

論文

복합재료 골프샤프트의 적층최적화

김무선*, 한동철*, 김선진**, 이우일**+

Optimization of stacking sequence for composite golf club shafts

Moo Sun Kim*, Dong-Chul Han*, Seonjin Kim**, Woo Il Lee**+

ABSTRACT

This study presents a methodology for optimization of static characteristics of golf club shafts. Stacking sequence for the optimal composite shaft performance is searched. A new objective function is defined for the simultaneous optimization of flexural and torsional stiffnesses. Classical lamination theory is used for the static analysis. As the optimization tool, genetic algorithm is applied with the stacking sequence as design variables. With the optimal stacking sequence, dynamic characteristics of the shaft is also studied.

초 록

본 논문에서는 골프클럽샤프트의 정적특성의 최적화 방법론을 제시하였다. 복합재료를 사용한 샤프트의 최적성능향상을 위한 쉬트 프리프레그의 적층순서를 구하였다. 클럽샤프트의 굽힘 강성과 비틀림 강성의 동시 최적화를 위하여 새로운 최적화 목적함수를 제시하였다. 샤프트의 정적특성 분석을 위하여 고전적층 이론을 적용하였으며 최적화 방법으로서 적층순서를 설계변수로 정의하는 유전알고리즘을 사용하였다. 또한 얻어진 최적적층순서를 바탕으로 한 샤프트의 동적특성을 분석하였다.

Key Words : 복합재료 골프클럽샤프트(composite golf club shaft), 동시최적화(simultaneous optimization), 적층순서(stacking sequence), 유전알고리즘(genetic algorithm), 고전적층이론(classical laminate theory)

1. 서 론

경제적 여유의 증가와 여가활동 중심의 생활패턴의 영향으로 골프에 관한 일반인들의 관심이 날로 증대하고 있다. 그에 따라 골프에 관련된 산업의 다양성과 규모도 커지고 있으며 그중에서도 특히 골프 용품에 관한 연구와 개발이 활발히 진행되고 있다.

예전 전문 선수들에게 집중되었던 골프 용품의 기술적인 측면이 골프 시장의 확대에 발맞춰 일반인들의 요구에 호응하는 다양성을 추구하게 되었으며 또한 과학적인 접근을 시도함으로써 다양한 소비자들의 특성과 취향에 쉽게 접근할 수 있는 형태의 기술적 발달을 이루어왔다.

실제적인 예로, 오늘 날 대부분의 골프 클럽 샤프트의 경

우, 기술개발의 결과를 바탕으로, 중량은 감소하는 대신 비거리와 정확도를 늘릴 수 있으며, 이에 필요한 기계적 성질을 가질 수 있도록 탄소섬유 복합재료를 바탕으로 한 복합재료로 제조된다.

이번 연구에서는 복합재료로 만들어지는 골프 클럽샤프트의 굽힘 강성과 비틀림 강성을 골퍼의 스윙 타입에 따라 최적의 조건을 가질 수 있도록 설계하는 최적화기법을 제안하였다.

2. 골프 클럽 샤프트

2.1 샤프트

2.1.1 골프 클럽 구성 요소

* 서울대학교 기계항공공학부

** 서울대학교 기계항공공학부, 교신저자(E-mail:wilee@snu.ac.kr)

** 서울대학교 체육교육과

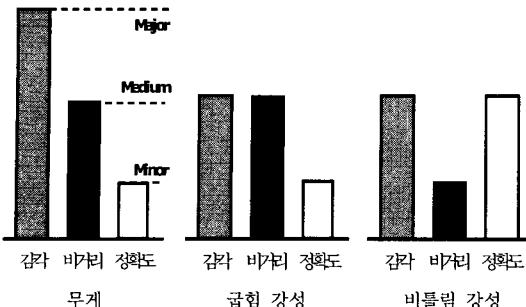


Fig. 1 샤프트 무게, 굽힘 강성, 비틀림 강성이 스윙과 연관된 특성에 미치는 영향의 상대적 중요도.

