

반작용 훈의 외란에 의한 STSAT-3 지터 분석

김동훈* · 전동익** · 오화석*** · 이상철**** · 방효종† · 이승우‡

Analysis of STSAT-3 Jitter due to the Reaction Wheel Disturbance

Dong-Hoon Kim* · Dong-Ik Cheon** · Hwa-Suk Oh*** · Sangchul Lee**** · Hyochoong Bang† · Seung-Wu Rhee‡

ABSTRACT

When the reaction wheel rotates, the disturbance occurs mainly due to the mass imbalance. It is necessary to predict the effect of disturbance on the attitude stability of the satellite. The disturbance forces and torques are identified and the attitude jitter of the satellite is analyzed depending on the configuration of the wheels. On the analysis the equation of the satellite motion is combined with the translational and rotational dynamics of the wheels. The accuracy of analysis is verified by simulation of STSAT-3 satellite.

Key Words: Reaction Wheel(반작용 훈), Disturbance(외란), Jitter(지터), Stability(안정성), Allocation(배치)

기호 설명

M_t	: 불균형 질량을 포함한 훈 전체 질량 [kg]
c	: 훈 베어링 상당 감쇠계수 [kg/s]
k	: 훈 베어링 상당 탄성계수 [N/m]
U_s	: 정적 불균형 [$\text{kg}\cdot\text{m}$]
U_d	: 동적 불균형 [$\text{kg}\cdot\text{m}^2$]
Ω	: 훈의 회전 속도 [rad/s]
c_θ	: 훈 베어링 비틀림 상당 감쇠계수 [$\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$]
k_θ	: 훈 베어링 비틀림 상당 탄성계수 [$\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}$]
J_{zz}	: 균일한 원판의 극 관성 모멘트 [$\text{kg}\cdot\text{m}^2$]

J_{rr}	: 균일한 원판의 반경 방향 관성 모멘트 [$\text{kg}\cdot\text{m}^2$]
T	: 위성에 미치는 토크 [N·m]
T_W	: 훈 발생 외란 토크 [N·m]
d_W	: 질량중심에서 훈 배치 평면까지의 거리 [m]
F_W	: 훈 발생 외란 힘 [N]
θ	: 위성의 자세각 [rad]
I	: 위성의 관성 모멘트 [$\text{kg}\cdot\text{m}^2$]
ω	: 위성의 각속도 벡터 [rad/s]
J	: 훈의 관성 모멘트 [$\text{kg}\cdot\text{m}^2$]
h	: 훈의 각운동량 벡터 [N·m]

1. 서 론

* 학생회원, 한국항공대학교 항공우주공학 전공
연락처자, E-mail: aerospace38@kau.ac.kr
** 학생회원, 한국항공대학교 제어 및 동역학 전공
*** 정회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부
**** 정회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부
† 한국과학기술원 항공우주공학부
‡ 한국항공우주연구원 위성미래기술연구실

위성의 자세제어 구동기 중의 하나인 반작용 훈은 그 구조가 간단하고 제어가 용이하여 소형 부터 대형에 이르기까지 위성 제어용 주 구동기로 많이 이용되고 있다[1]. 반작용 훈은 회전

운동의 감 가속을 통해 필요한 토크를 얻기 때문에, 훨의 회전 시 질량 불균형 등으로 야기되는 진동이 위성의 자세 제어에 외란으로 작용한다. 따라서 반작용 훨을 사용 시 외란을 사전에 파악하고 위성의 자세에 미치는 영향을 예측하는 과정이 필요하다[2-4].

현재 과학기술위성 3호(STSAT-3)의 제작을 위한 연구가 이루어지고 있으며, 임무 수행을 위해서 적절한 지향 안정성의 설계 조건에 대한 분석이 요구된다. 본 논문은 STSAT-3의 주 구동 기인 4개의 반작용 훨의 외란으로 인하여 발생되는 위성의 지터를 훨 동역학 모델링을 포함하여 분석하였다.

2. 본 론

2.1 반작용 훨의 동역학 모델링

반작용 훨의 외란 중 정적 불균형과 동적 불균형이 위성 자세 안정성에 가장 큰 영향을 미친다. Fig. 1은 반작용 훨이 탄성 베어링에 의해 지지되고, 정적 동적 불균형 질량들이 고려된 훨 장착 개념도이다[5].

