

가변용량형 피스톤 펌프의 안정적인 유량/압력제어를 위한 설계보상

정 동 수¹⁾ · 김 형 의¹⁾ · 강 이 석^{*2)}

한국기계연구원 유공압팀¹⁾ · 충남대학교 기계설계공학과 BK21메카트로닉스사업단²⁾

A Design Compensation for Stable Flow/Pressure Control of Variable Displacement Type Piston Pump

Dong Soo Jung¹⁾ · Hyoung Eui Kim¹⁾ · E-Sok Kang^{*2)}

¹⁾Hydraulic & Pneumatic Research Team, KIMM, 171 Jang-dong, Yuseong-gu, Daejeon 305-343, Korea

²⁾Department of Mechanical Design Engineering, Chungnam National University, Daejeon 305-764, Korea

(Received 5 September 2006 / Accepted 2 November 2006)

Abstract : Variable displacement type piston pump uses various controllers for controlling more than one state quantity like pressure, flow, power, and so on. These controllers need the mathematical model closely expressing dynamic behavior of pump for analyzing the stability of control systems which usually use various kinds of state variables.

This paper derives the nonlinear mathematical model for variable displacement type piston pump. This model consists of two 1st order differential equations by the continuity equations and one 2nd order differential equation by the motion equation. To simplify the model we obtain the linear state variable model by differentiating the three nonlinear equations. And we verify this linearized model by comparison of simulation with experimentation and analyze the stability for the flow/pressure control. Finally this paper suggests the design compensation to ensure the stability of the systems.

Key words : Design compensation(설계보상), Stability(안정성), Pressure control(압력제어), Flow control(유량제어), Variable displacement(가변용량), Piston pump(피스톤 펌프)

Nomenclature

A_c : control part area of servo cylinder	J_{sp} : mass inertia of swash plate
A_p : piston area of pump	K : bulk modulus of elasticity
A_s : supply part area of servo cylinder	K_s : spring constant of servo piston
C_{lc} : leakage coefficient of servo cylinder	K_c : proportional gain of servo valve
C_{lp} : leakage coefficient of pump	K_f : tilting friction coefficient
D_p : specific volumetric displacement	L : vertical length between servo cylinder ball and tilting center
e : vertical length between pump piston ball and tilting center	L_s : compressed distance of spring at '0' tilting angle
	m_h : mass of holding plate
	m_p : mass of piston

*Corresponding author, E-mail: eskang@cnu.ac.kr

m_s	: mass of servo cylinder
n	: number of pistons
P_c	: control pressure of servo cylinder
P_d	: discharge pressure of pump
P_m	: mean pressure acting on piston
P_s	: supply pressure for servo valve
ΔP	: differential pressure of servo valve
Q_a	: supply flow for hydraulic actuator
R	: pitch circle radius
R_{d1}	: vertical length between acting point of piston and tilting center of swash plate
u	: input signal of servo valve
V_c	: volume between servo valve and servo cylinder
V_d	: volume between pump and actuator
θ	: rotation angle of cylinder block
α	: tilting angle of swash plate
α_m	: maximum tilting angle
ω	: input rotation speed
γ	: timing angle
δ_1	: notch angle of groove in discharge pressure port
δ_2	: notch angle of groove in suction pressure port
ν	: shape coefficient of groove

1. 서론

피스톤 펌프는 건설기계, 선박, 방산장비 등에 유압동력 공급기로 널리 이용되고 있으며 피스톤 모터와 더불어 상용차량, 특수차량, 농기계 등에 무단변속장치¹⁾로도 사용되고 있다. 피스톤 펌프는 목적에 따라 압력, 유량, 동력 등 한개 이상의 물리량을 제어하기 위하여 다양한 제어기들을 활용한다. 제어시스템은 피스톤 펌프의 동적거동을 근사하게 표현하는 수학적 모델을 필요로 한다. 그리고 모델에 의하여 안정성이 분석될 수 있으며 설계보상에 의하여 제어성능도 개선될 수 있다.

피스톤 펌프의 수학적 모델은 대부분 비선형으로 유도되어 해석이 용이하지 않다.²⁾ 특히, 사판에 작용하는 피스톤의 토크는 밸브판의 그루브 형상(groove form)에 의하여 야기되는 피스톤의 과도압력(transient pressure) 때문에 심한 비선형 형태로

나타난다.³⁾ 이 모델은 적분과 평균을 이용하면 비선형 형태가 다소 완화되지만⁴⁾ 여전히 복잡한 연산과정을 필요로 한다. 피스톤 펌프는 일반적으로 사판을 가변하기 위하여 두 개의 서보실린더를 사용하고 있다.⁵⁾ 이 구조는 제어에서 불안정한 속성을 내포하고 있고 사판을 지지하는 큰 용량의 베어링을 필요로 한다. 이러한 단점들을 극복하기 위하여 한 개의 서보실린더를 이용한 연구들도 진행되었다.⁶⁾ 이 경우에는 사판을 복원시키는 토크가 없기 때문에 서보실린더에 반력 스프링을 두거나 밸브판에 타이밍 각(timing angle)⁷⁾을 적절히 조정해야한다.

