

## 임계면법을 이용한 횡등방성 암석의 강도 예측

이연규<sup>1)\*</sup>

### Prediction of Strength for Transversely Isotropic Rock Based on Critical Plane Approach

Youn-Kyou Lee

**Abstract** Based on the critical plane approach, a methodology for predicting the anisotropic strength of transversely isotropic rock is proposed. It is assumed that the rock failure is governed by Hoek-Brown failure criterion. In order to establish an anisotropic failure function, Mohr envelope equivalent to the original Hoek-Brown criterion is used and the strength parameters  $m$ ,  $s$  are expressed as scalar functions of orientation. The conjugate gradient method, which is one of the robust optimization techniques, is applied to the failure function for searching the orientation giving the maximum value of the anisotropic function. While most of the existing anisotropic strength models can be applied only when the stress condition is the same as that of conventional triaxial compression test, the proposed model can be applied to the general 3-dimensional stress conditions. Through the simulation of triaxial compression tests for transversely isotropic rock sample, the validity of the proposed method is investigated by comparing the predicted triaxial strengths and inclinations of failure plane.

**Key words** Critical plane approach, Transversely isotropic rock, Hoek-Brown failure criterion, Strength anisotropy

**초 록** 임계면법을 적용하여 횡등방성 암석의 강도이방성을 해석하는 방법을 제안하였다. 암석의 파괴는 Hoek-Brown 파괴기준을 따르는 것으로 가정하였다. Hoek-Brown의 경험적 파괴기준식에 대응되는 Mohr 포락선식을 이용하고 강도상수인  $m$ 과  $s$ 를 방향에 따른 스칼라 함수로 정의하여 이방성 파괴함수를 구성하였다. 이방성 파괴함수를 최대로 하는 임계면의 방향을 찾기 위하여 직접 최적화기법의 하나인 공액구배법을 적용하였다. 횡등방성 암석에 대한 기존 이방성 강도모델이 대부분 삼축압축실험과 동일한 응력조건에서만 적용할 수 있는데 반하여 이 연구에서 제안된 방법은 일반적인 3차원 응력조건에도 쉽게 적용할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 삼축압축실험의 모사를 통하여 얻어진 삼축압축강도와 파괴면의 경사에 분석을 통하여 제안된 방법의 적합성을 검토하였다.

**핵심어** 임계면법, 횡등방성 암석, Hoek-Brown 파괴조건, 강도 이방성

## 1. 서 론

변성암이나 퇴적암에서는 특정 방향으로 발달한 조직(fabric)이나 연약면의 존재로 인하여 강도 및 변형거동이 이방성을 보이는 경우가 많다. 암석의 이방성 거동을 해석하려면 필요한 관련 탄성정수 및 강도정수를 결정해야 하지만 이들을 실험적으로 결정하는 것이 매우 어렵기 때문에 암석의 이방성 해석은 매우 제한적으로

수행되고 있는 실정이다. 횡등방성(transversely isotropy)은 이방성의 가장 간단한 형태로서 셰일(shale), 슬레이트 slate), 편암(schist) 등과 같은 암석에서 흔히 관찰된다.

횡등방성 암석 시료에 대한 삼축압축실험 결과에 의하면 연약면의 경사각이 증가함에 따라 시료의 파괴강도는 점차 감소하고 이 후 최저점에 도달한 후 다시 증가되는 양상을 나타낸다(Donath, 1964, McLamore & Gray, 1967, Horino & Ellickson, 1970). 횡등방성 암석에 대한 삼축압축실험 결과를 수치해석적으로 모사하려는 최초의 연구는 Jaeger(1960)에 의해 시도되었다. Jaeger의 연구에서는 연약면과 무결함질에 각기 다른 Mohr-Coulomb 식을 적용한 후 둘 중 먼저 파괴에

<sup>1)</sup> 군산대학교 해양시스템공학전공 부교수

\* 교신저자 : kyoulee@kunsan.ac.kr

접수일 : 2007년 4월 4일

심사 완료일 : 2007년 4월 17일

도달하는 식을 시료의 파괴조건으로 가정하였다. 이와 유사한 연구가 Hoek-Brown 조건식을 적용하여 수행되기도 하였다(Hoek, 1983). Hoek & Brown(1980)은 그들이 제안한 경험적 강도식의 정수인  $m$ ,  $s$  값을 연약면의 경사에 따라 변화시키는 방법으로 횡등방성 암석시료의 강도 이방성을 해석하였다.

앞에서 언급된 해석적 방법들은 삼축압축실험 결과를 모사하기 위하여 개발되었기 때문에 최소주응력의 방향이 연약면의 경사방향과 일치하는 경우에만 적용할 수 있는 제약이 있다. 또한 무결암과 절리면에 각각 적용되는 2가지 강도정수만을 갖기 때문에 이들 정수들이 방향에 따라 연속적으로 변해야 하는 일반성을 갖지 못하고 있다. 최근 Pietruszczak & Mroz(2001)은 일반적인 삼축응력 조건에서 재료의 강도이방성을 해석할 수 있는 임계면법(Critical Plane Approach, CPA)을 제안하여 퇴적암과 벽돌구조의 해석에 성공적으로 적용하였다(Pietruszczak et al., 2002, Ushaksarai & Pietruszczak, 2002). 임계면법에서는 Kanatani(1984)에 의해 제안된 조직텐서(fabric tensor) 개념을 적용하여 강도정수들을 공간 분포함수로 정의함으로써 연약면의 방향성에 따라 강도정수들이 연속적으로 변화되는 것이 고려된다. 강도정수들의 공간분포함수를 이용하여 재료의 이방성 강도식을 구성한 후 최적화 과정을 이용하면 파괴에 가장 취약한 방향성을 갖는 임계면을 찾을 수 있다. 임계면법은 일반적인 삼축응력 조건에서 암석의 이방성 강도를 예측할 수 있고 파괴면의 발달과정을 추적할 수 있는 장점을 가지고 있지만 최적화 과정에서 많은 계산시간이 소요된다는 단점도 역시 가지고 있다.

