

순환소수 지도에서의 문제점과 해결방안

이 강 섭*·엄 규 언**

유리수의 개념에 대한 이해를 확립하고 실수로의 확장 가능성을 탐색하는 수학 8단계 학습에서 제시되는 ‘유리수와 순환소수와의 관계’에 대하여 교과서 별로 서로 다른 내용을 담고 있어 많은 학습자들이 혼란을 겪고 있다. 이 연구에서는 순환소수에 대한 교육과정, 교과서, 평가문항을 분석하여 순환소수 지도에서의 문제점을 찾고 그에 따른 바람직한 해결방안을 모색하였다. 대안으로서, ‘0을 순환마디로 사용할 것’과 유한소수의 정의를 ‘0이 순환하는 소수’로 할 것을 제안하였다. 이를 바탕으로 ‘모든 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있으며, 모든 순환소수는 유리수로 나타낼 수 있다’는 관계의 지도를 해결방안으로 삼았다.

1. 문제의 제기

수학은 수에서 출발한 학문으로 수에 대한 교육은 가장 기본적이고 중요하게 다루어야 할 영역이다. 우리나라의 현행 중학교 교육과정에 의하면, 수에 대한 교육은, 7단계에서 정수의 개념, 8단계에서 유리수의 개념, 9단계에서 실수의 개념을 다루도록 되어 있다. 유현주(1995)에 의하면 유리수 개념은 초·중등학교 아동이 학교수학에서 경험하게 되는 중요하면서도 복합적인 수학적 개념 가운데 하나로, 비와 비례의 개념과 결부되어 학교수학을 조직하는데 핵심적인 역할을 한다. 그러나 학교에서의 유리수 지도는 수에 대한 개념이 불충분한 상태에서 알고리즘적 측면만을 강조하므로 대부분의 학생들은 유리수 개념에 대해 명확히 알지 못한다.

제 7차 교육과정에서의 유리수 개념은 초등

학교에서의 자연수 및 분수와 소수의 개념을 심화 발전 시켜 <7-가 단계>와 <8-가 단계>에서 제시되고 있다. <8-가 단계>에서는 그 내용으로 ‘유리수와 소수’, ‘유리수와 순환소수’를 담고 있다. 그런데 ‘유리수와 순환소수’ 부분은 제 6차 교육과정에 의한 8종의 교과서에서부터 이론적으로 서로 다른 견해를 보여 문제점이 제기되었던 부분이다(김홍기, 2003, 2004; 김홍기·유진호·정웅조, 2001). 즉, 유리수와 순환소수의 관계에 대해 교과서 별로 서로 다른 내용을 제시해 학습자로 하여금 혼란을 일으키게 한 경우이다. 구체적인 내용은 다음의 두 가지 서술에서 볼 수 있다.

‘0을 제외한 모든 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다(부록의 YB).’

‘모든 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다(부록의 YH).’

이 두 교과서 외에 타 교과서들도 유리수와 순환소수의 관계에 대해 제시하는 내용이 서로

* 단국대학교(leeks@dankook.ac.kr)

** 단국대학교 대학원(number141@hanmail.net)

다르고, 현재 사용되는 제 7차 교육과정에 의한 교과서 또한 이러한 문제점을 계속 갖고 있다. 이러한 문제점은 교과서 서술의 문제로 그치는 것이 아니고, '유리수와 순환소수의 관계'를 묻는 평가문항에서 답이 달라지는 큰 논란의 소지가 있고, 뒤에서 언급하는 바와 같이 실제로 그러한 경우가 있었다.

본 연구의 목적은 순환소수의 학습에서 일어나는 문제점과 해결방안을 찾는 것이며, 이를 위하여 교육과정, 수학 교과서 및 실제 평가문항을 분석하였다. 구체적으로, 교육과정 연구 자료로서 '중학교 수학과 교육과정(제 5차, 제 6차, 제 7차)'를 사용하였다(문교부, 1987; 교육부, 1994; 교육인적자원부, 1999 참조). 교과서 연구 자료는 제 5차 교육과정에 의한 중학교 2학년 수학 교과서 5종과 제 6차 교육과정에 의한 교과서 8종, 그리고 제 7차 교육과정에 의한 교과서 16종을 사용하였다. 이들 교과서의 내역은 첨부한 [부록] 과 같으며, 편의상 논문에서는 기호로 명시하였다. 한편, 비교 연구 자료로 이용한 미국의 교과서는 Dressler(1981)의 'Integrated Mathematics I', Dolciani et al(1981)의 'Pre-Algebra' 및 Barnett and Kearns(1994)의 'Elementary Algebra'이다. 평가문항 연구 자료는 서울시에 소재하고 있는 H중학교 및 S중학교에서 2000년(제 6차 교육과정)과 2003년(제 7차 교육과정)에 출제된 중간고사의 관련 문항을 사용하였다.

