

접촉 조인트에서의 운동자유도

이장용[#]

Mobility in the Contact Joint of a Mechanism

Jangyong Lee[#]

ABSTRACT

The mobility (degree of freedom) of mechanisms can be regarded as independent coordinate to define its position. This concept is essential for kinematics, and for designing mechanisms in the practical point of view. Gruebler's equation has been applied to estimate the mobility using number of links and joints of a mechanism. In practical case, there are many types of mechanisms, which transfer motion by direct contact between two links. However, no exact kinematic definition has existed for the joint that the contact takes place in a mechanism. In this paper, a new concept of contact joint is defined and modified Gruebler's equation is suggested to calculate mobility of a mechanism with the joint. This concept would be useful in mechanism design because it will be possible to manage many contact mechanisms with kinematic exactness.

Key Words : Mobility (운동자유도), Degree of freedom (자유도), Mechanism design (기구설계), Gruebler's equation (Gruebler 공식), Contact joint (접촉 조인트), Contact mechanism (접촉 메커니즘), Full joint (완전 조인트), Half joint (하프 조인트)

1. 서론

기구메커니즘 설계 및 제작기술의 역사는 학문적, 실용적인 관점에서 매우 오래 되었다. 300 B.C ~ 100 A.D 시기에 그리스와 로마에서 이와 관련한 전 문서적이 이미 쓰여졌다.¹ Ampere 는 1834 에 쓴 논문에서² Kinematics 라는 단어를 처음으로 도입하여 기구학의 출현을 예견하였고, 실제로 기구학은 19 세기에 힘과 분리된 운동을 연구주제로 삼는 학문으로 크게 발전하였다. 근대 기계산업의 주된 발명

품들은 모두 기구학의 발전에 힘 있는 바가 크며 현재에도 로봇, 자동차, 항공기, 인공위성 및 많은 전자제품들에서 다양한 기구메커니즘들이 핵심부 품으로 활용되고 있다.³

Gruebler 는 링크(link)와 조인트(joint) 수를 활용하여 기구(linkage)의 운동자유도를 계산하는 규칙(Gruebler 공식, 식 (1)참조)을 제안했다.⁴ 이것은 링크의 수에 기반하여 메커니즘 설계 및 해석을 수행하는 Number Synthesis 의 기본개념이 되었고,¹ 기구학의 주요공식이 되어 왔다.

✉ 접수일: 2006 년 12 월 22 일; 게재승인일: 2007 년 2 월 21 일

교신저자: 한국생산기술연구원

E-mail: caravan@kitech.re.kr Tel. (041) 589-8417

캠(cam)과 같이 링크 사이의 직접적인 접촉에 의해 운동의 전달이 이루어지는 메커니즘이 많이 사용되고 있다. 이런 경우 아직까지 두 링크 사이의 접촉 부위가 운동을 전달하는 조인트로서 명확히 정의되어 있지 않고 이때는 Gruebler 공식도 제대로 적용되지 않는다. 이러한 상황에서, 설계자들은 메커니즘을 가시화해서 운동 자유도를 직관적으로 추정하는 경우가 많다. 자유도 계산은 기구학의 가장 기본적인 과정이며 또한 메커니즘 설계와 조합의 과정을 자동화 하기 위해서도 정확한 계산 공식이 필요하다. 본 논문에서는 직접 접촉하며 운동을 전달하는 두 링크의 결합부위를 접촉 조인트(contact joint), 이것을 활용한 메커니즘을 접촉 메커니즘(contact mechanism)이라 기술하였다. 그리고 접촉 조인트 개념을 새롭게 정의하고 이를 이용하여 Gruebler 공식을 수정하였으며 이것을 실제 활용되고 있는 몇 가지 메커니즘에 적용하였다.

