위한)	나는 문제가 「결과」를 요구하는 거라 생각해. 「양」을 구함으로써 이 문제를 풀 수 있을 거야. 나는 우선 이 숫자들의 「연산」을 해야 한다고 생각해. 확신할 순 없지만 나는 「알고리듬」이 이런 유형의 문제에 유용할 거라 생각해. 무엇을 해야 하는지 확신할 수가 없어. 우선 추측을 시도하자.
실행 : 계획에 적합하게 행동을 조절 A. 국부적 행동의 수행 B. 국부적 전체적 계획의 진행을 조사 C. 두 개 이상의 대안 가운데서 유리한 것으로 결정	나는 「알고리듬」 수행이 서투르다; 천천히 하는 것이 좋을 거야. 이건 복잡해. 주의 깊게 각 단계를 되짚어보아야 할거야. 이 방법은 유용하지 않아. 다른 것을 시도해야 할 거야. 잘 추적하기 위해 하고 있는 것을 소리 낼 필요가 있어. 이러한 단계들을 써내려갈 필요도 있어.
확인 : 행해진 결정과 수행된 계획의 결과에 관한 평가 A. 방향 설정과 조직에 관한 평가 1. 표현의 적절성 2. 계획 작성의 적절성 3. 전체적 계획과 국부적 계획의 일관성 4. 목표와 전체적 계획의 일관성 B. 실행에 관한 평가 1. 행동의 적절성 2. 계획과 행동의 일관성 3. 국부적인 결과와 계획 그리고 문제조건과의 일관성 4. 최종적 결과와 문제조건과의 일관성	나는 주의 깊게 하지 않았어. 각 단계를 체크하는 것이 좋을 것 같아. 이 계획은 적절한 것이라 생각하지 않아. 나는 이를 다시 검토하는 것이 좋을 것 같아. 문제를 이해했다고 확신할 수 없어. 다시 문제를 읽어야겠어. 이 답은 너무 커. 다시 체크해야겠어. 이것이 어떤 「유형」의 문제라 생각했었는데 지금 보니 그렇지 않은 것 같아.

메타수준의 인지활동은 유도활동, 감시활동, 조사활동, 평가활동으로 구분할 수 있다.

유도활동은 문제 해결의 각 Episode의 끝부분에서 주로 나타나며 주어진 문제 해결과 관련된 특정의 해결 방법이나 전략 등을 제안하면서 그 방법이나 전략을 시행토록 유도하는 경우, 주어진 문제 해결활동과 관련된 일반적인 인지활동을 유도하는 경우, 주어진 문제의 부분적인 해결 과정에 세부적인 순서나 계획을 세워서 문제 해결의 활동을 유도하는 경우, 현재 진행되고 있는 문제 해결의 속도나 문제 해결시 주의해야 될 사항 등을 제안하면서 바람직한 방향으로 문제 해결을 유도하는 경우 등이다.조사활동은 자신의 문제 해결에 대해 명확한 오류를 발견한 경우, 문제 해결자가 주어진 문제를 어렵다고 느꼈거나 확신이 가는 해결 방법을 찾지 못했을 때 주로 나타나는 현상으로 앞의 풀이 과정을 다시 살핀다든가 계산 과정을 살핀다든가 문제를 다시 읽어본다든가 하는 일 등이다. 평가활동은 단위 문제 해결 활동의 Episode 후단부에서 직전의 인지활동에 대한 평가를 하는 경우를 말하며, 자신의 문제 해결 활동에 대한 일종의 반성적인 인지활동이라고 할 수 있다.

확신체계는 학생들이 실생활에서 수학적인 상황이나 대상을 통하여 또는 수학 학습과 관련하여 구성하는 수학이라는 학문이나 수학적 활동에 대하여 갖는 확신적인 견해나 관념이다.

이와 같이, 여러 수학 교육자들이 문제 해결에 메타인지가 중요한 역할을 담당한다고 주장하면서 문제 해결에서 메타인지를 발전시킬 수 있도록 지도해야 함을 언급하고 있다.

2. 메타문제

가. 메타문제의 개념

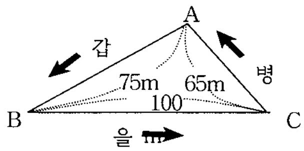
백석윤(1994)은 일반적으로 문제 해결력의 기능은 문제 해결 행위의 과정적인 면에서 찾아야 하며, 주어진 문제를 해결하는 과정에서 보여주는 일련의 문제 해결력은 여러 가지의 구분이 가능한 부분적인 문제 해결력들로 구성되어 있다고 보았다.

그는 문제 해결의 부분적인 각 과정들이 연결되는 마디마디에서, 문제 해결의 결정적인 역할을 하는 메타인지적 문제 해결의 능력과 문제 해결자 개인의 문제 해결 전체에 대한 조절과 관리를 가능케 하는 메타수준의 기능을 훈련시키고 평가할 수 있는 수단이 되는 메타문제의 개발을 꾀하였으며, 그런 문제들을 학교수학에서 언급되는 일반적인 수학 문제, 기존의 문제 해결 교육에서 특별한 의미 부여를 받고 있는 "문제"와도 구별하여 "메타문제"라고 지칭하였다.

나. 메타문제의 예

백석윤(1994)은 주어진 수학 문제의 해결 과정을 문제 해결 과정을 몇 개의 분리 가능한 작은 부분(episode)으로 나누었을 때, 각 episode가 끝나면서 동시에 새로운 episode가 시작하는 부분에서 일어날 수 있는 메타인지적 기능을 자극하는 메타문제를 개발하였다. 그가 개발한 메타문제의 예는 다음과 같다.