골프 클럽은 크게 그립, 샤프트, 그리고 클럽 헤드 세 가지 요소로 구분 할 수 있다. 그 중에서 샤프트는 초창기 나무로 제조하기 시작한 후부터 스텔, 탄소섬유 등 점차적으로 중량 대 강도비가 높은 재료로 만들어지는 추세이다. 탄소섬유로 가공되는 샤프트는 중량 대 강도성능이 우수하며 또한 원하는 강성을 비교적 쉽게 구현할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

2.1.2 샤프트 성능 구분 요소

샤프트의 성능을 구분 하는 주요 요소는 샤프트의 무게, 굽힘 강성, 비틀림 강성으로 정의될 수 있다. 이 세 가지 요소가 스윙과 연계되는 감각, 비거리, 정확도에 미치는 영향의 상대적 크기를 Fig. 1에 도표로서 나타내었다. 그럼에서 알 수 있듯이 샤프트의 중량과 굽힘, 비틀림 강성이 비거리와 정확도에 각각 다른 비중으로 영향을 미치고 있음을 알 수 있다. 하지만 세 가지 성능 구분요소의 기준이 모든 골퍼들 경우에서 일관된 특성으로 정해지는 것은 아니다. 예를 들어 샤프트 중량의 경우 너무 가벼우면 상대적으로 강한 스윙력을 가진 프로 선수들에게 스윙 타임에 대한 감각을 악화시킬 수 있는 요인이 될 수 있으며, 그와는 반대로 중량이 큰 샤프트는 일반인들에게 부담스러운 스윙을 요구할 수 있기 때문이다.

굽힘 강성과 비틀림 강성도 골퍼의 특성에 따라 서로 다른 최적값을 나타낼 수 있다. 결국 클럽 샤프트의 피팅(fitting)은 골퍼의 스윙 특성에 따라서 그 기준이 마련되어져야 하며, 그러한 데이터를 바탕으로 골퍼에 알맞는 최적의 중량과 굽힘, 비틀림 강성의 조절이 요구된다.

이번 연구에서는 다양한 골퍼의 스윙특성에 해당하는 피팅 기준이 마련되어 있다는 가정하에, 그 기준을 충족하는 샤프트의 굽힘 강성과 비틀림 강성을 동시에 고려하여 최적화 할 수 있는 최적화 기법을 제안하였다.

2.2 샤프트 제조 공법

복합재료 샤프트의 제조공법으로 널리 적용되고 있는 방법으로는 쉬트 적층 공정(sheet lamination process), 필라멘트 와인딩 공정(Filament winding process), 수지이송성형(resin transfer

molding) 등이 있다. 이 중에서 제조공법의 용이성과 경제성 등을 고려하였을 때 쉬트 적층 공정이 일반적인 제조공법으로 적용되고 있다.

2.3 샤프트 특성 조절 요소

일반적으로 쉬트 적층으로 제조되는 샤프트는 탄소섬유복합재료 쉬트 프리프레그를 적층하여 만들어지는데, 제조시 적층순서와 적층각을 적절히 조절함으로써 골퍼의 요구에 상응하는 다양한 범위의 굽힘 강성과 비틀림 강성을 구현 할 수 있는 샤프트를 제조할 수 있다.

3. 복합재료 샤프트 특성 최적화

3.1 샤프트의 정적 특성 분석

3.1.1 샤프트 정적분석 파라미터

복합재료 샤프트의 정적 특성 분석을 수행하기 위하여 필요한 파라미터를 정의하였다. Fig. 2와 같이 샤프트의 길이와 직경, 적층되는 쉬트 프리프레그의 개수, 그리고 쉬트의 적층 순서 등을 샤프트의 정적 특성에 직접적인 영향을 미칠 수 있는 파라미터들로 생각할 수 있다. 이들 파라미터들 중에서 길이와 직경, 무게(프리프레그의 개수와 관련) 등이 규격화 되어 있다고 가정하였을 경우 쉬트 프리프레그의 방향과 적층순서만을 고려하여 샤프트의 다양한 정적 특성을 구현할 수 있다.