이 연구에서는 임계면법을 평면이방성 암석의 강도 예측에 적용하였다. 암석의 파괴조건으로 Hoek-Brown 조건식을 가정하였다. 연약면의 방향성과 구속압의 크기에 따른 암석시료의 삼축강도 및 파괴면의 방향을 예측하고 그 특성을 분석하였다. 또한 기존의 횡등방성 암석강도 해석법에 의한 결과와 비교를 통하여 이 연구에서 소개된 임계면법의 우수성을 검증하였다.

## 2. Hoek-Brown 암석의 파괴조건

### 2.1 무결암의 파괴조건

Hoek-Brown(H-B) 암석의 파괴조건은 다음과 같은 비선형 관계식으로 표현된다.

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m\sigma_c\sigma_3 + s\sigma_c^2} \quad (1)$$

여기서  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$ 는 각각 파괴시의 최대 및 최소 주응력

이고  $\sigma_c$ 는 일축압축강도이며  $m$ 과  $s$ 는 암석의 강도정수이다. 또한 식 (1)에 대응되는 전단응력( $\tau$ )-수직응력( $\sigma$ )의 관계식 즉, Mohr 파괴포락선이 Bray에 의해 다음과 같은 매개변수 방정식 형태로 유도되었다(Hoek, 1983).

$$\tau = \frac{m\sigma_c}{8} f(\sigma) \quad (2a)$$

$$f(\sigma) = \cot\phi_i - \cos\phi_i \quad (2b)$$

$$\phi_i = \tan^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{4h\cos^2\delta - 1}} \right) \quad (2c)$$

$$\delta = \frac{1}{3} \left( 90^\circ + \tan^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{h^3 - 1}} \right) \right) \quad (2d)$$

$$h = 1 + \frac{16(m\sigma + s\sigma_c)}{3m^2\sigma_c} \quad (2e)$$

식 (2)에서는 압축응력을 양의 값으로 가정하였다. 식 (2c)의  $\phi_i$ 는 수직응력  $\sigma$ 에 대한 순간 마찰각이며 이에 대응되는 순간 접착력( $c_i$ )은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$c_i = \tau - \sigma \tan\phi_i \quad (3)$$

### 2.2 연약면을 갖는 암석의 파괴조건

슬레이트나 세일과 같이 규칙적인 연약면을 갖는 횡등방성 암석의 강도 해석을 위해 Hoek & Brown(1980)은 식 (1)의 강도정수  $m$ 과  $s$ 를 다음과 같은 경험식으로 대체하였다.

$$m = m_i (1 - A_1 e^{-\Psi}) ; \quad s = 1 - P_1 e^{-\zeta} \quad (4a)$$

$$\Psi = \frac{90 - \beta - \xi_m}{A_2 + A_3(90 - \beta)} ; \quad \zeta = \frac{90 - \beta - \xi_s}{P_2 + P_3(90 - \beta)} \quad (4b)$$

여기서  $\beta$ 는 Fig.1에 도시된 바와 같이 연약면의 경사각을 나타내며,  $m_i$ 는 무결암의  $m$ 값,  $A$ 와  $P$ 는 상수,  $\xi_m$ 과  $\xi_s$ 는 각각  $m$ 과  $s$ 가 최소값을 나타낼 때의  $\beta$ 값이다.

규칙적인 연약면이 발달한 시료의 강도는 Fig. 1의 곡선 A와 같이 경사각에 따라 점진적으로 변화되는 것으로 알려져 있다. 식 (4)에 의하면 연약면의 경사각에 따라 강도 상수  $m$ 과  $s$ 가 변화하지만 일단 이들 값이 정해지면 암석은 등방성 매질로 취급된다는 점을 주목할 필요가 있다. 따라서 식 (4)를 활용한 강도 해석은 진정한 의미의 이방성 해석이라고 할 수는 없다. 또한 식 (4)에는 많은 상수들이 포함되어 있어 이들의 결정을 위해

많은 실험자료가 필요하다. Hoek & Brown(1980)은 삼축압축시험 결과로부터 이를 상수를 결정하는 몇 가지 예들을 제시하고 있다.

Hoek(1983)은 Jaeger(1960)의 방법과 유사한 해석방법을 연약면을 갖는 암석의 강도해석에 적용하였다. 연약면에 작용하는 수직응력은 다음과 같이 계산할 수 있으므로

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\beta \quad (5)$$

연약면의 강도정수 값인  $m_j$ 와  $s_j$ 가 주어진다면 연약면의 순간마찰각  $\phi_j$ 와 순간접착력  $c_j$ 은 식 (2c)와 식 (3)을 이용하여 구할 수 있다. 이를 이용하면 연약면의 파괴조건은 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \frac{2(c_j + \sigma_3 \tan \phi_j)}{(1 - \tan \phi_j \cot \beta) \sin 2\beta} \quad (6)$$

따라서 무결암과 연약면의 파괴조건으로 각각 식 (1)과 식 (6)을 적용하면 Fig. 1의 곡선 B와 같은 형태의 강도곡선을 얻을 수 있다. 그러나 H-B 조건식이 비선형이기 때문에 삼축압축강도  $\sigma_1$ 을 구하기 위해서는 반복과정이 필요하며 그 순서는 다음과 같다.