오른쪽 그림과 같이 갑은 A에서, 을은 B에서 병은 C에서 매분 각각 200m, 150m, 300m의 속도로 동시에 출발하여 화살표의 방향으로 돈다. 세 사람이 출발하고 나서 다시 출발 지점에서 동시에 출발할 때는 출발 후 몇 분 뒤인가?



<그림 2>

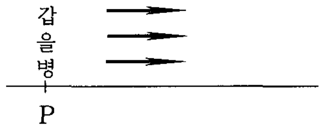
#1. 위에 주어진 문제를 해결하기 위해서 다음 항목의 내용 중 필요한 것을 있는 대로 골라라. 그리고 자신이 선택한 각 항목의 내용에 대하여 설명하여라.

① 공약수 ② 공배수 ③ 최대공약수 ④ 최소공배수 ⑤ 속도 ⑥ 삼각형의 넓이 ⑦ 각의 크기

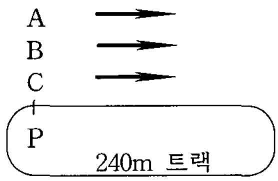
#2. 위의 문제를 해결하는데 있어서 더 필요한 조건이나 불필요한 조건이 있는가? 만일 있다면 그 조건을 말하고, 그 이유도 말하여라.

#3. 위의 문제를 어느 정도까지 해결할 수 있다고 생각하는가? 이 물음에 답하고 위의 문제를 실제로 풀어보아라. ① 불가능하다 ② 약간 ③ 거의 모두 ④ 완전하게 ⑤ 모르겠다

#4. 위의 문제를 그림과 같이 직선 도로의 P지점에서 세 사람이 출발한 것으로 하여 위의 문제의 해결 방법과 같은 방법으로 풀 수 있게 하려면 문제를 어떻게 바꾸면 되는가? 그 문제를 직접 만들어 글로 옮겨 보아라.



<그림 3>



<그림 4>

#5. 위의 문제와 다음에 제시된 문제는 어떤 점에서 같은지 알아보아라. 또 다른 점은 무엇인지 말하여라.

그림과 같은 240m의 트랙을 P지점에서 A, B, C 세 사람이 동시에 출발하였다. A, B, C의 달리기 속도는 각각 150m/분, 200m/분, 300m/분 일 때, 다시 세 사람이 P지점에 동시에 모이게 되는 것은 출발 후 몇 분 뒤의 일인가?

#6. 아래 각 번호의 내용들은 위의 문제를 해결하기 위해서 거쳐야 할 풀이의 과정을 순서 없이 나열한 것이다. 그리고 이들 중에는 필요한 과정이기는 하지만 틀린 과정이 하나 들어 있다. 아래의 풀이 과정들을 옳게 배열하고 틀렸다고 생각되는 풀이 과정을 맞게 바꾸어서 위 문제의 바른 풀이 과정을 완성하여라.

① 세 사람 속도의 최소공배수를 구하고, 이것으로 삼각형의 둘레를 나눈다.

② 갑, 을, 병 각자 출발점에 다시 돌아오는데 걸리는 시간을 각각 구한다.

③ 세 사람이 각각 출발한 위치에 다시 돌아올 때까지 지나가는 거리는 삼각형 ABC의 둘레가 되는 것으로 모두 같음을 알아낸다.

'#1'은 실제적인 문제 해결에 앞서 주어진 문제의 해결에 필요하다고 생각되는 수학적 지식이나 기능을 문제 해결자 자신이 이미 학습하여 기억하고 있는 범위 내에서 찾아내는 능력과 관련된 문제이다. '#2'는 주어진 문제를 해결하기 위해 필요한 조건의 양과 각 조건의 내용을 예측하는 능력과 관련된 문제이다. 이러한 예측은 이후 전개될 문제 해결의 순서와 구조를 제시해 주어 신뢰성 있고 용이한 문제 해결을 가능케 한다. '#3'은 문제의 본격적인 풀이 과정에 들어가기 앞서, 주어진 문제에 대하여 문제 해결자 스스로의 문제 해결력에 대해 예측하는 능력과 관련된 문제이다. 자신의 해결력에 대한 정확한 예측은 문제 해결과 관련된 메타인지적 기능으로서 자신의 문제 해결력을 정확하게 파악, 관리, 평가할 수 있음을 의미한다. '#4'는 주어진 문제를 자신이 선호하는 형태로 바꾸어서, 또는 문제 해결의 실마리를 끌어내기 위해 부분적으로 변화시킬 수 있는 능력과 관련되어 있다. 이러한 능력은 문제 해결과 관련해서 보여주는 사고력의 유연성이나 구조성이 된다. '#5'는 실제적인 문제 해결의 전후에 주어진 문제의 조건이나 구조 그리고 그 문제에 내포되어 있는 수학적 내용의 관점에서 문제 해결자 스스로가 기억하고 있는 유관한 문제와 비교하는 능력과 관련되어 있다. 이러한 능력은 문제에 대한 분석력, 이해력 등의 인지적인 능력과, 동시에 여러 관련 문제들을 자신의 지식체계 속에 구조화, 체계화하여 관리할 수 있는 메타인지적인 기능으로서, 성공적인 문제 해결의 능력을 구성하는 높은 수준의 요소라고 할 수 있다. '#6'은 주어진 문제의 상황을 몇 개의 작은 부분으로 나누고, 이를 효율적으로 배열하는 기능과 관련되어 있다. 문제 해결의 올바른 계획을 구성하기 위한 이러한 기능은 메타인지적인 성향을 갖는 문제 해결에 있어서의 중요한 요소라고 할 수 있다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구에서는 서울특별시에 위치하고 있는 S초등학교 6학년 학급 중 수학 학업 성취도에 대한 사전 검사를 통해 동질성이 확인된 두 개 학급을 실험집단과 비교집단으로 구성하였으며, 두 집단의 학생 수는 각각 29명씩이다.