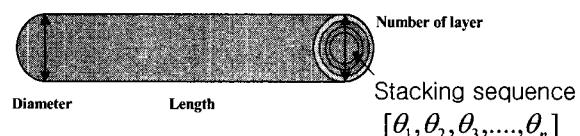


Fig. 2 샤프트의 정적특성 분석을 위한 파라미터.

3.1.2 정적 분석 이론

샤프트의 정적분석을 위한 이론으로 고전적층이론을 적용하였다. 실제 샤프트의 굽힘과 비틀림 거동의 정확한 수치적인 계산을 위해서는 셀 이론을 접목한 유한요소법이 필수적이나, 본 연구는 굽힘 강성과 비틀림 강성이 연성되어 서로 영향을 미치는 경우 두 가지 강성을 동시에 고려하여 최적값을 구할 수 있는 동시 최적화기법개발과 그 기법의 적용에 중점을 두었기 때문에 샤프트 거동을 고전적층 이론으로 단순화하여 분석하였다.

먼저, 샤프트를 평판으로 가정하고, 여기에 굽힘 모멘트와 비틀림 모멘트가 적용될 때의 경우로 가정하여 굽힘과 비틀림이 연계된 해석을 수행하였다.

Fig. 3에 평판 해석시 적용되는 굽힘 모멘트와 비틀림 모멘트의 방향 설정 기준을 나타내었다.

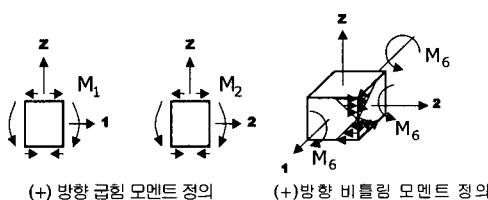


Fig. 3 모멘트 요소의 (+) 방향 정의.

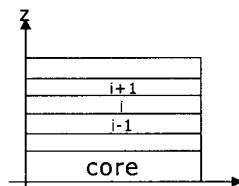


Fig. 4 코어를 중심으로 한 프리프레그의 적층순서 정의.

곡률 k 와 z 방향의 변위 w 의 관계는 수식(1)과 같이 나타낼 수 있다. 곡률정의에서 음의 부호는 Fig. 3에서 모멘트를 정의할 때 설정한 방향과 일관성을 유지하기 위해 사용된다. 위와 같이 정의한 곡률과 모멘트의 관계식은 수식(2)에 나타내었다

$$k_1 \cong -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad k_2 \cong -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad k_3 \cong -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

이때 굽힘강도 D 행렬은 수식(3)과 같이 정의된다.

$$D_{ij} = \int Q_{ij} z^2 dz, \quad D_{ij} = D_{ji} \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (3)$$

Q_{ij} 는 on-axis상의 일방향 복합재료 강성을 주축에 대해 회전된 각도만큼 off-axis상의 값으로 변환했을 때의 강성을 의미한다[2].

클럽 샤프트의 윗 종단면에 코어 중심으로 프리프레그가 적층되었을 때의 적층순서를 Fig. 4에 모사하였다.

정적 해석은 먼저, 적층되는 프리프레그 플라이 각도 벡터로부터 off-axis 상의 강성을 구한 후, 그로부터 굽힘 강성 행렬을 구성, 주어진 모멘트로부터 곡률을 구한다.

클럽의 그립 부분과 맞닿는 샤프트 끝은 구속조건으로 가정하였으며 나머지 끝단에 일정 굽힘 모멘트와 비틀림 모멘트가 작용한다는 경계조건 하에 구해진 곡률로부터 수식(1)에서 적분을 통하여 변위값을 계산하게 된다.