- 주어진  $\sigma_3$ 에 대해 식 (1)으로부터 무결암의 파괴강도  $\sigma_1$ 을 계산한다.
- (i)의 결과를 이용하여 식 (5)로부터 연약면에 작용하는 수직응력  $\sigma$ 를 구한다.
- $m_j$ ,  $s_j$ 와 (ii)에서 구한  $\sigma$ 를 이용하여 식 (2c)와 식 (3)으로부터  $\phi_j$ 와  $c_j$ 를 구한 후 식 (6)을 이용하여 연약면의 미끄러짐을 유발시키는  $\sigma_1$ 을 구한다.
- (iii)에서 구한  $\sigma_1$ 이 (i)에서 구한  $\sigma_1$ 에 비하여 작

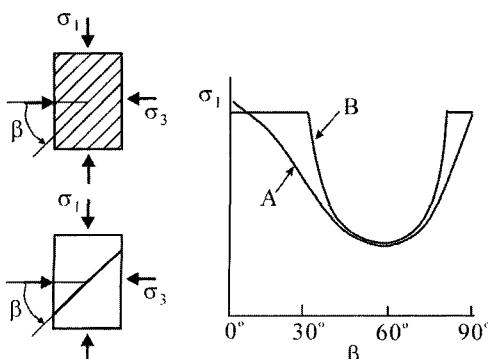


Fig. 1. Triaxial strength of transversely isotropic rock

으면 시료의 파괴는 절리면의 미끄러짐에 의하여 발생되는 것으로 생각할 수 있다. 이 경우 (ii)로 되돌아가 (iii)에서 구한  $\sigma_1$ 을 이용하여 절리면의 수직응력  $\sigma$ 를 새로 구한다.

- 연속하여 구해지는  $\sigma_1$ 의 차이가 1% 이내가 될 때까지 (ii)~(iv)과정을 반복한다.

### 3. 임계면법

#### 3.1 이방성 H-B 파괴함수

임계면법은 파괴함수가 최대가 되는 임계면이 존재한다는 가정에서 출발한다. 임계면법을 적용하기 위해서는 파괴조건식이 면에 작용하는 수직응력과 전단응력의 합수로 표현되어야 한다. 응력이 점진적으로 증가되면 특정방향의 면에서 파괴조건식이 만족되게 되고 이 임계면을 새로 생성된 균열면으로 가정할 수 있다.

Fig. 2는 단위벡터  $\mathbf{n}$ 에 수직인 평면에 작용하는 응력ベ터  $\mathbf{t}$ 와 그 성분벡터들을 보여준다. 이 면에 작용하는 수직응력  $\sigma^n$ 과 최대전단응력  $\tau^n$ 은 다음 식으로 계산된다.

$$\sigma^n = \mathbf{n} \cdot \mathbf{t} = \sigma_{ii} n_i n_i \quad (7)$$

$$\tau^n = ||\mathbf{t} - \mathbf{t}^n|| = ||(\delta_{ij} - n_i n_j) \sigma_{ik} n_k|| \quad (8)$$

식 (8)에서  $\delta_{ij}$ 는 Kronecker 델타를 나타낸다.

한편 단위 수직벡터가  $\mathbf{n}$ 인 평면에서 H-B 강도정수  $m$ 과  $s$ 는 다음과 같은 스칼라 함수로 표시될 수 있다고 가정하였다.

$$m = a_1''' + a_2''' \exp(\Omega_{ij}'' n_i n_j); \quad s = a_1^s + a_2^s \exp(\Omega_{ij}^s n_i n_j) \quad (9)$$

여기서  $a$ 는 실驗적으로 결정되어야 할 상수들이고  $\Omega$ 는 방향에 따른  $m$ 과  $s$ 의 변화를 표현해주는 조직텐서

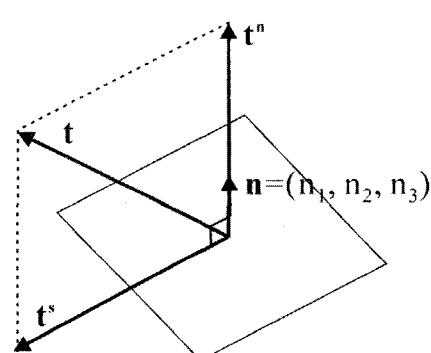


Fig. 2. Traction vector on a plane

(fabric tensor)로서 대칭이며 대각항들의 합이 0인 성질을 갖는 2차 텐서이다. 따라서  $\Omega$ 는 응력텐서와 동일한 좌표변환 규칙을 따른다. 등방성 매질의 경우  $\Omega=0$ 이 되어  $m$ 과  $s$ 는 상수 값을 갖게 된다.

횡동방성 암석에서 Fig. 3과 같이 설정된 국부좌표계 ( $e_1, e_2, e_3$ )에서 조직텐서는

$$\Omega' = \begin{bmatrix} \Omega_0 & 0 & 0 \\ 0 & -2\Omega_0 & 0 \\ 0 & 0 & \Omega_0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

의 형태를 갖게 되고 이는 다음의 좌표변환 관계식을 이용하여 전체좌표계로 변환될 수 있다.

$$\Omega = L^T \Omega' L \quad (11)$$

여기서  $L$ 은 좌표변환 행렬이다.

