대한수학교육학회지 <학교수학> 제 9 권 제 1 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.9, No.1, 29-44. Mar. 2007

중학교 3학년 학생들의 변이성 이해에 대한 사례 연구

송 선 아*·이 경 화**

통계 교육의 목표는 통계적 사고를 기르는 것이고, 변이성은 통계적 사고의 기본 요소이다. 이 연구에서는 자료의 변이성에 관한 선행연구를 고찰하고 이를 토대로 변이성 개념을 탐구할 수 있는 상황을 분류하여 Freudenthal의 이론에 근거한 학습 자료를 개발하였다. 이 자료를 토대로 학습하는 학생들의 변이성 개념의 이해 과정을 면밀히 살펴보기 위하여 사례연구를 실시하였다. 변이성의 탐구는 자료의 요약, 그래프로의 표현을 통하여 분포를 볼 수 있도록 하고, 상대도수와 결합하여 확률분포와 정규분포에 이르는 중요한 시발점이 된다. 이 연구에서는 통계 교육의 내용 및 방법을 재고하고, 변이성을 보다 강화한 학습이 어떤 형태로 가능한가에 대한 사례연구를 통해 통계 교육의 내용과 방법 변화를 위한 기초자료를 제공하였다.

Ⅰ. 서 론

우리나라 통계 영역의 주요 목표는 자료의 중요성을 알고, 불확실한 상황에서 합리적으로 문제를 해결하는 태도와 의사결정 능력을 기르는 것이다. 우정호(2000)는 현 교육과정에서 어느 정도 이러한 아이디어를 구현하고 있지만, 제한된 또는 인위적인 현상에 의존하는 경향이나 지나치게 초보적인 지식의 일부로 지도되고 있다고 하였다. 통계 영역의 학습 방법은 현상을 분석하고 그 현상을 이해하는데 필요한 자료를 수집하며, 자료를 분석함으로써 현상에 대한 재해석을 시도하고, 보다 나은 또는 보다 많은 정보를 얻기 등의 사고 과정을 중심으로 구성되어야 한다(임재훈 외, 2004). 한편 Wild & Pfannkuch(1999)는 학생들이 과거와 현재의 가능한 한 모든 수량적 자료로부터 정리 및 분석하고, 우연에 대한 규칙성을 발견하여 미래를 예측하고 객관적인 의사결정을 하는 통계적 마인드가 필요하다고 하였다. 이때 규칙성을 찾는 것은 자료의 소음 속에서 자료가 담고 있는 어떤 신호, 즉 패턴이나 관계를 찾는 것이다. 즉, 자료의 변이성에서 신호를 찾는 다양한 경험은 올바른 통계적 추론을 가능하게 한다.

변이성은 통계학의 핵심이고 통계적 사고의 기본요소이다. 자료는 변이성을 지닌 개체를 수량화한 것이고, 통계는 이러한 자료로부터 정보를 얻는 것이다. 변이성은 통계를 매우 도전적이고 흥미롭게 하지만 불확실한 현상에 대한 의사결정을 필요로 하기 때문에 기본적으로 매우 어렵다. 그러므로 변이성은 통계 교육과정에서 보다 강조되어야 하고 연구되어야 한다(Moore, 1990; Ben-Ziv & Garfield, 2004, 재인용). 그 동안 변이성을 탐구할 수 있는 다양한

* 완도중학교(songaa29@hanmail.net)
** 교원대(khmath@knue.ac.kr)

상황에서 변이성 개념 지도(Ben-Ziv, 2004), 변이성의 발달 수준(Watson & Moritz, 1999; Reading, 2004) 등이 연구되어왔으나 실제로 변이성 개념을 지도하는 연구는 아직도 부족하다. 이 연구에서는 학생들에게 변이성 개념을 탐구할 수 있는 경험을 제공하기 위해 선행연구를 검토하고, Freudenthal(1991)의 이론에 근거한 학습 자료를 개발하며 이를 수업에 적용하여 중학교 3학년 학생들이 변이성을 어떻게 이해하고 있는지를 살펴보고자 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다. 첫째, 자료집합의 비교 상황에서 변이성에 대한 학생들의 이해 과정은 어떠한가? 특히, 수적 전략에 대한 이해는 어떠한가? 시각적 전략에 대한 이해는 어떠한가? 둘째, 표본추출 상황에서 변이성에 대한 학생들의 이해 과정은 어떠한가?

II. 이론적 배경

통계영역의 교육에서도 가장 중요한 것은 통계적 사고력 함양이다. 이는 통계적 개념의 이해나 통계적 기법 등을 사용하는 수적인 계산과는 구별되어야 한다. 통계 교육에서는 통계적 처리와 계산의 결과를 해석하는 통계적 사고의 사용과 발달에 집중해야 한다(문청자, 2004). 통계적 사고는 사람들이 정보를 어떻게 받아들이고 다루는 것뿐만 아니라 어떻게 반응하는지에 관련된 총체적인 것이다. 그러므로 통계적 사고의 중심인 변이성의 존재를 인정하는 것은 매우 중요하다. 학생들은 상황과 자료의 모델을 통해 자료 분석에서 중요한 역할을 하게 되는 자료의 변이성에 관심을 가져야 한다. 이 절에서는 자료의 변이성과 변이성 개념의 탐구를 위한 상황에 대한 이론적 배경을 살펴본다.

1. 자료의 변이성

통계적 조사 활동은 자료의 변이성이 없다면 그 필요성이 사라지고, 통계학의 특징은 불확실성에 관한 상대적 확실성을 주는 과학이다. 우리가 불확실성 속에서 살고 있다는 것은 결정되어 있거나 확실한 것이 없는 변이가 원인이 된다(Bakker, 2004). 변이성(Variability)과 변동(Variation)의 사전적 정의는 다음과 같다. 변이성은 어떤 개체나 현상이 다양하게 변화하는 경향이 있거나 변하기 쉽다는 의미를 지닌 변화의 명사 형태이다. 변동은 다양한 경향 혹은 변화하는 상태를 묘사할 때 사용하는 명사이다. 이러한 사전적 정의에 따라, Reading(2004)은 변이성을 관찰할 수 있는 자료 자체에 내포된 성질로, 변동은 변이성을 측정하거나 묘사하는 것으로 정의하였다. 변이성은 자료가 가지고 있는 불확실성이다. 자료에서 변수 사이의 패턴과 관계는 변이성을 나타낸다. 변이성을 추론하는 것은 변화하는 경향이 보이는 상황에서 관찰된 현상을 묘사하는 것과 관련된 인지과정을 다루는 것이다.

Ben-Ziv & Garfield(2004)는 변이성을 측정의 오류와 같은 자료집합에서 나타난 신호 주변의 소음 또는 변동으로 정의하였다. 변이성은 성인의 머리 둘레의 길이와 같은 측정에서 자연적으로 발생되는 변화를 나타내는 것이다. 방대한 자료를 전부 수집하는 것이 불가능하므로 자료의 표본을 수집할 때는 그 자체로서 변이가 존재하게 되며, 그 외에도 응답자, 조사자, 도구, 환경 등 여러 가지 요소에 의한 변이가 존재하게 된다.