II. 순환소수 지도의 현황과 문제점

1. 교육과정(제 5차, 제 6차, 제 7차)에서 제시한 순환소수의 내용 분석

앞에서 언급한 바와 같이, <8-가 단계>의 학

습에서 다루는 '유리수와 소수' 및 '유리수와 순환소수'의 관련은 두 부분으로 나뉘어 있는데, 먼저 '유리수와 소수' 부분에 대해 살펴보면 다음과 같다. 제 5차, 제 6차 및 제 7차의 모든 교육과정해설에서 '유한소수는 정수이거나 소수점 이하에 0이 아닌 숫자가 유한개인 소수'라 하였고, 무한소수는 이 두 가지를 제외한 경우로 정의하였다. 또 순환소수는 '무한소수가 되는 경우 일정한 숫자가 반복해서 한없이 나타나는 소수'로 정의하였다. 그리고 유리수와 순환소수의 관계에 대해 제 5차 및 제 6차 교육과정에서는 '정수나 유한소수를 순환소수로 나타낼 수는 있으나 이를 강조하여 지도할 필요는 없다'고 하였고, 제 7차 교육과정에서도 학습지도상의 유의점 ①에서 '유한소수를 순환소수로 나타내는 것은 강조하지 않는다'고 명시하고 있다. 우리의 현실에서 본다면 '강조하지 않는다'는 것과 '절대로 하지 말라'는 것은 동의어이다. 왜냐하면, 교과서에 한 줄 서술하거나 수업 중에 한 마디 언급한 것도(아무런 언급이 없는 것에 비하면) 강조한 것이기 때문이다.

두 번째로 '유리수와 순환소수'에 대해 살펴보면 다음과 같다. 제 5차, 제 6차 및 제 7차의 모든 교육과정에서 '순환소수가 유리수임을 알아보도록 하기 위해 순환소수를 분수로 나타내는 방법을 제시'하고 있는데, 이 과정을 '기계적으로 처리하는 것을 강조하지 않는다'고 하였다. 이에 대해 제 7차 교육과정에서는 학습지도상의 유의점 ②에서 그 과정을 '공식화하는 것을 강조하지 않는다'고 명시하고 있다.

김흥기(2003)에 의하면 순환소수의 도입은 <9-가 단계>에서 학습하는 무리수의 도입과 연계되어 있다. 무리수의 존재성을 증명할 수 있는 귀류법을 다루지 못하게 강제하는 현행

교육과정의 구조에서, 무리수의 존재성을 밝힐 수 있는 방법은 오로지 학습지도상의 유의점으로 제시한 ‘무리수를 도입할 때에는 무한소수를 소재로 한다’에 따를 수밖에 없다. 그런데 학습지도상의 유의점 ①은 오히려 유리수와 순환소수의 관계 규명을 막는 요인이 된다. 또한 순환소수를 분수로 고칠 때, 주어진 순환소수의 순환마디의 개수가 n 이면 그 순환소수에 10^n 을 곱한 것에서 주어진 순환소수를 빼는 방법으로 구할 수 있으므로 학습지도상의 유의점 ②인 ‘순환소수를 분수로 고칠 때 공식화하는 것을 강조하지 않는다’와 같은 내용은 굳이 교육과정에 제시되지 않아도 될 것이다.

일본의 경우, 방정식의 해의 존재 범위와 관련하여 수를 확장하여 무리수를 도입(남영만, 김미선, 2000 참조)하므로 이 때에 무한소수의 개념이 필요치 않다. 그러므로 위와 같은 유리수와 순환소수의 관계 규명에서의 문제점이 발생하지 않으나 미국(최영한, 김미월, 2002 참조)이나 우리의 경우는 무리수의 도입이 무한소수를 소재로 하므로 유리수와 순환소수의 관계 규명은 매우 중요하다.

결론적으로, 1987년 이래 20년간 세 차례의 교육과정이 시행되었지만 순환소수에 관한 내용은 발전적으로 변화되지 못하고 계속 문제점을 내포하고 있으며 제7차 교육과정이 개정고시(교육인적자원부, 2006) 현재까지도 지속되고 있는 상태이다.

한편, 유한소수의 정의 즉, ‘정수이거나 소수점 이하에 0이 아닌 숫자가 유한개인 소수’와 ‘유한소수를 순환소수로 나타낼 수 있다’는 점을 토대로 유추해 보면 교육과정에서 내포하고 있는 유리수와 순환소수의 관계는 ‘모든 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다’는 것이다. 또한, 순환소수는 분수 즉, 유리수로 나타낼 수

있기 때문에 앞에서 유추한 유리수와 순환소수의 관계와 함께 생각해 보면 다음을 알 수 있다.

