

## 다양한 하중 상태에서의 마이크로 크랙킹 거동 해석

강성수\*, 김홍건<sup>+</sup>

(논문접수일 2006. 7. 5, 심사완료일 2006. 10. 30)

### Analysis of Microcracking Behaviors of Solids under Multiple-Loading Conditions

Sung-Soo Kang\*, Hong Gun Kim<sup>+</sup>

#### Abstract

Fracture behavior of brittle solids such as rocks, ceramics and concrete is closely related to microcracking. A meso-scale analysis method using the natural element method is proposed for the analysis of material damage of brittle microcracking solids. The microcracking is assumed to occur along Voronoi edges in the Voronoi diagram generated using the nodal points as the generators. The mechanical effect of microcracks is considered by controlling the material constants in the neighborhood of the microcracks. The proposed meso analysis method is applied to the simulation of the microcracking behaviors of brittle solids subjected to uniaxial and biaxial macrostress. The obtained results are in good agreement with the results by computational damage mechanics model. The validity of the proposed method has been demonstrated by these numerical examples.

**Key Words** : Computational Mechanics(전산역학), Brittle Fracture(취성 파괴), Natural Element Method(자연요소법), Material Damage(재료 손상), Microcracks(마이크로크랙), Meso Analysis(메소 해석)

## 1. 서론

세라믹, 콘크리트, 암반 등으로 대표되는 취성고체의 파괴 거동은, 결정립계 등에서의 미소 크랙의 발생, 즉 마이크로 크랙킹이 지배적이다. 이러한 개개의 마이크로 크랙의 역학적 효과를 직접 고려할 수 있는 메소스케일 해석 수법으로서, 계산 불연속체 역학 모델이 개발되었다<sup>(1)</sup>. 이 방법은 물

리적 의미가 명확하고, 계산 알고리즘도 간단하며, 프로그래밍도 용이하지만, 스프링 상수의 결정과 이방성 재료의 고려 등에 난점이 있다.

한편, 지난 10년간 큰 발전을 거듭한 무요소법<sup>(2)</sup>은 요소를 필요로 하지 않는 수치해석수법이다. 절점을 분포시키는 것만으로 해석 대상의 모델링이 가능하며, 입력 데이터 작성에 드는 소모가 크게 경감되는 장점이 있다. 대표적인 예로,

\* 전주대학교 기계자동차공학과  
<sup>+</sup> 교신저자, 전주대학교 기계자동차공학과 (hkim@jj.ac.kr)  
주소: 560-759 전북 전주시 완산구 효자동3가 1200번지

Sukumar 등의 자연요소법(Natural Element Method: NEM)<sup>(3)</sup>을 들 수 있다. 일반적인 유한요소법과 비교하여, 강성 방정식의 구성 과정은 거의 동일하지만, 형상함수 구성에 Natural Neighbor Interpolation이라는 근사법을 이용함이 가장 큰 차이이다. 즉, 유한요소법에선 형상함수의 정의가 요소 내에 국한되지만, NEM에서는 주위의 절점간의 위치 상관관계에 따라 바뀌게 되어, 유한요소해석 보다 일반적으로 해의 정도가 높게 된다.

또한 혼합모드 하에서의 크랙의 전파 거동에 관하여, 각도와 길이의 변화를 갖는 피로균열의 발생과 성장특성<sup>(4)</sup> 및 스테인레스강의 피로균열 진전 속도 및 방향<sup>(5)</sup> 등을 실험 및 유한요소 해석을 통하여 예측한 연구가 보고되어 있다.

본 연구에서는, 자연요소법에 의한 이차원 메소 해석 수법을 제안하여, 비정상 마이크로 크랙킹 거동의 해석에 적용하였다. 즉, 마이크로 크랙을 포함하지 않은 정방형 고체에 다양한 매크로 응력을 가하여, 마이크로 크랙의 발생에 의한 비선형 변형 과정을 해석하였다. 이러한 결과들을 통하여 제안된 수법의 유용성을 논한다.

## 2. 마이크로 크랙킹 거동의 메소 해석

### 2.1 해석 모델과 정식화

Fig. 1은 해석모델의 절점배치도로서, 이렇게 랜덤하게 생성된 절점에 대하여, 이차원 NEM의 계산수순을 적용한다. 마이크로 크랙은 Fig. 1의 절점을 모점으로 하는 Voronoi 분할도의 각 Voronoi 변에 발생한다고 가정한다.