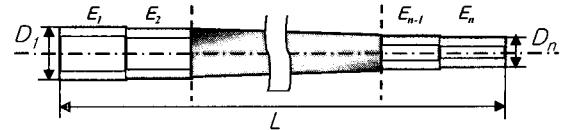


Fig. 5 클럽 샤프트 모델링.

$$[\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n]$$

$$0, 45, 90, -45$$

0 1 2 3

Fig. 6 설계변수정의와 정수 변환 규칙.

3.1.3 샤프트 모델링

정적 해석을 수행할 샤프트를 Fig. 5에서 보는 바와 같이 중심에 코어가 위치한 1차원 대칭 적층판으로 가정하였으며 두께가 선형적으로 변하는 10개의 요소로 나누어 샤프트 양끝단의 지름의 변화를 고려하였다.

3.2 최적화 기법

3.2.1 유전알고리즘

최적의 적층 순서를 구하는 문제를 다루는 연구에서 주로 쓰이는 최적화 기법은 유전 알고리즘이다[1].

유전 알고리즘은, 주변 환경에 적응하고 진화해가며 우성인자가 살아남는 자연현상을 모사한 최적화기법이다[3]. 이 기법은 각 인자의 목적함수 평가값을 기반으로 우성인자를 식별하여 재생산(reproduction), 교배(crossover), 돌연변이(mutation) 등 연산을 거쳐 더 나은 우성인자를 생산하게 된다. 흔히 적층순서 문제에서는 Fig. 6과 같이 플라이 각도가 설계변수로서 정의된다.

설계 변수로 정의하기 위해서 플라이 각도를 정수 값으로 변환하는 과정을 거치게 된다. 이번 연구에서는 대표적인 4개의 플라이 각도를 Fig. 6과 같이 정수로 변환하였다.

3.2.2 목적함수 정의

골프클럽 샤프트의 최적화는 굽힘 강성과 비틀림 강성을 골퍼의 특성에 맞게 조절하는 것으로 생각할 수 있다.

비거리와 정확도를 향상시키기 위한 두 강성의 최적화는 3.1.2절에서 살펴본바와 같이 서로 연계되어 있으며 다목적함수로서 정의할 수 있다.

이번 연구에서는 최적화 기법으로서 동시최적화와 구속조건을 갖는 최적화 두 가지로 나누어 설정하였으며 또한 그 경우에 따라 새로운 목적함수를 정의하였다. 골퍼의 특성에 따라 최적의 강성 크기의 예는 다양하게 분포할 수 있으므로, 이번 최적화 예제는 각 골퍼에 따라 다르게 발생할 수 있는

경우의 수 중에서, 프로골퍼에 적합한 굽힘 강성과 비틀림 강성을 가능한 한 동시에 최대의 크기로 실현할 수 있는 경우로 설정하였다.

동시 최적화

굽힘 강성과 비틀림 강성, 두개의 목적함수를 하나의 목적함수로 연계하여 정의하였다. 일반적으로 동시 최적화문제에서는 각 개별 목적함수간의 상대적인 중요도를 고려하기 위하여 개별 목적함수의 가중치를 이용한 형태로서 목적함수가 정의되는데, 이때 각 목적함수에 할당된 가중치 값에 따른 최적화 함수평가 값에 대한 개별 목적함수의 기여도가 가중치에 정확하게 비례하지 않는다.

이번 연구에서는 별칙 매개변수를 이용한 새로운 목적함수를 수식(4)과 같이 정의하였다. 강성이 커질수록 외력에 의해 생기는 최대변위는 작아지므로 목적함수를 변위함수로 나타내어 최대화문제로 정의하였다.

$$f(\Theta_i) = \frac{1}{d_b} (1 + \Gamma \frac{d_e}{d_t}) \quad (4)$$

이때 Θ_i 는 플레이 적층각 벡터를 의미하며 d_b, d_t, d_e, Γ 는 각각 굽힘에 의한 종단 변위, 비틀림 변위, 임계 비틀림 변위, 별칙 매개변수를 나타낸다.

