

데드비트 및 디지털 반복제어에 의한 고차 체인드 시스템의 제어

남택근†

(원고접수일 : 2007년 1월 18일, 심사완료일 : 2007년 3월 30일)

High order chained system control using deadbeat and iterative control

Nam-Taek Kun†

Abstract : In this paper, a state steering strategy for high order chained system is presented. High order chained system can be derived from the acceleration constraints that cannot be integrable. The system classified as a nonholonomic system cannot be controlled to its equilibrium points by continuous and time-invariant controller. Using variable transformation, two sub system can be obtained from the high order chained system. Deadbeat control and iterative state steering methods are proposed to control the system. Simulation results are given to show the effectiveness of the proposed control scheme.

Key words : High order chained system(고차 체인드 시스템), Iterative control(반복제어), Deadbeat control(데드비트제어), Nonholonomic system(비 홀로노믹 시스템)

1. 서 론

본 연구에서는 고차 체인드 시스템의 안정화 제어에 대해 살펴보고자 한다. 체인드 시스템은 비 홀로노믹 시스템으로 구분되고 이러한 비 홀로노믹 시스템은 적분 불가능한 구속조건으로부터 도출된다^[1]. 엄밀하게는 비 홀로노믹적인 구속조건에 대해 좌표변환을 통하여 체인드 시스템을 얻을 수 있고 속도 구속조건과 가속도의 구속조건으로부터 각각 체인드 시스템(chained system), 고차 체인드 시스템(high-order chained system)을 유도할 수 있다. 이러한 비 홀로노믹 시스템은 시 불변(time invariant)의 연속적인 제어기로는 평형점

으로의 안정화 제어가 불가능하고^[2], 이 특성은 제어기 설계관점에서는 대단히 흥미있는 부분이라 할 수 있다.

체인드 시스템에 대한 종래의 연구를 살펴보면 불변매니폴드(invariant manifold)를 이용한 제어^[3], 시변피드백제어에 의한 제어^{[4]-[5]}, 반복적인 디지털제어기법을 이용한 결과^[7] 등이 발표되었다.

한편 가속도의 구속조건으로부터 도출되는 고차 체인드 시스템에 있어서 Imura^[8] 등은 비 구동관절을 가지는 3링크 매니퓰레이터의 고차 체인드 시스템으로의 변환 및 안정화제어기를 제안하였다. Astolfi^{[9]-[10]} 등도 불연속적인 피드백제어에 의한 고차 체인드 시스템의 제어기법을 제안하였다. 하

† 교신저자(목포해양대학교 기관시스템공학부), E-mail: tknam@mmu.ac.kr, Tel: 061)240-7310

지만 고차 체인드 시스템에 대한 연구는 체인드 시스템에 비하여 연구결과가 부족하고 일반화된 해석법 등의 체계화가 필요한 분야라 할 수 있다. 아울러 고차 체인드 시스템은 가속도의 구속조건으로부터 도출되므로 이 분야에 대한 연구결과가 체계화된다면 실질적인 기계시스템에 대한 적용범위도 넓어질 것이다.

본 논문에서는 체인드 시스템을 제어하기 위해 Oriolo 등에 의해 제안된 제어기법을 고차 체인드 시스템에 적용하고자 한다. 고차 체인드 시스템을 제어하기 위해 먼저, 고차 체인드 시스템에 대해 변수변환을 행하여 두 개의 서브시스템으로 분리하고 각각의 시스템에 대해 데드비트제어와 반복제어를 설계하여 안정화 제어를 행한다. 아울러 시뮬레이션을 통하여 제안한 제어기법의 유용성을 검증한다.

2. 제어대상

본 연구에서의 제어대상은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 &= u_1 \\ \ddot{y}_2 &= u_2 \\ \ddot{y}_3 &= y_2 u_1 \end{aligned} \tag{1}$$

(1)의 시스템은 고차 체인드 시스템⁽¹⁰⁾을 나타내고 있고 이에 대한 블록선도는 Fig.1과 같다.