Bakker(2004)는 자료의 소음 속에 신호 또는 자료의 변이성에 있는 패턴에서 두 가지 형태의 신호를 추론해야 한다고 하였다. 첫 번째 신호는 소음으로 인하여 잘못 인식될 수 있지만

참값일 가능성이 있는 것이며, 반복적인 측정으로 명백해 질 수 있는 것이다. 두 번째 신호는 어떤 하나의 분포가 되는 것이다. 예를 들면, 정규분포에서의 신호는 종모양을 갖는 분포로 나타나고 곡선 주변의 변화가 소음이 된다.

자료의 변이성이 통계학에서 하는 역할은 다음과 같다. 첫째, 변이성은 관찰할 수 있는 자료 자체에 내포된 성질이고 이것은 모든 것에서 어느 곳이든 존재한다. 예를 들면, 똑같은 물건도 없고 같은 자극에 대하여 똑같은 반응을 하지 않는다. 둘째, 변이성의 존재를 인지한다면, 그러한 변이성이 우리의 생활에 어떠한 영향을 미치는지 살펴보아야 한다. 변이성은 자료집합의 원인과 결과를 예측불가능하게 만들고 문제를 제기하게 만든다. 셋째, 변이성을 다루는 다양한 방법이다. 변이성을 다루는 어떤 방법은 변이성이 원래 없는 것으로 간주한다. 즉 모든 물체와 유기체가 결정론적인 방법에 의하여 존재한다는 것이다. 이 방법은 모든 응용수학과 이를 바탕으로 생성된 학문의 존재 가치를 준다. 다른 방법은 변이성의 존재를 인정하고 조사하여 그에 맞추는 것이다. 또 다른 방법은 변이성을 인지하고 변이성을 조정하고 처리하는 것이다. 이것은 변이성의 패턴을 바꾸어 원하는 방향으로 자료를 이끌어 나갈 수 있다(Wild & Pfannkuch, 1999). 이러한 변이성을 파악하고 다루는 것을 통해 소음으로부터 자료의 신호를 찾아내는 능력을 갖추는 것은 올바른 통계적인 추론을 가능하게 한다. 통계학에서 변이성의 개념과 존재를 이해하는 것은 결정론적 관점을 잊도록 돕고, 통계적 사고 향상에 도움을 줄 수 있을 것이다.

2. 변이성 개념의 탐구를 위한 상황

통계 교육은 실제 상황에서 자료를 설명하고, 상황의 원인을 찾고 판단하며, 미래를 예측하는 것이고 이를 학습하는 것에 적용한다. 그러므로 자료의 변이성을 통해 문제를 해결하기 위해 패턴을 찾아 모델화하는 시도는 상황에 의존하여 진행된다. 이러한 상황은 어떤 구체적인 학습 과정에서 학생들에게 열려 있는, 수학화되어야 할 현실영역과 일맥상통하는 의미를 내포한다(Freudenthal, 1991). Reading(2004)은 변이성의 역할을 이해하도록 하는 다양한 상황이 변이성 학습의 필수 조건이라고 하였다. 이하에서 그 상황에 대해 알아본다.

가. 자료집합을 비교하는 상황

학생들이 자연스럽게 자료집합을 비교하는 상황에 직면했을 때, 어떻게 변이성을 다루는지에 대한 연구가 이루어져 왔다. Ben-Ziv(2004)는 자료집합을 비교하는 것이 학생들에게 자료를 고려하기 위한 상황과 동기유발을 일으켜 주고, 중심과 변이성을 측정하게 하여 두 집합을 다루는 방법의 기초를 제공해 줄 수 있다고 하였다.

Watson & Moritz(1999)는 학생들이 두개 반 성적 자료집합의 그래프를 비교하면서 내리는 의사결정의 유형을 분석하였다. 이때 학생들은 크게 수적인 전략과 시각적인 전략을 사용하였다. 예를 들면 평균, 총합, 비율, 두 분포 등을 비교하였다. 이러한 전략은 각 경우에 대한 반응의 값들을 비교하고, 예외적인 경우를 설명하고, 모든 쌍쌍의 경우에 대한 차이점을 발견하는 것을 포함한다. 대부분의 학생들은 표본의 크기가 다른 두 집합을 인식하지 못하고 있고, 일부 학생들은 표본의 크기가 다른 자료를 다룰 때 비율적 전략을 사용하여 문제를 해결하였다. 학생들이 하나의 자료집합을 설명하는데 평균을 사용하여 나타내지만, 두개의 집합을 비교할 때 평균 계산법을 아는 학생들

이 평균을 사용하고 있지 않고 있다. 이러한 학생들은 자료집합을 표현할 때 집합적 특성의 측정으로써 평균 감각을 전개하지 못하고 있는 것이다. Shaughnessy et al.(2004)은 평균과 중앙값이 같은 두 영화대기시간 자료집합을 비교하는 상황에서 학생들이 변이성을 어떻게 이해하고 있는지 살펴보았다. 이 연구는 자료집합에서 중심 경향치의 역할이 중요하지 않을 때 변이성에 주목한다는 사실을 보여 주었다.

두 개 혹은 그 이상의 자료집합을 비교할 때, 같은 측도로 자료를 살펴보는 것은 변이성을 비교하고 자료집합에 대한 차이점을 고려하게 한다. 그것은 그래프의 국소적인 자료 각각을 비교하는 것보다 중심과 퍼짐의 포괄적인 요약을 사용할 수 있도록 도와준다. 자료집합들을 정리 및 요약하여 변이성을 이해하는 것은 중요하다.

변이성의 개념은 그 존재성의 인지를 넘어서 분포의 이해를 요구한다. 분포는 자료의 변이성이 시각적으로 표현되는 하나의 방법이고, 변이성 개념에 대한 이해는 분포의 개념을 이해하는 것과 밀접한 관련이 있다. Shaughnessy et al.(2004)은 표본분포를 비교할 때, 집합들 사이의 변이성과 집합들 내의 변이성을 추론하는 것이 중요하다고 주장하였다. 변이성은 표본분포를 비교할 때 학생들이 그래프의 개별적인 자료를 비교하기보다 중심과 퍼짐을 사용하여 자료를 포괄적으로 볼 수 있도록 도와준다. 표본분포를 비교하는 과정은 자료의 변이성을 고려하는 것이 통계적 모델을 해석하는데 중요한 영향을 미치고 그 결과를 기억하도록 한다. 이러한 관계는 학생들이 기억된 기계적 절차의 부분으로써 통계를 바라보는 관점을 국소적 관점과 포괄적 관점을 동시에 바라볼 수 있도록 해줄 것이다.

나. 표본추출 상황

통계적 추론은 전체(모집단)에 대한 정보를 얻기 위하여 부분(표본)을 연구하는 데에서 그 의미를 찾는다. 동일한 모집단에서 같은 표본추출방법으로 같은 크기의 표본을 추출할지라도 각 표본에서 계산된 추정량은 표본마다 다르다. 그러므로 표본추출은 신뢰성이 높은 모집단에 관련된 정보를 제공하는 표본을 선택의 과정이고 통계학에서 중요한 개념이다. 이러한 표본을 선택할 때 편의(bias)와 우연에 의해서 표본오차가 생긴다. 표본의 크기를 증가시킴으로써 우연에 의한 오차는 감소시킬 수 있으며, 편의에 의한 오차는 표본선택방법을 엄격히 함으로써 줄일 수 있다. 임의로 표본을 추출하고자 할 때 우리는 표본추출에서의 편의를 피하고자한다. 그러한 표본추출은 표본이 추출되는 가능성이 동일함을 가정하고 있다.