종단 변위와 비틀림 변위 값은 클럽의 그립부분과 맞닿는 샤프트의 끝단을 구속시킨 후 반대편 끝단에 일정한 굽힘, 비틀림 모멘트가 동시에 적용되는 경우를 가정하여, 강성과 모멘트를 이용한 수식 (2)로부터 곡률값을 구한 후 수식 (1)에서 적분을 통해 구하게 된다.

별칙 매개변수 Γ 는 동시 최적화에서는 1의 값을 가지며 구속조건을 갖는 최적화에서는 0의 값으로 주어진다. 임계 비틀림 변위 d_e 는 골퍼의 스윙 특성에 따라 변하는 값으로 설계자가 미리 그 값을 지정해준다.

골퍼에 따라 임계 비틀림 값은 달라지므로, 이번 예제에서는 발생 할 수 있는 최대 비틀림 변위를 먼저 구한 후 그 값의 임의의 비율($d_e = C \cdot d$)로 일반화하여 설정하였다.

구속조건을 갖는 최적화

구속조건을 갖는 일반적인 최적화 기법을 이용하여 최적화를 수행하였다. 구속조건을 갖는 최적화기법의 목적함수는 수식(4)에서 별칙 매개변수가 0의 값을 가질 때와 같으며 이때 수식(5)의 형태로 정의된다.

$$f(\Theta_i) = \frac{1}{d_b} \text{ subject to } d_t \leq d_e \quad (5)$$

Table 1 샤프트 정적특성 분석을 위한 매개변수

L (길이)	1m
D_1 (그립 부근 샤프트 끝단의 지름크기)	0.02m
D_2 (헤드 부근 샤프트 끝단의 지름크기)	0.016m
n (프리프레그 플라이 개수)	10
Q_{tx} (프리프레그 일방향 강성)	134Gpa
Q_{ty} (프리프레그 종방향 강성)	7Gpa
Q_{tz} (프리프레그 전단 강성)	1.75Gpa
M_h (굽힘모멘트)	1000Nm
M_t (비틀림모멘트)	50Nm

본 예제에서는 위 두 가지 최적화 기법 모두, 굽힘 강성과 비틀림 강성이 가능한 한 최대값을 가질 수 있는 경우를 가정하여 목적함수를 정의하였다.

3.3 최적화 결과

Table 1에 샤프트 정적특성 분석을 위해 적용한 샤프트의 기하학적 조건과 프리프레그의 기계적 특성, 그리고 모멘트 조건을 표시하였다.

동시최적화와 구속조건을 갖는 최적화, 두가지 경우에 대해서 그 결과를 도시하였다. 먼저 굽힘 강성과 비틀림 강성을 별개로 생각했을 때 얻을 수 있는 최대값을 시범적으로 구하였다.

Fig. 7은 굽힘 강성과 비틀림 강성을 분리하여 정의한 독립적인 목적함수를 가졌을 때 얻은 적층값 벡터 값과 최적화 결과를 나타낸다. 도표에서 알 수 있듯이 각각의 최대 굽힘 강성과 비틀림 강성은 상대 강성의 완화와 연계되어 얻어진다.

이후 모든 최적화 결과값들은 독립적인 목적함수로부터 얻어진 결과값을 기준으로 정규화하여 나타내었다.

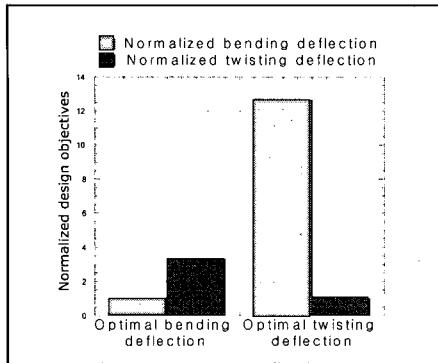
Fig. 8은 임계 비틀림 변위를 목적함수에 포함하여 동시최적화를 수행하였을 때 얻은 적층값 벡터와 결과값을 나타낸다. 임계 비틀림 변위가 완화될수록, 굽힘변위는 그 보상으로 인해 더 높은 강성을 보임을 확인 할 수 있다.