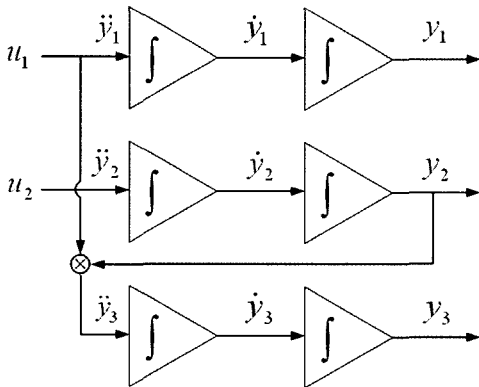


Fig. 1 Block diagram of system

(1)에 대하여 변수변환

$$z = [y_1, \dot{y}_1, y_3, \dot{y}_3, y_2, \dot{y}_2]^T \tag{2}$$

를 행하면

$$\begin{aligned} \Sigma_1 : z_1 &= z_2 & \Sigma_2 : z_3 &= z_4 \\ z_2 &= u_1 & z_4 &= z_5 u_1 \\ z_5 &= z_6 \\ z_6 &= u_2 \end{aligned} \tag{3}$$

이 얻어진다. 제어문제는 Σ_1, Σ_2 로 표현되는 시스템의 안정화 제어이다. 해석을 용이하게 하기 위하여 우선 (3)의 시스템을 다음과 같이 표현한다.

$$\begin{aligned} \Sigma_1 : \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_1 \\ : z_a &= A_a z_a + b_a u_1 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \Sigma_2 : \begin{bmatrix} \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \\ \dot{z}_5 \\ \dot{z}_6 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_2 \\ : z_b &= A_b z_b + b_b u_2 \end{aligned} \tag{5}$$

단, $z_a = (z_1, z_2)^T$, $z_b = (z_3, z_4, z_5, z_6)^T$ 을 의미한다. (4)는 두 개의 적분기로 구성된 선형시스템의 가제어 표준형 (controllable canonical form)이므로 일반적인 제어기법을 적용하여 제어할 수가 있다. 하지만 Σ_1 에 대한 제어입력 u_1 을 결정하더라도 u_1 이 $A_b(u_1)$ 의 형태로 (5)의 Σ_2 에 영향을 미치게 되어 제어입력 u_2 를 설계하는 문제는 단순하게 취급하기가 곤란하다.

본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 Σ_1 에 대해 데드비트제어를 행함으로써 u_1 이 0이 아닌 일정한 값으로 z_1, z_2 를 원점에 이동시키고, 같은 제어시간 내에 Σ_2 에 대해 반복제어를 적용하

여 Σ_2 의 모든 상태변수를 원점에 이동시키는 제어 기법을 제안하고자 한다.

3. 제어기설계

3.1 반복제어기법의 응용

고차 체인드 시스템의 제어에 앞서 체인드 시스템의 제어에 디지털제어기법을 적용한 배경을 간단하게 설명하고자 한다. Oriolo 등은 (6)과 같이 표현되는 체인드 시스템에 대하여 Fig. 2와 같은 제어 입력을 제안하였다^[7].

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= u_1 \\
 \dot{x}_2 &= u_2 \\
 \dot{x}_3 &= x_2 u_1 \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_n &= x_{n-1} u_1
 \end{aligned} \tag{6}$$

단, Fig. 2는 $n=3$ 인 경우의 제어 입력을 나타내고 있다.

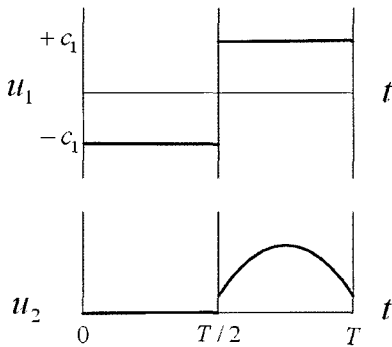


Fig. 2 Iterative control inputs

Fig. 2의 제어 입력은

$$\begin{aligned}
 u_1(t) &= \begin{cases} -c_1 - 2x_{10}, & t \in [0, T/2), \\ c_1, & t \in [T/2, T_f) \end{cases} \\
 u_2(t) &= \begin{cases} 0, & t \in [0, T/2), \\ c_2 + c_3(t - 1/2), & t \in [T/2, T_f) \end{cases}
 \end{aligned} \tag{7}$$

과 같이 표현된다. 즉, u_1 에 $\pm c_1$ 의 제어 입력을 가해 x_1 을 제어하고 x_2, x_3 에 대해서는 반주기 동안 시변(time-varying)의 제어 입력 $u_2(t)$ 를 설계하여 제어를 행하는 것이다. 단, c_1 은 상수이다.

(7)의 제어기는 체인드 시스템에 한정된 것으로서 본 논문에서의 제어대상인 (3)의 시스템에 적용할 수 없고, 제어 입력 u_2 가 반 주기 동안 아무런 일을 행하지 않음을 알 수 있다.

본 연구에서는 (4), (5)로 표현되는 시스템을 제어하기 위하여 Fig. 3과 같은 제어 입력을 제안한다.