다. 확률적 상황

표본추출 상황에서 연구의 대부분은 확률적 사고에 의해 구성되어있다. 확률적 상황은 표본추출 상황과 비슷하지만 표본의 크기가 하나라는 것이 다르다. 확률 상황에서 학생들은 자연스럽게 자료의 표본공간에 대해 이야기하여 자료의 변이성을 파악하고 또한 대부분의 학생들이 극단적인 값이 나오지 않는 것을 놀라워하였다(Canada, 2004).

확률 실험의 시행 횟수의 증가는 학생들이 어떤 특별한 상황에서 예측활동보다 실험활동에서 나오는 변이성에 더욱 집중하게 만들었다. 시행횟수의 증가는 다음과 같은 특성을 가지고 있다. 첫째, 복원추출의 시행의 결과는 변이성이 없는 예측으로 정의된다. 즉 복원추출에서 비율은 시행에 따라 변화가 없기 때문에 다음 시행의 결과에 영향을 미치지 않는다.

둘째, 시행횟수의 증가는 변이성을 증가시킬 것이다. 예를 들면 극단적인 값을 얻으면 범위가 확장될 것이다. 셋째, 시행횟수의 증가는 기대값을 실제적으로 얻을 수 있는 가능성을 증가시킨다. 이는 큰수의 법칙을 설명한다. 넷째, 시행횟수의 증가는 분포에 기초한 더 나은 그림을 제공한다. 예를 들어 분포는 정규분포에 가까워질 것이고, 더 많은 값들이 예측된 값의 주위에 모둠을 형성할 것이다. 확률 실험은 변이성 개념에 관한 자료 수집에 있어서 바람직한 상황으로서의 가능성을 제공할 것이다.

III. 연구 방법 및 절차

이 연구에서는 먼저 선행연구를 통하여 현상 속에 내재되어 있는 변이성 개념의 탐구를 위한 상황을 살펴보고, 이것을 Freudenthal의 이론에 근거하여 자료화하며, 예비 관찰 및 전문가의 조언을 통해 교수-학습 자료를 수정·보완하여 학습 자료를 개발하였다. 변이성을 탐구할 수 있는 상황에 기초한 학습 자료로 수업할 때 학생들의 이해 과정을 알아보기 위해서는 정성적 사례 연구를 실시하였다.

1. 사례 연구의 대상

연구 대상은 의도적 표본 선정 방법을 통해 광주광역시 소재 S중학교 3학년 여학생 3명, 남학생 1명을 선정하였다. 학습 과정을 면밀히 살펴보기 위해 학생들의 적극적인 참여와 활발한 의사소통이 필요하다고 판단되는바 담당 교사로부터 탐구적이고 적극적인 학생들을 추천받아 연구자와 면담한 후 연구에 참여하기를 희망하는 학생들을 대상으로 선정하였다. 연구 대상이 속한 학교의 학력 수준은 중위 수준에 해당되며 실험에 참여한 학생들은 학력 수준이 상위 수준에 해당된다. 이 연구에 참여한 교사는 2년의 교육경력을 가진 여교사로 이 연구의 목적과 수행을 잘 알고 있다.

2. 자료 수집

정성적인 연구에서는 지나치게 연구자 중심으로 진행되는 경향이 있기 때문에 연구결과의 신뢰성 문제를 고려하여 삼각검증법(triangulation)을 사용한다. 이 연구에서는 Denzin(1978)이 제시한 삼각검증법을 사용하였다. 이것은 한 연구자가 자신의 연구에 대한 이해를 증진시킬 뿐 아니라 연구결과를 확증하기 위해 연구과정에 참여관찰, 면담, 문서분석 등의 세 가지 방법을 함께 적용해 보는 것이다. 이러한 다면적인 방법을 통하여 연구의 결과들이 진정한 연구의 성과인지 또는 연구자가 보려고 하는 주관적인 것을 무의식적으로 반영한 것인지를 확인할 수 있다(김윤옥 외, 1996 재인용). 이 연구에서 수집된 사례연구의 주요 자료는 관찰, 면담, 문서자료이다.

3. 자료 분석

이 연구에서는 문헌검토를 통해서 개발된 자료가 변이성 개념의 이해에 어떻게 작용하는지 알아보기 위하여 Hiebert et al.(2004)이 제시한 분석틀을 사용하였다. Hiebert et al.(2004)이 제시한 수업의 주요 측면 다섯 가지는 과제의 특성, 수학적 도구의 활용, 수업의 사회문화, 교사의 역할, 공평성과 접근 가능성이다. 이 중에서 수학적 도구의 활용과 교사의 역할은 학생들의 이해 양상을 간접적으로 세밀하게 관찰하게 하는 측면이다. 학생들이 새로이

배우는 수학적 개념과 기능을 어떻게 표현하고 이전 수학과 관련짓는지, 교사가 이러한 학습 과정을 어떻게 이끄는지 확인하게 하기 때문이다. 이 연구는 변이성을 추론할 수 있는 두 가지 상황에서 학생들의 문제 해결 과정과 변이성 개념에 대한 이해가 어떠한 특성을 가지는지 분석하기 위한 것이므로 수학적 도구의 활용과 교사의 역할 측면에 초점을 두고 분석하였다.

학생들의 이해를 위한 수업에서 고려해야할 측면은 과제 해결 과정에서 활용 가능한 수학적 도구이다. 수학적 도구는 학생들의 수학적 활동을 활성화하기 위하여 다양한 방법으로 사용될 수 있으며 수학적으로 이해하게 하는데 중요한 근거를 제공한다. 학생들은 도구를 잘 사용하기 위해서 도구에 내재된 의미를 이해하고, 그러한 이해를 바탕으로 문제 해결에 도구를 적절히 사용하고, 다른 것의 의미를 이해할 수 있다. 그러나 도구에 내재된 의미는 학생들이 도구의 의미를 구성하는 것이다. 수학적 도구는 다양한 목적을 위해 사용될 수 있다. 어떤 도구는 수학활동에 대한 기록을 작성하기 위해 사용될 수 있고, 사고를 위한 토대로 사용될 수 있다. 말, 구체물, 기호 같은 도구는 의사소통을 위해 사용될 수 있다. 그러므로 학생들이 문제를 해결하기 위해 수학적 도구를 사용할 때, 어떤 도구를 어떻게 이해하고 어떠한 목적으로 활용하였는지를 살펴보는 것은 학생들을 이해하는 중요한 분석 도구가 될 것이다.

