

이산형 활동시간 분포를 갖는 PERT 네트워크에서 평균사업완성시간의 민감도 분석[†]

(Sensitivity Analysis of Expected Project Completion Time in a PERT Network with Discrete Distributions)

조재균*, 박철제**
(Jae-Gyeun Cho, Chul-Jae Park)

요약 효율적인 프로젝트 관리를 위해 PERT 네트워크에 대한 다양한 민감도 분석이 수행된다. 활동의 평균시간에 관한 평균사업완성시간의 민감도 분석에 관한 기존 연구에서는 활동시간의 분포가 정규분포를 따른다는 가정 하에서 활동의 평균시간의 변화에 따른 평균사업완성시간의 변화량을 추정한다. 본 연구에서는 이산형의 활동시간 분포를 갖는 PERT 네트워크에서 활동의 평균시간에 관한 평균사업완성시간의 민감도 분석을 위해 기존의 민감도 분석 방법을 수정한 방법을 제안한다. 그리고 다양한 PERT 네트워크에 대해 얻어진 결과를 분석함으로써 제안된 방법의 적용 타당성을 예증하고자 한다.

핵심주제어 : PERT 네트워크, 프로젝트 관리, 민감도 분석

Abstract For a PERT network, the sensitivity analyses are valuable tools for effective management and control of a project. In a previous article, a method was developed for the sensitivity analysis of the expected project completion time (μ_T) with respect to the expected duration of an activity (μ_i) under the assumption that the durations of activities are independent and normally distributed. In the present article, a method is presented for the sensitivity analysis of μ_T with respect to μ_i when the durations of activities are independent and follow discrete distributions, which utilizes the previous sensitivity analysis method with modifications. The accuracy of the proposed method is assessed using various example PERT networks, and the computational results indicate that the accuracy is comparable to that of direct Monte Carlo simulation.

Key Words : PERT Network, Project Management, Sensitivity Analysis

1. 서론

PERT(Project Evaluation and Review Technique)는 사업의 효율적 통제 및 관리를 위해

사용될 수 있는 기법이며, 도식적인 모형으로서 PERT 네트워크가 사용된다. PERT 네트워크 분석 방법들 중에서 민감도 분석(sensitivity analysis)은 활동시간의 평균 또는 분산의 변화가 사업완성시간의 평균 또는 분산에 미치는 효과를 평가한다(Elmaghraby, 2000).

[†] 이 논문은 2004년도 동의대학교 교내연구비에 의해 조성되었음(과제번호 2004AA068)

* 동의대학교 e비즈니스학과 부교수

** 동의대학교 경영정보학과 부교수

민감도 분석 중에서 활동의 평균시간에 관한 평균사업완성시간의 민감도 분석은 활동의 평균시간

을 어떤 양 만큼 변화시켰을 때 평균사업완성시간이 얼마나 변화되는가를 평가하며, Williams(1992), Bowman(1994), 그리고 Cho and Yum(2004) 등에 의하여 연구가 수행되어졌다. Williams(1992)와 Bowman(1994)에 의한 민감도 분석 방법은 활동의 평균시간이 유의적으로 크게 변화될 때는 평균사업완성시간의 변화량 추정치가 매우 부정확하다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 Cho and Yum(2004)은 활동시간의 분포가 정규분포를 따른다는 가정 하에서, 어떤 활동의 결정지수(criticality index)를 그 활동의 평균시간의 함수로 추정한다. 여기서 활동의 결정지수는 그 활동이 주경로(critical path) 상에 있을 확률로 정의되며, 사업완성시간의 평균값을 감소시키기 위하여 어떤 활동의 평균시간을 감소시켜야 할지를 밝히기 위하여 사용된다. 또한 주경로란 그 경로상에 있는 활동들의 활동시간이 증가하게 되면 사업완성시간의 증가를 초래하게 되는 그러한 경로를 의미한다. 그리고 추정된 결정지수 함수를 이용하여 활동의 평균시간이 변화될 때 평균사업완성시간이 얼마나 변화하게 되는지를 평가하는 민감도 분석 방법을 제안하였다.

그러나 사례연구에서 볼 수 있듯이 활동시간은 연속형의 분포로 추정되기 보다는 <표 1>에 나타난 바와 같이 이산형의 분포 형태로 추정되는 것이 오히려 현실적일 수도 있다(조재균 등, 2004). <표 1>에서 수리작업은 수리작업의 성격에 따라

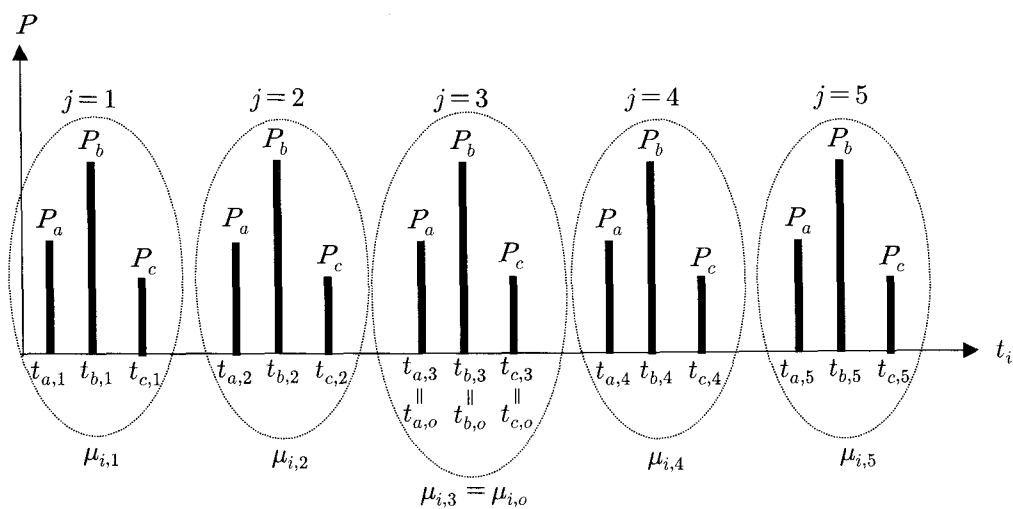
유형별로 분류된다. 유형 A는 간단한 검사, 유형 B는 일부 교체 수리, 유형 C는 완전 교체 수리를 나타내며, 각 유형별로 발생 확률과 소요되는 수리작업시간을 나타내고 있다.