지금까지는 복잡한 수학적 모델의 중간상태들이 일부 소거되기 때문에 모델의 정확성을 보충하기가 어려웠으며 불안정한 시스템이 제어기로 보상되기 때문에 제어시스템의 성능을 개선하는 데는 한계가 있었다. 이들을 해결하기 위해서는 간단한 수학적 모델과 안정된 설계변수들을 분석할 수 있는 연구가 필요하다.

본 논문에서는 과도압력을 새로운 평균압력으로 표현하고 중간상태들을 소거하지 않고 연산이 간단한 상태변수모델로 표현된 피스톤 펌프에 대한 수학적 모델을 제안하고 시뮬레이션과 실험을 통하여 모델의 유효성을 입증한다. 그리고 모델로부터 제어시스템에 대한 안정성을 조사하여 제어성능을 개선하기 위한 반력 스프링과 타이밍 각의 설계보상을 제안한다.

2. 수학적 모델

2.1 시스템 구성

Fig. 1은 서보밸브에 의하여 제어되는 피스톤 펌프의 제어구조를 보여주고 있다. 피스톤 펌프는 피스톤들을 왕복시키는 실린더블록과 경사각을 형성하는 사판에 의하여 유량을 흡입하고 토출한다. 밸브판은 유량을 흡입 및 토출하는 두 개의 포트를 가지고 있다.

서보밸브에 의하여 제어부의 압력이 상승되면 서보실린더는 사판의 경사각을 감소시킨다. 일반성이 부여된 선형모델을 유도하기 위하여 서보밸브에 공급되는 유압원은 별도로 구성된다.

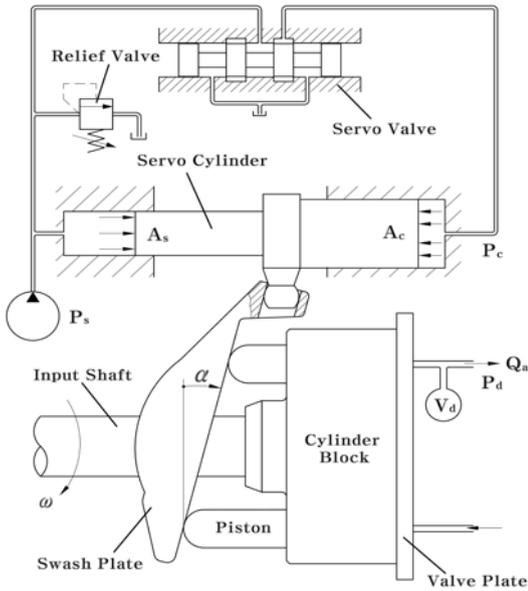


Fig. 1 A schematic of variable displacement type piston pump

2.2 유체연속방정식

2.2.1 펌프의 토출부

피스톤 펌프에서 액추에이터까지 검사체적(V_d)을 정의하면 연속방정식에 의하여 다음과 같은 식이 유도된다.⁸⁾

$$\dot{P}_d = \frac{KD_p}{V_d} \omega \tan \alpha - \frac{KC_{fp}}{V_d} P_d - \frac{K}{V_d} Q_a \quad (1)$$

실험에 의하면 펌프의 누설유량은 토출압력에 비례하기 때문에 누설유량계수 C_{fp} 는 상수로 표현될 수 있다.

2.2.2 서보실린더의 제어부

서보밸브에서 서보실린더까지 검사체적(V_c)을 정의하면 연속방정식에 의하여 다음과 같이 식이 표현될 수 있다.⁹⁾

$$\dot{P}_c = \frac{KK_c}{V_c} \sqrt{\Delta P} u - \frac{KC_k}{V_c} P_c + \frac{K}{V_c} \frac{A_c L}{\cos^2 \alpha} \dot{\alpha} \quad (2)$$

C_k 는 서보실린더의 누설유량계수이며 실험으로부터 얻어진다.

2.3 사판의 운동방정식

2.3.1 사판의 관성력에 의한 토크

사판의 회전토크는 다음과 같이 표현된다.¹⁰⁾

$$T_{sp} = J_{sp} \ddot{\alpha} \quad (3)$$

2.3.2 피스톤의 토출압력에 의한 토크

피스톤이 사판에 작용하는 토크를 유도하기 위하여 먼저 Fig. 2(a)와 같이 밸브판에서 피스톤에 작용하는 압력분포로부터 평균압력(P_m)을 가정한다.

$$P_m = \begin{cases} P_d \exp(-\frac{\omega}{\nu}) & : -\gamma < \theta < -\gamma + \delta_1 \\ P_d & : -\gamma + \delta_1 \leq \theta \leq \pi - \gamma \\ P_d \left\{ 1 - \exp(-\frac{\omega}{\nu}) \right\} & : \pi - \gamma < \theta < \pi - \gamma + \delta_2 \\ 0 & : \pi - \gamma + \delta_2 \leq \theta \leq 2\pi - \gamma \end{cases} \quad (4)$$

여기서 ν 는 그루브의 형상 및 제원에 따라 결정되는 그루브의 형상계수이며 실험에 의하여 구해진다. 식 (4)는 그루브가 삼각형의 홈을 가질 때 유효성이 높다. 다음은 Fig. 2(b)로부터 사판에 작용하는 피스톤의 힘을 구한다.