수학적 개념 이해를 촉진하기 위하여 교사는 적절한 과제를 준비하고 학생들로 하여금 수학에 관하여 반성적으로 사고하고 의사소통할 수 있게 해야 한다. 교사는 중요한 근거를 제시하거나 정확성을 판단하기보다는 학생의 질문이나 실수를 통한 학습 기회를 적절히 활용하고, 문제해결 과정에서 아이디어와 해결 방법의 다양화를 존중하고, 반성적 사고를 통한 학습의 기회를 제공하여 토론하는 사회문화를 조성해야 한다. 수업 관찰에서 나온 에피소드를 특징별로 구조화하여 수업의 주요 측면을 두 가지 틀인 수학적 도구의 활용과 교사의 역할을 중심으로 내용은 <표 Ⅲ-1>과 같다.

Ⅳ. 학습자료 개발 및 학습과정 분석

Freudenthal(1991)은 수학 학습이 여러 상황에서 지도되어야 하며, 아무리 추상적인 수학이라 하더라도 학생들이 그 상황을 상상하고 자신의 아이디어, 경험을 구현할 수 있는 현실적이고 구체적인 상황에서 시작되어야 한다고 했다. 이 연구에서 활용된 과제들의 특징은 통계에 대한 학생들의 흥미를 유발시키고, 통계의 유용성을 깨닫고, 다양한 통계 도구를 사용하

<표 Ⅲ-1> 학습 과정 분석틀

수업의 주요 측면	내 용
수학적 도구의 활용	· 수학적 도구에 내재된 의미의 이해 과정(도구 이해, 다양한 종류의 의미 형성) · 수학적 도구의 활용(기록, 의사소통, 사고를 위한 활용)
교사의 역할	· 실수를 통한 학습의 기회 제공 · 아이디어와 해결 방법의 다양화 중시 · 반성적 사고를 통한 학습의 기회 제공

여 자료를 관찰하고 의사결정을 내리도록 한다는 것이다. 이러한 과제의 특성은 Freudenthal (1991)의 교수-학습 이론의 주요 개념인 반성적 사고, 수학화, 안내된 재발명을 구현하기 위한 기본 조건으로 설정한 것이다. 이로부터 변이성 개념의 선행 연구를 활용하여 자료의 변이성을 탐구할 수 있는 상황 문제를 설정하게 되었다. 차시별 학습 지도 계획은 <표 Ⅳ-1>와 같다.

5차시의 수업 과정에서 나타난 학생들의 이해 과정을 분석하기 위하여 이 연구는 Hiebert et al.(2004)이 제시한 이해에 초점을 둔 수업의 주요 측면 중에서 수학적 도구의 활용과 교사의 역할을 사용하였으나 본 절에서는 지면 관계상 수학적 도구의 내재된 의미의 이해측면과 반성적 사고를 통한 학습의 기회 제공 측면 일부분만을 서술하고자 한다.

1. 수학적 도구에 내재된 의미 형성

다음은 1, 2차시 수업과정 중에 나타난 문제해결을 위해 사용하는 도구와 도구에 부여하는 의미가 변이성 개념의 어느 측면에 주목하면서 탐구되고 있는지 보여주는 에피소드이다. 학생들은 변이성 개념의 다양한 의미를 이미 알고 있는 수학적 개념과 지식을 이용해서 형성하려고 노력하고 있음을 알 수 있다.

[에피소드 1] 자료집합의 비교 상황에서 변이성 개념의 다양한 의미 형성

30. 교사 : 두 영화관에서 대기 시간을 비교했을 때, 어떤 결론을 내릴 수 있습니까?
31. 철수 : '가' 영화관을 보면 5분에서 14분까지 빠르고 느린 시간이 골고루 분포되어 있지만, '나' 영화관을 보면 8분에서 11.5분까지 빠르지도 않고 느리지도 않는 시간으로 거의 분포되어 있습니다. /중략/
45. 윤미 : 철수가 생각한 분포를 생각하지 않았어요. 저는 '가'영화관 대기시간이 더 오래 걸린 것 같아요. 처음에는 대기시간 10분을 기준으로 많은 쪽을 선택하려고 했는데 하지만 똑같았어요. 그래서 '나'라고 하려고 했는데. '나'보다는 수는 적지만 '가'에서 14분에 가까운 수가 많아서 '가'가 더 오래 걸린 것이라고 생각해요. /중략/
63. 영희 : '가' 대기시간이 거의 10분 넘은게 많고, '나'는 고르게 분포되어 있어요. /중략/
240. 영희 : 동의해. 평균이 같고, 대기시간이 평균을 기준으로 짧을 수도 있고 길수도 있으니까.
257. 교사 : '두 자료집합의 평균이 같으니까 두

<표 Ⅳ-1> 변이성 개념을 탐구하는 학습 지도 계획

차시	주제	학습 내용
1	영화관 대기시간 자료집합을 비교하기	· 주어진 자료 사이의 관계를 탐구하기 · 자료를 정리하여 탐구하기
2	〃	· 평균이 같을 때, 자료집합을 비교하기 위해 분포의 특징을 나타내기 · 의사결정 상황에서 변이성을 인지하기
3	항아리에서 표본 추출할 때, 자료를 예측하기	· 자료를 예측할 때 합리적인 자료를 제시하고, 설명하기 · 표본의 크기를 증가시키면서 분포에 대한 예측하기
4	실험활동하기	· 실제 실험을 통하여 변이성의 존재를 인지하기
5	표본분포를 비교하기	· 주어진 표본분포들 사이의 관계를 탐구하기 · 표본분포의 진위를 판단하기

자료집합은 같다'에 동의합니까?

258. 지영 : 평균이나 총 대기시간이 어차피 같으므로 이 두 자료는 같다고 할 수 있어요.

259. 철수 : 동의 안 해요. 10을 기준으로 (그래프'가') 13이랑요, (그래프'나') 11.5분이 다르고, (그래프'가') 5분이랑요 (그래프'나') 8.5분이 엄연히 다르기 때문에 다르다고 생각합니다. /중략/

273. 교사 : 잘 했는데. 그럼 다음을 한번 봐볼까요. 두 그래프에서 대기시간의 변화가 심한 것은 어느 것인가? 그리고 그렇게 생각하는 이유는 무엇인가?

275. 철수 : '가' 영화관. 왜냐면 최소값과 최대값의 차이가 더 크기 때문에,

277. 철수 : '가'는 14에서 5를 빼면 9, '나'는 11.5에서 8을 빼면 3.5

278. 영희 : '나'는 평균이 10분이니까 10분 근처 8분에서 11.5분 사이 근처에 다 있는데, '가'는 5분에서 14분에 너무 다양하게 퍼져있어서 변화가 더 심해요.

279. 지영 : 저는 '나'요. '가'는 여러 시간대에 골고루 분포가 되어 있는데, '나'는 한쪽에 너무 치우쳐서 있고 한쪽은 대기시간이 많고 어느 쪽은 적고 그래서 그렇게 생각했어요.

292. 윤미 : 최대값과 최소값의 차이요.

학생들은 영화관 대기시간을 비교하기 위해 변이성 개념의 다양한 측면에서 의미를 형성하였음을 알 수 있었다. 1차시의 1번, 2차시의 1번과 2번 문제에 대한 학생들의 반응을 학생들이 사용한 언어, 계산에 대한 언급, 시각적인 표현에 대한 언급의 세 가지 형태로 구분하였다.