2. 실험 설계

실험처치 기간동안 실험 집단은 본 연구자가 제작한 메타문제를 적용한 수업을 실시하였으며, 비교 집단은 일반적인 문제를 적용한 수업을 실시하였다.

실험처치 후, 메타문제의 적용이 학생들의 수학 학업 성취도에 어떤 영향을 미치는지 알아보기 위하여 실험 집단과 비교 집단을 대상으로 수학 학업 성취도 검사를 실시하여 그 결과를 분석하였다. 또한 메타문제의 적용이 실험집단의 수학적 신념 및 태도에는 어떠한 영향을 미치는지 알아보기 위하여 실험 처치 전과 실험 처치 후에 실험 집단을 대상으로 수학적 신념 및 태도 검사를 실시하여 그 결과를 분석하였다.

[표 2] 실험 설계 모형

<table>
<tr><th>집단</th><th colspan="2">사전검사</th><th>실험처치</th><th colspan="2">사후 검사</th></tr>
<tr><td>실험 집단</td><td rowspan="2">수학 학업 성취도 검사</td><td>수학적 신념 및 태도 검사</td><td>메타문제 적용</td><td rowspan="2">수학 학업 성취도 검사</td><td>수학적 신념 및 태도 검사</td></tr>
<tr><td>비교 집단</td><td></td><td>일반적인 문제 적용</td><td></td></tr>
</table>

3. 검사 도구

가. 수학 학업 성취도 검사

본 검사는 메타문제의 적용이 실험 집단의 수학 학업 성취도에 어떠한 영향을 주는지 알아보기 위한 것으로 실험 집단과 비교 집단에 같은 검사를 실시하였다.

수학 학업 성취도에 대한 사전 검사와 사후 검사 문항은 한국 교육과정 평가원에서 신뢰도 검사를 거쳐 제작, 적용한 2002년과 2003년 국가수준 학업성취도 문항을 이용하였다. 본 연구에서 메타문제를 적용할 단원의 영역이 수와 연산, 도형, 측정 영역임을 고려하여 해당 영역의 문항을 선정하여 수학 학업 성취도 검사지를 구성하였다.

수학 학업 성취도에 대한 사후 검사 문항은 본 연구자가 국가수준 학업성취도 문항 중 4단계와 5단계 20문항을 선정하였다. 수학 학업 성취도에 대한 사후 검사 문항은 본 연구자가 국가수준 학업성취도 문항 중 6-가 단계의 문항 중 1~5단원 11문항을 선정하였다. 그 외 9문항은 실험 처치 기간 동안 수업한 단원의 학습 목표와 성취수준에 맞도록 국가수준 학업성취도 문항의 문제를 변형하여 재구성하였다.

나. 수학적 신념 및 태도 검사

본 검사는 메타문제를 적용하였을 때 실험 집단의 수학적 신념 및 태도에는 어떠한 변화가 있는지 알아보기 위해 실시하였다. 따라서 실험 집단을 대상으로 실험처치 전과 후에 같은 검사지를 사용하여 검사를 실시하였다.

본 연구에 사용된 수학적 신념 및 태도 검사지는 양평석(2002)의 수학적 신념 검사 문항에 한국교육개발원(1992)의 수학적 태도 검사 문항을 더하였으며, 중복되는 문항은 빼어 제작하였다.

채점 방법은 전혀 아니다 '1', 대체로 아니다 '2', 보통이다 '3', 대체로 그렇다 '4' 매우 그렇다 '5'로 표시하였고, 부정적인 문항은 채점을 역으로 해서 계산하였다. 따라서 본 검사의 점수가 높을수록 문항에 대해 긍정적인 반응을 나타낸다고 볼 수 있다. 본 검사지의 문항번호와 내용은 다음 [표 3]과 같고, 검사지의 자세한 내용은 <부록>에 제시하였다.

[표 3] 수학적 신념 및 태도 검사지의 구성 내용

영역	하위 영역	문항 수	문항번호	부정적인 문항
수학적 신념	수학에 대한 신념	4	1~4	3
	수학 학습에 대한 신념	11	5~15	5. 6. 12. 14. 15
	자아에 대한 신념	8	16~23	19, 21, 22
수학적 태도	수학에 대한 자신감	4	26~29	
	수학에 대한 융통성	4	30~33	
	수학에 대한 의지력	4	34~37	
	수학에 대한 호기심	4	38~41	40
	수학에 대한 반성	4	42~45	
	수학에 대한 가치	4	46~49	

Ⅳ. 메타문제의 제작 및 적용

1. 메타문제의 제작

가. 메타문제의 분석

(가) 메타문제의 유형

백석윤은 메타문제를 제시하고 그 아래에 메타문제가 내포하고 있으면서 그 훈련이나 평가가 가능하다고 생각되는 메타인지적 또는 메타수준에서의 문제 해결 관련 기능이나 능력이 갖는 의미를 설명하였다. 이 설명을 바탕으로 하여, 백석윤이 개발한 메타문제의 각 부분을 다음과 같은 유형으로 나누어 보았다.