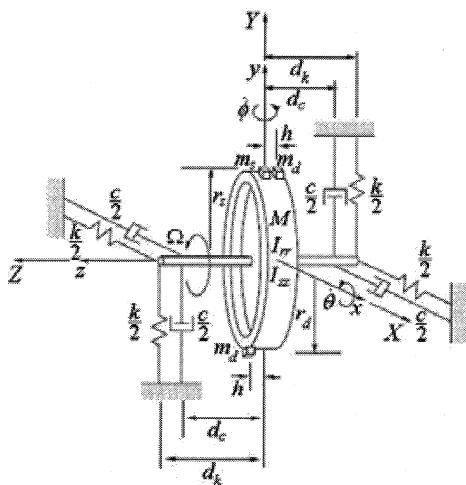


Fig. 1 Analytical RWA Model

이 중 정적 불균형에 의한 훨 전체의 병진운동

방정식은 변위가 작다는 가정 하에 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = U_s \Omega^2 \begin{bmatrix} \sin(\Omega t) \\ \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 x, y 는 각각 훨 중심의 X, Y 축 방향으로의 변위를 나타낸다.

한편, 동적 불균형에 의해 발생되는 훨의 회전 운동 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다[5].

$$\begin{bmatrix} J_\theta & \frac{1}{2} \tilde{J} \sin(2\Omega t) \\ \frac{1}{2} \tilde{J} \sin(2\Omega t) & J_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} \frac{c_\theta}{\Omega} - \tilde{J} \sin(2\Omega t) & J_{zz} + 2\tilde{J} \cos^2(\Omega t) \\ -J_{zz} - 2\tilde{J} \cos^2(\Omega t) & \frac{c_\phi}{\Omega} + \tilde{J} \sin(2\Omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_\theta & 0 \\ 0 & k_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \phi \end{bmatrix} = U_d \Omega^2 \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) \\ \sin(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 θ, ϕ 는 각각 X, Y 축 방향으로의 회전각을 나타낸다. $J_\theta, J_\phi, \tilde{J}$ 는 다음과 같이 정의된 관성 모멘트 값이다.

$$J_\theta = J_{rr} + 2m_d h^2 + \tilde{J} \cos^2(\Omega t) \quad (3)$$

$$J_\phi = J_{rr} + 2m_d h^2 + \tilde{J} \sin^2(\Omega t) \quad (4)$$

$$\tilde{J} = 2m_d r_d^2 + m_s r_s^2 \quad (5)$$

이와 같은 훨 지지 모델의 실제 수치 적용을 위해 STSAT-3에 사용 예정인 반작용 훨(RSI 01-5/28)의 관련 물성치를 Table 1에 정리하였다[6].

Table 1 RSI 01-5/28 Data

Diameter	95 mm
Mass	< 0.7 kg
Speed	3000 rpm
Torque	5 mN-m
Static Imbalance	0.2 g-cm
Dynamic Imbalance	1.5 g-cm ²

2.2 훨 전달력

훨의 회전 시 질량 불균형에 의해 발생되는 외란에 의해 위성 본체에 전달되는 힘과 토크는 Eqs. 1,2로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_x(t) = kx(t) + cx\dot{t} \quad F_y(t) = ky(t) + cy\dot{t} \quad (6)$$

$$T_x(t) = k_\theta\theta(t) + c_\theta\dot{\theta}(t) \quad T_y(t) = k_\phi\phi(t) + c_\phi\dot{\phi}(t) \quad (7)$$

이 중 k, k_θ, c, c_θ 는 실험을 통해서 얻을 수 있는 값이며, 특히 c, c_θ 의 경우 전달력으로 미치는 영향이 미미하여 무시하였다[5].

본 연구에서는 현 단계에서 실험치 획득이 불가능하여 탄성계수는 일반적으로 많이 사용되는 볼베어링의 탄성계수($k = 4.5 \times 10^7 \text{ N/m}$)로 가정하여 적용하였으며, k_θ 는 이를 근거로 추정하였다[7].

또한 훨의 질량은 훨 기술문서에서의 도면으로 추정하였으며, 리모델링한 3D 훨 도면은 Fig. 2에 나타냈다[6].

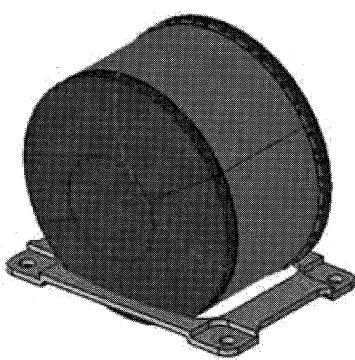


Fig. 2 3D View of Wheel by Remodeling

위 물성치를 가정하여 훨이 3000 rpm으로 회전할 때 한 훨에서 발생하는 외란 힘과 토크의 최대값은 각각 0.1786 N , $7.5737 \times 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}$ 임을 알 수 있다.