Fig. 9는 비틀림 강성을 구속조건으로 정의하고 목적함수를 굽힘 강성의 함수로 정의하였을 때의 최적화 결과를 보여주고 있다. Fig. 8과 마찬가지로 구속조건이 완화될수록, 그 보상으로 얻을 수 있는 최적화 값의 크기는 개별적 최적화의 결과에 근접하고 있음을 알 수 있다.

3.4 샤프트 동적 특성 분석

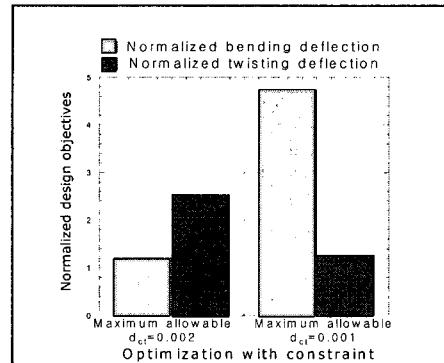
3.4.1 샤프트 동적 특성 파라미터

샤프트 정적특성분석과 최적화로부터 얻어진 적층각벡터값을 기초로 하여 샤프트의 동적특성을 분석하였다. 동적분석을 위한 매개변수로서 샤프트의 길이, 끝단면의 지름, 두께 등과 함께 최적화로부터 얻어진 적층각순서, 클럽 헤드의 중량, 샤프트의 중량, 회전속도와 가속도등 새로운 매개변수의 설정이 필요하다.



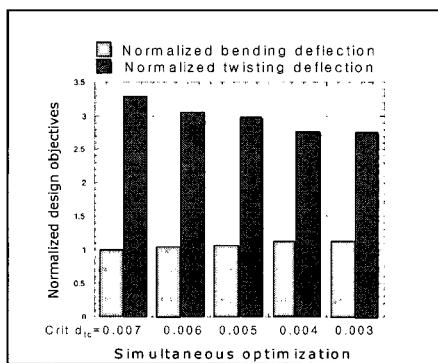
	적층각 벡터
최적굽힘강성	0 0 0 0 0 0 0 0 0
최적비틀림강성	-45 45 45 45 45 0 0 -45 0 90

Fig. 7 굽힘과 비틀림 강성의 개별 최적화 결과.



	적층각 벡터
$d_{tc}=0.002$	0 0 0 90 0 0 45 0 45 0
$d_{tc}=0.001$	0 90 45 45 90 0 45 0 -45 0

Fig. 9 비틀림 강성 구속조건을 갖는 굽힘 강성 최적화 결과.



	적층각 벡터
$d_{tc}=0.007$	90 0 0 0 0 45 0 0 0 45
$d_{tc}=0.006$	0 0 90 0 45 0 0 0 0 45
$d_{tc}=0.005$	90 0 0 0 0 45 0 0 0 45
$d_{tc}=0.004$	0 0 0 90 45 0 0 0 0 45
$d_{tc}=0.003$	90 0 0 0 0 0 45 0 45

Fig. 8 굽힘과 비틀림 강성의 동시 최적화 결과.

샤프트 밀도는 1530kg/m^3 , 클럽헤드 무게중심의 샤프트 축으로부터의 편심거리는 0.05m , 중량은 0.3kg 으로 가정하였다.

정확한 운동학적 모델링을 위해서는 실제 스윙시 골퍼의 신체까지 고려한 모델링이 필요하나, 모델링의 용이성과 그립부근 손목의 운동학적 데이터 획득의 어려움으로 인하여 동적분석을 위한 단순화 가정으로서, 샤프트 회전시 그립부근의 샤프트 끝이 회전중심축위에 놓여있으며, 클럽헤드의 무게중심과 샤프트 축의 연장선과의 거리는 일정하게 유지된다는 가정을 하였으며 샤프트의 회전속도를 Fig. 10과 같이 스윙시작부터 타격이 이루어지는 약 0.4초까지의 시간에 대한 3차함수로 정의하였다.