『모든 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있고, 거꾸로 모든 순환소수는 유리수로 나타낼 수 있다.』

교육과정에서 이 관계에 대해 규명하지는 않았으나 담고 있는 내용을 토대로 유추해 보면 그러하다. 그러나 전술하였듯이 학습지도상의 유의점 ①이 ‘유리수와 순환소수의 관계’의 올바른 규명을 오히려 막는 역할을 하고 있어 교과서마다 다른 내용이 제시되는 문제점이 발생하고 있다.

교육과정에서, 유한소수를 순환소수로 고칠 수 있음에도 불구하고 그것을 강조하지 않는다는 것은 순환소수의 도입 목적을 간과한 것이다. 또한 $0.9=1$ 을 사용하므로 ‘모든 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다’는 관계 규명에 문제점이 발생한다. 우정호(1998)에 의하면 유한소수는 0이 순환하는 무한소수인데 그러한 유한소수를 9가 순환하는 무한소수로 나타내는 것은 기수법의 기본 전제를 일관되게 적용하지 않는 데에서 비롯되는 갈등 현상이라 하였다. 그러므로 0이 순환하는 무한소수를 사용하는 표기 체계에서 9가 반복되는 순환소수는 정상적인 소수표현으로 보기 어려우므로 이는 재고되어야 한다.

2. 교과서(제 5차, 제 6차, 제 7차)에서 기술한 순환소수의 내용 분석

가. 용어의 정의

여기에서는 제 5차, 제 6차 및 제 7차 교육과정에 의한 교과서에서 기술한 유한소수, 무한소수 및 순환소수의 정의를 분류하고 분석하였다.

1) 유한소수

교과서에서 서술한 유한소수의 정의를 살펴 보면 다음의 세 가지 유형으로 분류할 수 있으며, 각 교과서 별 유한소수에 대한 정의 유형은 다음 <표 II-1>과 같다.

- ① 소수점 아래 0이 아닌 숫자가 유한개인 소수
- ② 소수점 아래의 숫자가 유한개로 끝나는 소수
- ③ 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 없거나 유한개인 소수

<표 II-1>에서 보는 바와 같이, 제 5차 및 제 6차 교육과정에 의한 교과서와는 달리, 제 7차 교육과정에 의한 교과서에서는 유한소수의 정의가 대동소이하다. 용어에 대한 정의가 하나의 의미로 통일된 것은 다행스러운 일이지만, 현재 교과서에서 사용하고 있는 유한소수의 정의 ①은 유리수와 순환소수의 관계 규명을 명확하게 하지 못한다. 김흥기·유진호·정웅조(2001)에 의하면, 유한소수의 정의를 ②로 서술한 교과서 XE와 YE를 제외한 나머지 교과서는

$$\frac{2}{5} = 0.4000\cdots = 0.40, \quad \frac{3}{4} = 0.75000\cdots = 0.750$$

등과 같이 순환 마디가 0인 소수를 무한소수로 받아들이는 여지를 남기고 있다. 결국, 유한소수

의 정의 ①, ②, ③은 유리수와 순환소수의 관계를 간결하고 명확하게 규명하기에는 논란의 소지가 많다.

Royden(1993)은 유한소수를 순환마디가 0인 소수로 정의하였다. 또한 Dressler(1981) 및 Barnett and Kearns(1994)는 0을 순환마디로 보아 유한소수를 순환소수로 나타내었고, ‘모든 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다’는 관계를 서술하였다.

우리나라의 교과서는 제 6차 교육과정에 의한 YH에서만 참고란에

‘ $0.3 = 0.3000\cdots = 0.2999\cdots$ 에서 $0.29 = 0.30$ 으로 쓰기도 하므로 $0 = 0.0$ 으로 본다.’

라고 하여 0의 순환마디 사용에 대하여 언급하였다. 그리고 이 교과서는 유리수와 순환소수의 관계에 대해서도 타 교과서와는 달리

‘모든 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다’라고 서술하였다. 그러나 제 7차 교육과정에 의한 교과서 16종에서 이러한 언급을 한 교과서는 전혀 없는 실정이다. 이것은 교과서의 발전이 아니라 오히려 후퇴로 판단할 수 있다.

순환소수는 무리수 도입과 연계되어 있으므로 유리수와 순환소수의 관계에 대해 제대로 규명해야 한다고 전술하였다. 따라서 이 관계에 대해 확실히 이해할 수 있도록 유한소수의 정의에 대한 재고가 필요하다.