$$dF_d = \frac{nA_p P_m}{2\pi \cos \alpha} d\theta \quad (5)$$

사판의 회전중심에서 작용점까지 수직거리는

$$R_d = \frac{R \cos \theta}{\cos \alpha} + e \tan \alpha \quad (6)$$

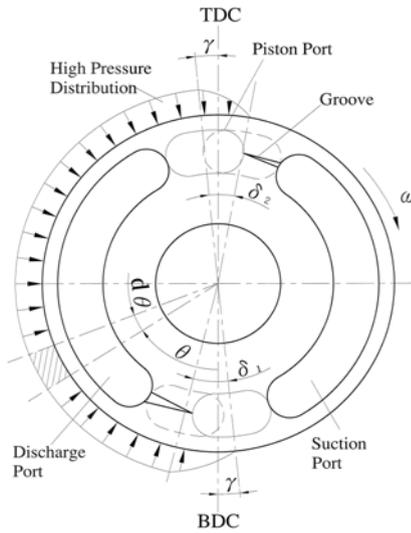
마지막으로 사판에 작용하는 평균토크는 식 (5)와 식 (6)을 압력이 존재하는 전 영역에 대하여 적분함으로써 구해진다.

$$T_d = \int_{-\gamma}^{\pi - \gamma + \delta_2} \frac{nA_p P_m (R \cos \theta + e \sin \alpha)}{2\pi \cos^2 \alpha} d\theta \quad (7)$$

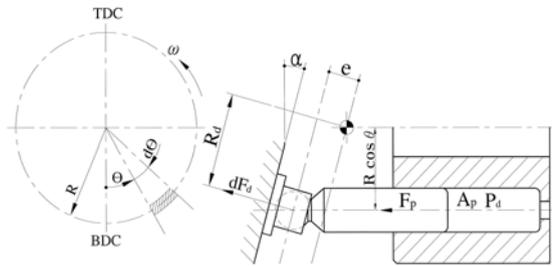
식 (7)을 정리하면 다음과 같다.

$$T_d = \frac{(a_1 + a_2 + a_3 \sin \alpha)}{\cos^2 \alpha} P_d \quad (8)$$

$$\text{where } a_1 = \frac{nA_p R \sin \gamma \exp(-\frac{\omega}{\nu})}{\pi}$$



(a) Pressure distribution in high pressure port of valve plate



(b) Piston force acting on swash plate

Fig. 2 Geometric relation of the swash plate, piston shoe, and valve plate ports

$$a_2 = \frac{nA_p R \{ \sin(\gamma - \delta_1) + \sin(\gamma - \delta_2) \} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\omega}{\nu}\right) \right\}}{2\pi}$$

$$a_3 = \frac{nA_p e \left[\pi + (\delta_2 - \delta_1) \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\omega}{\nu}\right) \right\} \right]}{2\pi}$$

2.3.3 피스톤의 관성력에 의한 토크성분

피스톤들은 실린더 블록내부에서 축의 회전과 경사판의 운동에 의하여 두 개의 토크성분을 가진다. 첫 번째 항은 축의 회전에 의한 성분이고 두 번째 항은 경사판의 운동에 의한 성분이다.

$$T_p = -\frac{mm_p R^2 \omega^2 \tan \alpha}{2 \cos^2 \alpha} + \frac{mm_p R^2 (\ddot{\alpha} + 2 \tan \alpha \dot{\alpha}^2)}{2 \cos^4 \alpha} \quad (9)$$

2.3.4 홀딩판의 관성력에 의한 토크성분

홀딩판도 피스톤과 마찬가지로 축의 회전과 사판의 운동에 의하여 두 개의 토크성분을 가진다.

$$T_h = \frac{m_h R^2 (\ddot{\alpha} + 2 \tan \alpha \dot{\alpha}^2)}{2 \cos^4 \alpha} - \frac{m_h R^2 \omega^2 \tan \alpha}{2 \cos^2 \alpha} \quad (10)$$

2.3.5 서보실린더에 의한 토크성분

Fig. 3에 있는 서보실린더도 두 개의 토크성분을 가진다. 첫 번째 항은 작용압력에 의한 성분이고 두 번째 항은 관성력에 의한 성분이다.

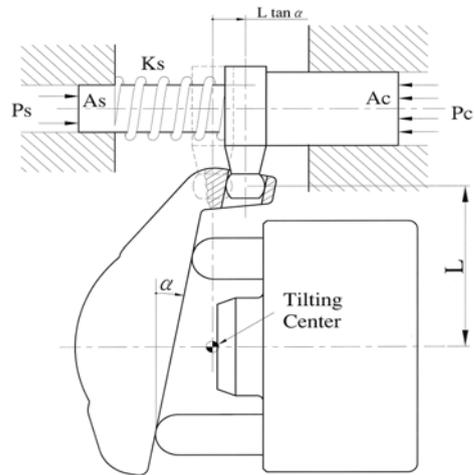


Fig. 3 Geometric relation of the servo cylinder and the swash plate

$$T_c = \frac{(A_s P_s - A_c P_c) L}{\cos^2 \alpha} - \frac{m_s L^2 (\ddot{\alpha} + 2 \tan \alpha \dot{\alpha}^2)}{\cos^4 \alpha} \quad (11)$$

2.3.6 스프링에 의한 토크성분

피스톤들을 지지하는 스프링은 서보실린더의 반력스프링에 비하면 사판에 작용하는 토크가 작다. 따라서 반력스프링만 고려하면 다음과 같다.