<표 1> 수리시간 예시

작업 코드	수리작업의 유형					
	유형 A		유형 B		유형 C	
	시간(일)	확률	시간(일)	확률	시간(일)	확률
201	—	—	—	—	0.250	1.0
202	2.000	0.1	2.667	0.3	3.000	0.6
203	0.667	0.1	0.833	0.3	1.333	0.6
204	0.667	0.1	1.500	0.2	3.333	0.7
205	1.500	0.1	3.333	0.2	3.500	0.7
⋮						

본 논문에서는 이산형의 활동시간 분포를 갖는 PERT 네트워크에 대해 활동의 평균시간에 관한 평균사업완성시간의 민감도 분석을 위해 Cho and Yum(2004)의 민감도 분석 방법을 수정한 방법을 제안하고, 다양한 PERT 네트워크에 대해 얻어진 결과를 분석함으로써 제안된 방법의 적용 타당성을 예증하고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 이산형의 활동시간 분포를 갖는 PERT 네트워크에 대해 활동의 평균시간에 관한 평균사업완성시간의 민감도 분석 방법을 제안한다. 3절에서는 다양한 PERT 네트워크들에 대해서 2절에서 제시된 민감도 분석을 수행한 결과를 분석한다. 마지막으로 4



<그림 1> 기호설명

절에서는 결론을 제시한다.

2. 민감도 분석 방법

Cho and Yum(2004)은 PERT 네트워크에서 활동 i 의 결정지수 (ACI_i)를 활동 i 의 평균시간 (μ_i)의 비선형 함수로 추정하고, 추정된 ACI_i 함수를 사용하여 μ_i 에 관한 평균사업완성시간 (μ_T)의 민감도를 분석하는 방법을 제안한다. 제안된 방법에서는, 활동시간 (t_i)이 상호독립적이고 정규분포를 따르며, μ_i 가 변화 가능한 구간의 하한값 (L_i) 및 상한값 (U_i) 그리고 μ_i 의 몇 개의 값 (L_i , μ_i 의 원래 추정치, U_i 를 포함)에서의 대응되는 표준편차는 프로젝트 관리자에 의하여 주어지며, μ_i 가 변화될 때 t_i 의 분포적인 형태는 변하지 않는다고 가정한다. 이러한 가정 하에서 제안된 방법은 다음과 같은 과정으로 이루어져 있다. 첫째, μ_i 의 몇 개의 주어진 값에서 활동 i 가 주경로 상에 있을 빈도 (결과적으로는 ACI_i)를 몬테칼로 시뮬레이션 또는 다구치 직교실험을 이용하여 계산한다. 둘째, 로지스틱 회귀모형(logistic regression model)을 이용하여 ACI_i 를 μ_i 의 함수로 모델링한다. 셋째, 추정된 ACI_i 함수를 μ_i 의 변화 구간에 대해 적분함으로써 μ_T 의 변화량을 추정한다.

본 논문에서 이산형 활동시간 분포를 갖는 PERT 네트워크에서 평균사업완성시간의 민감도 분석 방법을 위하여 사용되는 기호에 대한 설명 및 가정은 다음과 같다. 활동시간 (t_i)은 상호독립적인 이산형 확률변수이며, 프로젝트 관리자는 활동 i 에 투입되는 자원을 증가 또는 감소시킬 경우에 t_i 의 분포를 추정하게 되며, 추정되는 t_i 의 분포의 수는 m 이다. 로지스틱 회귀모형의 유의성 검정을 위하여 m 의 값은 적어도 3 (t_i 의 원래의 추정치를 포함)이어야 한다. <그림 1>은 $m=5$ 인 경우를 나타내고 있다. <그림 1>에서 프로젝트 관리자에 의한 t_i 의 원래의 추정치는 $(t_{a,o}, t_{b,o}, t_{c,o})$ 이며 발생확률은 (P_a, P_b, P_c) 이다. 그때 t_i 의 평균은 $\mu_{i,o}$ 이다. $\mu_{i,j}$ ($j=1, 2, 4, 5$)는 변화된 t_i 분포의 평균을 나타내며, t_i 의 원래의 추정치

$(t_{a,o}, t_{b,o}, t_{c,o})$ 를 $(\delta t_{a,o}, \delta t_{b,o}, \delta t_{c,o})$ 로 변화시키면 원래의 평균 $\mu_{i,o}$ 는 $\delta \mu_{i,o}$ 로 변하게 된다. 그리고 모든 $j(=1, \dots, m)$ 에 대해서 t_i 의 분포적인 형태는 변하지 않는다 즉, $P(t_i = t_{a,j}) = P_a$, $P(t_i = t_{b,j}) = P_b$, $P(t_i = t_{c,j}) = P_c$ 라고 가정한다. 뿐만 아니라, 프로젝트 관리자에 의해 주어지는 변화된 t_i 분포 구간이 활동 i 의 평균이 변화 가능한 구간이 되며, 그 구간 내에서 활동의 평균시간에 관한 평균사업완성시간의 민감도 분석이 유효하게 된다(예를 들어, <그림 1>에서는 구간 $[\mu_{i,1}, \mu_{i,5}]$).