① 문제 해결을 위하여 필요한 지식이나 기능 찾기

• 위에 주어진 문제를 해결하기 위해서 다음 항목의 내용 중 필요한 것을 있는 대로 골라라. 그리고 자신이 선택한 각 항목의 내용에 대하여 설명하여라.

② 문제 해결에 필요한 조건의 양과 조건의 내용 예측하기

• 위의 문제를 해결하는데 있어서 더 필요한 조건이나 불필요한 조건이 있는가? 만일 있다면 그 조건을 말하고 그 이유도 말하여라.

③ 스스로가 갖고 있을 것으로 예상하는 종합적인 해결력에 대해 예측하기

• 위의 문제를 어느 정도까지 해결할 수 있다고 생각하는가? 이 물음에 답하고 위의 문제를 실제로 풀어보아라.

④ 주어진 문제를 변화시키기

• 위의 문제를 ~으로 하여 위의 문제의 해결 방법과 같은 방법으로 풀 수 있게 하려면 문제를 어떻게 바꾸면 되는가? 그 문제를 직접 만들어 글로 옮겨 보아라.

⑤ 유관한 문제와 비교하기

• 위의 문제와 다음에 제시된 문제는 어떤 점에서 같은지 알아보아라. 또 다른 점은 무엇인지 말하여라.

⑥ 문제의 상황을 부분으로 나누고 순서 배열하기

• 아래 각 번호의 내용들은 위의 문제를 해결하기 위해서 거쳐야 할 풀이의 과정을 순서 없이 나열한 것이다. 그리고 이들 중에는 필요한 과정이기는 하지만 틀린 과정이 하나 들어 있다. 아래의 풀이 과정들을 옳게 배열하고, 틀렸다고 생각되는 풀이 과정을 맞게 바

꾸어서 위 문제의 바른 풀이 과정을 완성하여라.

⑦ 조건이나 정보를 첨가, 삭제하거나 변화시켰을 때의 결과 예상하기

• 위 문제에다 ~라는 조건을 더 첨가하여 다시 만들어지는 문제는 그 풀이과정이나 방법 면에서 처음의 문제풀이와 달라지는 것이 있는지 알아보아라.

• 위 문제에서 ~가 아니라 ~라면 □(구하려는 것)은 전보다 …해진다.

⑧ 주어진 문장을 몇 개의 부분으로 분리하고 식으로 옮기기

• 위 문제의 문장에서 두 개의 식이 만들어질 수 있는 문장을 각각 말하고, 실제로 식을 만들어 보아라.

⑨ 해결 방법을 다양하게 찾아보기

• 위 문제를 ~하지 않고 ~하여 풀 수 있는가?

⑩ 주어진 상황을 가시화, 형상화하기

• 위 문제를 풀기 위해서 다음과 같은 식을 만들었다. 문제가 의미하는 상황을 간단한 그림으로 나타내고, 그 그림에서 ~에 해당하는 부분은 어느 곳인지 표시하여라.

⑪ 다른 사람의 문제 해결 과정을 모니터링, 평가하기

• 다음은 위의 문제를 어떤 학생이 풀어놓은 것이다. 그 과정을 잘 보고 틀렸다고 생각되거나 더 좋은 방법이 있다고 생각되는 부분을 고쳐서 주어진 문제의 답을 구하여라.

• 다음 문제의 풀이 과정에서 빠뜨린 과정을 찾아내어 그 위치를 표시하고 적어 보아라.

• 위 문제를 어떤 학생이 다음과 같이 풀었다. 각 풀이과정은 어디부터 틀렸는지 알아보아라. 두 풀이 방법 중 어느 것이 더 좋다고 생각하는가? 그 이유를 말하여라.

⑫ 문제를 풀기에 앞서 성립될 수 있는 문제인지 알아보기

• 다음의 문제가 성립될 수 있는 문제인지 실제로 풀어보지 않은 상태에서 알아보아라. 성립될 수 있는 문제이면 실제로 풀어보고 성립될 수 없는 문제라면 그 이유를 말하고, 성립될 수 있게 문제의 조건을 바꾸어 보아라.

⑬ 문제를 풀기 전, 자신이 소유하고 있는 문제 해결과 관련된 요소들을 회상, 검토, 평가하기

• 위의 문제들 중에서 그 문제를 풀기 위해서 필요한 수학의 내용에 대해 이미 배운 것으로 생각되는 문제를 골라라.

• 위의 각 문제들이 해당되는 수학교과서의 단원명을 말하여라.

• 위의 문제들 중에서 그 문제를 풀기 위해서 필요한 수학의 내용이나 방법 등에 대하여 현재 완전히 알고 있다고 생각되는 문제를 골라라.

• 위의 문제들을 실제로 풀어볼 때 가장 어렵다고 생각되는 문제의 번호부터 쉽다고 생각되는 번호까지 배열해 보아라. 그리고 어렵게 생각되는 이유가 있으면 말하여라.

• 위의 문제들을 직접 풀어본다면 어떤 문제를 맞출 수 있는지 말하고, 위의 문제를 직접 풀어 보아라.

⑭ 풀이 과정을 보고 문제 만들기

• 다음의 풀이 과정은 어떤 문제의 바른 풀이과정이다. 이를 보고 그 문제를 만들어 보아라.