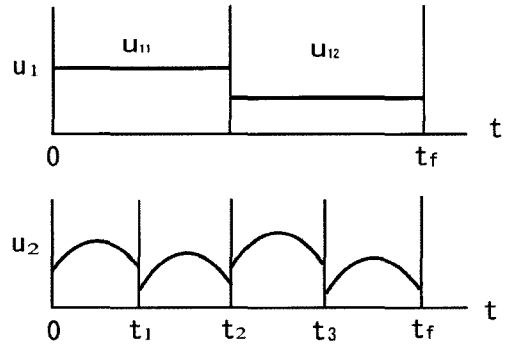


Fig. 3 Iterative control inputs

먼저 2차 시스템인 Σ_1 에 대하여 2번의 샘플링 주기로 데드비트제어를 행한다. 아울러 Σ_2 에 대해서는 체인드 시스템에 대한 Oriolo의 제어기 설계 기법을 응용하여 4번의 샘플링 주기로 제어를 행하는 것이다. 제어 입력을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 u_1(t) &= \begin{cases} u_{11}, & 0 \leq t \leq t_2 \\ u_{12}, & t_2 < t \leq t_f \end{cases} \\
 u_2(t) &= \sum_{j=1}^4 c_j \lambda_j(t), c_j \in R
 \end{aligned} \tag{8}$$

먼저 Σ_1 의 시스템에 대해서는

$$\begin{aligned}
 z_a(k+1) &= \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} z_a(k) + \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} u_1(k) \\
 &= A_{k1} z_a(k) + b_{k1} u_1(k)
 \end{aligned} \tag{9}$$

과 같이 이산화를 하고 제어입력을

$$u_1(k) = -f z_a(k) \tag{10}$$

과 같이 결정한다. 아울러 (10)의 제어입력을 (9)에 피드백시킨 폐루프 시스템

$$z_a(k+1) = (A_{k1} - b_{k1}f)z_a(k) \tag{11}$$

의 고유치가 0 이 되도록 하는 데드비트제어를 행하는 것이다. 즉,

$$\lambda(A_{k1} - b_{k1}f) = 0 \tag{12}$$

을 만족하는 피드백계인 f 를 구하면

$$f = [1/T^2 \ 3/2T]^T \tag{13}$$

이 얻어진다.

다음으로 Σ_2 의 제어에 대해서 살펴본다. (8)의 제어입력 u_2 를 (5)에 가하면 z_b 의 해석은 다음과 같이 할 수 있다. u_{11} 의 제어입력 하에서는

$$\begin{aligned} z_b(t_1) &= V_1 z_b(t_0) + W_1 c \\ z_b(t_2) &= V_2 z_b(t_1) + W_2 c \end{aligned} \tag{14}$$

가 된다. 단, $V_2 = V_1 = \exp(A_b T)$, $W_2 = W_1 = \int_0^T e^{A_b(T-\sigma)} b_b [\lambda_1 \dots \lambda_4] d\sigma$, $A_b = A_b(u_{11})$, $c = (c_1, c_2, c_3, c_4)^T$ 을 의미하고 W_2 는 적분구간을 $t_1 \sim t_2$ 로 하여 W_1 과 같은 방법으로 계산한 것이다.

u_{12} 의 제어입력 하에서 z_b 는

$$\begin{aligned} z_b(t_3) &= V_3 z_b(t_2) + W_3 c \\ z_b(t_4) &= V_4 z_b(t_3) + W_4 c \end{aligned} \tag{15}$$

와 같다. 단, $V_4 = V_3 = \exp(A_b T)$, $W_4 = W_3 = \int_0^T e^{A_b(T-\sigma)} b_b [\lambda_1 \dots \lambda_4] d\sigma$. $A_b = A_b(u_{12})$ 을 의미하

고 W_4 는 적분구간을 $t_3 \sim t_4$ 로 하여 W_3 과 같이 계산한 것이다.

(14)와 (15)로부터 최종제어시간 t_f 에서의 z_b 는

$$z_b(t_f) = Vz_b(t_0) + Wc \tag{16}$$

과 같이 해석되고 c 는 (16)으로부터

$$c = W^{-1}(z_b(t_f) - Vz_b(0)) \tag{17}$$

과 같이 계산된다. 여기에서 $V = V_4 V_3 V_2 V_1$, $W = V_4 V_3 V_2 W_1 + V_4 V_3 W_2 + V_4 W_3 + W_4$ 이다.