이러한 가정 하에서 이산형 활동시간 분포를 갖는 PERT 네트워크에서 활동의 평균시간에 관한 평균사업완성시간의 민감도 분석 방법은 다음과 같다.

단계 1.

각 $j(=1, \dots, m)$ 에 대해서, 역변환 방법(inverse transform method)을 이용한 이산형 분포의 확률변수 발생 방법(김재연, 1996, pp.197-199)에 의하여 다음과 같은 확률분포를 가진 각 활동의 활동시간을 N 번 발생시킨다.

$$\text{활동 } i : P(t_i = t_{a,j}) = P_a, P(t_i = t_{b,j}) = P_b, \\ P(t_i = t_{c,j}) = P_c,$$

$$\text{활동 } h (h \neq i) : P(t_h = t_{a,o}) = P_a, \\ P(t_h = t_{b,o}) = P_b, P(t_h = t_{c,o}) = P_c$$

이때, 활동 i 의 평균은 $\mu_{i,j}$ 이며, 활동 h ($\neq i$)의 평균은 $\mu_{h,o}$ 이다.

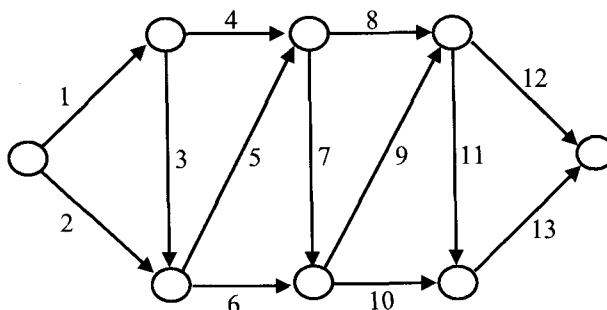
단계 2.

각 j 에 대해서, 활동 i 가 주경로 상에 있을 횟수를 최장 경로 알고리즘(longest path algorithm) (예: Critical Path Method)을 이용하여 계산하고, 그 횟수를 N 으로 나누어 $\hat{ACI}_{i,j}$ 를 계산한다.

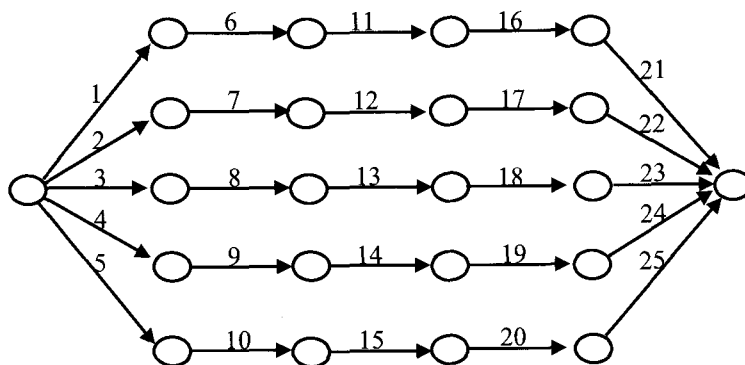
단계 3.

A, A_1 그리고 A_2 를 각각 네트워크에 있는 모든 활동들의 집합, 모든 j 에 대해서 $\hat{ACI}_{i,j}$ 가 어떤 임계치 (예를 들면, 1%) 보다 작은 활동들의 집합, 그리고 모든 j 에 대해서 $\hat{ACI}_{i,j}$ 가 어떤 임계치(예를 들면, 99%) 보다 큰 활동들의 집합이라고 할 때, $A - A_1 - A_2$ 에 속하는 활동들에 대해서

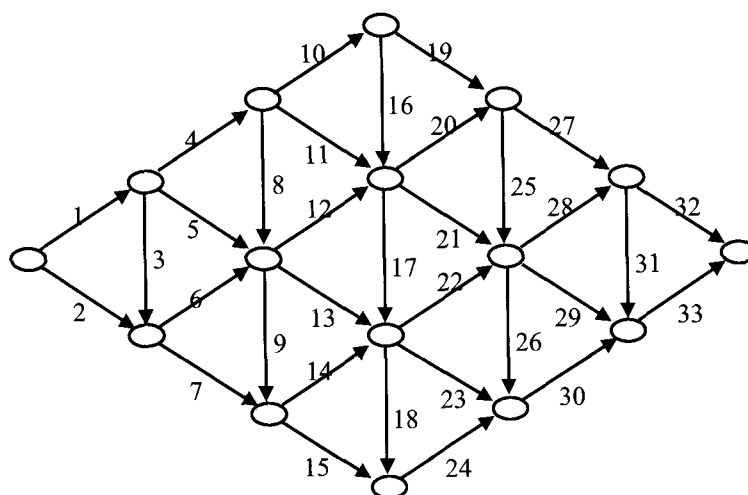
만 분석을 수행한다. A_1 에 속하는 각 활동 k 에 대해서는, $A\hat{C}I_k \cong 0$ 이고, μ_k 의 변화 가능한 구간 내에서 μ_k 가 변화하더라도 μ_T 에 미치는 영향은 거의 무시할만하다고 간주한다. 그리고, A_2 에 속