2. 접촉에 의한 운동의 전달

2.1 접촉 조인트의 운동자유도

기구 메커니즘의 운동자유도는 식 (1)에 나타낸 Gruebler 공식으로 계산할 수 있다.^{1,5}

$$M = 3(L - 1) - 2J_1 - J_2 \quad (1)$$

M : Mobility(자유도) L : Number of links
 J_1 : Number of full joints J_2 : Number of half joints

메커니즘의 조인트는 두 개 이상의 링크들을 연결하여 이들 사이에 상대운동이 가능하게 한다. 조인트를 그것에 연결되는 링크들의 운동 자유도에 따라 분류하면, full 조인트와 half 조인트로 나누어 진다.⁴ Full 조인트에 의하여 연결된 링크는 평면상에서 1 개의 자유도 만을 갖게 되는데, 회전(revolute)조인트와 미끄럼(sliding)조인트가 이에 해당한다. Half 조인트는 2 개의 자유도가 허용된 경우인데 연결된 두 링크 사이에 회전운동과 미끄럼 운동이 동시에 발생한다. Fig. 1(a)에 half 조인트를, Fig. 1(b)에 그것을 활용한 Geneva 메커니즘을 도시하였다. 그림에서 알 수 있듯이 half 조인트는 회전 조인트와 미끄럼 조인트가 합쳐져 있는 형태이다.

운동의 전달이 두 링크 사이의 접촉에 의해서 이루어지는 메커니즘인 경우 자유도를 계산하는

Gruebler 공식이 잘 적용되지 않는다. 이러한 이유는 접촉에 의한 두 링크의 연결상태를 어떤 조인트(full 조인트 혹은 half 조인트)로 규정해야 할지 불명확하기 때문이다. 한가지 예로서 마찰에 의해 구동되는 friction roller 를 Fig. 2에 나타내었다.

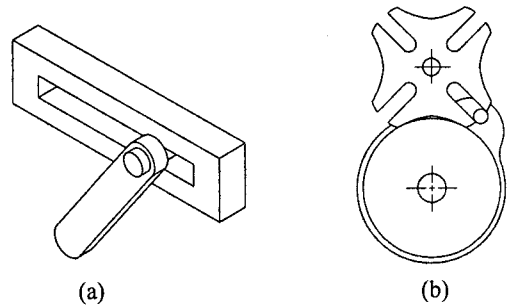


Fig. 1 Half joint

두 roller 사이의 마찰력이 회전을 전달하는데 충분하여 미끄러짐이 없다고 가정한다면, Fig. 2의 메커니즘은 직관적으로 운동 자유도가 1 인 것을 알 수 있다. Norton⁴은 두 roller 사이를 full 조인트로 가정하여 자유도가 0 이 된다고 보았고(식(1) 참조), 이것을 Gruebler 공식이 현실과 모순적인 결과를 산출한다고 하였다. 그러나 Gruebler 공식은 full 조인트와 half 조인트로 명확히 규명되는 경우에만 적용된다. Fig. 2와 같이 접촉에 의해서 운동의 전달이 이루어지는 메커니즘의 경우에는 접촉 부위에 대해 full 조인트인지 혹은 half 조인트인지가 명확하지 않다. 따라서 이런 경우에는 Gruebler 공식을 적용하는 것 자체가 부적절하며 새로운 조인트의 정의가 필요하다.