3.2 제어기의 강인성에 대한 고찰

본 절에서는 3.1절에서 제안한 제어기법의 강인성에 대해서 살펴보고자 한다. (14),(15),(17)로부터 Σ_2 의 상태변수 z_b 는 다음과 같이 해석할 수 있다.

$$\begin{aligned} z_b(kT) &= V_k z_b(0) + W_k c_k \\ z_b((k+1)T) &= V_{k+1} z_b(0) + W_{k+1} c_{k+1} \end{aligned} \tag{18}$$

만약 제어기 상수 c 를

$$c_{k+1} = c_k + F \cdot e(k) \tag{19}$$

와 같이 정하고, 목표치 \bar{z}_b 와 현재 상태변수 값과의 오차를 $e(k) = \bar{z}_b - z_b(kT)$ 로 정의하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} e(k+1) &= \bar{z}_b - z_b((k+1)T) \\ &= \bar{z}_b - z_b(kT) + z_b(kT) - z_b((k+1)T) \\ &= e(k) + (V_k - V_{k+1})z_b(0) + W_k c_k \\ &\quad - W_{k+1} c_{k+1} \end{aligned} \tag{20}$$

이 식에 대하여 계수 c_{k+1} 을

$$c_{k+1} = c_k - (W_{k+1})^{-1}[(V_{k+1} - V_k)z_b(0) + (W_{k+1} - W_k)c_k] + \mu \cdot (W_{k+1})^{-1}e(k) \quad (21)$$

와 같이 설정하고

$$V_k = V_{k+1}, W_k = W_{k+1} \quad (22)$$

의 조건을 적용하면

$$e(k+1) = e(k) - \mu e(k) = (I - \mu I)e(k) \quad (23)$$

을 얻을 수 있다. (21)에 (22)의 조건을 대입하여 (19)와 비교하면

$$F = \mu W^{-1} \quad (24)$$

과 같이 설정할 수 있음을 알 수 있다. (23)에 대해 이산시스템의 안정조건(시스템 행렬의 고유치가 1 보다 작아야 함)을 만족할 수 있도록 μ 를

$$0 < \mu < 2 \quad (25)$$

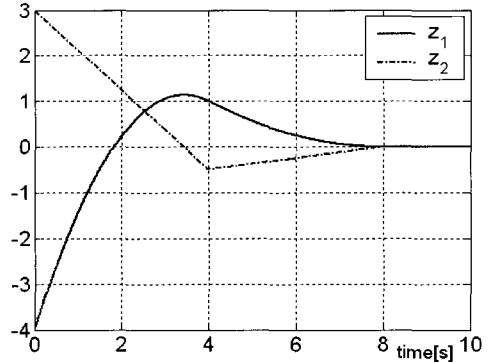
와 같이 선정하면 $e \rightarrow 0$ 가 된다. 즉, 이러한 반복 제어를 통하여 외란 등을 억제할 수 있는 강인성을 기대할 수 있다.

4. 시뮬레이션

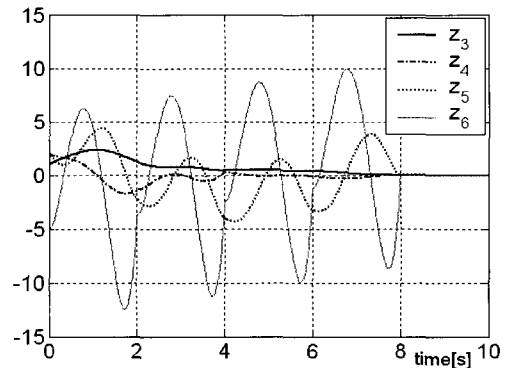
적용한 제어기법의 유용성을 검증하기 위하여 고차 체인드 시스템에 대한 제어를 행하였다. Fig. 4~Fig. 5는 시뮬레이션의 결과를 나타내고 있다.

상태변수를 $X = (z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6)^T$ 로 하여 초기값을 $X(0) = (-4, 3, 3, 2, 2, -5)^T$ 로 하였고 목표치는 $X(t_f) = 0$ 으로 하였다. 제어시간은 10[s]. Σ_1, Σ_2 에 대한 샘플링시간은 각각 4[s], 2[s]로 하였다. u_2 제어입력 설계 시 $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = t, \lambda_3 = t^2, \lambda_4 = t^3$ 로 설정하였다.

Fig. 4 (a)는 Σ_1 의 상태변수 z_1, z_2 의 시간에 따른 추이를 나타낸다. Fig. 4 (b)는 Σ_2 의 상태변수 z_3, z_4, z_5, z_6 의 시간에 따른 변화를 나타낸다. 시뮬레이션 결과로부터 모든 상태변수가 8[s]에 원점에 안정화됨을 알 수 있다.