<표 II-1> 교과서 별 유한소수에 대한 정의 유형

제 5차 교육과정		제 6차 교육과정				제 7차 교육과정							
교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형
XA	①	YA	①	YF	③	ZA	①	ZF	①	ZK	①	ZP	①
XB	①	YB	①	YG	①	ZB	①	ZG	①	ZL	①		
XC	①	YC	①	YH	①	ZC	①	ZH	①	ZM	①		
XD	①	YD	①			ZD	①	ZI	①	ZN	①		
XE	②	YE	②			ZE	①	ZJ	①	ZO	①		

2) 무한소수

무한소수의 정의는 다음의 세 가지 유형으로 분류할 수 있으며, 각 교과서 별 무한소수에 대한 정의 유형은 다음 <표 II-2>와 같다.

- ① 소수점 아래 0이 아닌 숫자가 무한개인 소수
- ② 유한소수가 아닌 소수
- ③ 소수점 아래의 숫자가 무한히 많은 소수

<표 II-2>에서 보는 바와 같이, 무한소수에 대한 정의는, 유한소수의 정의와는 달리, 제 7차 교육과정에 의한 교과서에서도 한 가지로 통일되지 않았다. 한 가지 용어에 대하여 여러 가지 정의는 그 나름대로의 장점은 있을 것이나, 중학교 학생이라는 학습자의 입장에서는 매우 혼란스러울 것이므로 통일성을 유지하는 것이 바람직하다.

3) 순환소수

순환소수의 정의는 다음의 두가지 유형으로 분류할 수 있으며, 각 교과서 별 정의 유형은 다음 <표 II-3>과 같다.

- ① 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 한없이 되풀이되는 소수
- ② 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 한없이 되풀이되는 무한소수

위의 <표 II-3>에서 보는 바와 같이, 순환소수에 대한 정의는, 순환소수를 무한소수의 부분으로 정의한 교과서와 그렇지 않은 교과서로 나뉜다. 언뜻 보면 정의 ①과 정의 ②는 차이가 없는 것으로 생각할 수 있다. 그러나 정의 ①에서는 3.5000...을 순환소수로 보는 것이고 정의 ②에서는 이것이 무한소수가 아니

<표 II-2> 교과서 별 무한소수에 대한 정의 유형

제 5차 교육과정		제 6차 교육과정				제 7차 교육과정							
교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형
XA	①	YA	①	YF	③	ZA	①	ZF	①	ZK	①	ZP	①
XB	②	YB	②	YG	①	ZB	①	ZG	③	ZL	①		
XC	①	YC	①	YH	①	ZC	①	ZH	①	ZM	①		
XD	①	YD	①			ZD	①	ZI	①	ZN	①		
XE	③	YE	②			ZE	①	ZJ	①	ZO	①		

<표 II-3> 교과서 별 순환소수에 대한 정의 유형

제 5차 교육과정		제 6차 교육과정				제 7차 교육과정							
교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형
XA	①	YA	①	YF	②	ZA	②	ZF	②	ZK	①	ZP	①
XB	②	YB	②	YG	②	ZB	②	ZG	②	ZL	②		
XC	①	YC	②	YH	①	ZC	②	ZH	②	ZM	②		
XD	①	YD	②			ZD	②	ZI	②	ZN	①		
XE	①	YE	②			ZE	②	ZJ	②	ZO	②		

기 때문에 순환소수로 볼 수 없는 것이다. 한편 교육과정에서는 순환소수를 무한소수 중에서 일정한 숫자가 반복되는 경우라 하였다. 이에 의하면 정의 ①은 교육과정을 벗어난 것이고 정의 ②는 교육과정을 따른 것이다. 그러나 순환소수에 대한 정의 ①은 0을 순환마디로 사용하여도 문제를 일으키지 않도록 하고 있으나 정의 ②는 그렇지 않다. 한편, Dressler (1981)의 교과서는 순환소수를 ‘일정한 숫자의 배열이 계속해서 순환하는 소수’라 정의하여 0을 순환마디로 사용하여도 문제점이 발생하지 않는다. 정용조(2002)에 의하면, 제 6차 교육과정에 의한 교과서 YH처럼 순환소수를 도입하게 되면 순환마디가 0인 소수 이를테면 $\frac{1}{2} = 0.5000\dots = 0.50$ 과 같은 유한소수도 순환소수로 볼 수 있으며, 또한 유한소수의 정의로 그 일반성을 그대로 보전할 수 있다는 이점이 있다.

위의 <표 II-3>에서 확인한 바와 같이, 순환소수에 대한 정의도 교과서마다 서로 다르다. 거듭 강조하지만 용어의 정의만큼은 통일성을 유지하여 학습자들에게 혼란을 주지 말아야 할 것이다.