즉, Fig. 2에 보이는 것처럼, 각 Voronoi 변의 크랙에 제일 가까운 최근방 적분점  $[x_2, x_3, x_4, x_5]$ 에서의 수직 마이크로 응력  $\sigma_n$ 의 평균치가 어떤 한계치에 도달했을 때, 즉 다음의 식을 만족할 경우에 마이크로 크랙이 발생한다고 가정한다.

$$\sigma_{ave} \left( \sum \frac{\sigma_n}{4} \right) \geq \sigma_{critical} \quad (1)$$

여기서,

$$\sigma_n = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (2)$$

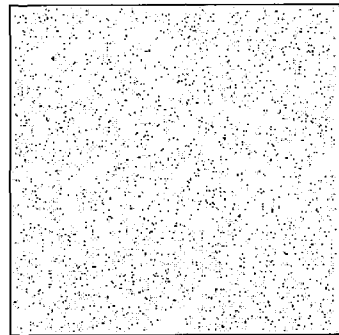
본 메소해석 수법의 마이크로 크랙킹 거동해석에서의 정성적인 유용성을 검토하기 위해, 응력 특이성 등을 무시한 식 (1)과 같은 간이판별식을 가정하였다. 후술할 계산 예들에선, 정성적인 논의에 머무르기 때문에,  $\sigma_{critical}$ 은 임의로

설정하였지만, 실험결과와의 정량적 비교를 할 경우는 손상-파괴를 동반하는 재료 시험 결과와의 대비에 의해  $\sigma_{critical}$ 를 정해야 한다. 전체 좌표계에 있어서의 등방성 탄성계수 행렬  $[D_1]$  및 이방성 탄성계수 행렬  $[D_2]$ 은 각각 다음과 같이 주어진다.

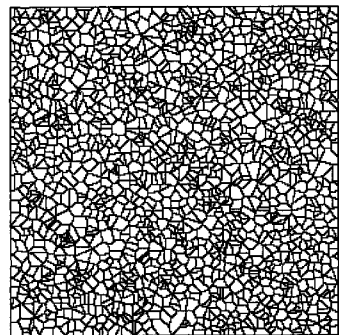
$$[D_1] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[D_2] = \frac{E_2}{(1-n\nu_2^2)} \begin{bmatrix} n & n\nu_2 & 0 \\ n\nu_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & m(1-n\nu_2^2) \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서,

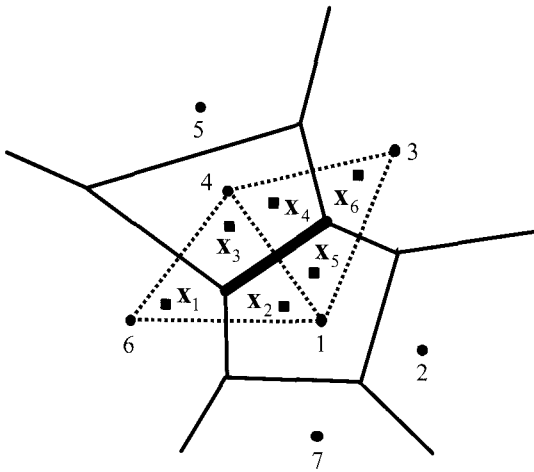


(a) Node distribution

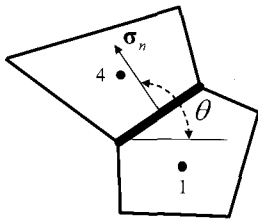


(b) Voronoi diagram

Fig. 1 Analyzed model



(a) Numerical consideration of a microcrack



(b) Normal microstress of a microcrack

Fig. 2 Consideration of a microcrack

$$n = \frac{E_1}{E_2}, m = \frac{G_2}{E_2} = \frac{1}{2(1+\nu_2)} \quad (5)$$

또한, 각 마이크로 크랙에 대해, 크랙에 수평인 방향과 수직인 방향의 좌표로 구성된, 국소 좌표계에 의한 이방성 행렬을 다음과 같이 표시한다.

$$[D_2] = \frac{E_2'}{(1-n\nu_2'^2)} \begin{bmatrix} n' & n'\nu_2' & 0 \\ n'\nu_2' & 1 & 0 \\ 0 & 0 & m'(1-n\nu_2'^2) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$n' = \frac{E_1'}{E_2'}, m' = \frac{G_2'}{E_2'} = \frac{1}{2(1+\nu_2')} \quad (7)$$