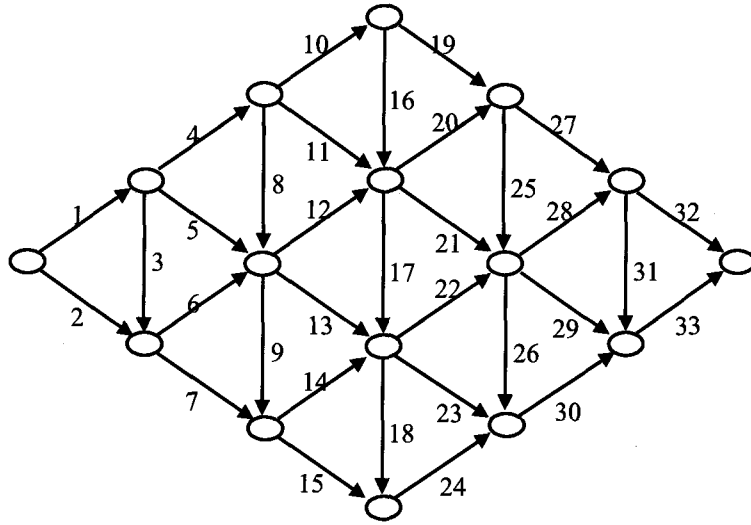
<그림 2> 예제 네트워크



<그림 3> 예제 네트워크



<그림 4> 예제 네트워크



<그림 5> 예제 네트워크

하는 각 활동 k 에 대해서는, $A\hat{CI}_k \cong 1$ 이고, μ_k 의 변화 가능한 구간 내에서 μ_k 의 변화량만큼 μ_T 가 변화한다고 간주한다.

단계 4.

위의 단계 2에서 구해진 데이터 ($A\hat{CI}_{i,j}, \mu_{i,j}$) (단, $i=1, \dots, n, j=1, \dots, m$)를 가지고, 다음의 식 (1) 또는 (2)와 같은 로지스틱 회귀모형을 적합시킨다.

$$ACI_i = \frac{\exp(\alpha_i + \beta_i \mu_i)}{1 + \exp(\alpha_i + \beta_i \mu_i)} \quad (1)$$

$$\text{logit}[ACI_i] = \ln \left(\frac{ACI_i}{1 - ACI_i} \right) = \alpha_i + \beta_i \mu_i \quad (2)$$

단계 5.

μ_i 가 $\mu_{i,o} \rightarrow \delta \mu_{i,o}$ ($\delta < 1$)로 감소할 때 μ_T 의 감소량은 다음의 식(3)에 의해, 그리고 μ_i 가 $\mu_{i,o} \rightarrow \delta \mu_{i,o}$ ($\delta > 1$)로 증가할 때 μ_T 의 증가량은 식(4)에 의해 추정한다.

$$\int_{\delta \mu_{i,o}}^{\mu_{i,o}} A\hat{CI}_i(x) dx = \int_{\delta \mu_{i,o}}^{\mu_{i,o}} \frac{\exp(a_i + b_i x)}{1 + \exp(a_i + b_i x)} dx = \frac{1}{b_i} \ln \left\{ \frac{1 + \exp(a_i + b_i \mu_{i,o})}{1 + \exp(a_i + b_i \delta \mu_{i,o})} \right\} \quad (3)$$

$$\int_{\mu_{i,o}}^{\delta \mu_{i,o}} A\hat{CI}_i(x) dx = \int_{\mu_{i,o}}^{\delta \mu_{i,o}} \frac{\exp(a_i + b_i x)}{1 + \exp(a_i + b_i x)} dx = \frac{1}{b_i} \ln \left\{ \frac{1 + \exp(a_i + b_i \delta \mu_{i,o})}{1 + \exp(a_i + b_i \mu_{i,o})} \right\} \quad (4)$$

단, a_i 와 b_i 는 각각 식(1) 또는 식(2)에 있는 α_i 와 β_i 의 추정치이다.

3. 민감도 분석 방법의 성능 평가

3.1 수치예제

제안된 민감도 분석 방법의 타당성 및 성능을 확인하기 위하여 <그림 2>~<그림 5>에 나타난 다양한 네트워크들을 채택한다. PERT 네트워크에서 어떤 활동의 평균시간이 평균사업완성시간에 미치는 영향은 네트워크 구조 (예를 들면, 경로(path)들의 길이, 경로들의 수, 각 경로를 구성하는 활동 수, 그리고 경로들 간의 상호의존성 정도 등)와 활동시간의 확률분포에 따라 결정되는 확률적인 특성 (예를 들면, 다른 경로들보다 유의적으로 경로시간이 긴 경로의 존재 여부, 유사한 경로시간을 가진 주경로들의 수 등)에 따라 영향을 받을 수 있다(Cho and Yum, 2004, p. 851). <그림 2>~<그림 5>는 기존문헌에서 자주 인용되는 네

트위크이다. <그림 2>의 네트워크는 소위 "Wheatstone bridge"라 불리는 네트워크를 각 경로를 구성하는 활동 수 및 경로들 간의 상호의존성 정도 관점에서 확장한 것이며, <그림 3>의 네트워크는 경로들간에 어떠한 상호의존성도 존재하지 않는 병렬 네트워크이다. 그리고 <그림 4>와 <그림 5>의 네트워크는 경로들의 수가 많고, 경로들 간에 매우 높은 상호의존성을 가지는 Kleindorfer 네트워크(Kleindorfer, 1971, p. 1598) 형태이다.

<그림 2>의 네트워크에 대해 2절의 민감도 분석 방법을 예증하면 다음과 같다. 민감도 분석 절차를 적용함에 있어서 다음과 같은 값들을 사용한다.

- (i) m 의 값으로는 3과 5를 사용한다.
- (ii) $(t_{a,j}, t_{b,j}, t_{c,j})$ 의 값은 다음과 같이 선택한다.