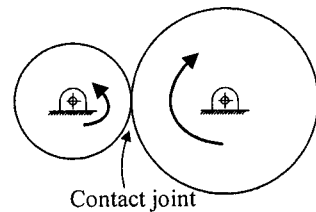


Fig. 2 Friction roller

본 논문에서는 운동의 전달이 발생하는 Fig. 2의 접촉부위를 접촉 조인트로 정의한다. 이 조인트

트는 회전 조인트와 달리 접촉되는 위치가 이동할 수 있다. 접촉 조인트에서 Gruebler 공식이 맞지 않는 이유는 접촉 메커니즘의 형태적 특성 때문이다. 운동 자유도를 계산하기 위해서는 접촉 조인트에 의해 링크가 결합함으로써 그것이 전체 자유도에 미치는 영향을 알아야 한다. Fig. 2의 경우, 고정된 점을 중심으로 회전하는 두 roller 가 서로 접촉하게 되면 두 roller 원주 상의 접촉점이 바뀌면서 계속해서 접촉이 일어난다. 이러한 운동의 전달을 위해서는 두 링크 중 하나의 자유도만 감소하게 된다. 이 경우 각각의 roller 는 무한히 많은 이원링크(binary link)^{4,5}로 이루어졌다고 볼 수 있다. 두 roller 의 결합은 full 조인트로 볼 수는 없으며 접촉 조인트로 인해 메커니즘의 전체 자유도에서 하나의 자유도만이 감소한다. 이와 비교하여 두 링크가 회전 조인트(full 조인트로서)에 의해 연결될 때에는, 각 링크의 회전 자유도가 하나씩 감소하여 모두 2 만큼의 자유도가 감소하게 된다.

2.2 수정된 Gruebler 공식

접촉 메커니즘의 예를 Fig. 3에 도시한다. 접촉 조인트는 두 링크의 직접적인 접촉(선 접촉 혹은 면접촉)에 의해 운동의 전달이 이루어지는 경우인데, 이것이 half 조인트(Fig. 1 참조)와 다른 점은 접촉 조인트는 연결된 두 링크 사이에 미끄럼운동이

없으며 항상 접촉이 유지된다는 가정하에 성립된다. 이런 가정을 만족시키기 위해 흔히 스프링이 사용되거나(Fig. 3참조) 형태적인 제약을 주게 된다.(Fig. 5참조)

접촉 메커니즘의 운동 자유도 계산은 접촉 조인트에 의해 결합된 링크들의 특성에 따라 다음의 두 가지 경우로 나뉜다.

i) 접촉 조인트에 의해 연결된 두 링크의 다른 쪽 node 가 서로 같은 링크에 연결되어 있는 경우 (Fig. 2참조) :

전술한 friction roller 의 예에서 설명한 것처럼 이 접촉 조인트로 인해 전체 메커니즘의 운동 자유도는 1 만큼 감소한다. 예를 들어 Fig. 3(a), Fig. 3(c) 접촉한 두 링크들은 각각 같은 고정링크(ground)에 연결되었다. 이와 같은 경우에 접촉 조인트로 인해 전체 메커니즘의 자유도가 1 만큼 감소하게 된다. 식(1)을 활용하여 자유도를 계산하면, $M = 3(3-1) - 2 \cdot 2 - 1 = 1$ 과 같다.

ii) Fig. 3(b)와 같이 접촉 조인트에 연결된 두 링크의 반대쪽 node 가 각각 서로 다른 링크에 연결되는 경우 :

접촉 조인트에 의한 링크 결합으로 인해 전체 메커니즘 자유도에서 2 만큼 감소한다. 왜냐하면 접촉 조인트의 필요조건인 지속적인 접촉을 유지하기 위해서 구동링크(driving link)를 제외한 링크 중에서, 두 링크의 자유도가 각각 하나씩 감소하기 때문이다. Fig. 3(b)에 나타난 메커니즘의 예에서, 타원형 캠이 회전자유도 1 을 갖는 반면 원형링크와 그것에 연결되어 미끄럼운동을 하는 링크의 자유도는 각각 하나씩 감소한다.

본 논문에서는 전자와 같은 형태의 접촉 조인트를 C_2 , 그리고 후자의 경우를 C_1 이라 정의하였다. 위의 결과를 종합하여 접촉 조인트에서의 자유도를 계산하는 공식을 유도하면 식 (2)와 같다.

$$M = 3(L-1) - 2(J_1 + C_1) - J_2 - C_2 \quad (2)$$

- M : Mobility(자유도)
- L : Number of links
- J_1 : Number of full joints
- J_2 : Number of half joints
- C_1 : Number of contact joints which connect links by direct contact. That links are attached to different links respectively.
- C_2 : Number of contact joints which connect links