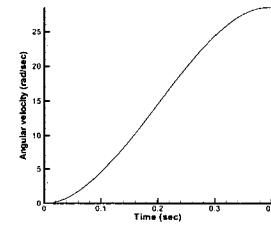


Fig. 10 시간에 따른 샤프트 스윙 속도.

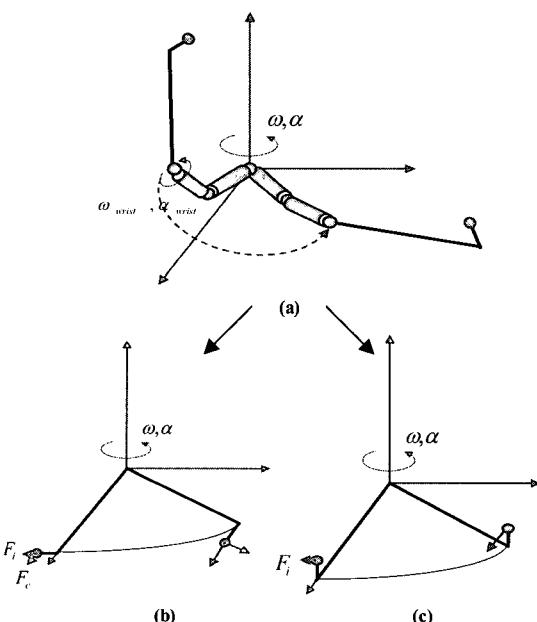


Fig. 11 (a) 3차원 스윙 운동, (b) 굽힘 운동 모델링, (c) 비틀림 운동 모델링.

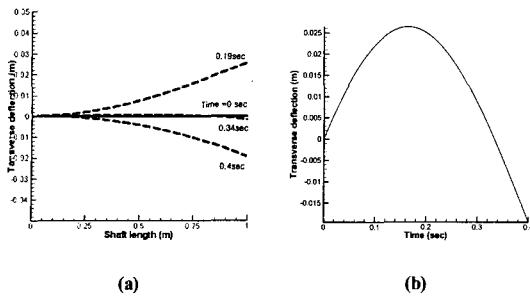
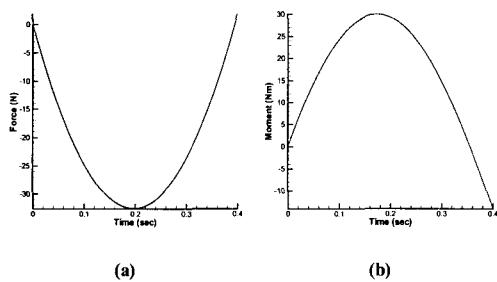
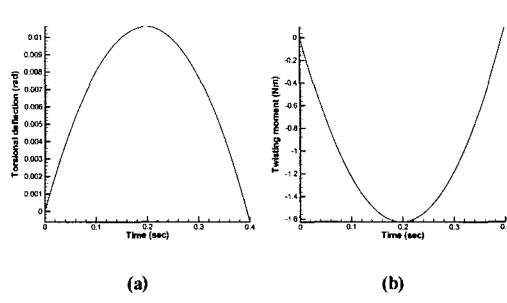


Fig. 12 (a) 샤프트 길이에 따른 종방향 변위, (b) 헤드부근 샤프트 끝단의 종방향 변위.



설계 3차원상의 움직임을 샤프트의 병진운동과 샤프트의 축방향에 대한 회전을 배제한 2차원 평면상의 모델링으로 단순화하여 해석을 수행하였다.