식 (9)에 의하면  $e_1$ 축과  $\theta$ 의 각도를 이루는 면에서  $m$ 과  $s$ 는 국부좌표계에서 다음 식으로 간단히 표시된다.

$$\begin{aligned} m &= a_1^m + a_2^m \exp(\Omega_0^m(1-\cos^2\theta)); \\ s &= a_1^s + a_2^s \exp(\Omega_0^s(1-\cos^2\theta)) \end{aligned} \quad (12)$$

따라서 횡동방성 암석의 강도 이방성을 기술하기 위해서는  $m$ 과  $s$ 각각에 대해 3가지 상수  $a_1, a_2, \Omega_0$ 가 결정되어야 함을 알 수 있다. 이들 상수는 암석시료에 대한 직접전단시험이나 삼축압축실험을 통하여 결정할 수 있다. 예를 들어 Hoek(1983)은 삼축압축 실험결과로부터 연약면의  $m$ 과  $s$ 값을 구하는 통계적 방법을 제시하였다.

이제 식 (2), 식 (7)~식 (9)를 이용하면 H-B 암석의 이방성 파괴함수(failure function)은 다음과 같이 수립될 수 있다.

$$F(n_i) = \tau^n - \frac{m\sigma_c}{8} f(\sigma^n) \quad (13)$$

### 3.2 임계면의 탐색

임계면은 파괴함수가 최대가 되는 면으로 정의된다.

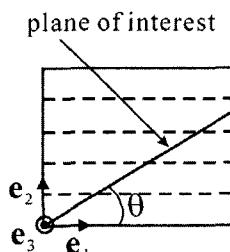


Fig. 3. Material triad of transversely isotropic rock

임계면에서  $F=0$ 이 만족되면 이 임계면은 새로 형성된 균열면으로 가정할 수 있다. H-B 암석에서 임계면의 탐색은 파괴함수인 식 (13)을 최대로 하는  $\mathbf{n}$ 을 찾는 문제로 귀결된다. 또한 이 최대화 문제는  $n_i n_i = 1$ 이라는 제한 조건을 갖는다는 것도 주목할 필요가 있다.

제한조건을 갖는 최적화 문제의 해는 Lagrange multiplier 법을 적용하여 구할 수 있지만, Lagrange multiplier의 도입으로 인한 최적화변수의 증가 문제를 완화시키기 위하여 직접 탐색법의 일종인 공액구배법(conjugate gradient method)(Press et al., 1992)을 적용하였다. 한편 방향벡터  $\mathbf{n}$ 은 위치벡터  $\mathbf{x}$ 와 다음의 관계가 있음을 활용하여 구속조건을 제거하였다.

$$n_i = \frac{\mathbf{x}_i}{\|\mathbf{x}_i\|} \quad (14)$$

즉 파괴함수를 방향벡터  $\mathbf{n}$ 대신 위치벡터  $\mathbf{x}$ 에 대해 직접 최적화를 수행하였다. 따라서 균열이 발생되는 방향을 찾는 문제는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\max F(\mathbf{x}_i) = 0 \quad (15)$$

공액구배법을 이용하기 위해서는 탐색점  $\mathbf{x}$ 에서 함수값  $F(\mathbf{x}_i)$ 뿐만 아니라 함수의 그레디언트  $\nabla F(\mathbf{x}_i)$ 도 필요하게 된다.  $\nabla F$ 는 다음의 관계식으로부터 구할 수 있다.

$$\frac{\partial F}{\partial \mathbf{x}_i} = j_{ij} \frac{\partial F}{\partial n_j}; \quad j_{ij} = \frac{\partial n_j}{\partial x_i} \quad (16)$$

## 4. 삼축압축실험의 모사

### 4.1 경험식을 이용한 삼축압축강도의 추정

H-B 암석에 대한 임계면법의 적용성을 살펴보기 위하여 Fig. 4와 같은 모델을 설정하고 삼축압축실험을 모사하였다. 먼저 Hoek & Brown(1980)의 경험식 (4)를 활용하여 삼축압축강도를 계산한 후 그 결과를 임계면법을 적용하여 구한 결과와 비교 분석하였다.

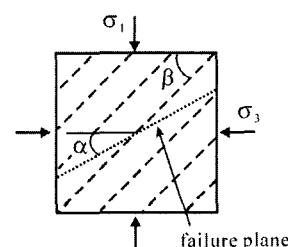


Fig. 4. Triaxial test model transversely for isotropic rock sample

경험식(4)에 의하면 연약면의 경사각  $\beta$ 에 따라 시험편의 강도정수  $m$ 과  $s$ 가 결정되지만 암석은 여전히 등방성 매질로 간주된다. Donath(1964)가 슬레이트 시험편에 대하여 실시한 삼축압축시험을 묘사하기 위하여 Hoek & Brown(1980)는 Fig. 5와 같은 최적화 곡선을 얻었다. 이때 구해진 경험식의 상수들은 그림에 나타낸 바와 같다. 연약면의 경사각  $\beta$ 가  $50\sim70^\circ$  범위인 시험편의 강도정수가 가장 낮게 나타나고 있음을 보여준다. 특정  $\beta$ 값에 대응되는  $m$ 과  $s$ 가 경험식으로부터 구해지면 식(1)을 이용하여 삼축압축강도를 구할 수 있다. 임계면법을 적용하는 경우 주어진  $m$ ,  $s$  및 구속압 조건에서 탐색된 임계면이 파괴면이 될 때까지 축응력을 서서