나. 유리수와 소수의 관계

제 5차, 제 6차 및 제 7차 교육과정에 의한

각 교과서에서 다룬 유리수와 소수와의 관계는 다음의 8가지로 분류할 수 있으며, 각 교과서 별 서술 유형은 다음 <표 II-4>와 같다.

- ① 모든 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ② 모든 순환소수는 유리수로 나타낼 수 있다.
- ③ 모든 유한소수와 순환소수는 유리수이다.
- ④ 모든 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 0이 아닌 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ⑥ 0이 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ⑦ 정수가 아닌 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ⑧ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

김흥기(2003)에 의하면, <8-가 단계>에서 학습하는 순환소수의 개념은 유리수와 순환소수의 관계를 규명하여 <9-가 단계>에서 다루는 무리수를 도입하기 위한 선수 학습이다. 실제로, 무리수의 존재성을 밝힐 때, 귀류법에 의한 증명 방법을 사용할 수 없는 경우에는 순환소수를 사용하여 무리수를 도입할 수밖에 없으므로 순환소수와 유리수의 관계를 확실히 이해해야 한다. 그러나 수학적으로는 아무런 의미가 없는 계산 방법 즉, 순환소수를 유리수로 고치

<표 II-4> 교과서 별 유리수와 소수와의 관계에 대한 서술 유형

제 5차 교육과정		제 6차 교육과정				제 7차 교육과정							
교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형
XA	③⑧	YA	⑤②	YF	①	ZA	③⑧	ZF	②	ZK	②	ZP	③④
XB	②	YB	⑤②	YG	②	ZB		ZG		ZL	②④		
XC	②⑤	YC	③④⑦	YH	①②	ZC	②④	ZH	③⑥	ZM	④		
XD	②	YD	②④			ZD	④	ZI	③	ZN	⑧		
XE	③④⑤	YE	③④			ZE	③④	ZJ	③⑧	ZO	④②⑤		

는 계산까지도 <8-가 단계>에서 다루고 있는 많은 교과서에서 이와 같은 목적은 소홀히 하고 있다. 즉, 순환소수와 유리수의 관계인

『모든 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있고, 거꾸로 모든 순환소수는 유리수로 나타낼 수 있다.』

의 규명에는 미흡하거나, 또는 아예 관계없는 것처럼 취급조차 하지 않는 교과서도 있다.

한편, Dressler(1981) 및 Barnett and Kearns (1994)는 $.5 = .5\bar{0}$ 과 $.75 = .75\bar{0}$ 처럼 0을 순환마디로 사용하여 ‘모든 유리수는 순환소수로 표현할 수 있음’을 보였고, 위의 관계에 대하여도 명확하게 서술하고 있다. 물론 Dolciani et al(1981)처럼 0을 순환마디로 취급하지 않는 미국교과서도 있다.

앞의 <표 II-4>를 살펴보면, 위의 관계에 대해 제대로 규명하고 있는 교과서는 제 6차 교육과정에 의한 교과서 YH뿐이다. 나머지 교과서는 한쪽만 제시하였거나 아니면 전혀 언급하지 않았다. 학생들이 학습에서 가장 먼저 접하는 것이 교과서인데, 이처럼 출판사 별로 서로 다른 내용을 제시하고 있다는 것은 큰 문제가 아닐 수 없다. 더구나 개념 파악이 쉽지 않고 계통학습이 요구되는 수 영역에서의 이러한 문제점은 학생들에게 혼란을 일으켜 수학 학습에 좋지 않은 영향을 미칠 것이다.

다. 순환소수의 대소관계

순환소수의 대소관계는 제 5차 및 제 6차 교육과정에서는 제시되지 않았으나 제 7차 교육과정에서는 심화과정에 제시하고 있다. 그러므로 본 연구에서는 제 7차 교육과정에 의한 중학교 수학교과서 16종에 대해 분석한다. 제 7차 교육과정에 의한 각 교과서 별 순환소수의 대소관계에 대한 서술 유형은 다음의 <표 II-5>와 같으며, 제시된 비교 방법은 다음의 두 가지이다.

① 순환마디를 나열하여 소수점 아래의 숫자 비교

② 분수로 고친 후 두 수의 크기 비교

위의 <표 II-5>에서 보는 바와 같이 순환소수의 대소관계 또한 교과서마다 제시하고 있는 내용이 서로 다르다. 김흥기(2003)에 의하면, 두 순환소수의 대소관계에 대하여 소수점 아래의 숫자를 비교하는 방법을 모든 교과서에서 사용하고 있는데 이것은 잘못된 것이다. 왜냐하면 두 수의 크기를 비교한다는 것은 그 두수가 명확하게 정해진 수인 경우이지 소수점 아래의 숫자가 무한히 계속되어 명확하게 정해지지 않은 수에 대하여는 의미가 없기 때문이다. 실제로 $0.1 = 0.1000\cdots$ 과 $0.09 = 0.0999\cdots$ 의 크기를 소수점 아래의 숫자의 크기로 비교한다