• 다음은 어떤 문제를 풀기 위하여 필요한 그래프를 순서에 따라 그려 놓은 것이다. 이 그림을 보고 그 문제를 만들어라.

(나) 메타문제의 구성

백석윤이 개발한 메타문제 유형은 다음과 같은 흐름으로 구성되어 있다.

①

주어진 문제 해결에 필요한 지식이나 정보 찾기
↓
스스로가 갖고 있을 것으로 예상하는 종합적인 해결력에 대해 예측하기
↓
주어진 문제를 변화시키기
↓
유관한 문제와 비교하기
↓
문제의 상황을 부분으로 나누고 순서 배열하기

②

조건이나 정보를 첨가, 삭제하거나 변화시켰을 때의 결과 예상하기
↓
주어진 문장을 몇 개의 부분으로 분리하고 식으로 옮기기
↓
해결 방법을 다양하게 찾아보기
↓
주어진 상황을 가시화, 형상화하기
↓
조건이나 정보를 첨가, 삭제하거나 변화시켰을 때의 결과 예상하기
↓
다른 사람의 문제 해결 과정을 모니터링, 평가하기

③

문제를 풀기에 앞서 성립될 수 있는 문제인지 알아보기

④

문제를 풀기 전, 자신이 소유하고 있는 문제 해결과 관련된 요소들을 회상, 검토하기

⑤

풀이 과정을 보고 문제 만들기

⑥

다른 사람의 문제 해결 과정을 모니터링, 평가하기

나. 메타문제의 구성

윤주한, 김응희(2000)가 개발한 메타문제는 다음과 같은 흐름으로 구성되어 있다.

스스로가 갖고 있을 것으로 예상하는 종합적인 해결력에 대해 예측하기

↓

문제 해결을 위하여 필요한 지식이나 기능 찾기

↓

문제 해결에 필요한 조건의 내용 예측하기

↓

다른 사람의 문제 해결 과정을 모니터링, 평가하기

↓

자신의 문제 해결 과정을 모니터링하기

↓

조건이나 정보를 변화시켰을 때의 결과 예상하기

↓

적절한 전략을 선택하여 문제 풀기

↓

주어진 문제와 유사한 문제 만들기

↓

메타문제의 전이

다. 교과서 분석 및 제재 선정

6-가 단계의 교육과정을 영역별, 단원별로 분석하고 그 중에서 메타문제를 적용할 단원과 차시를 선택한 후, 선정된 단원과 차시의 교과서, 수학 익힘책, 참고서의 문제 중에서 메타문제로 변형할 문제를 선정하였다.

라. 메타문제 제작

선정된 수학책, 수학 익힘책, 참고서의 문제를 변형하여 총 20개의 메타문제 자료를 제작하였다. 백석윤(1994)과 윤주한, 김웅희(2000)의 메타문제 유형을 토대로 본 연구에서는 다음과 같은 흐름에 따라 메타 문제를 개발하였다. 메타문제 중 문제에 따라 삭제되기도 한 부분은 점선으로 표시하였다.

스스로가 갖고 있을 것으로 예상하는 종합적인 해결력에 대해 예측하기

↓

유관한 문제와 비교하기(또는 주어진 상황을 가시화, 형상화하기)

↓

문제 상황을 부분으로 나누고 순서 배열하기

↓

자신이 정한 순서에 따라 문제 풀기

↓

자신의 문제 해결과정을 모니터링, 평가하기

↓

다른 사람의 문제 해결과정을 모니터링, 평가하기

↓

해결방법을 다양하게 찾아보기

↓

조건이나 정보를 첨가하였을 때의 결과 알아보기 (또는 주어진 문제를 변화시키기)

이에 따라 개발된 메타문제의 예는 다음과 같다.

<변형하기 전의 문제>

문방구점에서 선물을 포장하는 데에 2m짜리 끈의 $\frac{1}{5}$을 사용했습니다. 남은 끈은 몇 m인지 소수로 나타내어 보시오.

↓

<메타문제>

[문제] 문방구점에서 선물을 포장하는 데에 2m짜리 끈의 $\frac{1}{5}$을 사용했습니다. 남은 끈은 몇 m인지 소수로 나타내어 보시오.
· 현재 나의 능력으로 이 문제를 어느 정도까지 해결할 수 있다고 생각합니까? 물음에 답하고 실제로 풀어 봅시다. (불가능, 약간, 거의 모두, 완전히) · 위의 문제와 다음의 문제는 어떤 점에서 같은지, 어떤 점에서 다른지 알아봅시다. 문방구점에서 선물을 포장하는데, 2m짜리 끈 중에서 $\frac{2}{5}$m를 사용했습니다. 남은 끈은 몇 m인지 소수로 나타내어 보시오. · 아래의 내용들은 본 문제를 해결하기 위해서 거쳐야 할 풀이의 과정을 순서 없이 나열한 것입니다. 풀이 과정을 옳게 배열하여 풀이 과정을 완성해 봅시다. ㉮ 남은 끈의 길이를 소수로 바꿉니다. ㉯ 전체 끈의 길이에서 선물을 포장하는데 사용한 끈의 길이를 뺍니다. ㉰ 선물을 포장하는데 사용한 끈의 길이가 몇 m인지 알아봅니다. · 배열한 풀이의 과정대로 문제를 풀어 봅시다. · 풀이 과정을 점검해 봅시다. · 나의 풀이 과정이 맞았다고 자신할 수 있습니까? 그 이유는 무엇입니까? · 다음은 어떤 학생이 이 문제를 풀어가는 과정의 일부입니다. 틀린 부분이 있으면 고치고 과정까지 적으면서 풀어보시오. 남은 끈은 원래의 끈에서 사용한 끈만큼을 빼면 된다. 전체 끈은 2m이고 사용한 끈은 $\frac{1}{5}$이므로 $2-\frac{1}{5}$를 구하면 …… · 문제를 푸는 더 좋은 방법은 없을까요? 있다면 그 방법대로 풀어 보세요. · 위의 문제에서 $\frac{1}{5}$을 $\frac{2}{9}$로 바꾸면 남은 끈의 길이는 더 (길어진다, 짧아진다).