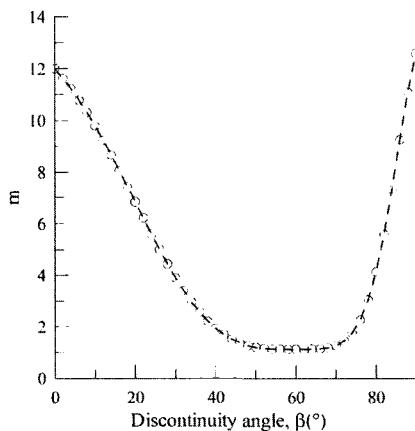
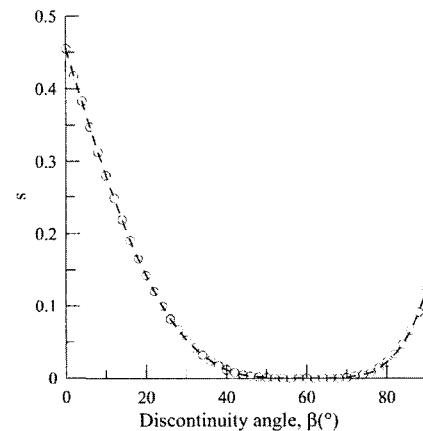
(a)  $m$ (b)  $s$ 

Fig. 5. The variation of  $m$  and  $s$  with respect to  $\beta$ ;  $m_i=14.22$ ,  $\xi_m=60^\circ$ ,  $\xi_s=60^\circ$ ,  $A_1=0.92$ ,  $A_2=25$ ,  $A_3=0.3$ ,  $P_1=1.0$ ,  $P_2=50$ ,  $P_3=0.2$

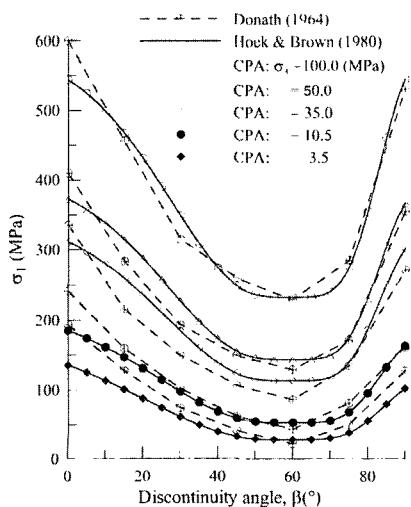


Fig. 6. Comparison of Triaxial strength of slate by several methods

히 증가시켰다. Fig. 6은 Donath(1964)의 실험에서 적용한 5가지의 구속압에 대해 경험식 및 임계면법에 의해 계산된 삼축압축강도를 실험결과와 비교 도시한 것이다. 경험식과 임계면법에 의해 계산된 결과는 정확히 일치하고 있음을 보여준다. 이는 두 방법에서 동일한  $m$ 과  $s$ 값이 사용되었기 때문에 나타난 당연한 결과이고 이는 또한 등방성 조건에서 임계면법이 정확히 작동하였음을 보여준다. 삼축압축강도 실험결과를 가장 잘 모사하도록 경험식의 상수들이 결정되었기 때문에 계산결과들은 실험결과와 매우 유사하게 나타남을 알 수 있다. 실험결과와 임계면법으로 예측된 결과 모두  $\beta=60^\circ$  부근에서 가장 낮은 삼축압축강도를 보여준다.

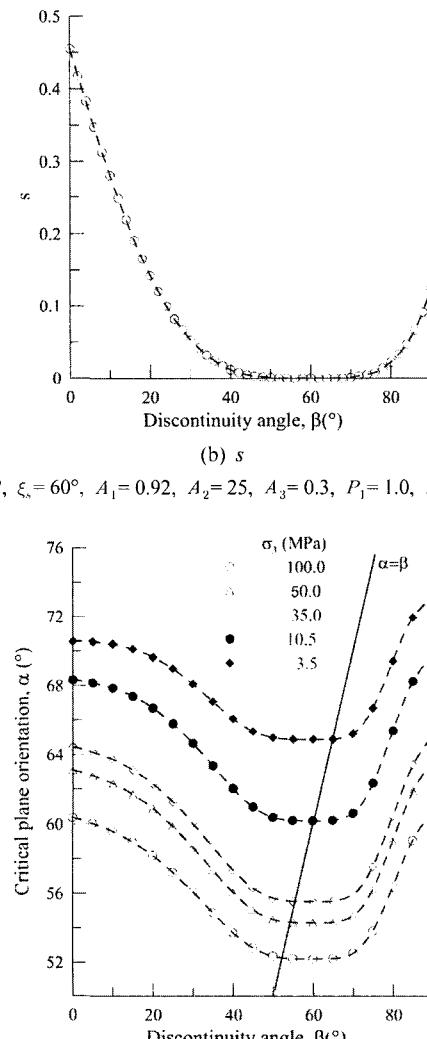


Fig. 7. The predicted angle of failure when the empirical formula for  $m$  and  $s$  (Hoek & Brown, 1980) are used

임계면법의 장점 중의 하나는 파괴면의 방향을 얻을 수 있다는 점이다. Fig. 6의 결과를 얻으면서 예측된 파괴면의 경사각을 Fig. 7에 도시하였다.  $\beta$ 가  $50^\circ \sim 70^\circ$  범위에 있을 때 파괴면의 경사각이 가장 낮게 나타났다. 구속압의 증가에 따라 파괴면의 경사는 낮아지는 경향을 보이고 있고, 또한 구속압의 증가에 따라 연약면과 파괴면이 일치하는 경사각도 낮아지고 있음을 알 수 있다. 그러나  $\beta$ 가  $50^\circ \sim 70^\circ$  범위일 때 파괴면의 경사각에 거의 변화가 없다는 비현실적인 결과도 보여준다. 이 범위의  $\beta$ 값을 갖는 경우 파괴면은 연약면과 거의 평행을 이루면서 발달하리라는 것을 직관적으로 예측할 수 있다. 이러한 문제점은 식 (4)가 파괴역학적 이론에 기초하지 않고 순전히 경험적으로 도출된 수식이기 때문에 판단된다.