<표 II-5> 교과서 별 순환소수의 대소관계에 대한 서술 유형

교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형	교과서	유형
ZA	①	ZE	①②	ZI	①	ZM	①
ZB	①	ZF	①②	ZJ	①	ZN	①
ZC	①②	ZG	①②	ZK	①②	ZO	
ZD	①	ZH	②①	ZL	①②	ZP	①②

*ZA : 별해로 ②제시 * ZD : 순환마디가 9인 것은 정수 또는 유한소수로 바꾼 후 비교

*ZI : ②에 대해 언급하였으나 ① 권장 *ZO : 수직선 위에서 오른쪽 수가 더 큼(순환마디가 9인 경우는 예외)

면 $0.1 > 0.09$ 가 되어 잘못되었음을 알 수 있다. 물론 순환소수를 분수로 고칠 때에도 옳지 않은 연산 방법을 사용하기는 하지만, 그래도 이 방법을 사용하면 때에 따라 잘못된 결과가 나오는 경우는 없다. 따라서 이와 같이 경우에 따라 잘못된 결과가 나오는 방법을 사용하는 것은 잘못된 것이고 시정되어야 한다.

3. 순환소수에 대한 평가문항 분석

여기에서는 제 6차 교육과정 및 제 7차 교육과정으로 각각 학습한 2000년과 2003년에 서울의 H중학교와 S중학교에서 실제로 중간고사에서 출제된 순환소수에 관련된 평가 문항을 다음 <표 II-6>에 예로 제시하고 이것을 분석한다. 유리수와 순환소수와의 관계를 묻는 위의 예

1은 문제점이 있는 문항이다. 제 6차 교육과정에 의한 교과서 YA 또는 YB로 학습한 학교에서는 이 문제의 답이 ②와 ⑤ 두 가지로 처리될 것이다. '0을 제외한 유리수만이 순환소수로 나타낼 수 있다'고 유리수와 순환소수의 관계에 대해 서술하였기 때문이다. 또한 YC 교과서로 공부하는 학교도 ②와 ⑤ 두 개가 정답이 된다. 유리수와 순환소수와의 관계에 대해 '정수가 아닌 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다'고 서술하였기 때문이다. 그러나 YF와 YH 교과서로 공부하는 학교에서는 ⑤만 정답이 될 것이다. '모든 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다'고 유리수와 순환소수의 관계에 대해 서술하였으므로 ②번은 올바른 문장이 된다.

이처럼 평가문항의 답이 교과서 별로 달라질 수 있다는 것은 큰 문제점이 아닐 수 없다. 제 7차 교육과정에 의한 학습에서의 평가문항인

<표 II-6> 순환소수에 관련된 평가 문항의 예시

구분	제 6차 교육과정	제 7차 교육과정
유리수와 순환소수와의 관계	<p>예1) 다음 중 옳지 않은 것은?</p> <p>① 유리수는 분수로 나타낼 수 있다. ② 정수를 순환소수로 나타낼 수 있다. ③ 순환소수는 모두 유리수이다. ④ 무한소수 중에는 분수로 나타낼 수 없는 것이 있다. ⑤ 유한소수는 무한소수로 나타낼 수 없다.</p> <p>(2000, H중학교)</p>	<p>예2) 다음 중 옳지 않은 것은?</p> <p>① 유한소수로 나타내어지는 수는 모두 유리수이다. ② 순환소수로 나타내어지는 수는 모두 유리수이다. ③ 유리수는 모두 유한소수로 나타내어진다. ④ 유한소수로 나타내어지지 않는 모든 분수는 순환소수이다. ⑤ 순환소수가 아닌 무한소수도 있다.</p> <p>(2003, S중학교)</p>
순환소수의 대소관계	<p>예3) $A=0.12, B=0.2, C=0.21$일 때, 다음 중 옳은 것은?</p> <p>① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$ ④ $B < C < A$ ⑤ $C < A < B$</p> <p>(2000, S중학교)</p>	<p>예4) 다음 두 수의 대소관계가 옳지 않은 것은?</p> <p>① $\frac{1}{3} = 0.3$ ② $0.34 > 0.3$ ③ $-1.3 > -1.34$ ④ $\frac{1}{6} = 0.16$ ⑤ $0.9 < 1$</p> <p>(2003, S중학교)</p>

예 2는 별다른 문제점이 보이지는 않았으나 교과서마다 유리수와 순환소수와의 관계에 대한 규명이 다르므로 예 1의 ②번 보기를 제시할 경우 앞서 제시한 문제점이 생길 수 있다.