$$T_s = \frac{K_s L (L_s - L \tan \alpha)}{\cos^2 \alpha} \quad (12)$$

경사각이 충분히 작기 때문에 $\cos \alpha \approx 1$, $\sin \alpha \approx \alpha$, 그리고 $\tan \alpha \approx \alpha$ 로 두고 지금까지 언급된 사판의 토크성분들을 합성하면 2차 미분방정식인 사판의 운동방정식이 얻어진다. 실험으로부터 얻게 될 운동마찰계수 K_f 가 이 식에 추가된다.

$$\begin{aligned}
 J_t \ddot{\alpha} + 2(J_p + J_h + J_s)\alpha \dot{\alpha}^2 - (J_p + J_h)\omega^2 \alpha + K_f \dot{\alpha} \\
 = (a_1 + a_2 + a_3 \alpha) P_d + (A_s P_s - A_c P_c) L \\
 + K_s L (L_s - L \alpha)
 \end{aligned} \quad (13)$$

where $J_p = \frac{mm_p R^2}{2}$, $J_h = \frac{m_h R^2}{2}$

$$J_s = m_s L^2, J_t = J_{sp} + J_h + J_p + J_s$$

3. 상태변수모델

3.1 비선형 모델

식 (1), 식 (2), 그리고 식 (13)으로부터 $x_1 = P_d$, $x_2 = P_c$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \dot{\alpha}$, $u_1 = u$, $u_2 = Q_d$ 로 네 개의 상태변수들과 두개의 입력변수들을 정의하면 네 개의 상태방정식이 유도되며 이들 중 두개가 비선형으로 나타난다.

$$\dot{x}_1 = -\frac{KC_{lp}}{V_d} x_1 + \frac{KD_p \omega}{V_d} x_3 - \frac{K}{V_d} u_2 \quad (14a)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{KC_k}{V_c} x_2 + \frac{KA_c L}{V_c} x_4 + \frac{KK_c}{V_c} \sqrt{\Delta P} u_1 \quad (14b)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (14c)$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_4 = & \frac{(a_1 + a_2 + a_3 x_3)}{J_t} x_1 - \frac{A_c L}{J_t} x_2 \\
 & + \frac{(J_p + J_h)\omega^2 - K_s L^2}{J_t} x_3 - \frac{2(J_p + J_h + J_s)x_3}{J_t} x_4^2 \\
 & - \frac{K_f}{J_t} x_4 + \frac{A_s L P_s}{J_t}
 \end{aligned} \quad (14d)$$

3.2 선형 모델

미분이 가능한 식 (14)로부터 1차 미분으로 선형화된 근사식을 얻기 위하여 경사각이 최대(α_m)이고 토출압력이 "0"일 때의 조건을 평형점(equilibrium point)으로 정의한다. 평형점에서 $x_{1e} = 0$, $x_{3e} = \alpha_m$ 이므로 나머지 상태량을 구하면 식 (15)와 같이 표현된다.

$$x_{2e} = \frac{A_s}{A_c} P_s + \frac{(J_p + J_h)\omega^2 - K_s L^2}{A_c L} \alpha_m \quad (15a)$$

$$x_{4e} = 0 \quad (15b)$$

$$u_{1e} = \frac{C_k x_{2e}}{K_c \sqrt{P_s - x_{2e}}} \quad (15c)$$

$$u_{2e} = D_p \alpha_m \omega \quad (15d)$$

따라서 식 (14)를 평형점에서 선형화된 상태방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{\delta x}_1 = \zeta_1 \delta x_1 + \zeta_3 \delta x_3 + \zeta_u \delta u_2 \quad (16a)$$

$$\text{where } \zeta_1 = -\frac{KC_{lp}}{V_d}, \zeta_3 = \frac{KD_p \omega}{V_d}, \zeta_u = -\frac{K}{V_d}$$

$$\dot{\delta x}_2 = \xi_2 \delta x_2 + \xi_4 \delta x_4 + \xi_u \delta u_1 \quad (16b)$$

$$\text{where } \xi_2 = -\frac{KC_k}{V_c} \left\{ \frac{x_{2e}}{2(P_s - x_{2e})} + 1 \right\},$$

$$\xi_4 = \frac{KA_c L}{V_c}, \xi_u = \frac{KK_c \sqrt{P_s - x_{2e}}}{V_c}$$

$$\dot{\delta x}_3 = \delta x_4 \quad (16c)$$

$$\dot{\delta x}_4 = \kappa_1 \delta x_1 + \kappa_2 \delta x_2 + \kappa_3 \delta x_3 + \kappa_4 \delta x_4 \quad (16d)$$

$$\text{where } \kappa_1 = \frac{a_1 + a_2 + a_3 \alpha_m}{J_t}, \kappa_2 = -\frac{A_c L}{J_t}$$

$$\kappa_3 = \frac{(J_p + J_h)\omega^2 - K_s L^2}{J_t}, \kappa_4 = -\frac{K_f}{J_t}$$

식 (16)의 상태미분방정식을 행렬로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta x}_1 \\ \dot{\delta x}_2 \\ \dot{\delta x}_3 \\ \dot{\delta x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_1 & 0 & \zeta_3 & 0 \\ 0 & \xi_2 & 0 & \xi_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \kappa_1 & \kappa_2 & \kappa_3 & \kappa_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ \delta x_3 \\ \delta x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \zeta_u \\ \xi_u & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta u_1 \\ \delta u_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\dot{\delta X} = A \delta X + B \delta U \quad (18a)$$

$$y = C(X_e + \delta X) \quad (18b)$$

여기서 언급된 출력행렬 y 는 임의의 상태변수 또는 상태변수들의 선형적인 조합으로 표현될 수 있다. Fig. 4와 Fig. 5는 피스톤 펌프에 대한 개루프 제어(open loop control)의 블록선도를 보여주고 있다.