## 2.2 마이크로 크랙의 안정성

세라믹과 같은 다결정 취성 고체에서, 열적 이방성에 기인하여 제조 시에 발생하는 잔류 마이크로 응력은, 인접 결정

립계에서 상호 인장과 압축을 반복하는 경향이 있어, 인장 잔류 마이크로 응력을 갖는 결정립계에 발생한 마이크로 크랙은, 인접한 입계의 압축 잔류 마이크로 응력에 의해 구속되며, 마이크로 크랙의 안정성이 나타난다고 알려져 있다<sup>(6)</sup>. 본 해석에서는 초기 잔류 마이크로 응력의 존재는 가정하지 않지만, 상기의 사실을 고려하여, 마이크로 크랙이 발생한 Voronoi 변의 인접한 입계에 있어서는, 결보기 상의 마이크로 응력 값에 관계없이, 마이크로 크랙이 발생하지 않는다고 판단하였다.

## 3. 이축 매크로 응력하의 마이크로 크랙킹 거동

### 3.1 해석 모델과 마이크로 크랙 패턴

Fig. 3은 이축 방향으로 인장 응력을 준 경우의 해석 모델이며, 이에 대응하는 Voronoi 분할도는 Fig. 1 (b)와 같다. 다양한 인장 매크로 응력을 가하였을 때, 마이크로 크랙 발생 패턴을 Fig. 4 (a)[x 방향 일축 응력 상태], Fig. 4 (b)[y 방향 일축 응력 상태] 및 Fig. 4 (c)[x,y 방향 이축 응력 상태]에 나타낸다. 일축 응력 상태의 경우는 각각 응력의 방향과 직교 방향으로 많은 마이크로 크랙이 발생하고, 이방성이 강한 분포 패턴이 되지만, 이축 응력 상태의 경우는 등방성이 강한 분포 패턴이 됨이 관찰되었다.

### 3.2 이축 인장 매크로 응력하의 마이크로 크랙킹 거동

이축 인장 매크로 응력을 비례 부하한 경우의 마이크로 크랙킹 거동을 해석하였다. 매크로 응력비  $\sigma_y/\sigma_x$  를 0(단축 인장), 0.25, 0.50, 0.75, 1.0으로 변화를 주었다. Fig. 5는,