2.3 한 개의 훨에 의한 외란

위와 같이 각 훨이 발생하는 외란은 위성 질량 중심에 대하여 토크 외란을 유발시킨다. STSAT-3

의 경우 반작용 훨 배치 평면이 질량 중심에서 d_W 만큼 떨어져 있으며, 이를 고려했을 때 반작용 훨에 의해 위성 본체에 발생되는 토크는 다음과 같이 표현된다[8].

$$T = T_W + d_W \times F_W \quad (8)$$

진동하는 힘 외란 F_W 와 토크 외란 T_W 의 위상이 같아지는 최악의 경우를 가정할 때, 단일 반작용 훨의 외란 힘과 토크에 의한 간단한 위성의 1축 모델은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$I\ddot{\theta} = T \quad (9)$$

T 는 훨 회전속도 Ω 에 따라 진동하므로 이식을 통해 자세각 θ 와 각속도 $\dot{\theta}$ 의 최대 가능치는 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$|\theta| = I^{-1} \frac{T_{\max}}{\Omega^2} \quad (10)$$

$$|\dot{\theta}| = I^{-1} \frac{T_{\max}}{\Omega} \quad (11)$$

STSAT-3용 반작용 훨의 물성치를 적용하였을 경우 θ 와 $\dot{\theta}$ 의 최대 가능 값은 각각 $3.3776 \times 10^{-8} \text{ rad}$, $1.0611 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ 이다.

2.4 피라미드 형상으로 된 배치에 의한 외란

위성에 4개의 반작용 훨이 Fig. 3와 같이 배치되며, 훨은 위성의 X, Z축을 기준으로 약 β 만큼 훨 축 방향이 기울어져 있다. 각 훨 축과 위성의 3축과의 관계는 다음과 같은 방향여현 행렬 C 로 나타낼 수 있다.

$$C = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\beta & -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\beta & \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\beta & \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\beta \\ \sin\beta & \sin\beta & \sin\beta & \sin\beta \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\beta & \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\beta & \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\beta & -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\beta \end{bmatrix} \quad (12)$$

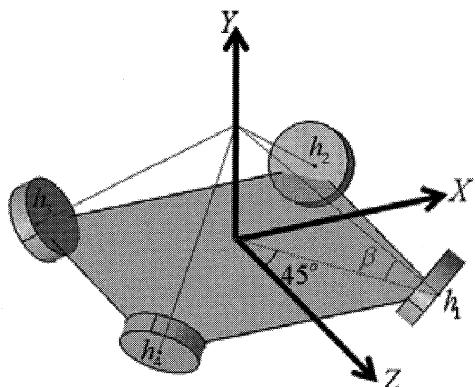


Fig. 3 Reaction Wheel Allocation

이러한 배치 형상으로 4개의 훌이 장착되었을 경우 3축 방향으로 발생되는 위성에 걸릴 수 있는 최대 토크는 $0.1255 \text{ N}\cdot\text{m}$ 이며, Table 2와 같은 STSAT-3의 설계 물성치를 가정하면 Eqs. 10, 11에 의한 최대 가능 θ 와 $\dot{\theta}$ 는 각각 $7.801 \times 10^{-8} \text{ rad}$, $2.4507 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ 이다[9].

Table 2 STSAT-3 Design Parameters

Moment of Inertia	I	$\begin{bmatrix} 36.6 & 0.0867 & 0.6017 \\ 0.0867 & 16.3 & 0.1357 \\ 0.6017 & 0.1357 & 38.6 \end{bmatrix}$
Skew angle	β	35.2679 deg
Moment arm length	d_W	30 cm

2.5 위성 자세 안정성 성능 분석

위성과 훌의 전체 각운동량은 다음과 같이 정의할 수 있다[10].

$$H = I\omega + h \quad (13)$$

$$h = \sum CJ\Omega \quad (14)$$

강체 위성으로 가정하였을 때의 회전 운동 방정식은 다음과 같다[10].

$$\dot{q} = \frac{1}{2}\omega \times q + \frac{1}{2}q_4\omega \quad (15)$$

$$\dot{q}_4 = -\frac{1}{2}\omega^T q \quad (16)$$

$$\dot{I}\omega = -\omega \times I\omega - \omega \times h - u + T \quad (17)$$

$$\dot{h} = u \quad (18)$$

초기조건 $q = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$, $h = 0$, $\omega = 0$, $u = 0$ 에서 외란 토크 T 가 작용하였을 때 반응을 보기 위하여 Eqs. 13-18을 이용한 수치 시뮬레이션을 수행한 결과, Fig. 4와 같이 최대 q 와 ω 는 각각 $3.5474 \times 10^{-8} \text{ rad}$, $2.2476 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ 로 나타났다.

쿼터니언은 임의의 주축 l 과 자세각 θ 로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$q_0 = \cos \frac{\theta}{2} \quad (19)$$

$$q_1 = l_1 \sin \frac{\theta}{2}, q_2 = l_2 \sin \frac{\theta}{2}, q_3 = l_3 \sin \frac{\theta}{2} \quad (20)$$

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1 \quad (21)$$

q 의 경우 매우 작은 값이므로 $\theta \approx 2q$ 로 한 결과 최대 θ 는 $7.0948 \times 10^{-8} \text{ rad}$ 임을 알 수 있다.