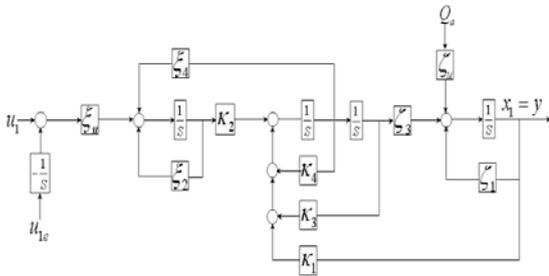


Fig. 4 Block diagram of state variable model for discharge pressure control

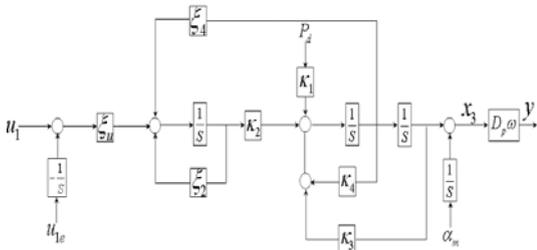


Fig. 5 Block diagram of state variable model for theoretical flow control

Fig. 4는 토출압력을 출력($C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$)으로 정의하고 있으며 작동기의 공급유량은 외란으로 작용한다. 외란을 제외한 압력제어의 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$T_p = \frac{\zeta_3 \kappa_2 \xi_u}{E + F} \quad (19)$$

where

$$E = s^4 - (\zeta_1 + \zeta_2 + \kappa_4)s^3 + (\xi_2 \kappa_4 - \xi_4 \kappa_2 - \kappa_3 + \zeta_1 \xi_2 + \zeta_1 \kappa_4)s^2$$

$$F = (\xi_2 \kappa_3 - \zeta_1 \xi_2 \kappa_4 + \zeta_1 \xi_4 \kappa_2 + \zeta_1 \kappa_3 - \zeta_3 \kappa_1)s + \zeta_3 \xi_2 \kappa_1 - \zeta_1 \xi_2 \kappa_3$$

Fig. 5는 이론유량을 출력($C = [0 \ 0 \ D_p \omega \ 0]$)으로 정의하고 있으며 이때 토출압력이 외란이 된다. 외란을 제외한 유량제어의 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$T_f = \frac{\kappa_2 \xi_u}{G + H} \quad (20)$$

$$\text{where } G = s^3 - (\xi_2 + \kappa_4)s^2$$

$$H = (\xi_2 \kappa_4 - \xi_4 \kappa_2 - \kappa_3)s + \xi_2 \kappa_3$$

4. 실험적 연구

4.1 실험장치

Fig. 6은 수학적 모델에 이용되는 파라미터들을 측정하고 모델의 유효성을 입증하기 위한 실험장치의 유압회로를 보여주고 있다. 실험장치는 펌프의 속도를 가변속하는 400PS DC 모터, 토출압력을 제어하는 40MPa 비례압력제어밸브, 서보실린더의 압력을 제어하는 MOOG사의 J076-903 서보밸브, 서보밸브에 유압동력을 공급하는 4.3MPa 유압장치, 토출유량과 누유유량을 측정하기 위한 두개의 유량센서, 토출압력과 서보밸브의 제어압력과 공급압력을 측정하기 위한 세 개의 압력센서, 그리고 서보실린더의 변위와 속도를 측정하기 위한 LVDT로 구성된다. 작동유체는 MOBIL사의 VG32, 데이터취득과 시스템제어장비는 NI(주)의 PCI6071E, 그리고 실험용 프로그램은 LABVIEW 7.1을 사용하였다.

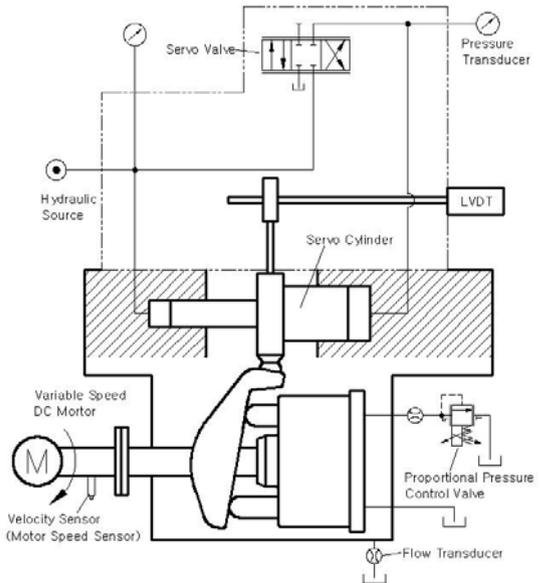


Fig. 6 Hydraulic circuit for experimental apparatus

Fig. 7은 실험용 펌프가 설치된 시험장치의 사진을 보여주고 있다. 실험에 이용된 피스톤 펌프의 제원은 Table 1과 같다.