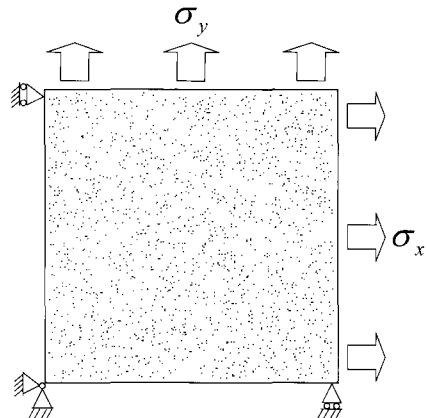


Fig. 3 Analyzed model under biaxial macrostress

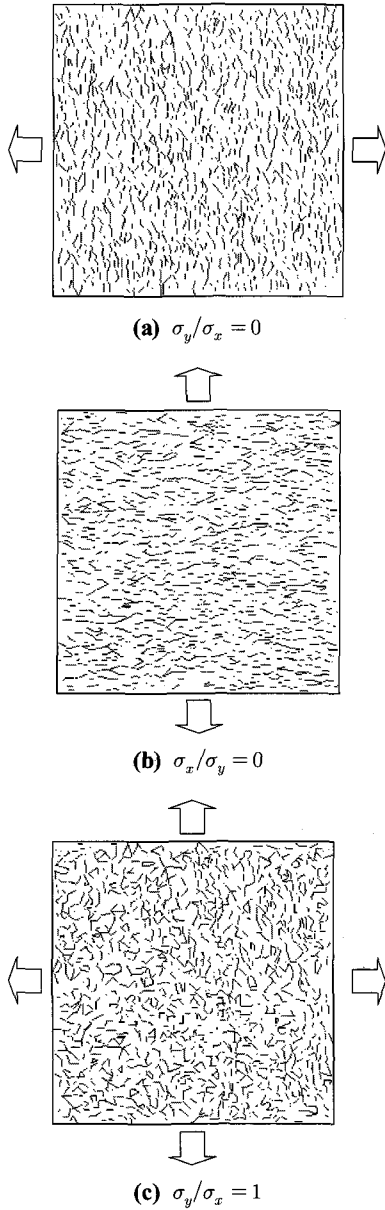


Fig. 4 Distributions of microcracks for various values of macrostress ratio

매크로 응력비를 바꾸었을 경우의  $x$  방향의 응력·변형률 관계이다. Fig. 5 (a)와 Fig. 5 (b)는, 마이크로 크랙의 역학적 효과를 각각 등방성과 이방성으로 가정하고 있다. 이방성이라 가정할 경우에 대해서는, 매크로 응력비가 1에 가까워짐에 따라, 마이크로 크랙 패턴이 등방성을 보이게 되는 현상

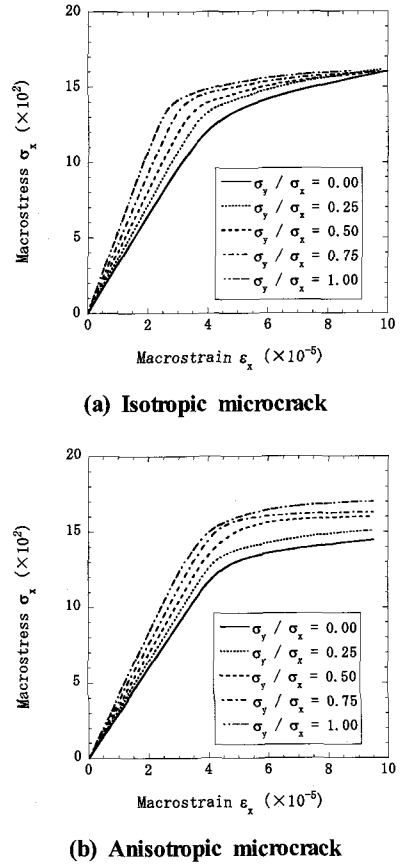


Fig. 5 Macrostress-macrostrain relations under biaxial tension (x-direction)

이 고려된다. 이로 인해 방향의 강성은 저하되고, 매크로 응력비가 클수록 마이크로 크랙킹 변형시의 응력 레벨이 상승되고 있다. 등방성이라고 가정할 경우에 대해선, 이러한 현상을 재현할 수 없다. 또한, Fig. 5 (a)의 결과는 연속체 손상 역학의 등방성이론 모델에 의한 계산 결과<sup>(7)</sup>, Fig. 5 (b)의 결과는 계산 불연속체 역학 모델에 의한 계산 결과<sup>(7)</sup>와 양호하게 대응하고 있다.

Fig. 6은,  $y$  방향의 매크로 응력·매크로 변형률 관계를 매크로 응력비에 따라 나타낸 것이다. Fig. 6 (a),(b),(c),(d)는 각각 마이크로 크랙의 역학적 효과를 등방성 및 이방성이라 가정할 결과들을 포함하고 있다. 매크로 응력비가 적을수록, 마이크로 크랙이 패턴은 이방성을 현저하게 나타내기 때문에, 전자와 후자의 결과는 크게 다르다. Fig. 5와 같이, 전자의 결과는 연속체 손상역학의 등방성이론 모델에 의한 계산