(a)



(b)

Fig. 4 Time evolution of outputs

Fig. 5는 제어입력을 나타내고 있다. u_1, u_2 는 각각 2회, 4회의 샘플링으로 제어되고 있음을 알 수 있다. 단, u_2 입력의 스위칭 기준시점(2초 주기)에서 커다란 입력이 발생하고 있고, 이러한 제어입력은 고차 체인드폼에 대한 입력으로부터 역입력변환(inverse input transformation)을 행할 때 문제가 될 수 있으므로 가능한 범위 내에서 억제를 할 수 있도록 하여야 한다.

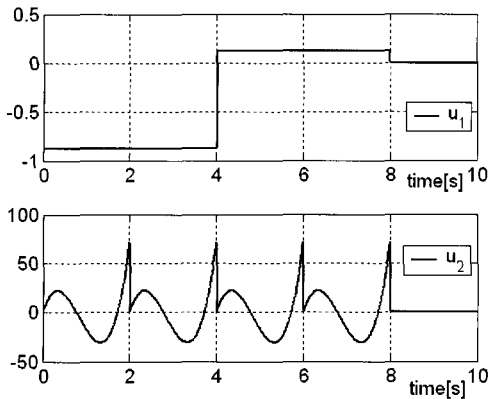


Fig. 5 Control inputs

5. 결 론

본 논문에서는 가속도의 구속조건으로부터 도출되어지는 고차 체인드 시스템의 안정화 제어기 설계기법에 대해 논하였다. 고차 체인드 시스템을 제어하기 위하여 먼저, 변수변환을 행하고 얻어진 두 개의 시스템에 대하여 각각 데드비트제어 및 반복제어기법을 적용하여 시스템의 초기값을 원점에 안정화시키는 제어기를 설계하였다. 아울러 시뮬레이션을 통하여 제안한 제어기법의 유용성을 확인하였다.

고차 체인드 시스템은 가속도의 구속조건 즉, 일반적인 물리계에서 얻어지는 시스템이라는 것을 고려할 때 체인드 시스템에 비해 적용폭이 넓어질 것으로 판단된다.

참고 문헌

- [1] Murray, "Control of nonholonomic systems using chained forms", Fields institute communications, pp. 219 - 245, 1993.
- [2] Brockett, "Asymptotic stability and feedback stabilization", Differential geometric control theory, pp. 181 - 191, 1983.
- [3] H. Khenouf, C. C. Wit, "On the construction of stabilizing discontinues controllers for nonholonomic systems", Proc. of IFAC Nonlinear Control Systems Design Symposium, pp. 747 - 752, 1995.
- [4] J. B. Pomet, "Explicit design of time-varying stabilizing control laws for a class of controllable systems without drift", Systems and control letters, Vol. 18, pp. 147 - 158, 1992.
- [5] O. Egeland, E. Berglund and O. J. Sordalen, "Exponential stabilization of nonholonomic underwater vehicle with constraint desired configuration", Proc. of IEEE Robotics and Automation, pp. 20 - 25, 1994.
- [6] C. Samson, "Time-varying feedback stabilization of a car-like wheeled mobile robot", Int. J. of Robotics Research, Vol. 12, No. 1, pp. 55 - 64, 1993.
- [7] P. Lucibello, G. Oriolo, "Robust stabilization via iterative state steering with an application to chained-form systems", Automatica, Vol. 37, pp. 71 - 79, 2001.
- [8] J. Imura, K. Kobayashi, T. Yoshikawa, "Nonholonomic control of 3 link planar manipulator with a free joint", Proc. of IEEE CDC, pp. 1435 - 1436, 1996.
- [9] M. C. Laiou, A. Astolfi, "Exponential stabilization of high order chained systems", Proc. of IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems Design, pp. 649 - 654, 1998.
- [10] M. C. Laiou, A. Astolfi, "Discontinuous control of high order chained systems", Sytems and Cotnrol Letters, pp. 309 - 322, 1999.

- [11] H. K. Khalil, "Nonlinear systems",
Prentice Hall.

저 자 소 개



남택근(南澤權)

1986년 한국해양대학교 기관공학과 졸업. 1996년 한국해양대학교 기관공학과 대학원 졸업(공학석사). 2001년 동경공업대학 제어시스템공학과 졸업(공학박사). 2002년~2003년 한국전기연구원 선임연구원. 현재 목포해양대학교 기관시스템공학부 조교수