학생들은 극단적인 값(Extream value)에 주목하여 탐구하였다. 두 자료집합을 비교하기 위하여 대기시간의 가장 큰 값에 가까운 자료의 수를 비교하여 판단하였다(45). 또한 자료들 중에서 대기시간의 가장 큰 값, 가장 작은 값을 언급하면서 두 자료를 비교하거나 조사하였다(259).

학생들은 퍼짐(Spread)에 주목하여 탐구하였다. 대부분의 학생들은 자료 비교에서 해석학적인 범위를 언급하였다. 예를 들면 '가'영화관은 5분에서 14분까지 '나'영화관은 8분에서 11.5분까지이고, '가'영화관 대기 시간은 다양하게 혹은 고르게 분포되어 있고 '나'영화관은 밀집되어 있다고 하였다(31, 278). 또한 대기시간에 대한 변화가 큰 것을 묻는 질문에서 학생들은 통계학의 범위를 비교하였다. 즉 최대값과 최소값의 차를 언급하면서 그 값이 큰 것을 변화가 더 심하다고 보았다(277, 292). 다른 학생들은 대기시간 빈도의 변화에 주목하거나(279), 자료집합들이 평균은 같지만 편차인 평균을 중심으로 자료의 극단적인 값까지의 거리를 비교하였다(259).

학생들은 중심(Center)에 주목하여 탐구하였다. 평균이 같으므로 두 영화관의 대기시간은 같다고 보았다(258). 또한 변화를 인지하면서도 그것은 자료가 당연히 갖고 있는 특성이므로 평균이 같으므로 두 영화관의 대기시간은 같다고 생각하였다(240).

'두 영화관에서 대기시간을 비교했을 때, 어떤 결론을 내릴 수 있겠습니까?'라는 문제에서 학생들은 극단적인 자료, 자료로부터 계산, 전체적인 자료에 주목하여 탐구하였다. '한 학생이 두 영화관의 대기시간에 대한 평균이 같기 때문에 차이가 없다'는 의견을 냈을 때 이에 대한 동의 여부와 이유를 서술하는 문제에서 두 명의 학생은 동의하였다. 이 학생들은 자료의 변이성을 탐구하는데 있어서 자료의 변이성이 자료의 범위에 주목하지만 대기시간의 변화를 당연한 것으로 받아들이고 있는 것이다. 나머지 두 학생은 퍼짐과 극단적인 값이 다르므로 동의하지 않는다고 말하였다. '두 그래프에서 대기시간의 변화가 심한 것은 어느 것입니까?'에 대한 문제에서 학생들은 그래프를 통해

구체적으로 자료의 퍼짐으로 범위의 변이성과 빈도의 변이성에 주목하였다.

학습 과정에서 학생들은 자료의 변이성에 대한 접근 방법으로 범위를 가장 선호하였다. 그러나 우리나라 교육과정에서는 범위를 다루지 않으므로 범위라는 용어를 사용하지 않고 숫자로 나타냈다. 범위는 자료의 극단적인 값에 영향을 받기 때문에 자료 전체의 모든 변화를 고려하는 방법이라고 할 수는 없다. 학생들에게도 이러한 한계를 지도하고 상황에 적절한 다양한 개념과 방법을 알고 사용하도록 해야 한다.

다음은 4차시 표본분포를 비교하는 과정에서 그래프 내에서 그리고 그래프 사이에서 관계성을 파악하고 변이성 개념에 주목하는 장면을 보여주는 에피소드이다.

[에피소드 2] 표본분포를 비교하기에서 변이성 개념의 다양한 의미 탐구

717. 교사 : 한 학급에서 실험을 하였습니다. 4모둠으로 나누어서요. 그런데 그래프를 진짜 실험을 하여서 나온 그래프와 가짜로 만들어서 나온 그래프가 들어 있습니다. 그래프를 살펴보고 진위의 여부를 O, X로 표시를 하세요.

718. 지영 : A 그래프는 진짜예요. 왜냐면 제가 한 것에 빗대어서 보면 7개에서 9개가 많이 분포되어 있고, 2개와 3개에 분포되어 있지 않아서요. 그래프 B가 가짜라고 생각한 이유는 7개에서 8개에 많이 분포되어 있고 10개가 한번도 나오지 않는 것과 3개에서 4개가 조금씩 분포되어 있는 것이 의심스럽기 때문이에요.

720. 지영 : 그래프 C는 진짜라고 생각했는데 그 이유는 7개에서 9개가 많이 분포되어 있고, 3개, 4개가 조금 분포되어있고 5개는 없었지만 맞는 거 같아서요. 그래프 D가 가짜라고 생각한 이유는 7개에서 8개에 많이 분포되어 있지만 2개에서 4개에 조금 많이 분포되어 있어서 가짜인 것 같아요. /중략/

724. 윤미 : A그래프의 7, 8, 9가 좀 높게 나오고, 우연의 경우인 4개를 통해서 진짜라고 생각되기 때문에.

726. 윤미 : C는? A와 마찬가지로 7, 8, 9에 높게 칠해져 있고 3, 4에 적당히 있기 때문에 진짜라고 생각한다. B는 7, 8은 높긴 하지만 3, 4, 5에 너무 많은 횟수가 나왔고, D는 너무 차례대로 조작적으로 분포되어 있어 제가 직접 실험한 것과 다소 차이가 있었기 때문에 B와 D가 가짜입니다. /중략/

735. 영희 : (그래프를 가르키며) A와 C가 진짜고, B와 D가 가짜인거 같아요. A는 전에 제가 실행한 것처럼 여기 1, 2, 3에는 한번도 안나오고, 여기서(4)부터 나오고, 7, 8, 9에 많이 나와서요. B는 3, 4개 나오기가 어려운데 3, 4, 5개가 많이 나오고, 갑자기 여기 6개에서 많이 나오고, 9개 10개가 쪼금 적어서 가짜인 것 같아요. 그리고 C는 어쩌다 우연히 한 두번 3, 4개에 걸리고, 6개에서 나오다가 7, 8, 9에 주로 많이 나와 있어요. 그래서 진짜여요. D는 여기(2, 3, 4)가 나오기가 힘드는데 너무 차례대로 많이 나와 가지고 모양이 너무 균형적이예요.

736. 교사 : 어떻게 차례대로?