#### 4.2 이방성 파괴기준식을 이용한 강도의 추정

이방성 파괴함수인 식 (13)을 적용하여 Fig. 4에 나타낸 시료 모델의 삼축압축강도를 임계면법에 의해 계산하였다. 이방성 파괴함수에서 강도정수  $m$ 과  $s$ 는 전체좌표계에서 식 (9)로 표시되지만 국부좌표계( $e_1, e_2, e_3$ )에서는 식 (12)로 간단히 나타낼 수 있다. 이 연구에서는 Hoek(1983)이 McLamore & Gray(1967)의 실험결과를 바탕으로 계산한 연약면의 강도정수값  $(m_i, s_i) = (1.66, 0.006)$ 과 무결암의 강도정수값  $(m_j, s_j) = (5.25, 1.00)$ 을 활용하여  $m$ 과  $s$ 의 분포함수를 구하였다.  $(m_i, s_i)$ 은  $\theta = 0^\circ$ 에 해당하고,  $(m_j, s_j)$ 는  $\theta = 90^\circ$ 에 해당하는 것으로 가정하였다. 그 사이 강도정수 값들의 분포에 대한 정보가 없기 때문에  $\Omega_0$ 를 변화시키면서 얻어진 Fig. 8과

같은 4가지 분포함수를 고려하였다. 절리면과  $\theta$ 의 경사를 이루는 면에서  $m$ 과  $s$ 는  $\theta$ 가 증가함에 따라 지수함수적으로 증가되고 있는 것을 볼 수 있다.  $|\Omega_0|$ 의 값이 클수록 이방성이 커지게 되므로 연약면과 평행하지 않은 면에서  $m$ 과  $s$ 는 가파른 증가를 보인다.

Fig. 9(a)는  $\Omega_0^m = \Omega_0^s = -10$ 인 분포함수를 이용하여 임계면법으로 예측한 삼축압축강도를 McLamore & Gray(1967)의 실험결과와 함께 나타내었다. 실험과 동일하게 4가지 구속압 조건을 고려하였다. 그림에는 2.2 절에서 설명한 방법으로 구한 Hoek(1983)의 강도곡선도 함께 나타내었다. Hoek 강도곡선은 무결암과 연약면에 대한 두가지 파괴조건만을 가지고 구해진 것으로 U자 형 부분은 연약면의 미끄러짐에 의한 파괴를 평탄한 부분은 무결암의 파괴를 의미한다.  $\Omega_0^m = \Omega_0^s = -10$ 을 이용한 임계면 해석의 결과는 Hoek의 강도곡선과 유사한 결과를 보여주지만 구속압의 크기가 34.5 MPa, 69.0 MPa인 경우 절리면과 무결암 파괴 경계부근에서 보다 완만한 변화를 보여준다. 최저강도 부근에서 두 방법은 실험결과에 매우 근사한 강도 예측을 하고 있음을 볼 수 있으나 연약면의 경사각이  $10^\circ \sim 30^\circ$ ,  $80^\circ \sim 90^\circ$  범위에 있을 때는 실험결과와 약간의 차이를 나타낸다. Fig. 9(b)는 임계면법에서 예측된 파괴면의 경사각을 도시한 것이다. 구속압의 크기에 따라 약간의 차이는 있지만 연약면의 경사각이  $\beta = 30^\circ \sim 80^\circ$  범위에서는 대체로 연약면을 따라 파괴면이 형성되고 있음을 보여준다. 또한 무결암에서 파괴가 발생할 경우에는 파괴면의 경사각이  $55^\circ \sim 60^\circ$  범위임을 알 수 있고, 구속압이 클수록 파괴 경사각이 낮아지고 있음을 보여준다. Fig. 8의 분포

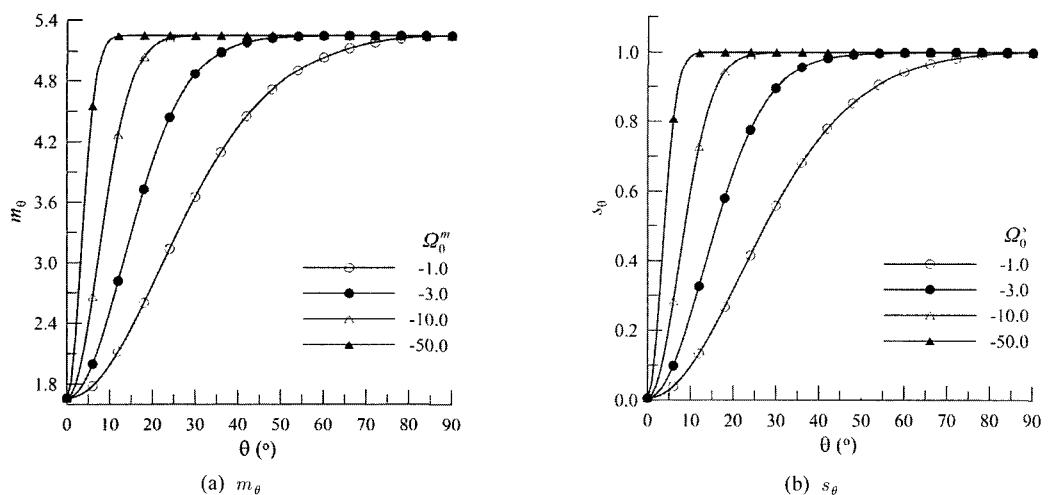
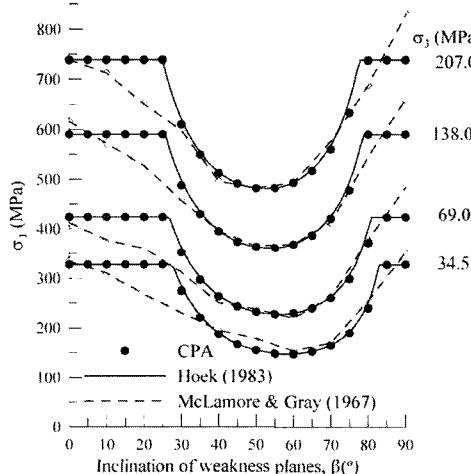