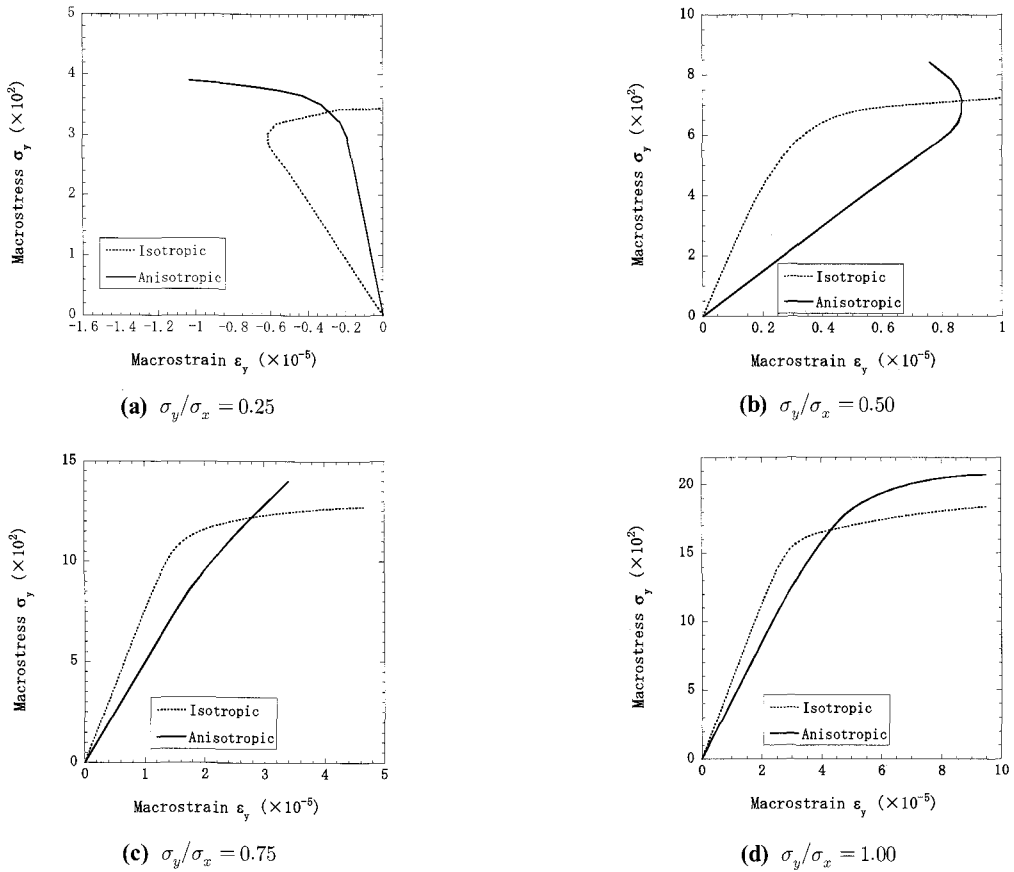


Fig. 6 Macrostress-macrostrain relations under biaxial tension (y-direction)

결과<sup>(7)</sup>, 후자의 결과는 계산 불연속체 역학 모델에 의한 계산 결과<sup>(7)</sup>와 양호하게 대응하고 있다.

### 3.3 일축 인장-타축 압축 매크로 응력의 마이크로 크래킹 거동

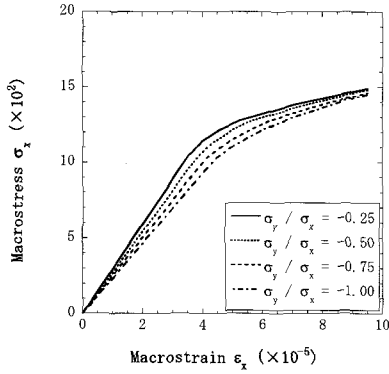
Fig. 3의 해석 모델에 일축 인장·타축 압축 매크로 응력을 비례 부하한 경우의 마이크로 크래킹 거동을 해석하여, 마이크로 크랙의 역학적 효과를 등방성 및 이방성이라고 가정할 경우의 계산 결과를 비교하였다. 매크로 응력비  $\sigma_y/\sigma_x$  는 -0.25, -0.50, -0.75, -1.0으로 변화를 주었다.

Fig. 7과 Fig. 8은 각각  $x$  방향의 매크로 응력·매크로 변형을 관계와  $y$  방향의 매크로 응력·매크로 변형을 관계를 나타내고 있다. 이러한 결과로부터도, 3.2절과 같은 결론을 얻을 수 있다. 즉, 마이크로 크랙의 역학적 효과를 등방성이라고 가정할 해석 결과는, 연속체 손상역학의 등방성이론 모델

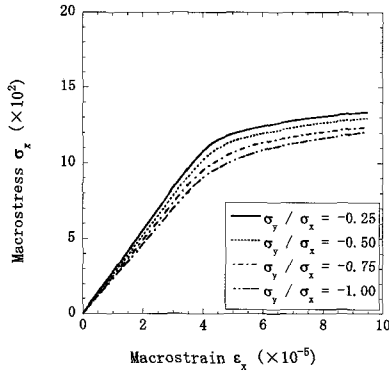
에 의한 계산 결과<sup>(7)</sup>와 대응하고 있고, 마이크로 크랙의 역학적 효과를 이방성이라고 가정할 해석 결과는, 계산 불연속체 역학 모델에 의한 계산 결과<sup>(7)</sup>와 양호하게 대응하고 있다. 따라서, 후자는 마이크로 크랙의 역학적 효과를 적절히 표현하고 있다고 할 수 있다.