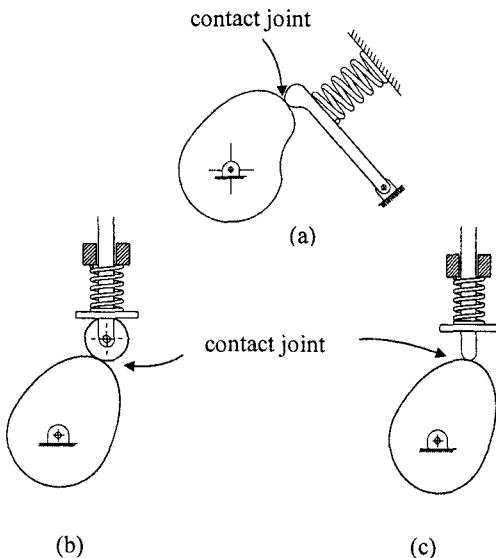


Fig. 3 Contact mechanisms

by direct contact. That links are attached to the same link.

Fig. 3(b)와 Fig. 3(c)에 같은 기능을 하지만 조인트는 C_1 과 C_2 를 각각 사용한 메커니즘을 나타내었다. 두 메커니즘 중에서 C_1 조인트를 사용한 Fig. 3 (b)의 메커니즘이 링크 수와 조인트 수가 하나씩 더 많은데, 이것은 캠 기구의 연직운동을 마찰 없이 전달하기 위하여 추가 된 것이다. 두 메커니즘의 자유도를 식(2)를 활용하여 각각 계산해보면, 두 경우 모두 1 이 되어 서로 같다. Fig. 2와 Fig. 3 (a)의 메커니즘 역시 식(2)를 활용하면 자유도가 1 인 것으로 계산되며 이것은 실제 현상과 일치하는 결과이다. 이러한 접촉 조인트 개념을 사용하면 지금까지 수식으로 추정하기 어려웠던 메커니즘들의 자유도를 계산할 수 있게 된다. 접촉 조인트를 활용한 메커니즘의 한 예로서 Fig. 4에 pawl ratchet wheel 을 나타내었다.

링크 1 의 시계방향 회전운동이 2 번 링크와 3 번 링크의 접촉에 의하여 3 번 링크의 회전운동으로 전달된다. 만약 링크 1 이 반 시계 방향으로 회전하면 3 번 링크에는 운동이 전달되지 않는다. Pawl ratchet wheel 은 4 개의 링크기구 그리고 3 개의 회전 조인트와 링크 2 와 링크 3 사이에 있는 접촉 조인트로 구성되었다.

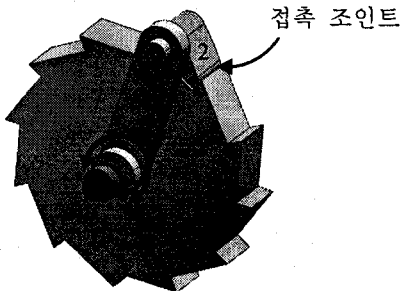


Fig. 4 Pawl ratchet wheel

그런데 기존의 조인트로서는 링크 2 와 링크 3 의 연결이 명확히 표현되기 어려웠다. 본 논문에서 제안한 접촉 조인트 개념을 활용하여 자유도를 계산하면, 접촉 조인트에 연결된 링크 2 와 링크 3 은 각각 다른 링크(링크 1 과 ground) 에 연결되어 있으므로 C_1 조인트이다. 따라서 식(2)에서 자유도를 계산하면 $M = 3(4-1) - 2(3+1) = 1$ 이 된다.

만약 링크 1 이 반 시계 방향으로 회전한다면,

링크 2 와 링크 3 사이에는 조인트가 없게 되므로 자유도 $M = 3$ 이 된다. 이 경우는 링크 1, 링크 2, 링크 3 이 각각 회전 운동에 대한 운동 자유도 한 개씩을 갖게 된다.