4.2 실험결과 분석

누설유량계수(leakage coefficient)는 토출압력(P_d)

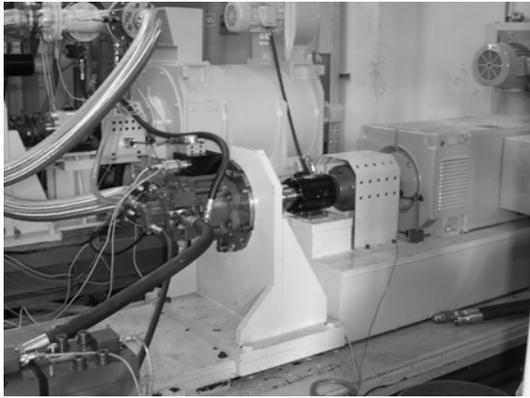


Fig. 7 Photo of experimental apparatus

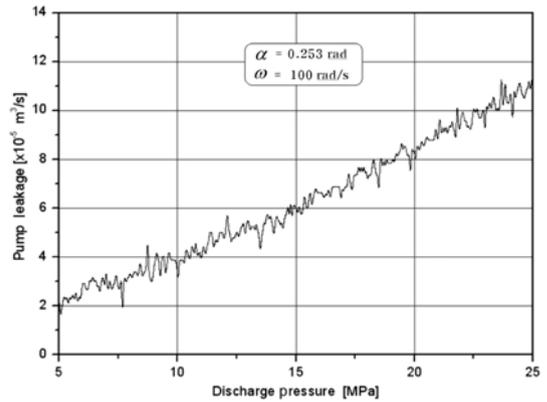


Fig. 8 Test result of the pump leakage and discharge pressure

Table 1 Specification of test pump

Parameter	Specification	Parameter	Specification
A_c	$1.13 \times 10^{-3} \text{ m}^2$	m_p	0.28 kg
A_p	$4.52 \times 10^{-4} \text{ m}^2$	m_s	0.86 kg
A_s	$3.14 \times 10^{-4} \text{ m}^2$	P_c	$4.3 \times 10^6 \text{ Pa}$
C_{lc}	$1.0 \times 10^{-12} \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{Pa}$	R	0.0475 m
C_{lp}	$4.4 \times 10^{-12} \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{Pa}$	V_d	$6.28 \times 10^{-4} \text{ m}^3$
D_p	$0.621 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{rad}$	V_c	$3.89 \times 10^{-5} \text{ m}^3$
e	$5.5 \times 10^{-3} \text{ m}$	α_m	0.28 rad
J_{sp}	$2.89 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	γ	0.1 rad
K	$2.45 \times 10^9 \text{ Pa}$	δ_1	0.3 rad
L	$8.48 \times 10^{-2} \text{ m}$	δ_2	0.15 rad
L_s	$5 \times 10^{-3} \text{ m}$	ν	90 rad/s
m_h	0.32 kg		

에 따라 누설유량을 측정함으로써 얻어진다. Fig. 8은 펌프의 누설유량이 토출압력에 거의 비례함을 보여주고 있다.

Fig. 9와 Fig. 10은 식(16d)의 파라미터인 $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ 의 유효성을 확인하기 위하여 시뮬레이션과 실험의 결과들을 비교하고 있으며 Fig. 11은 κ_4 를 얻기 위한 실험결과를 보여주고 있다. 시뮬레이션에는 MATLAB 7.0이 사용되었다.

먼저 경사각(tilting angle)을 일정($\dot{\alpha}=0$)하게 유지하면 식(16d)는 다음과 같이 표현된다.

$$\kappa_1 P_d + \kappa_2 (P_c - P_{ce}) + \kappa_3 (\alpha - \alpha_m) = 0 \quad (21)$$

Fig. 9와 Fig.10은 0.253rad인 경사각에서 회전수가 증가함에 따라 제어압력(P_c)의 변화를 보여주고

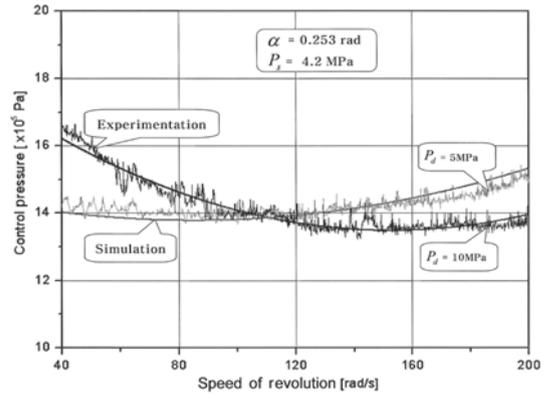


Fig. 9 Comparison of experimentation with simulation for control pressure($P_d = 5MPa, 10MPa$)

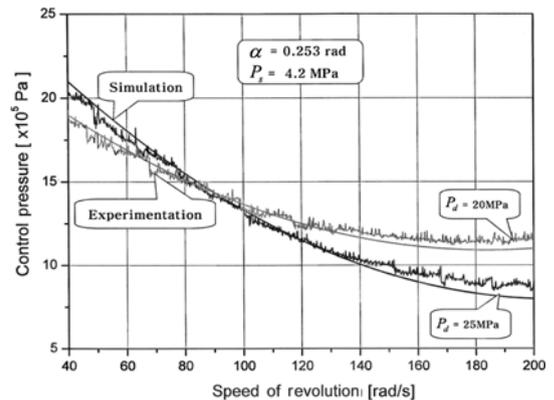


Fig. 10 Comparison of experimentation with simulation for control pressure($P_d = 20MPa, 25MPa$)