개발된 메타문제들은 학습지로 제작하였다.

2. 메타문제의 적용

본 연구에서는 2005년 3월 7일부터 4월 29일까지 정규 수학 수업 시간 총 20차시에 걸쳐 실험처치가 이루어졌다.

[표 4] 수업 모형 비교 1 (교과서의 차시 학습 내용을 메타문제로 구안한 경우)

단계	학습 요소	비교 집단의 교수·학습활동	실험 집단의 교수·학습활동	시량	학습형태
도입	동기유발	· 선수학습내용 확인 · 본시학습내용과 관련된 내용으로 동기유발		5′	전체학습
	학습 문제 확인	· 학습 문제 파악			
전개	해당 차시 활동	· 교과서에 제시된 활동하기	· 메타문제 자료에 따라 문제 해결 학습하기	25′	개별학습 모둠학습 전체학습
정리	학습 정리	· 수학 익힘, 학습지 풀기 · 학습 내용 정리		10′	개별학습 전체학습

수업에서 실험 집단과 비교 집단이 다룬 문제는 같았으나, 실험 집단은 메타문제로 변형한 문제로 학습하였고, 비교 집단은 메타문제로 변형하지 않은 일반적인 문제로 학습하였다.

실험 집단과 비교 집단에 적용한 수업 모형을 비교하면 다음 [표 4], [표 5]와 같다.

[표 5] 수업 모형 비교 2 (수학익힘책이나 참고서의 내용을 메타문제로 구안한 경우의 수업 모형)

단계	학습 요소	비교 집단의 교수·학습활동	실험 집단의 교수·학습활동	시량	학습형태
도입	동기유발	·선수학습내용 확인 ·본시학습내용과 관련된 내용으로 동기유발		5′	전체학습
	학습 문제 확인	·학습 문제 파악			
전개	해당 차시 활동	·교과서에 제시된 활동하기 - 학습 내용의 개념, 원리 알기 ·익히기		25′	개별학습 모둠학습 전체학습
정리	학습 정리	·수학 익힘, 학습지의 문제 풀기 ·학습 내용 정리	·메타문제로 변형된 수학 익힘, 학습지의 문제 풀기 ·학습 내용 정리	10′	개별학습 전체학습

V. 결과 및 논의

1. 수학 학업 성취도 검사

가. 수학 학업 성취도에 대한 사전 검사 결과

[표 6]에서 보는 것과 같이, 두 집단의 수학 성취도 검사 점수를 분석한 결과 실험 집단과 비교 집단의 평균이 각각 69.82, 65.34였고, p값이 0.323으로 나타났다. 따라서 두 집단은 유의수준 0.05에서 통계적으로 유의미한 차이가 없는 동질 집단임을 알 수 있다.

[표 6] 수학 학업 성취도에 대한 사전 검사 결과

구분	N	M	SD	t	p
실험 집단	29	69.82	18.24	.997	.323
비교 집단	29	65.34	15.92		

$p<0.05$ *

나. 수학 학업 성취도에 대한 사후 검사 결과

[표 7]에서 알 수 있는 바와 같이, 실험 집단의 평균이 86.55, 비교 집단의 평균이 78.62로 평균이 8점정도 차이가 났으며, t-검증 결과 p값이 0.02였다. 이는 두 집단이 유의수준 0.05에서 통계적으로 유의미한 차이가 있는 집단임을 나타낸다. 따라서 메타문제를 적용한 수업이 학생들의 수학 학업 성취도에 긍정적인 영향을 주었다고 볼 수 있다.

[표 7] 수학 학업 성취도에 대한 사후 검사 결과

구분	N	M	SD	t	p
실험 집단	29	86.55	11.35	2.389	.020
비교 집단	29	78.62	13.81		

$p<0.05$ *

2. 수학적 신념 및 태도 검사

[표 8]은 메타문제를 적용한 수업을 받기 전과 후의 수학적 신념 및 태도 검사의 결과를 하위 영역별로 나타낸 것이다. 위의 [표 8]을 보면 메타문제를 적용하기 전과 후의 신념 및 태도 검사 점수는 평균의 차이는 조금씩 있으나, 통계적으로 유의수준 0.05에서 9개 하위 영역 모두 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다.