접촉 조인트의 또 다른 예를 들기 위해서 공업용 재봉기에서 활용되고 있는 메커니즘을 Fig. 5 에 나타내었다.⁶ 밀대 요동장치는 변형된 형태의 slider-crank 4 절기구로 생각할 수 있는데 링크 1 이 편심된 점을 중심으로 회전운동을 하는 crank 역할을 한다. 그리고 그것을 직선운동을 하는 링크 3 까지 연결하는 링크 2 가 coupler 가 된다. 링크 1 과 링크 2 가 접촉 조인트로 연결되는데, 이 경우는 두 링크가 각각 ground 와 link 3 에 연결되므로 C_1 조인트가 된다. 이런 형태의 접촉 조인트는 crank 의 길이가 짧아서 메커니즘 구성이 어려울 때 흔히 활용된다. 또한 이것은 접촉 조인트를 구성할 때, 스프링의 도움 없이(Fig. 3참조) 완전한 접촉을 유지하는 효과적인 방법이 된다.

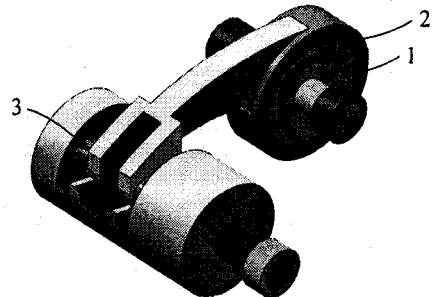


Fig. 5 Feed rock mechanism

Fig. 6에는 식모기에⁷ 실제 활용되고 있는 철선 이송장치를 나타내었는데 이것은 C_1 조인트와 C_2 조인트가 하나의 메커니즘에서 모두 사용된 예이다.

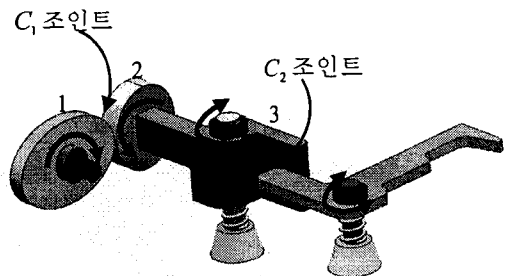


Fig. 6 Wire feeding mechanism

철선 이송장치는 캠 기구인 1번 링크의 회전운동이 2번 링크의 회전운동으로 전달되고 2번 링크는 3번 링크를 자신이 회전하는 평면과는 다른 평면에서 회전하게 하는 3차원 운동을 한다. 이 메커니즘에는 선 접촉을 하는 접촉 조인트가 두 곳에서 사용되고 있는데, 1번 링크와 2번 링크의 연결점(C_1 조인트) 과 3번 링크와 4번 링크의 연결점(C_2 조인트) 이 그곳이다. 기존에 사용된 조인트 개념과 Gruebler 공식으로는 이 메커니즘을 기구학적으로 정확히 표현하거나, 운동 자유도를 구하기 어렵다. Fig. 6에 나타난 것과 같은 3차원 메커니즘의 경우에도 본 논문에서 제안한 식 (2)의 자유도 계산공식이 적용된다. 운동 자유도를 계산해 보면 $M=3 \cdot (5-1) - 2(4+1) - 1=1$ 이 되고, 이 결과는 그림에 나타난 메커니즘 운동을 고찰할 때 올바른 값을 알 수 있다.

접촉 메커니즘 개념을 활용하여 기존에 기구해석을 수행했던⁶ 메커니즘을 재 고찰 하는 하나의 예를 Fig. 7 에 개략적으로 나타내었다. 그림에 나타난 것은 공업용 재봉기의 이송조절기 메커니즘으로서 5개의 링크로 구성된 메커니즘인데, 미끄럼 운동을 하는 링크 1 이 접촉 조인트에 의하여 링크 2를 회전시키게 된다.