$m=3$ 일 경우

$$(t_{a,1}, t_{b,1}, t_{c,1}) = (0.2t_{a,o}, 0.2t_{b,o}, 0.2t_{c,o})$$

$$[\mu_{i,1} = 0.2\mu_{i,o}]$$

$$(t_{a,2}, t_{b,2}, t_{c,2}) = (t_{a,o}, t_{b,o}, t_{c,o})$$

$$[\mu_{i,2} = \mu_{i,o}]$$

$$(t_{a,3}, t_{b,3}, t_{c,3}) = (1.8t_{a,o}, 1.8t_{b,o}, 1.8t_{c,o})$$

$$[\mu_{i,3} = 1.8\mu_{i,o}]$$

$m=5$ 일 경우

$$(t_{a,1}, t_{b,1}, t_{c,1}) = (0.2t_{a,o}, 0.2t_{b,o}, 0.2t_{c,o})$$

$$[\mu_{i,1} = 0.2\mu_{i,o}]$$

$$(t_{a,2}, t_{b,2}, t_{c,2}) = (0.6t_{a,o}, 0.6t_{b,o}, 0.6t_{c,o})$$

$$[\mu_{i,2} = 0.6\mu_{i,o}]$$

$$(t_{a,3}, t_{b,3}, t_{c,3}) = (t_{a,o}, t_{b,o}, t_{c,o})$$

$$[\mu_{i,3} = \mu_{i,o}]$$

$$(t_{a,4}, t_{b,4}, t_{c,4}) = (1.4t_{a,o}, 1.4t_{b,o}, 1.4t_{c,o})$$

$$[\mu_{i,4} = 1.4\mu_{i,o}]$$

$$(t_{a,5}, t_{b,5}, t_{c,5}) = (1.8t_{a,o}, 1.8t_{b,o}, 1.8t_{c,o})$$

$$[\mu_{i,5} = 1.8\mu_{i,o}]$$

- (iii) 모든 $j(=1, \dots, m)$ 에 대해서 $P(t_i = t_{a,j}) = P_a$, $P(t_i = t_{b,j}) = P_b$, $P(t_i = t_{c,j}) = P_c$
- (iv) 활동시간 분포는 <표 2>와 같다. 원래의 활

동시간 추정치 $(t_{a,o}, t_{b,o}, t_{c,o})$ 는 구간 $[0.1, 1.0]$ 내에서 0.1 단위로 임의의 값을 가진다. 그리고 $(t_{a,o}, t_{b,o}, t_{c,o})$ 의 발생확률 (P_a, P_b, P_c) 는 구간 $[0.1, 0.8]$ 내에서 임의의 값을 가지며, $P_a + P_b + P_c = 1$ 이다.

<표 2> 활동시간 분포

활동 (i)	시간 ($t_{a,o}$)	확률 (P_a)	시간 ($t_{b,o}$)	확률 (P_b)	시간 ($t_{c,o}$)	확률 (P_c)
1	0.2	0.4	0.3	0.3	0.6	0.4
2	0.3	0.1	0.5	0.7	0.7	0.2
3	0.4	0.1	0.5	0.8	0.8	0.1
4	0.4	0.1	0.8	0.5	0.9	0.4
5	0.6	0.5	0.8	0.3	0.9	0.2
6	0.5	0.8	0.9	0.1	1.0	0.1
7	0.8	0.1	0.9	0.2	1.0	0.7
8	0.2	0.8	0.3	0.1	0.7	0.1
9	0.4	0.1	0.9	0.5	1.0	0.4
10	0.4	0.5	0.7	0.3	1.0	0.2
11	0.5	0.5	0.7	0.1	0.8	0.4
12	0.7	0.1	0.9	0.3	1.0	0.6
13	0.1	0.3	0.2	0.5	0.5	0.2

활동 1에 대해서 $m=3$ 일 경우의 단계별 분석 결과를 보이면 다음과 같다. 단계 1에서, $j=1$ 일 때 $(t_{a,1}, t_{b,1}, t_{c,1}) = (0.2t_{a,o}, 0.2t_{b,o}, 0.2t_{c,o}) = (0.04, 0.16, 0.12)$ 그리고 발생확률 $(P_a, P_b, P_c) = (0.4, 0.3, 0.4)$ (이때 $\mu_{1,1} = 0.2\mu_{1,o} = 0.082$ 가 됨)의 분포로부터 활동 1의 활동시간을 5,000번 발생시킨다. $j=2, 3$ 일 때도 유사한 방법으로 활동 1의 활동시간을 5,000번 발생시킨다. 단계 2에서, 활동 1이 주경로 상에 있을 횟수는 $j=1, 2, 3$ 일때 각각 3899, 4968, 5000이므로, $\hat{ACI}_{1,j} = (0.780, 0.994, 1.0)$. 단계 3에서, $A_1 = \{8\}$, $A_2 = \phi$. 단계 4에서, 위의 단계 1과 2에서 계산된 $(\hat{ACI}_{1,j}, \mu_{1,j})$ ($j=1, 2, 3$) 데이터를 가지고 SAS의 로지스틱(LOGISTIC) 절차(SAS/STAT, 1990, pp. 1071-1126)를 사용하여 로지스틱 회귀모형을 적합시키면 다음과 같다.

$$\hat{ACI}_1 = \frac{\exp(0.3076 + 11.6603\mu_1)}{1 + \exp(0.3076 + 11.6603\mu_1)}$$

단계 5에서, μ_1 이 $\mu_{1,o} \rightarrow \delta\mu_{1,o}$ ($\delta=0.2, 0.5, 0.8, 1.2, 1.5, 1.8$)로 변화될 때 μ_T 의 추정된 변화량은 <표 3>의 활동 1의 첫 번째 행에 보여진다. 예를 들어, 활동 1의 현재의 평균 0.41을 자원을 투입하