Fig. 8. Directional distribution of  $m$  and  $s$  for different  $\Omega$ ;  $(m_i, s_i) = (1.66, 0.006)$ ,  $(m_j, s_j) = (5.25, 1.00)$

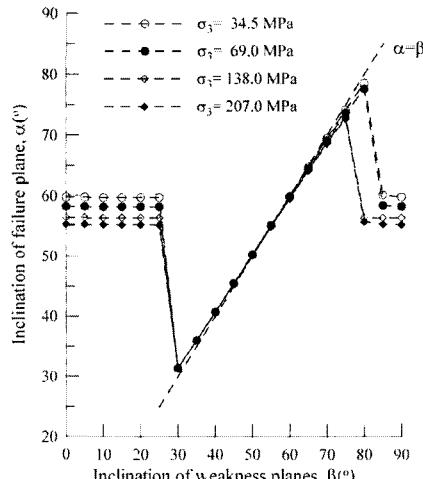
함수에서 볼 수 있듯이  $\Omega_0^m = \Omega_0^s = -10$ 을 적용하는 경우는  $\theta$ 의 증가에 따라 강도정수가 무결암의 값으로 급격히 증가하므로 연약면의 영향이 연약면과 거의 평행한 면에 국한되어 나타나는 것으로 판단된다.

Fig. 10은  $\Omega_0^m = \Omega_0^s = -1$ 인 강도분포함수를 적용한 임계면 해석결과이다. 이 경우 강도정수들은  $\theta$ 의 증가에 따라 비교적 완만하게 증가하므로 연약면의 영향이 넓은 방향에 나타나게 된다. 여기에서도 비교를 위해 Hoek의 강도곡선을 함께 도시하였다.  $\Omega_0^m = \Omega_0^s = -10$ 인 경우

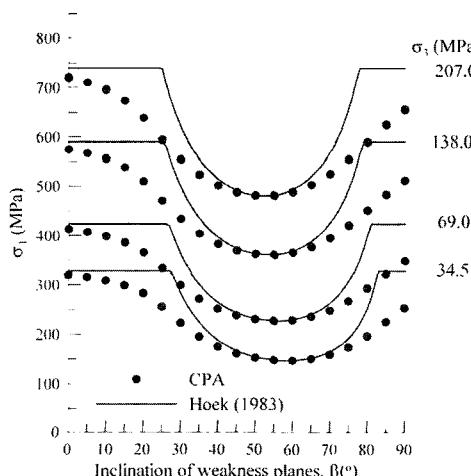
에 비하여 삼축압축강도가 완만하게 변하는 결과를 얻었으며, 이는 실제 실험결과와 유사한 형태의 곡선임을 알 수 있다. 그러나  $\beta=80^\circ\sim90^\circ$  범위에서는 여전히 실험결과와 차이를 보인다. 이러한 차이는 이 연구에서 제안한 임계면법에 의하면  $\beta=90^\circ$ 에 해당하는 강도는  $\beta=0^\circ$ 인 경우에 비하여 항상 낮은 값을 나타내게 되지만 McLamore & Gray(1967)의 실험결과는 그 반대의 결과를 나타내기 때문이다. 실제로 Donath(1964)의 연구에서처럼  $\beta=0^\circ$ 일 때의 강도가  $\beta=90^\circ$ 인 경우의 강도에 비해 크게 나타나는 실험결과들도 보고되고 있음을 주



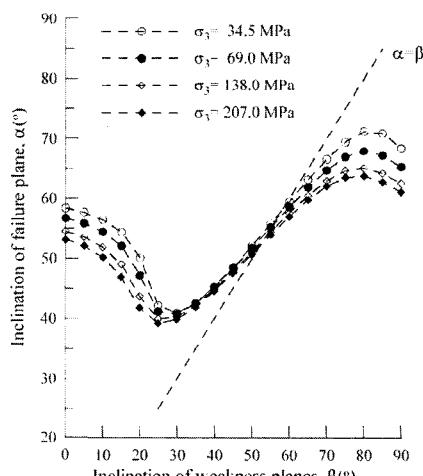
(a) Triaxial strength



(b) Inclination of failure plane

Fig. 9. Predicted the triaxial strengths and the inclination of failure plane;  $\Omega_0^m = \Omega_0^s = -10$ 

(a) Triaxial strength



(b) Inclination of failure plane

Fig. 10. Predicted the triaxial strengths and the inclination of failure plane;  $\Omega_0^m = \Omega_0^s = -1$

복할 필요가 있다. Fig. 10(b)에 나타낸 파괴면 경사각의 변화도 전체적인 경향은 Fig. 9(b)와 유사하지만 무결암의 파괴에서 절리면의 파괴로 전이되는 과정이 더 점진적으로 나타나고 있다. 이 그림은 또한 암석의 강도이방성이 연약면과 거의 평행한 면에 집중되지 않고 연약면과 비교적 큰 각도를 이루는 면까지 확대되고 있음을 보여주고 있다.