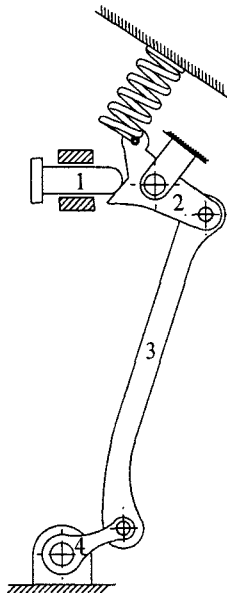


Fig. 7 Feed regulator 5-bar mechanism

해당 메커니즘의 기구해석을 수행한 1997년 논문에서는⁶ 1번 링크와 2번 링크의 접촉을 조인트로서 다루지 못하였다. 왜냐하면 이런 접촉에 의한 운동전달을 명확히 조인트로 규정하고 이에 따른 운동자유도를 계산하는 기구학적 규칙이 당시에는 없었기 때문이다. 상기 논문에서는⁶ 1번 링크를 배제한 채, 나머지 링크(2, 3, 4번 링크)만으로 4절기구를 구성하였다. 그리고 1번 링크와의 접촉에 의한 2번 링크의 회전각을 별도로 계산하여 이것을 4절 기구의 입력값으로 삼아 기구해석을 수행하였다.

본 논문에서 제안한 접촉 조인트 개념을 활용하면 Fig. 7 메커니즘은 5절기구로서 명확히 기술될 수 있다. 접촉 조인트로 연결되는 링크 1과 링크 2가 각각 같은 링크(ground)에 연결되어 있으므로 이것은 C_2 조인트가 된다. 따라서 이송조절기 메커니즘은 4개의 회전 조인트와 1개의 미끄럼 조인트 그리고 1개의 C_2 조인트로 구성되었으며 이것의 운동 자유도는 식 (2)를 활용하여 계산하면, $M=3 \cdot (5-1) - 2 \cdot 5 - 1=1$ 이 된다.

3. 결론

기구 메커니즘의 설계 및 해석을 위해서는 사용되는 조인트를 명확히 규정하고 그에 따른 운동 자유도를 계산할 필요가 있다. 그런데 이 목적을 위해 사용되는 Gruebler 공식은, 링크기구의 직접적인 접촉에 의해 운동이 전달 되는 많은 메커니즘의 경우에 적용되기 어려웠다. 메커니즘의 조인트를 full 조인트와 half 조인트로 분류할 때, 이것으로는 정확히 나타내기 어려운 링크의 연결이 많이 있기 때문이다.

본 논문에서는 접촉 조인트의 개념을 도입하여 기구학적으로 명확히 정의되지 않았던 접촉 메커니즘을 나타내는 방안을 마련하였다. 이것을 바탕으로 수정된 Gruebler 공식을 제안하였고 이를 통해 접촉 메커니즘의 운동자유도를 명확히 구할 수 있게 되었다. 식 (2)에 기술한 접촉 조인트 개념은 적용범위가 평면 메커니즘에 국한되지 않고 3차원 메커니즘에도 적용된다.

접촉 조인트 개념을 활용한다면 향후 기계설계 및 메커니즘 합성과 같은 과정에서 기존의 조인트 만으로는 표현하기 어려웠던 메커니즘들이 보다 효율적으로 이용될 수 있다. 특히 메커니즘

설계 자동화 과정에서 접촉 메커니즘을 활용하기 위한 주요 개념이 될 것이다. 또한 많은 수의 링크와 접촉 조인트로 구성된 복잡한 기계의 자유도 계산에 효과적으로 사용될 수 있다.

후 기

이 논문은 한국과학재단의 해외 Post-doc. 연수 지원에 의하여 연구되었음

참고문헌

1. Erdman, A., "Modern Kinematics: Developments in the Last Forty Years," John Wiley & Sons. Inc., pp.3 - 20, 1992.
2. Ampere, "Essai sur la philosophie des sciences," 1834.
3. <http://www.library.cornell.edu/kmoddl-test/what.php>
4. Norton, L. R., "Design of Machinery 3rd Edition," McGraw-Hill, 2004.
5. Erdman G. A., Sandor, N. G. and Kota, S., "Mechanism Design, Analysis and Synthesis," Prentice Hall, Vol.1, 2001.
6. Lee, J. Y. and Chun, K. G., "Mechanism Analysis and Optimum Design of Feeddog Transfer Mechanism and Needle stitching Mechanism of An Industrial Needle Driven Sewing Machine," Journal of Korean Society for Precision Engineering, Vol.14, No.10, pp.35-43, 1997.
7. Lee, J. Y., "Development of Fur insertig machine for brush," Ministry of commerce, industry and energy, 2004.