<표 3> μ_i 의 변화에 따른 μ_T 의 변화량

활동	0.2 μ	0.5 μ	0.8 μ	1.2 μ	1.5 μ	1.8 μ
1	0.31 (6.9)1 0.30 (6.7)2 0.25 (5.7)3	0.20 (4.5) 0.19 (4.4) 0.17 (3.7)	0.08 (1.8) 0.08 (1.8) 0.07 (1.5)	0.08 (1.8) 0.08 (1.8) 0.07 (1.6)	0.20 (4.6) 0.20 (4.6) 0.18 (4.0)	0.33 (7.4) 0.33 (7.3) 0.28 (6.3)
2	0.01 (0.2) 0.01 (0.2) 0.00 (0.0)	0.01 (0.2) 0.01 (0.2) 0.00 (0.0)	0.00 (0.1) 0.01 (0.1) 0.00 (0.0)	0.01 (0.2) 0.01 (0.3) 0.01 (0.3)	0.05 (1.0) 0.05 (1.2) 0.06 (1.3)	0.12 (2.7) 0.14 (3.2) 0.15 (3.5)
3	0.31 (7.0) 0.30 (6.8) 0.26 (5.9)	0.24 (5.4) 0.24 (5.3) 0.21 (4.8)	0.10 (2.3) 0.10 (2.3) 0.10 (2.2)	0.10 (2.3) 0.10 (2.3) 0.10 (2.3)	0.26 (5.9) 0.26 (5.9) 0.26 (5.8)	0.42 (9.4) 0.42 (9.4) 0.41 (9.3)
4	0.00 (0.0) 0.00 (0.1) 0.00 (0.0)	0.00 (0.0) 0.00 (0.1) 0.00 (0.0)	0.00 (0.0) 0.00 (0.1) 0.00 (0.0)	0.00 (0.0) 0.01 (0.2) 0.00 (0.0)	0.01 (0.2) 0.08 (1.7) 0.08 (1.8)	0.13 (3.0) 0.26 (5.8) 0.26 (5.9)
5	0.47 (10.7) 0.41 (9.3) 0.40 (9.3)	0.35 (8.0) 0.32 (7.3) 0.34 (7.6)	0.14 (3.2) 0.14 (3.2) 0.14 (3.2)	0.14 (3.2) 0.14 (3.2) 0.14 (3.2)	0.36 (8.1) 0.36 (8.1) 0.36 (8.1)	0.58 (13.0) 0.58 (13.0) 0.57 (13.0)
6	0.00 (0.0) 0.00 (0.0) 0.00 (0.0)	0.00 (0.0) 0.00 (0.0) 0.00 (0.0)	0.00 (0.0) 0.00 (0.0) 0.00 (0.0)	0.00 (0.0) 0.00 (0.0) 0.00 (0.0)	0.00 (0.0) 0.00 (0.0) 0.00 (0.0)	0.01 (0.2) 0.01 (0.2) 0.02 (0.4)
7	0.75 (17.0) 0.76 (17.2) 0.75 (16.9)	0.48 (10.8) 0.48 (10.8) 0.48 (10.8)	0.19 (4.3) 0.19 (4.3) 0.19 (4.3)	0.19 (4.3) 0.19 (4.3) 0.19 (4.3)	0.48 (10.8) 0.48 (10.8) 0.48 (10.8)	0.77 (17.3) 0.77 (17.3) 0.77 (17.3)
8	0.00 (0.0) 0.00 (0.0) 0.00 (0.0)	0.00 (0.0) 0.00 (0.0) 0.00 (0.0)	0.00 (0.0) 0.00 (0.0) 0.00 (0.0)	0.00 (0.0) 0.00 (0.0) 0.00 (0.0)	0.00 (0.0) 0.00 (0.0) 0.00 (0.0)	0.00 (0.0) 0.00 (0.0) 0.00 (0.0)
9	0.68 (15.4) 0.69 (15.6) 0.70 (15.7)	0.44 (9.9) 0.44 (10.0) 0.44 (10.0)	0.18 (4.0) 0.18 (4.0) 0.18 (4.0)	0.18 (4.0) 0.18 (4.0) 0.18 (4.0)	0.44 (10.0) 0.44 (10.0) 0.44 (10.0)	0.71 (16.1) 0.71 (16.1) 0.71 (16.0)
10	0.00 (0.0) 0.00 (0.0) 0.00 (0.0)	0.00 (0.0) 0.00 (0.0) 0.00 (0.0)	0.00 (0.0) 0.00 (0.0) 0.00 (0.0)	0.00 (0.0) 0.00 (0.0) 0.00 (0.0)	0.00 (0.1) 0.01 (0.1) 0.01 (0.2)	0.03 (0.6) 0.03 (0.6) 0.03 (0.7)
11	0.03 (0.8) 0.06 (1.3) 0.06 (1.3)	0.03 (0.8) 0.05 (1.2) 0.05 (1.2)	0.03 (0.7) 0.03 (0.8) 0.03 (0.7)	0.10 (2.1) 0.06 (1.4) 0.08 (1.8)	0.28 (6.4) 0.21 (4.8) 0.22 (5.0)	0.47 (10.7) 0.39 (8.8) 0.39 (8.8)
12	0.18 (4.0) 0.16 (3.5) 0.12 (2.8)	0.17 (3.8) 0.15 (3.3) 0.12 (2.8)	0.11 (2.5) 0.10 (2.2) 0.08 (1.9)	0.16 (3.6) 0.15 (3.4) 0.15 (3.4)	0.44 (9.8) 0.42 (9.5) 0.41 (9.3)	0.72 (16.2) 0.70 (15.9) 0.69 (15.6)
13	0.04 (1.0) 0.04 (0.9) 0.05 (1.1)	0.03 (0.7) 0.03 (0.7) 0.04 (0.9)	0.01 (0.3) 0.01 (0.3) 0.02 (0.4)	0.02 (0.4) 0.02 (0.4) 0.03 (0.7)	0.05 (1.1) 0.05 (1.1) 0.08 (1.7)	0.09 (1.9) 0.09 (2.0) 0.13 (2.8)