순환소수의 대소관계에 대한 예를 살펴보자. 예 3은 순환마디를 나열하여 소수점 아래의 숫자를 비교하는 방법을 써도 대소관계에 대한 올바른 답을 찾을 수 있다. 그러나 예 4는 이 방법을 쓸 경우 $0.9 < 1$ 이 틀린 경우가 아니다. 이 방법만 제시된 교과서로 공부한 학습자에게 이 문항은 답이 없는 문항이 될 것이다.

같은 문항에 대한 정답이 학교별로 다를 수 있다는 것은 심각한 문제이다. 수학은 엄밀한 논리적 구조로 이루어진 학문이므로 수학교육 또한 학문의 성격에 따라 이론적으로 논리성을 확립해야 한다.

III. 결론 및 제언

본 연구에서는 순환소수 지도에서의 문제점과 해결방안을 찾기 위하여 제 5차부터 제 7차까지의 교육과정과, 각 교육과정에 의하여 검인정된 교과서 및 미국 교과서에 서술된 순환소수 관련 부분을 비교 분석하였으며, 중학교에서 실제로 출제된 평가문항을 분석하였다. 먼저, 순환소수 지도에서의 문제점을 밝히면 다음과 같다.

첫째, 교육과정이 문제점을 내포하고 있다. 즉, 유리수와 순환소수와의 관계를 엄밀히 규명하여야 함에도 불구하고 오히려 이를 막는 요인인 학습지도상의 유의점을 제시한 것이다. 유한소수를 순환소수로 고칠 수 있음에도 불구하고 그것을 강조하지 않는다는 것은 순환소수 도입의 목적을 간과한 것이다. 또한 $0.9=1$ 을 사용하므로 '모든 유리수는 순환소수로 나타낼

수 있다'는 관계 규명에 문제점이 발생한다.

둘째, 교과서 또한 문제점을 지니고 있다. 즉, 교과서에 제시된 정의 및 그 내용이 교과서마다 서로 다르다는 것이다. 교과서는 학생들이 지식을 획득하기 위한 일차적 자료이므로, 교과서에 제시된 정의나 문제들은 학생들의 개념에 가장 직접적이고 중요한 영향을 미친다고 볼 수 있다. 교육과정에서의 문제점으로 인하여 교과서 또한 문제가 있는 것은 피할 수 없는 것이라 하더라도 용어의 정의 등 가장 기본적인 사항에 대하여 이론적으로 제시하는 내용은 같아야 한다.

셋째, 평가에서 논란의 소지가 있는 문항이 출제되는 것이다. 교과서에서 제시하고 있는 내용이 다르기 때문에 같은 문제라도 학교에 따라 답이 다른 것은 어쩌면 당연한 결과이다. 그러나 평가가 일관성을 유지하지 못하고 경우에 따라 답이 달라진다면 이의 신뢰성을 의심 받는 심각한 사태가 발생할 수 있다.

수 개념은 수학에서 가장 기본적이고도 중요한 내용이다. 더구나 학생들이 실생활에서 느껴보지 못한 무리수 도입을 위해 배우는 선수 학습이 순환소수이므로 위와 같은 문제점은 하루 빨리 해결되어야 한다.

위에서 논의한 문제점에 대한 근본적인 해결 방안은 유한소수의 정의를 '0이 순환하는 소수'로 하여 유리수와 순환소수와의 관계 즉, 「모든 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있고, 거꾸로 모든 순환소수는 유리수로 나타낼 수 있다」의 규명에 문제점이 발생하지 않도록 하여야 한다. 즉, $0.9=1$ 을 사용하지 않고, 0이 순환하는 무한소수를 사용하는 표기 체계를 쓰는 것이다. Dressler(1981)의 교과서처럼 0을 순환마디로 사용할 경우 위와 같은 문제점이 발생하지 않는다. 교육과정에서 이와 같은 내용을 제시하고 교과서는 이것을 반영하여 이론적인 내

용에 대해서 교과서마다 다른 내용이 아닌 같은 내용을 제시해야 한다. 그리하여 평가문항에서도 문제점이 발생하지 않도록 하고, 학습자에게 혼란을 주는 일이 없도록 하여야 할 것이다.