## 5. 결 론

최근 Pietruszczak & Mroz(2001)에 의해 개발된 임계면법을 적용하여 횡동방성 암석의 강도이방성을 추정하는 방법을 제시하였다. 임계면법의 핵심은 방향성 파괴함수의 구성과 이 함수를 최대로 하는 방향을 탐색하는 데 있다. 이 연구에서는 암석의 파괴가 Hoek & Brown의 경험적 파괴조건을 따르는 것으로 가정하고, Bray의 H-B Mohr 포락선 방정식을 이용하여 H-B 암석의 이방성 파괴함수를 구성하였다. 이방성 파괴함수에서 강도정수  $m$ 과  $s$ 는 조직텐서(fabric tensor) 개념을 도입하여 방향에 대한 스칼라함수로 표현되었다. 수립된 이방성 파괴함수를 최대로 하는  $\mathbf{n}$  즉, 임계면의 방향을 탐색하기 위해 최적화 기법중의 하나인 공액구배법을 적용하였다. 응력을 서서히 증가시키면서 탐색된 임계면에서 파괴함수의 최대값이 0이 되면 이 임계면을 파괴면으로 간주할 수 있고 이때의 작용응력은 암석의 강도로 간주하였다.

제안된 임계면을 적용하여 횡동방성 암석의 삼축실험을 모사하고 그 결과를 문헌에 보고된 실험결과와 비교하였다.  $m$ 과  $s$ 의 방향성 변화속도를 좌우하는  $|\Omega_0|$ 의 크기에 따라 횡동방성 암석의 강도곡선의 형태가 다르게 나타남을 알 수 있었다.  $|\Omega_0|$ 의 크기가 매우 크면 강도이방성이 연약면과 평행한 면에 집중되어 Hoek(1983)의 방법과 동일한 강도곡선을 얻을 수 있었다. 그러나 실제 실험결과에 기초하여 적절한  $|\Omega_0|$ 의 값을 택한다면 실제 실험에서 흔히 얻어지는 완만히 변화하는 강도곡선을 모사할 수 있다는 가능성도 함께 보여주었다. 또한 삼축 압축실험 모사에서도 이방성의 정도에 따라 파괴면의 발달방향이 변화되는 양상을 뚜렷이 관찰할 수 있었다.

기존의 암석이방성 강도해석 모델들이 대부분 실험실 삼축압축실험 조건의 응력상태에만 적용 가능한데 반하여 이 연구에서 제안된 임계면법에 의한 이방성 암반 강도 해석법은 일반적인 3차원 응력조건에도 적용될 수 있도록 개발되었다. 암석의 이방성을 기술하는 조직텐서를 실험자료에 기초하여 구성한다면 이 연구에서 제안된 방법은 일반적인 응력조건에서 횡동방성 암석뿐

만 아니라 직교이방성(orthotropic rock)암석의 강도해석에도 쉽게 적용할 수 있을 것으로 판단된다.

앞으로 이 연구는 파괴면을 따라 발생되는 탄소성 변형을 고려할 수 있는 탄소성 모델로 확장될 예정이다.

## 감사의 말

본 연구는 건설교통부 핵심연구개발사업의 연구비지원(과제번호 04핵심기술/A01-06)에 의해 수행되었습니다.

## 참고문헌

- Jaeger, J.C., 1960, Shear failure of anisotropic rocks. Geologic Magazine, 97, 65-72.
- Donath, F.A., 1964, Strength variation and deformation behavior in anisotropic rock. In 'State of stress in the Earth's crust', W.R. Judd (Ed.), 281-298.
- Horino, F.G. and M.L. Ellickson, 1970, A method of estimating strength of rock containing planes of weakness. U.S. Bureau of Mines Report of Investigation, R.I. 7449.
- Hoek, E. 1983, Strength of jointed rock masses. Geotechnique, 33(3), 187-223.
- Hoek, E., and E.T. Brown, 1980, Underground excavations in rock. London: Institution of Mining and Metallurgy.
- Kanatani, K.-I., 1984, Distribution of directional data and fabric tensors. Int. J. Engng Sci., 22, 149-164.
- McLamore, R. and K.E. Gray, 1967, The mechanical behaviour of anisotropic sedimentary rocks. Trans. Am. Soc. Mech. Engrs Series B, 62-76.
- Pietruszczak, S. and Z. Mroz, 2001, On failure criteria for anisotropic cohesive-frictional materials. Int. J. Numer. Anal. Meth. Goomech. 25, 509-524.
- Pietruszczak, S., D. Lydzba, and J.F. Shao, 2002, Modelling of inherent anisotropy in sedimentary rocks. Int. J. Solids Struct. 39, 637-648.
- Press, W.H., S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling and B.P. Flannery, 1992, Numerical recipes in Fortran. Cambridge University Press.
- Ushaksarei, R. and S. Pietruszczak, 2002, Failure criterion for structural masonry based on critical plane approach. J. Eng. Mech. 128(7), 769-778.

---

### 이연규

1987년 서울대학교 공과대학 자원공학과  
공학사  
1989년 서울대학교 대학원 자원공학과  
공학석사  
1994년 서울대학교 대학원 자원공학과  
공학박사  
Tel: 063-469-1864  
E-mail: kyoulee@kunsan.ac.kr  
현재 군산대학교 해양과학대학 해양시스템  
공학전공 부교수

---