Fig. 11은 스윙시 실제 움직임을 동적해석모델에 적용하기 위하여 굽힘 운동과 비틀림 운동으로 분리하여 모델링 한 그림이다. 굽힘 운동은 헤드의 관성력과 원심력에 관계된 모멘트에 의해 발생함을 나타내었으며, 비틀림 운동은 헤드의 관성력에 의한 모멘트에 의해서 유도됨을 가정하였다.

3.4.2 동적 특성 분석

동적특성분석을 위하여 수식(6)과 같이 운동방정식을 구성하여 유한요소해석을 수행하였다. 이때 u 는 종방향으로의 샤프트 변위, θ_1 는 굽힘각, θ_2 는 비틀림각을 각각 의미한다. M 행렬과 K 행렬은 질량행렬과 강성행렬을 나타낸다.

$$[M]\{u\} + [K]\{u\} = \{f\}$$

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ \theta_{b1} \\ u_2 \\ \theta_{b2} \end{Bmatrix}, \quad \{f\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ M_{b1} \\ F_2 \\ M_{b2} \end{Bmatrix} : \text{굽힘 운동} \quad (6)$$

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} \theta_{n1} \\ \theta_{n2} \end{Bmatrix}, \quad \{f\} = \begin{Bmatrix} M_n \\ M_2 \end{Bmatrix} : \text{비틀림 운동}$$

3.4.3 동적 특성 분석 결과

Fig. 12에 시간에 따른 전체길이의 샤프트 종방향 변위와 끝단의 종방향 변위를 나타내었다. 스윙을 시작한지 약 0.19초 후부터 샤프트 탄성의 영향으로 변위가 줄어들기 시작하며 볼에 타격을 가하는 시점인 0.3초부근에 비거리를 늘리는데 도움을 주는 kick 효과가 발생함을 확인할 수 있다.

Fig. 13은 샤프트의 그립부근 끝단에서 얻어지는 시간에 따른 힘과 굽힘 모멘트의 변화를 보여준다. 골퍼가 샤프트 그립부분을 쥐었을 때를 수치해석 시 구속경계조건으로 가정하였으며, 그때 경계부근에 작용하는 힘과 모멘트를 스윙을 할 때 골퍼가 느낄 수 있는 샤프트 반발력의 수치적인 표현으로 정의할 수 있다. Fig. 14는 Fig. 13과 마찬가지로 샤프트의 그립부근 끝단에서 얻어지는 비틀림 변위와 비틀림 모멘트를 보여주고 있다.

4. 결 론

이번 연구에서는 복합재료 골프 클럽의 성능향상을 위해 유전알고리즘을 이용하여 적층순서를 최적화할 수 있는 방법론을 제시하였다. 설계 목적인 굽힘 강성과 비틀림 강성을 동시에 최적화 할 수 있는 새로운 동시 최적화 목적함수와 구속 조건을 갖는 최적화 목적함수를 함께 고려하였다. 앞으로의 연구주제로 실제 스윙에 가까운 모델링을 통한 운동학적 특성 분석을 이용하여 유전 알고리즘을 이용한 샤프트의 동적특성의 최적화도 고려할 수 있을 것이다.

참고문현

- C.H.Park, W.I.Lee, W.S.Han, A.Vautrin, "Weight Minimization of Composite Laminated Plates with Multiple Constraints," *Composite Science and Technology*, Vol. 63, 2003, pp. 1015-1026.

- 2) S.W.Tsai and H.T.Hahn, Introduction to Composite Materials, Technomic Publishing Company, Inc., 1980.
- 3) Goldberg DE, Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Addison Wesley, 1989.
- 4) J.N.Reddy, An introduction to the finite element method, McGrawHill International edition, 1986.
- 5) T.Iwatsubo, S.Kawamura, Y.Kawase and M.Ohnuki, "Torsional deflexion of club shafts during the golf swing," The Engineering of Sport, 4th International Conference, Sep 3-6, 2002, pp. 376-382.
- 6) Theodore P.Jorgensen, The physics of GOLF, AIP Press, 1999.