737. 영희 : 나오기가 힘드는데 이어지도록 일정하게 증가했어요. /중략/

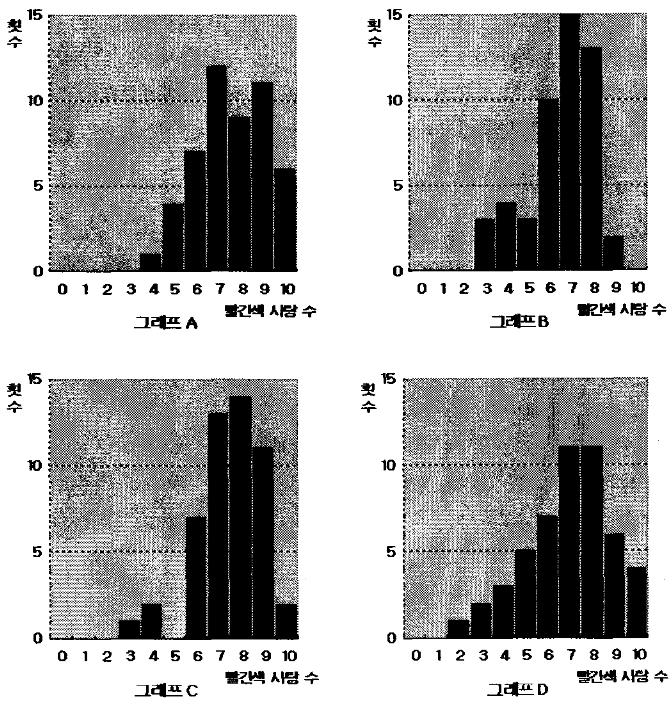
741. 철수 : 저요. A는 10이랑 9가 너무 많이 나왔고요 8이 너무 적었어요. B는 진짜라고 했는데. 7, 8이 많이 나오고요. 제가 전 시간에 실험했을 때는 10이 안나왔기 때문에 10이 적은 것이 저하고 비슷해거 진짜라고 생각했고요. C는 7, 8이 대부분 많이 있기 때문에 C가 진짜일거 같이 생각이 들고요. D는 보았을 때 너무 차례대로 되어 있고요. 2는 제가 안나왔는데 2가 나올 경우가 매우 적다고 생각했는데 10도 너무 많이 나왔기 때문에 D가 가짜일거 같아요.

이 과제는 전 시간에 표본추출 실험을 하

고 그 분포를 그리고 난 후에 이루어졌다. 학생들은 자신의 실험 결과를 고려하여 진위를 결정하고, 주어진 표본분포의 진위를 판단함으로써 변이성 개념을 다양하게 탐구하기 시작하였다.

여기서도 학생들은 극단적인 값에 주목하여 탐구하였다. 특히 윤미를 제외한 학생들의 경우, 극단적인 값이 그래프 A, B, C의 진위 판단에 영향을 많이 주고 있다. 경우에 따라서는 다르게 나타나지만 학생들은 빨간색 사탕 수 1~3개의 도수가 0이라는 점, 빨간색 사탕 수 10개가 너무 많거나 너무 적다는 점, 빨간색 사탕 수 5개 횟수가 0이라는 점에 주목하여 판단하였다(718, 720, 735, 741). 즉, 극단적인 값은 나오지 않을 것이라고 생각하여 빨간색 사탕 수가 0개라고 하는 것은 전혀 가능성이 없다고 생각하였다. 그래프 B의 경우, 사탕 수 3~5개의 도수가 극단적인 값에 비해 너무 크기 때문에 판단에 영향을 미쳤다(726).

학생들은 중심(Center)에 주목하여 탐구하기도 하였다. 기대값 주변의 도수가 얼마나 큰가 하는 것이 진위판단에 영향을 미쳤다(718, 741). 100개의 사탕 중 빨간색 사탕 수가 75개이므로 10개를 뽑으면 비율적으로 7~8개 정도가 최빈값이 될 것이라고 판단하였다. 또한 학생들은 퍼짐(Spread)에 주목하여 탐구하였다. 퍼짐을 언급한 학생들은 대부분 빨간색 사탕 수 6~9개가 적절하게 많고 적절하게 퍼져있다고 생각하였으며, 극단적인 값을 함께 고려하여 진위를 판단하였다. 또한 학생들은 형태(Shape)에 주목하여 탐구하였다. 학생들은 그래프의 모양이 너무 균형적이라고 하면서 횟수가 규칙적으로 증가한다는 것은 자료가 조작된 근거라고 보았다(735, 737). 학생들 모두 그



[그림 Ⅳ-1] 학생들에게 제공한 그래프

래프 D가 가짜라고 판단하였고 이는 너무 일정한 패턴으로 증가하였기 때문이라고 보았다.

전반적으로 학생들은 그래프의 진위를 판단할 때 극단적인 값과 퍼짐에 의존하는 경향을 보였다. 극단적인 값이 너무 적게 나타난다고 의심하다가 실제 실험에서 극단적인 값이 적게 나온다는 것, 중심값이 많이 나온다는 것을 놀라워하였다. 실제 실험은 의사결정에 직접적으로 영향을 끼쳤다고 언급하기도 하였다(718, 735, 741). 또한 변이성의 다양한 측면에 주목하여 진위를 고려하였다. 표본분포를 비교하면서 그래프 각각에 포함된 자료를 비교하기도 하지만 중심, 퍼짐, 형태 등의 포괄적인 측면을 고려하였다.

2. 교사의 역할

다음은 3차시의 예측 활동을 하고 난 후 학생들이 실제 실험을 통한 그래프 그리기에서 다양한 변이성을 탐구하는 장면이다. 교사는 적절한 질문을 통하여 학생들이 표본분포를 비교하는 과정에서 모집단을 추정할 수 있는 심상이 형성되길 기대하였다. 이 수업에서 교사가 제공하는 질문은 변이성 개념 이해에 필수적인 역할을 하며, 특히 학습 과정에 학습자가 주도적으로 참여하게 하는 출발점으로 작용하였다.

[에피소드 3] 모집단을 대표하는 표본과 그 분포의 중요성

교사 : 맞습니다. 실험할 때 마다 다르게 나와요. 그래서 상자를 잘 섞고 무작위로 뽑아야 공정하게 나오겠죠. 어떤 그래프를 선택해야지 상자안의 수를 가장 잘 추측할 수 있을까?

윤미 : 그걸 꼭 알아야 하나요?

교사 : 만약 상자 안의 총 사탕의 수는 아는데 빨간색과 노란색 사탕의 수를 모른다면 어떤 그래프를 보고 가장 잘 알 수 있을 것 같아?

철수 : 내꺼야 내가 모양이 좋잖아. 10개중 빨강이 7, 8개에 많이 몰려 있는 것처럼 보이지 않나? 그래도 7개가 더 많잖아. 영희의 그래프는 빨강이 4개에서 9개 사이에 있는 것 같아.

교사 : 다른 사람은?

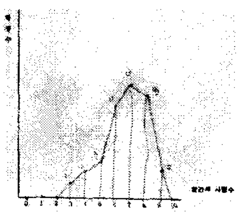
지영 : 내 꺼랑, 철수의 것은 7개가 많아서 원래 상자 안에 빨간색의 비율을 추측할 수 있는데, 윤미는 8개가 많이 나와서 약간 추측이 빗나갈 거 같아요. 영희의 것은 틀리게 추측할 확률은 더 커요. 그래프가 평평해요.

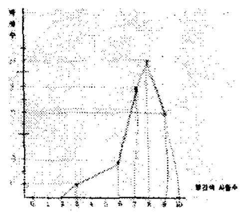
교사 : 그렇구나. 다른 사람은 어떻게 생각해?

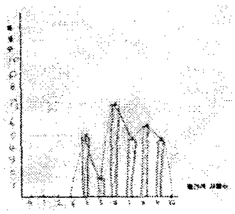
학생 : 그럴 거 같아요.

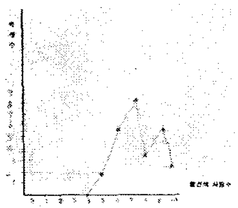
교사 : 그래프의 모양이 어쩔 때 예측하기가 쉬울까?