[표 8] 수학적 신념 및 태도에 대한 사전·사후 검사 결과 1 (하위 영역별)

하위 영역		시기	M	SD	t	p
신념	수학에 대한 신념	사전	3.4224	.50046	-.139	.890
		사후	3.4052	.70208		
	수학 학습에 대한 신념	사전	3.6398	.31519	.269	.790
		사후	3.6590	.39944		
	자아에 대한 신념	사전	3.7112	.55511	.112	.912
		사후	3.7241	.66596		
태도	자신감	사전	3.0431	.81303	.580	.566
		사후	3.1293	.95576		
	융통성	사전	2.5603	.68679	1.595	.122
		사후	2.8621	.85457		
	의지력	사전	2.7586	.59568	1.489	.148
		사후	3.0086	.93895		
	호기심	사전	2.7241	.52332	-0.67	.947
		사후	2.7155	.88571		
	반성	사전	3.2672	.67457	.167	.868
		사후	3.2845	.66051		
	가치	사전	3.0259	.72069	-.427	.672
		사후	2.9483	.94344		

(N=29, df=28) p<0.05 *

이상의 결과를 하위 영역의 구분 없이 종합하여 분석한 결과는 [표 9]와 같다. [표 9]에 나타난 바와 같이 메타문제를 적용한 수업 전과 후의 신념 및 태도에는 평균의 변화는 있었으나, 통계적으로 유의수준 0.05에서 유의미한 차이는 없는 것으로 나타났다. 따라서 메타문제의 적용이 학생들의 수학적 신념 및 태도 변화에는 영향을 주지 못했다고 볼 수 있다. 이는 메타문제를 적용한 기간이 짧아 단기간에 신념 및 태도를 변화시키기 어려웠기 때문이라고 생각된다.

[표 9] 수학적 신념 및 태도에 대한 사전·사후 검사 결과 2 (종합)

하위 영역	시기	M	SD	t	p
신념	사전	3.6256	.36949	.134	.895
	사후	3.6355	.46296		
태도	사전	2.8966	.41765	.969	.341
	사후	2.9914	.60364		
신념 및 태도	사전	3.2368	.33734	.753	.458
	사후	3.2920	.48475		

(N=29, df=28) p<0.05 *

Ⅵ. 결론 및 제언

본 연구는 메타문제에 대한 선행 연구들을 참고하여 초등학교 6-가 단계의 수학 교과서, 수학 익힘책, 참고서의 문제를 메타문제로 변형하여 수학 수업에 적용해 본 후, 메타문제의 적용이 수학 학업 성취도와 수학적 신념 및 태도에 어떤 효과를 주는가를 알아보고자 하였다. 이러한 연구를 통해 다음과 같은 연구 결과를 얻을 수 있었다.

첫째, 메타문제를 적용하여 교수·학습활동을 실시한 실험 집단이 비교집단보다 수학 학업 성취도에서 효과적이었다.

실험 집단과 비교 집단의 수학 학업 성취도에 대한 사전 검사에서, 두 집단의 평균은 각각 69.82, 65.34였고 p값은 0.323으로, 두 집단은 유의수준 0.05에서 통계적으로 유의미한 차이가 없는 동질집단이었다. 그러나 실험 처치 기간 동안 실험 집단은 메타문제를 적용한 학습을, 비교 집단은 일반적인 문제를 적용한 학습을 실시한 후, 수학 학업 성취도에 대한 사후 검사를 통해 동질성 여부를 알아본 결과, 두 집단의 평균은 각각 86.55, 78.62였으며 p값이 0.02가 되어 유의수준 0.05에서 통계적으로 유의미한 차이가 있는 집단으로 나타났다. 이를 통해 메타문제를 적용한 수업이 학생들의 수학 학업 성취도에 긍정적인 영향을 주었다는 것을 알 수 있다.

둘째, 메타문제를 적용한 수업이 학생들의 수학적 신념 및 태도에는 유의미한 변화를 가져오지 못했다.

실험 집단을 대상으로 실시한 수학적 신념 및 태도 검사에서 사전 검사와 사후 검사를 t-검증한 결과, 하위 영역별 점수나 전체 점수에서 p값은 모두 0.05 이상이었다. 이를 통해 메타문제를 적용한 수업이 실험 집단의 수학적 신념 및 태도에는 영향을 주지 못한 것을 알 수 있다.

메타문제의 적용이 실험 집단의 신념 및 태도에 영향을 주지 못한 것은, 장기간에 걸쳐 형성된 신념 및 태도를 단기간에 변화시키는 것이 어렵기 때문이라고 생각된다. 비록 실험 집단의 신념 및 태도에 통계적으로 유의미한 변화는 없었으나, 본 연구자가 관찰한 바에 의하면 몇 가지 긍정적인 변화가 있었다. 학생들은 메타문제를 해결하면서 문제 해결 방법을 발견해 내고, 문제를 분석적으로 해결하였으며 문제 해결 후에도 다양하게 사고하는 모습을 보였다. 비록 유의미한 변화는 아니었지만, 수학적 신념 및 태도 검사에 있어서도 융통성이나 의지력에서 학생들의 평균 변화가 가장 큰 것으로 보아, 장기간에 걸쳐 메타문제를 적용하여 학습한다면 학생들의 신념 및 태도에 있어서도 긍정적인 변화가 나타날 것이라는 기대를 할 수 있다.

이상의 연구 결과를 종합해보면, 메타문제를 적용한 수업은 학생들에게 문제 해결과정을 예측, 평가하고 모니터하는 등의 메타인지적인 활동을 촉진시켜 수학 성취도의 향상을 가져왔음을 알 수 있다.

본 연구의 과정과 결과를 바탕으로 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 본 연구에서 제시된 메타문제를 적용한 학습을 보다 광범위한 범위로까지 확장시켜 연구해 볼 필요가 있다. 본 연구에서는 수와 연산, 도형, 측정 영역의 일부 단원의 내용으로 연구를 진행하였다. 그러나 이는 극히 일부분이므로 좀더 넓은 범위로 확장시켜 교육현장에 적용할 수 있도록 개발할 필요가 있다.