1: 제안된 방법($m=3$), 2: 제안된 방법($m=5$), 3: 몬테칼로 시뮬레이션

여 절반 (즉, $0.5 \times 0.41 = 0.2045$)으로 감소시키게 되면, 현재의 평균사업완성시간을 0.20만큼 감소시킬 수 있음을 의미한다. 즉, 모든 활동들이 원래의 평균값들을 가질 때, 샘플크기 5,000회의 몬테칼로 시뮬레이션을 이용하여 추정된 $\mu_T = 4.433$ 이므로, 평균사업완성시간의 감소량 0.20은 <표 3>의 괄호 안에 표시된 값과 같이 $0.20/4.433 = 4.5\%$ 에 해당된다. 위의 절차는 모든 활동들에 대해서 반복되며 그 결과는 <표 3>에서 각 활동의 첫 번째 행에 보여진다. <표 3>에서 활동 6과 8의 평균값의 변화는 평균사업완성시간에 거의 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

또한, $m=5$ 일 경우도 위의 $m=3$ 일 경우와 유사하게 이루어지며, 분석 결과는 <표 3>에서 각 활동의 두 번째 행에 보여진다.

한편, 제안된 방법에 의한 결과의 정확성을 입증하기 위하여 샘플크기 5,000회의 몬테칼로 시뮬레이션을 직접적으로 적용하여 얻어진 μ_T 의 추정된 변화량과 백분율의 결과를 <표 3>에서 각 활동의 세 번째 행에 나타낸다. <표 3>에서, 제안된 방법에 의한 결과와 몬테칼로 시뮬레이션을 직접적으로 적용하여 얻은 결과를 비교해볼 때, 제안된 방법에 의해서 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

<표 4> $m=3, 5$ 일때 $|D_{i,\delta}|$ 의 평균, 최소값 및 최대값 (단위: %)

		<그림 2>	<그림 3>	<그림 4>	<그림 5>	<그림 2>~<그림 5>
$m=3$	평균	0.333	0.213	0.148	0.115	0.172
	최소값	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	최대값	2.9	2.9	2.2	1.0	2.9
$m=5$	평균	0.169	0.206	0.102	0.084	0.127
	최소값	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	최대값	1.0	2.7	1.9	0.9	2.7

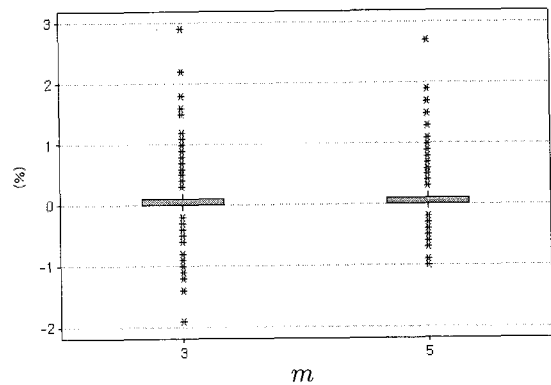
끝으로, 위의 단계 3에서 A_1 에 속하는 활동 8 (평균값의 변화가 μ_T 에 미치는 영향이 무시할만하다고 간주됨)에 대해서 몬테칼로 시뮬레이션을 직접적으로 적용하여 계산된 μ_T 의 백분율 변화량은 0.0%보다 크지 않음을 볼 수 있다.

3.2 결과 분석 및 성능 평가

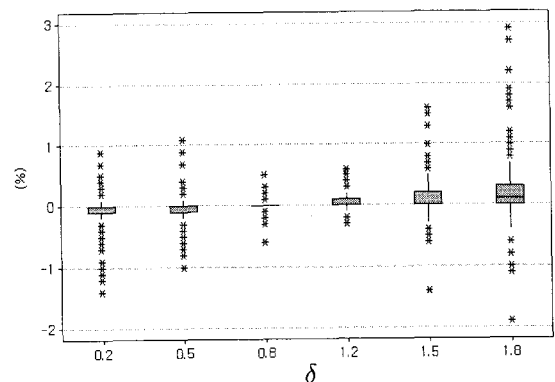
<그림 3>~<그림 5>의 네트워크에 대해서도 3.1절에서와 유사한 방법으로 μ_i 의 변화에 따른 μ_T 의 변화량 결과를 얻는다. 그리고 제안된 민감도 분석 방법의 성능을 확인하기 위하여, <그림 2>~<그림 5>의 네트워크에 대해서 다음의 값을 계산한다.

$D_{i,\delta}$ = 제안된 방법에 의한 μ_T 의 백분율 변화량
 - 몬테칼로 시뮬레이션에 의한 μ_T 의 백분율 변화량

단, i 는 각 네트워크에서의 활동을 나타내며, $\delta = 0.2, 0.5, 0.8, 1.2, 1.5, 1.8$ 이다. <그림 2>~<그림 5>의 전체 네트워크에 대해서, $m (=3, 5)$ 에 따른 $D_{i,\delta}$ 값과 $\delta (=0.2, 0.5, 0.8, 1.2, 1.5, 1.8)$ 에 따른 $D_{i,\delta}$ 값을 상자그림(box plot)으로 나타내면 각각 <그림 6>, <그림 7>과 같다. <그림 6>으로부터 m 이 3과 5일 때 거의 비슷한 결과를 얻게 됨을 볼 수 있으며, <그림 7>로부터 δ 가 작거나 클 때 정확도가 떨어지며, δ 가 작을 때 보다 클 때 정확도가 떨어짐을 볼 수 있다. 그리고 δ 가 작을 때에는 제안된 방법이 몬테칼로 시뮬레이션에 비해 μ_i 의 변화에 따른 μ_T 의 변화량을 약간 과소추정하며, δ 가 클 때에는 제안된 방법이 몬테칼로 시뮬레이션에 비해 μ_i 의 변화에 따른 μ_T 의 변화량을 약간 과대추정하는 경향이 있음을 볼 수 있다.