참고문헌

- 교육부(1994). **중학교 교육과정 해설(제 6차 교육 과정)**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(1999). **중학교 교육과정 해설(Ⅲ)(제 7차 교육 과정)**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2006). **수학·영어 교육과정 개정고시(제 2006-75호, 2006.8.29)**. 서울: 교육인적자원부
- 문교부(1987). **중학교 교육과정 해설(제 5차 교육 과정)**. 문교부.
- 김홍기(2003). 제 7차 수학과 교육과정과 교과서에 제시된 수 체계 도입에 관한 연구. **한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>**, 42(3), 265-274.
- 김홍기(2004). 중학교에서 순환소수 취급과 무리수 도입에 관한 고찰. **수학교육학연구** 14(1), 1-17.
- 김홍기·유진호·정웅조(2001). **중학교 수학과에서 유리수와 무리수의 취급에 관한 연구**. 교과 교육 연구 제 5호, 121-140. 서울: 단국대학교 교과교육연구소.
- 남영만·김미선(2000). 한국과 일본의 제 7차 중학교 수학과 교육과정의 비교 연구. **교육이론과 실천**, 10(2), 383-395. 마산: 경남대학교 교육문제 연구소.
- 우정호(1998). **학교수학의 교육적 기초**. 서울: 서울대학교 출판부
- 유현주(1995). **유리수 개념의 교수현상학적 분석과 학습-지도 방향에 관한 연구**. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
- 정웅조(2001). **중학교 수학과에서 무리수 도입에 관한 연구**. 단국대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 최영한·김미월(2002). 미국 NCTM의 Principles and Standards for School Mathematics에 나타난 수학과 교수·학습의 이론. **한국수학교육학회지 시리즈E <수학교육>**, 13(2), 751-764.
- Barnett, R. A. & Kearns, T. J. (1994). *Elementary algebra, 6th ed: structure and use*. New York: McGraw-Hill.
- Dolciani, M. P. et al (1981). *Pre-algebra*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- Dressler, I et al. (1981). *Integrated mathematics*. New York: AMSCO School Publication, Inc.
- Royden, H. L. (1993). *Real analysis, 3rd ed*. New York: MacMillan.

Problems and Alternatives on Teaching for Repeating Decimal

Lee, Kang Sup (Dankook University)

Uhm, Gyu Yeon (Dankook University)

The purpose of this study is searching for the problems and alternatives on teaching for repeating decimal. To accomplish the purpose, we have analyzed the fifth, sixth, and seventh Korean national curriculums, textbooks and examinations for the eighth grade about repeating decimal. We also have analyzed textbooks from USA to find for alternatives.

As the results, we found followings.

First, the national curriculums blocked us verifying the relation between rational number and repeating decimal.

Second, definitions of terminating decimal, infinite decimal, and repeating decimal are

slightly different in every textbooks. This leads seriously confusion for students examinations.

The alternative on these problems is defining the terminating decimal as following; decimal which continually obtains only zeros in the quotient. That is, we have to avoid the representation of repeating decimal repeated nines under a declared system which apply an infinite decimal continually obtaining only zeros in the quotient. Then, we do not have any problems to verify the following statement. A number is a rational number if and only if it can be represented by a repeating decimal.

* key words : terminating decimal(유한소수), infinite decimal(무한소수), repeating decimal(순환소수)

논문접수 : 2006. 10. 30

심사완료 : 2006. 12. 1

<부록 1> 연구에 사용된 교과서 종류

교과서	기호	저자	출판사	출판년도
제5차 교육과정에 대한 중학교 2학년 수학	XA	기우항 외 3인	교육연구사	1988년
	XB	박두일 외 2인	(주)교학사	"
	XC	김연식·김홍기	동아출판사	"
	XD	박한식	(주)지학사	"
	XE	구광조	지학사	"
제6차 교육과정에 대한 중학교 2학년 수학	YA	오병승	바른교육사	1994년
	YB	박두일 외 2인	(주)교학사	"
	YC	김호우 외 3인	(주)지학사	"
	YD	구광조·황선욱	지학사	"
	YE	최용준·이현구	(주)천재교육	"
	YF	김응태 외 3인	한샘출판(주)	"
	YG	박배훈·정창현	(주)교학사	"
	YH	김연식·김홍기	두산동아	"
제7차 교육과정에 대한 중학교 2학년 수학	ZA	전평국 외 4인	교육연구사	2002년
	ZB	박두일 외 4인	(주)교학사	"
	ZC	강옥기 외 2인	(주)두산	"
	ZD	이영하 외 3인	(주)교문사	"
	ZE	박윤범 외 3인	대한교과서(주)	"
	ZF	최용준	(주)천재교육	"
	ZG	신항균	형설출판사	"
	ZH	황석근 외 1인	한서출판사	"
	ZI	배종수 외 7인	한성교육연구소	"
	ZJ	강행고 외 9인	(주)중앙교육진흥연구소	"
	ZK	고성은 외 5인	(주)블랙박스	"
	ZL	이준열 외 4인	(주)도서출판 디딤돌	"
	ZM	박규홍 외 7인	두레교육(주)	"
	ZN	양승갑 외 6인	(주)금성출판사	"
	ZO	조태근 외 4인		"
ZP	금종해 외 3인	(주)고려출판	"	