둘째, 어떤 영역에서 메타문제를 적용한 학습이 효과적인지 연구해볼 필요가 있다. 메타

문제를 적용한 학습이 모든 영역에서 효과적인 것이 아닐 수도 있다. 따라서 어떤 영역에서 더욱 효과적인지 분석해볼 필요가 있다.

셋째, 좀더 장기간의 연구를 통해 메타문제가 수학 학업 성취도뿐만 아니라 문제 해결력에는 어떤 영향을 미치는지 연구해볼 필요가 있다.

넷째, 앞으로 메타문제 뿐 아니라 메타인지적 능력을 향상시킬 수 있는 다른 방안들도 연구되어 학생들의 수학 학습에 도움을 줄 수 있어야 할 것이다.

참 고 문 헌

교육부 (1998). **초등학교 교육과정 해설(IV).** 서울: 대한 교과서.

______(2002). **수학 6-가.** 서울: 대한 교과서.

______(2002). **수학 익힘책 6-가.** 서울: 대한 교과서.

______(2002). **수학과 교사용 지도서 6-가.** 서울: 대한 교과서.

김금숙 (2002). **메타문제를 중심으로 한 수학적 문제 해결학습의 효과 연구.** 석사학위논문, 이화여자대학교 교육대학원.

김수미 (1996). **메타인지 개념의 수학교육적 고찰.** 박사학위논문, 서울대학교.

백석윤 (1992). 수학 문제 해결과정의 순수인지외적분석. **대한수학교육학회 논문집, 2**(2), 35-52.

______(1994). 메타인지적 문제 해결력의 지도와 평가를 위한 메타문제 유형의 개발. **수학교육, 33**(2), 177-188.

양평석 (2002). **안내된 재발명에 의한 수학화 체험이 문제 해결력과 수학적 신념에 미치는 효과.** 석사학위논문, 충북대학교 교육대학원.

유현주 (1996). 문제 해결과 메타인지. **대한수학교육학회논문집. 6**(1), 63-73.

윤미영 (1995). **문제 해결에서 메타인지의 역할을 강조한 수업 효과에 관한 연구 : Lester의 관점에서 본 메타인지.** 석사학위논문, 이화여자대학교 교육대학원.

윤주한, 김응희 (2000). 문제 해결력과 창의성 신장을 위한 메타문제 개발 및 적용에 관한 연구. *수학교육, 39*(2), 101-125.

이양기 (1997). **메타인지적 사고를 향상시키기 위한 수업의 형태가 문제 해결력에 미치는 영향 분석.** 석사학위논문, 한국 교원대 교육대학원.

한국교육과정평가원 (2004). **2003년 국가수준 학업성취도 평가연구.** 보고서.

槐井義明 (1994). 수학적 신념과 학습행동관계. **서일본수학교육학회, 48**, 35-78.

Brown, A N. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. In F. E. Weinert, & R. H. Kluwe (Eds.), *Metacognition, motivation and understanding,* pp.65-116. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Fishbein, M., & Ajzan, I. (1975). *Belief, attitude, intention and behavior: An introductory to theory and research.* Reading, Massachusetts: Addison Wesly Publishing Co, Inc.

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive developmental inquiry. *American Psychologist, 34*, 906-911.

Flavell, J. H., & Wellman, H. M. (1986). In R. Kall& J. Hagen(eds.), *Perspectives on the Development of Memory and Cognition.* Hillsdale NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Garofalo, J., & Lester, F. K. (1985). Metacognition, Cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education, 16*(3), 163-176.

Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education*(pp. 189-215). Marwha, Lawrence Erlbaum Associates.

<Abstract>

The Effects of Application of Meta-problems on Elementary School Students' Mathematical Learning

Baek, Myung-Sook[3]; & Shin, Hang Kyun[4]

The goal of this thesis was to examine the effects of applying meta-problems to elementary school mathematics class in their achievements, beliefs and attitudes. To achieve this goal the following research questions were asked.

a. What effects does the class applied with meta-problem have on students' mathematical achievements?

b. What effects does the class applied with meta-problem have on students' mathematical beliefs and attitudes?

To answer questions, an experimental study was designed and conducted. The subjects were 6th-grade students at S Elementary School located in Dobong-Gu, Seoul where the researcher teaches. Among them, the class that the researcher teach was chosen as the experimental group. During the experimental study, a teaching-learning with meta-problems was applied to the experimental group and a teaching-learning with general problems was applied to the comparative group. To examine changes in the mathematical achievements of the experimental group and the comparative group, a post-test of mathematical achievements was conducted and the results were t-tested. As well, to find answers to the second research question, a pre-test and a post-test of mathematical beliefs and attitudes were conducted on the experimental group and the results were t-tested.

The results of this study were as follows:

First, the experimental group which was taught applying meta-problems got higher mathematical achievement than the comparative group.

Second, the class with meta-problems did not bring significant changes in students' mathematical beliefs and attitudes.

Synthesizing the study results above, a teaching-learning with meta-problems is a teaching-learning method that can accommodate problem solving naturally in school mathematics and give a positive effect on students' mathematical achievements.

Keywords: meta-problems, mathematical learning, mathematical achievements, mathematical beliefs and attitudes

3) kkobit@hanmail.net
4) hkshin@snue.ac.kr