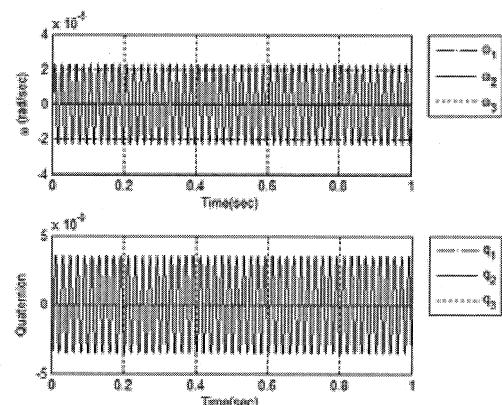


Fig. 4 Simulation Results of Jitter

수치 시뮬레이션을 통한 지터 분석 결과를 Table 3에 정리하였다[11].

Table 3 Results of Jitter

STSAT-3 Requirement	$\pm 0.004 \text{ deg/s}$
Equation. 11	$\pm 2.4507 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ $\approx \pm 0.0014 \text{ deg/s}$
수치 시뮬레이션	$\pm 2.2476 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ $\approx \pm 0.0013 \text{ deg/s}$

1축 모델로 분석한 결과와 3축 수치 시뮬레이션 결과의 차이가 작으므로 간단히 1축 모델을 이용하여 분석을 한 결과도 신뢰할 만하다 할 수 있다.

3. 결 론

반작용 휠의 질량 불균형에 의한 외란이 위성의 자세 안정성에 미치는 영향이 어느 정도인지를 1축 모델과 3축 수치 시뮬레이션으로 분석하였으며, 분석 결과 위성의 안정성을 분석하는데 간단한 1축 모델을 이용하여 얻은 결과도 이용할 수 있음을 보였다. 이 결과는 STSAT-3 주 탑재체의 요구 조건을 만족함을 알 수 있었다.

본 연구는 모든 휠이 같은 위상(in-phase)을 가지는 최악의 경우를 분석한 것이며, 보다 정밀한 안정성 분석을 위해서는 향후 확률적 접근 방법이 필요하다. 또한 실험을 통해 얻은 파라미터를 모델링에 적용한다면 보다 정확한 결과를 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

후 기

본 연구는 2007년도 과학기술위성 3호 개발 사업에 의해 진행되었습니다.

참 고 문 현

[1] 김병진, 이현우, 성단근, “우리별 위성의 자

세제어 시스템”, 제어자동화시스템공학회지, 제3권, 제 2호, 1997, pp. 34-40.

- [2] Hwa-Suk Oh, Jae-Wook Kwon, Hyun-Woo Lee, Myung-Ryong Nam, Dong-Jo Park, “Torque and Force Measurement of a Prototype HAU Reaction Wheel and the Effect of Disturbance on the Attitude Stability of Spacecraft”, KSME International Journal, Vol. 15, No. 6, 2001, pp. 743-751.
- [3] 전동익, 서윤경, 오화석, “위성 자세 안정성 분석을 위한 반작용휠 외란의 실험적 모델링”, 한국항공우주학회 2002년도 추계학술발표회 논문집(1), 2002, pp. 711-714.
- [4] Bialke, B., “Microvibration Disturbance Sources in Reaction Wheels and Momentum Wheels”, ESA SP Conference on Spacecraft Structures Materials and Mechanical Testing, Vol. 386, No. 2, pp. 765-770
- [5] Masterson, R. A. and Miller, D. W., “Development and Validation of Empirical and Analytical Reaction Wheel Disturbance Models”, SERC #4-99, SSL, MIT, Cambridge, June, 1999
- [6] Mähringer, Technical Description Reaction Wheel Assembly RSI 01-5/28, TELDIX, 2000
- [7] 김기환, 최상형, 이영환, 한동철, “볼베어링으로 지지되는 회전축 계의 동특성 해석”, 한국소음진동공학회 1994년도 추계학술대회 논문집, 1994, pp. 210-216.
- [8] Sidi, M. J., Spacecraft Dynamics and Control, Cambridge University Press, 1997
- [9] 김선구, STSAT-3 AOCS Performance Estimation, 인공위성연구센터 기술문서, 2007
- [10] Hwa-Suk Oh, Wan-Sik Choi, Jong-Won Eun, “Continuous Wheel Momentum Dumping using Magnetic Torquers and Thrusters”, 한국항공우주공학회지, 제 13권, 제 2호, 1996, pp. 194-205
- [11] “STSAT-3 MIRIS 자세제어 요구조건”, 한국천문연구원, August, 2007