있다. 시험결과가 시뮬레이션과 잘 일치하고 있으며 이로부터 $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ 의 유효성이 입증된다. 토출

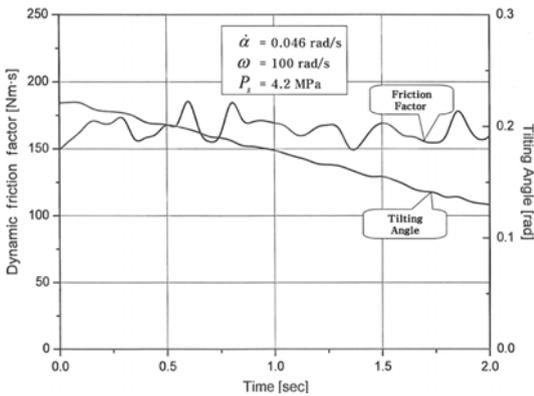


Fig. 11 Test result of dynamic friction factor at constant tilting speed

압력이 낮은 상태에서 회전수가 증가하면 부품들의 운동관성에 의하여 제어압력은 높아지고 토출압력이 높은 상태에서 회전수가 증가하면 운동관성보다는 영향을 크게 미치는 평균압력(P_m)에 의하여 제어압력이 낮아짐을 확인할 수 있다. 평균압력은 회전수가 증가하면 흡입포트(suction port)의 과도영역에서는 증가하고 토출포트(discharge port)의 과도영역에서는 감소한다.

다음은 유효성이 입증된 $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ 을 이용하고 실험으로부터 κ_4 를 얻는다. 사판(swash plate)의 각속도가 일정($\ddot{\alpha}=0$)하면 식 (16d)는 식 (22)와 같이 표현된다.

$$\kappa_1 P_d + \kappa_2 (P_c - P_{ce}) + \kappa_3 (\alpha - \alpha_m) + \kappa_4 \dot{\alpha} = 0 \quad (22)$$

Fig. 11은 일정한 각속도에서 토출압력, 제어압력, 경사각을 측정하고 식 (22)를 이용하여 산출된 κ_4 의 파라미터인 운동마찰계수(K_f)를 보여주고 있다. 각속도가 일정하게 유지된 일부구간의 시험결과만을 표현하였다. 운동마찰계수는 일정한 각속도에서 거의 상수로 나타나고 있다.

5. 안정성 분석 및 설계보상

유효성이 확인된 모델로부터 전달함수들의 극점들을 조사하여 시스템의 안정성을 분석한다.

5.1 안정성 분석

피스톤 펌프의 압력 또는 유량을 제어하기 위한

개루프 제어시스템의 안정성과 응답특성은 식 (19)와 식 (20)의 극점(pole)들에 의하여 예측된다. Table 1의 제원을 갖는 피스톤 펌프가 100rad/s로 작동될 때 제어시스템들의 극점들을 조사하면 다음과 같다.

압력제어(pressure control)의 전달함수인 식 (19)는 s-평면의 좌반부에 네 개의 실수축 극점들을 가진다. 모든 극점들이 실수이므로 계단입력에 대한 과도응답은 오버슈트 및 진동이 없는 감쇠과다를 갖는다. 그리고 이중 세 개는 원점 근방의 근보다 5배 이상 멀리 위치함으로써 원점에 가장 가까운 극점이 우세근으로서 시스템의 응답특성을 대표한다.

유량제어(flow control)의 전달함수인 식 (20)은 s-평면의 원점에서 좌반부로 멀리 떨어져있는 두개의 실수축 극점과 원점에 가까운 우반부에 한 개의 실수축 대표극점을 가지고 있다. 식 (19)와 식 (20)의 모든 극점들은 피스톤 펌프의 설계변수들에 의하여 조정될 수 있다. 조사에 의하면 설계변수들 중에서 타이밍 각(timing angle)과 반력스프링(reaction spring)이 대표극점들의 궤적변화에 가장 민감하게 작용하고 있다.

Fig. 12는 반력스프링이 없고 타이밍 각이 0.1rad인 설계변수에서 입력회전수의 변화에 대한 대표극점들의 궤적을 보여주고 있다. 압력제어는 약 100rad/s 이하에서 유량제어는 전 영역에서 대표극점이 원점에 가까운 우반부에 위치하기 때문에 두 개의 제어시스템들은 불안정하고 응답특성이 좋지 않다는 것을 알 수 있다.

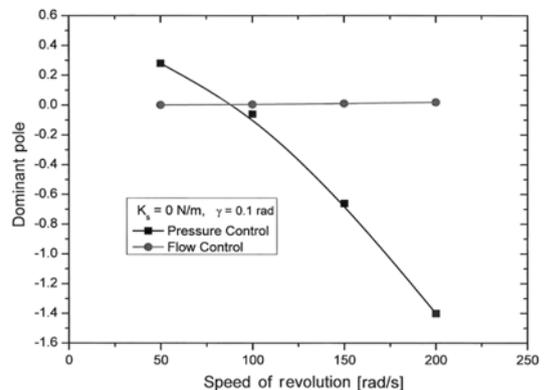


Fig. 12 Dominant pole locus of pressure and flow control as variation of input speed

5.2 설계보상

압력제어시스템에서 피스톤 펌프의 토출압력을 제어하고자 할 때 대표극점의 궤적이 원점에서 좌반부로 멀어질수록 압력제어의 안정성과 응답특성이 향상된다. Fig. 13과 Fig. 14는 타이밍 각과 반력스프링의 설계보상에 따라 대표극점들의 궤적을 보여주고 있다.