영희 : 7이 많이 나오고 7에서 멀어질수록 적어져야 하는 것 같아요.


<철수의 그래프>


<윤미의 그래프>


<영희의 그래프>


<지영의 그래프>

[그림 Ⅳ-2] 학생들이 그린 그래프

윤미 : 산 모양처럼 위로 볼록한 거요.

과제는 표본추출 실험을 하고 그에 근거하여 그래프를 그려보는 것이었다. 교사는 그래프 비교 활동을 통하여 어떤 그래프를 선택해야 원래 모집단을 잘 추정할 수 있는지 질문하였다(666). 또한 모집단을 알 수 없을 경우에 어떻게 생각할 수 있는지 질문하였다. 이제 학생들은 이미 알고 있는 모비율에 기초하여 어느 그래프가 모집단의 비율을 잘 나타내고 있는지 비교하였다. 초기에 학생들은 자료를 전체로써 파악하지 못하고 개별적인 자료 또는 비슷한 군집이 나타내는 부분적인 특성에 초점을 맞추어 표본분포를 비교하였다. 최빈값과 자료의 분포를 기준으로 모집단을 잘 나타내는 그래프를 찾았다(669, 671).

이때 교사는 각 그래프의 전체적인 모양을 보도록 유도하였는데 이는 자료집합을 보는 개별적 또는 국소적 관점을 전체적인 관점으로 확장시키고자 한 것이었다(674). 곧 반성적 사고를 자극함으로써 전체의 특징을 나타내는 방법을 탐구하도록 하려는 것이었다. 학생들은 모집단의 비율에 따른 수를 기준으로 점차적으로 작아지는 분포의 모양을 생각하였으며(675), 분포가 볼록한 산 모양이라고 설명함으로써 자료를 전체로 인식하였다(676). 이는 모집단을 추정하는 표본분포가 정규분포모양이라는 심상이 형성된 것이다. 이 수업에서 교사는 중학교 3학년 학생들이 배우지 않은 표본이나 표본추출의 개념을 전혀 직접적으로는 사용하지 않으면서도 학생들이 이해 과정에 참여하도록 적절히 이끌고 있다.

결과적으로 교사는 모집단을 추정하는 활동을 통하여 표본분포의 중요성을 깨닫게 하고, 그래프의 모양을 언급한 질문을 통하여 학생들이 표본분포에 대한 탐구를 하게 했음을 알 수 있다.

3. 논의

이 연구는 자료집합을 비교하는 상황과 표본추출 상황에서 학생들의 변이성 개념에 대한 이해 과정을 알아보는 것에 목표를 두고 있다. 우리나라의 학생들이 이 연구 과정에서 보여준 이해의 양상 또는 특성을 선행연구와 관련지어 이해하고 논의한다.

자료집합을 비교하는 활동은 다양한 변이성을 측정하게 하여 자료집합을 다루는 방법의 기초를 제공한다. Watson & Moritz(1999)는 자료집합을 비교하는 학생들의 의사결정 유형으로 수적 전략과 시각적 전략으로 제시하고, 수적 전략으로 총합, 평균을 계산하여 사용하고, 시각적 전략으로 그래프의 퍼짐, 대칭과 같은 측면을 나타내었다. 또한, Shaughnessy et al. (2004)은 학생들이 극단적인 값으로서, 중심으로서, 퍼짐으로서, 그리고 비형식적 추론을 통해, 상황 추론을 통해 변이성을 이해하고 있으며, 의사결정 상황에서는 비형식적 추론을 사용하지만, 자료의 변화에 대하여 논의하고 있음을 보여주었다.

이 연구에서 학생들은 처음에 의사 결정 유형 중 수적 전략으로 범위를 사용하지만, 자료집합을 수로 표현하는 활동에서는 평균을 더 많이 사용하였다. 시각적 전략으로는 자료 범위의 길이, 편차의 길이로 자료의 변이성을 인지하고 있지만, 자료집합의 대칭적인 측면이나 전체적인 모양은 고려하지 않았다. 또한 의사결정 상황에서 학생들은 극단적인 값이나 상황에 근거하였다. 이것은 학생들이 자료의 수적인 측면을 설명하는 것에 주목함으로써 그 동안의 절차적 학습 경향을 드러냈지만, 통계적 도구를 사용하고 자료의 포괄적인 측면을 관찰하여 분포를 통한 자료의 변이성을 고려하는 측면을 학습하는 것에는 충분하게 적응하지 못

하였음을 나타낸다.

표본추출은 임의성을 가진 적절한 자료를 산출하는 과정이다. 표본추출 상황에서 Reading (2004)은 학생들이 자료의 변이성보다는 자료의 중심값에 대해 보다 쉽게 이해하고 설명하며, 표본 크기가 작은 경우에 특히 자료의 변이성에 대해 설명하는 것을 어려워하는 경향을 보인다고 밝혔다. 또한, Watson & Torok(2000)은 학생들이 표본 크기가 큰 경우에 자료를 정리하는데 있어 결과를 그래프로 표현하는 것을 어려워한다는 것을 밝혔다.

이 연구에서 학생들은 표본 크기가 작은 경우에는 자료의 모비율에 근거하여 설명하는 경향을, 표본크기가 큰 경우에는 막대그래프와 꺾은선그래프로 나타내는 경향을 보였다. 표본을 예측하는 과제에 대해서는 극단적인 값이 실제로 일어나지 않을 것이라고 예측하였다. 실제 실험을 수행한 후에야 극단적인 값도 나타날 수 있음을 확인하고 놀라워하였다. 이는 표본분포 진위의 판단 과정에 영향을 미쳤다. 이러한 결과는 Shaughnessy et al.(2004)은 표본분포의 진위를 판단하는 상황에서 학생들이 극단적인 값으로서의 변이성을 인식하고, 극단적인 값이 실제로 일어나는 것보다 더 많이 나타날 것이라고 믿고 있다는 것, 실제 실험을 수행한 후에 극단적인 값의 발생이 적게 나타나는 것에 놀라워하였다는 결과와는 상반되는 것이다. 앞으로 이에 대해서는 보다 심층적인 연구가 필요하다.

V. 요약 및 결론

이 연구는 현상 속에 내재되어 있는 자료의 변이성 개념을 탐구할 수 있는 상황을 개발하고, 이를 해결하는 과정에서 중학교 3학년 학생들의 변이성에 대한 이해 양상을 분석하는데 목적을 두었다. 자료집합을 비교하는 상황에서 학생들은 수적전략에서 자료의 변이를 소위 범위로 인지하기 시작하고, 중간값을 기준으로 자료의 수 세기, 총합을 구하여 자료 자체의 수를 설명하는 것으로 나타났다. 점차 자료집합을 수로 표현하기 위한 방법으로 범위를 사용하였으며, 중간값, 총합, 평균, 자료집합의 변이로 통계학적 범위를 구하였다. 또한 변이성 개념에 대한 시각적 전략 측면에서 학생들은 처음에 자료의 변이성 존재를 인식하기보다는 당연한 사실로 받아들임을 확인하였다. 자료를 표나 그래프로 표현하였을 때 자료의 분포에 주목하면서 극단적인 값의 위치로 보다가 점차 자료의 퍼짐, 그래프 범위의 길이, 중간값과 극단적인 값 사이의 길이, 그래프 높이의 변화를 보고 자료를 이해하였다. 그러나 의사결정 상황에서 학생들은 자료의 변이성을 고려하여 자료 분석의 결과를 반영하여 의사결정을 하기보다는, 극단적인 값의 위치나 개인적 상황에 의존하는 경향을 보였다. 새로운 수학적 도구로서의 변이성 개념을 비교적 자연스럽게 받아들였지만 기존에 이미 가지고 있었던 개념 또는 지식과 적절하게 관련짓는 과정은 쉽게 진행시키지 못하였다.