## 4. 결론

본 연구에서는 자연요소법을 이용한 새로운 메소 해석 수법을 제안하여, 마이크로 크래킹 거동의 해석에 적용하였다. 즉, 마이크로 크랙을 포함하지 않은 정방형 고체에 이축 인장, 일축 인장·타축 압축 등 다양한 매크로 응력을 가하여, 취성 고체의 마이크로 크랙의 발생에 의한 비선형 변형 과정을 해석한 결과, 마이크로 크랙의 역학적 효과를 등방성이라고 가정할 해석 결과는 연속체 손상역학의 등방성이론 모델에

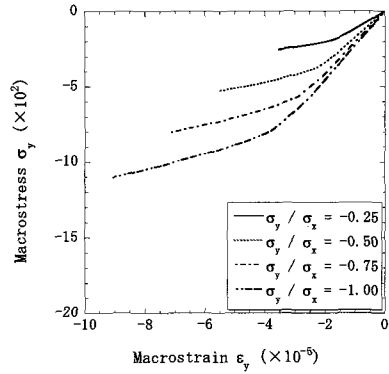


(a) Isotropic microcrack

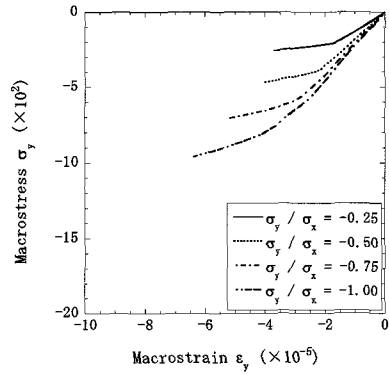


(b) Anisotropic microcrack

Fig. 7 Macrostress-macrostrain relations under tension-compression (tensile direction)



(a) Isotropic microcrack



(b) Anisotropic microcrack

Fig. 8 Macrostress-macrostrain relations under tension-compression (compressive direction)

의한 계산 결과와 대응하고 있고, 마이크로 크랙의 역학적 효과를 이방성이라 가정 한 해석 결과는 계산 불연속체 역학 모델에 의한 계산 결과와 양호하게 대응하고 있음을 확인하였다. 또한, 마이크로 크랙을 동반하는 재료손상 문제에 대하여, 개개의 마이크로 크랙의 이방성의 영향을 고려한 마이크로 크랙킹 거동의 메소 해석에 본 해석 수법이 유용함을 검증하였다.

### 참고 문헌

- (1) Toi, Y. and Che, J. S., 1994., "Computational Damage Mechanics models for Brittle Microcracking Solids based on Mesoscopic Simulations," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 48, No. 4, pp. 483~498.
- (2) Belytschko, T., Krongauz, Y., Organ, D., Fleming, M. and Krysl, P., 1996, "Meshless Methods: An Overview and Recent Developments," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 139, No. 1, pp. 3~47.
- (3) Sukumar, N., Moran, B. and Belytschko, T., 1998, "The Natural Element Method in Solid Mechanics," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 43, No. 5, pp. 839~887.
- (4) Jeong, E. H., Hur, B. S., Kwon, Y. K. and Oh, T. Y., 2000, "Behaviour of Fatigue Crack Propagation under Mixed Mode(I+II) with variation of Angle and Crack Length," *Transactions of the Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 9, No. 5,

pp. 73~79.

- (5) Kwon, J. W. and Yang, H. T., 2002, "Fatigue Crack Growth Rates and Directions in STS304 under Mode I and Mixed Mode," *Transactions of the Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 11, No. 3, pp. 102~109.
- (6) Fu, Y. and Evans, A. G., 1985, "Some Effects of Microcracks on the Mechanical Properties of Brittle

Solids-I. Stress, Strain Relations," *Acta Metallurgica*, Vol. 33, No. 8, pp. 1515~1523.

- (7) Toi, Y. and Che, J. S., 1994., "Mesoscopic Simulation of Microcracking Behavior of Brittle Polycrystalline Solids (2nd Report, Study of Anisotropic Theory in Continuum Damage Mechanics)," *JSME International Journal*, Vol. 37(A), No. 4, pp. 442~449.