<그림 6> m 에 따른 $D_{i,\delta}$



<그림 7> δ 에 따른 $D_{i,\delta}$

또한, 제안된 방법에 의한 결과의 정확도를 정량적으로 평가하기 위하여, <그림 2>~<그림 5>의 각 네트워크와 네트워크의 전체에 대해서, $m=3$ 과 5일 때 $|D_{i,\delta}|$ 의 평균, 최소값 및 최대값을 계산하면 <표 4>와 같다. <그림 2>~<그림 5>의 네트워크 전체에 대해서, $|D_{i,\delta}|$ 의 평균값은 0.18%보다 크지 않으며, $|D_{i,\delta}|$ 의 최대값은 3%보다 작다. 이것으로부터 제안된 민감도 분석 방법에 의해 얻어진 결과는 몬테칼로 시뮬레이션을 직접적으로

적용하여 얻어진 결과와 비교해 볼 때 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있음을 볼 수 있다. 그리고 $m=3$ 과 5일 경우 $|D_{i,\delta}|$ 의 평균값과 최대값을 비교해보면, $m=3$ 이 $m=5$ 에 비해 결과가 약간 부정확하긴 하나, $m=3$ 을 사용해도 만족스러운 정확도를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 이산형의 활동시간 분포를 갖는 PERT 네트워크에서 활동의 평균시간에 관한 평균사업완성시간의 민감도 분석을 위해 기존의 민감도 분석 방법을 수정한 방법을 제안한다.

그리고 제안된 민감도 분석 방법에 의한 결과의 정확성을 입증하기 위하여, 다양한 PERT 네트워크에 대해 제안된 민감도 분석 방법을 적용하여 얻어진 결과와 몬테칼로 시뮬레이션을 직접적으로 적용하여 얻어진 결과를 비교한다. 제안된 민감도 분석 방법에 의해 얻어진 결과의 분석 내용을 요약하면 다음과 같다. 첫째, 제안된 민감도 분석 방법에 의해 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있다. 둘째, $m=3$ 이 $m=5$ 에 비해 결과가 약간 부정확하긴 하나, $m=3$ 을 사용해도 만족스러운 정확도를 얻을 수 있다. 따라서 프로젝트 관리자가 활동시간의 분포를 추정함에 있어서의 어려움을 감안할 때 제안된 방법이 실무에서 매우 효율적으로 이용될 수 있다. 셋째, δ 가 작거나 클 때 정확도가 떨어지고, δ 가 작을 때 보다 클 때 정확도가 떨어진다. 그리고 δ 가 작을 때에는 제안된 방법이 몬테칼로 시뮬레이션에 비해 μ_i 의 변화에 따른 μ_T 의 변화량을 약간 과소추정하며, δ 가 클 때에는 제안된 방법이 몬테칼로 시뮬레이션에 비해 μ_i 의 변화에 따른 μ_T 의 변화량을 약간 과대추정하는 경향이 있다.

이산형의 활동시간 분포는 충분하지 못한 과거의 수리시간 데이터로 인해 수리시간 분포의 이론적 추정이 어렵기 때문에, 현장 실무자들의 경험에 근거해 수리시간이 추정되어야 하는 현장실무에서 빈번히 발생한다. 따라서, 이산형의 활동시간 분포를 다루는 본 논문의 민감도 분석 방법은 현장실무형 (예를 들면, 공정관리를 통한 수리시간의 단

축)의 프로젝트 관리를 위해 유용하고 효율적으로 활용될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- [1] 김재연 (1996), 컴퓨터 시뮬레이션, 서울, 박영사.
- [2] 조재균, 박철제 (2004). PERT 네트워크를 이용한 평균수리시간의 민감도 분석 사례연구. 대한경영학회지, 17(4), pp.1535-1552.
- [3] Bowman, R. A. (1994). Stochastic gradient-based time-cost tradeoffs in PERT networks using simulation. Annals of Operations Research, 53, pp.533-551.
- [4] Cho, J. G. and Yum, B. J. (2004). Functional estimation of activity criticality indices and sensitivity analysis of expected project completion time. Journal of the Operational Research Society, 55, pp.850-859.
- [5] Elmaghraby, S. E. (2000). On criticality and sensitivity in activity networks. European Journal of Operational Research, 127, pp.220-238.
- [6] Kleindorfer, G. B. (1971). Bounding distributions for a stochastic acyclic network. Operations Research, 19, pp.1586-1601.
- [7] SAS/STAT (1990). SAS/STAT User's Guide, Version 6, 4th ed., Vol. 1-2, North Carolina: SAS Institute Inc.
- [8] Williams, T. M. (1992). Criticality in stochastic networks. Journal of the Operational Research Society, 43, pp.353-357.



조 재 균 (Jae-Gyeun Cho)

- 연세대학교 응용통계학과 학사
- 한국과학기술원 산업공학과 석사
- 한국과학기술원 산업공학과 박사
- 한국전자통신연구원 선임연구원
- 현재: 동의대학교 e비즈니스학과 부교수

▪ 관심분야 : 프로젝트 관리, 인터넷비즈니스 모델 및 전략



박 철 제 (Chul-Jae Park)

- 연세대학교
- 일본와세다대학교 대학원(공학 박사)
- 와세다대학교 미디어네트워크센터 특별연구원

- 현대정보기술연구소 책임연구원
- 미국 University of California Irvine 연구교수
- 현재: 동의대학교 경영정보학과 부교수
- 관심분야: Web service, e-Learning, 에이전트