표본추출 상황에서 표본추출 결과를 예측할 때, 학생들은 처음에 모비율을 고려하지만 개인적인 경험과 절대적인 양의 크기에 영향을 받았고, 표본 크기가 증가할 때에는 모비율 주변에 자료가 대부분 분포할 것이라고 생각하였다. 표본의 예측결과와 실험결과의 비교에서 학생들은 극단적인 값의 발생과 모비율 빈도수가 높은 것에 놀라워하였고, 같은 실험을 한 그래프의 표본분포가 다를 수 있음을 이해하였다. 표본 크기를 증가시키는 실험은 모집단을 추정할 수 있는 표본과 그 분포의 형태, 모집

단 모수의 예측 가능성을 이해하게 하였다. 표본분포를 비교하는 상황에서 학생들은 처음에 모비율을 고려한 그래프의 최빈값과 대다수의 모둠을 살펴본 다음 극단적인 값의 빈도수의 적고 많음에 주목하다가 점차적으로 자료를 포괄적으로 보기 위하여 그래프의 도수분포다각형을 그리면서 분포의 전체적인 형태를 고려하면서 극단적인 값과 대다수의 모둠의 퍼짐을 살펴보면서 표본분포를 이해하였다.

이 연구를 통하여 얻은 결론은 다음과 같다. 첫째, 변이성을 탐구할 수 있는 실생활 관련 문제 상황은 학생들이 수적 전략과 시각적 전략을 자연스럽게 사용하게 하였고, 결국 변이성의 복합적인 특성을 이해하는 데 중요한 역할을 하였다. 그러나 실제 의사결정 상황에서는 극단적인 값이나 상황에 의존하여 판단하는 경향을 여전히 보였다. 통계 교육에서 의사결정 상황을 보다 직접적으로 도입하지 않는다면 지식으로서의 통계적 도구가 내면화되지 않을 것이라는 시사점을 얻을 수 있었다. 둘째, 교사가 문제 상황의 해결 과정에서 반성적 사고를 유발하는 방식으로 수업을 진행하였기 때문에, 학생들은 상황 속에 내포된 표본의 의미, 실험에서 자료 수집의 역할, 예측과 실험의 비교 등 변이성의 복합적인 측면을 인지하였다. 특히 예측과 실험의 비교 과정에서 매우 흥미 있어 하고 놀라워하면서 수업에 참여하였다. 앞으로 학교수학에서도 불확실한 문제 상황을 제공하고, 이전에 가지고 있던 수학적 도구와 반성적 사고에 기초하여 자료의 변이성을 탐구하도록 해야 한다는 시사점을 얻었다. 셋째, 변이성 탐구는 자료를 요약하고 그래프로 표현하는 과정 이면에 들어있는 통계적 사고를 경험하게 함으로써, 상대도수, 확률분포, 가설검정에 이르는 중요한 내용을 아우르는 개념임을 확인하였다. 무엇보다 학생들이 생소한 개념으로 분포를 받아들이는 것이 아니라 문제에 내포된 수학적 구조로 이해하여 탐구할 수 있었다는 점이 매우 의미 있다고 할 수 있다. 이러한 흐름이 통계 교육과정에 일관되게 반영되어야 할 것이다.

참고문헌

김윤옥 · 김성혜 · 김은경 · 신경숙 · 신경일 · 정명화 · 허승희 · 황희숙(2001). **교육 연구를 위한 질적 연구 방법과 설계**. 서울: 문음사.

문청자(2005). **중고등학생의 통계적 사고에 관한 연구**. 건국대학교 교육대학원 석사학위 논문.

우정호(2000). **학교수학의 기초**. 서울: 서울대학교 출판부.

임재훈 · 이대현 · 이양락 · 박순경 · 정영근(2004). 수학과 교육내용 적정성 분석 및 평가. **연구보고 RRC 2004-1-5**. 서울: 한국교육과정평가원

Bakker, A. (2004). *Design research in statistics education: On symbolizing and computer tools.* Utrecht; CD-β Press, Center for Science and Mathematics Education, Freudenthal Institute, Research Group On Mathematics Education, Utrecht University.

Ben-Zvi, D. (2004). Reasoning about variability in comparing distributions. *Statistics Education Research Journal, 3,* 42-63.

Ben-Zvi, D. & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning and thinking: goals, definition, and challenges. *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning* *and Thinking,* Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 6-7.

Canada, D. L. (2004). *Elementary Preservice Teachers' Conceptions of Variation.* A dissertation for the degree of Doctoral of Philosophy in Mathematics Education of Portland State University.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Hiebert et al. (2004). **어떻게 이해하지?** (김수환 · 박영희 · 이경화 · 한대희 공역). 서울: 경문사. (영어 원작은 1997년 출판).

Reading, C. (2004). Student description of variation while wording with weather data. *Statistics Education Research Journal, 3,* 84-105.

Shaughnessy, J. M., Ciancetta, M., Best, K., & Canada, D. (2004). Students' attention to variability when comparing distribution. *The Research Pression of the 82nd Annual Meeting of the National Council of Teachers of Mathematics.* Philadelphia, PA.

Watson, J. M. & Moritz, J. B. (1999). The Beginning of Statistical Inference: Comparing two data set. *Educational Studies in Mathematic, 37,* 145-168.

Watson, J. M., & Torok, R. (2000). Development of the Concept of Statistical Variation: An Exploratory Study. *Mathematics Education Research Journal, 12,* 147-169.

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical inquiry. *International Statistical Review, 67,* 223-265.

A Case Study aimed at Junior High School 3rd Grade Student's Understanding of Variability

Song, Seon A (Wando Middle School)
Lee, Kyung Hwa (Korea National University of Education)

The aim of statistics education is to enhance statistical thinking. Variability is the key components of statistical thinking. The research has been reviewed preceding research about variability of data. Proceeding from what has been considered above, this research developed learning materials that investigated the concept of variability as it relates to Freudenthal's context by having students sort a particular context. The research is executed the case study evidently aimed at Junior High School 3rd Grade Student's Understanding of Variability. The study of variability in data can be an important start to reach a testing of statistical hypothesis; students reduce data and draw graphs by relating probability distribution to relative frequency and normal distribution. Thus, this study offers basic materials into developing both contents and methods of education need to consider with this sense of purpose held by students to achieve this goal.

* key words : statistics education(통계교육), statistical thinking(통계적 사고), variability(변이성), context(상황)

논문접수 : 2007. 2. 14
심사완료 : 2007. 3. 6