Fig. 13은 타이밍 각의 변화에 따른 대표극점의 궤적을 보여주고 있다. 타이밍 각이 감소할수록 대표극점은 원점에서 좌반부로 멀어지고 압력제어시스템은 빠르게 안정화된다. Fig. 14는 반력스프링의 변화에 따른 대표극점의 궤적을 보여주고 있다. 반력스프링은 타이밍 각에 비하여 상대적으로 대표극점에 미치는 영향이 적다.

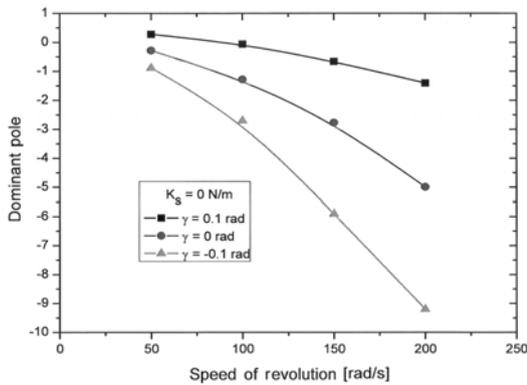


Fig. 13 Dominant pole locus of pressure control as variation of timing angle

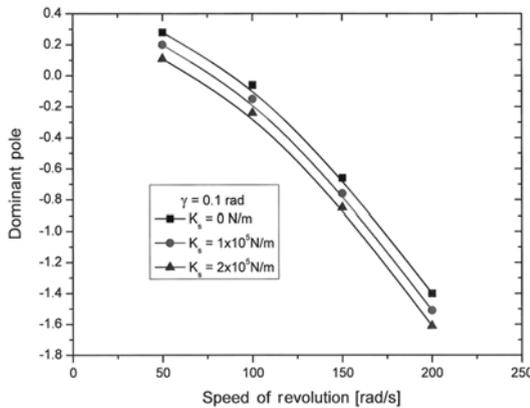


Fig. 14 Dominant pole locus of pressure control as variation of spring constant

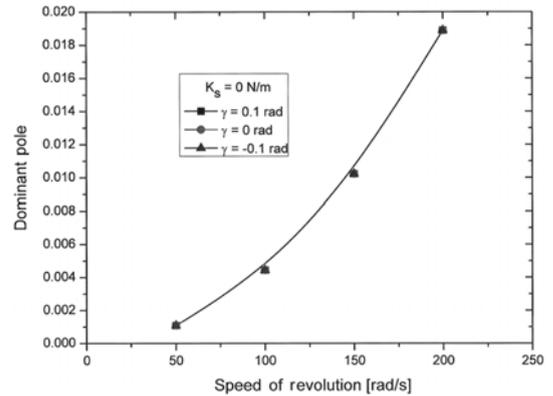


Fig. 15 Dominant pole locus of flow control as variation of timing angle

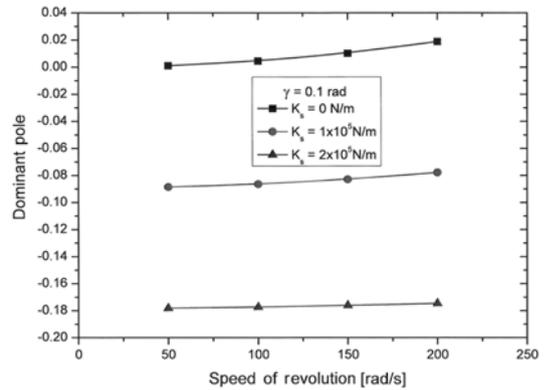


Fig. 16 Dominant pole locus of flow control as variation of spring constant

Fig. 15와 Fig. 16은 유량제어에서 안정되고 응답을 향상시키기 위한 설계보상을 보여주고 있다. 타이밍 각은 Fig. 15와 같이 대표극점에 거의 영향을 미치지 않지만 스프링 반력의 증가는 Fig. 16과 같이 시스템의 안정화에 기여하고 있다. 대표극점들의 분석에 의하면 안정적으로 압력과 유량을 제어하려면 타이밍 각은 "0"rad 보다 작아야 하며 반력스프링은 $1.0 \times 10^5 N/m$ 보다 커야 된다.

6. 결론

본 논문에서는 가변용량형 피스톤 펌프에 대하여 선형상태변수로 표현된 수학적 모델을 제안하고 모델의 전달함수를 분석하여 안정적인 유량/압력제어가 가능한 설계보상을 제시하였다.

밸브관의 그루브에 새로운 형상계수를 정의하여 피스톤의 평균압력을 제안함으로써 복잡한 모델을 간결하게 표현하였다. 그리고 서보실린더의 제어압력에 대한 실험결과와 시뮬레이션의 결과가 거의 일치함을 확인함으로써 제안된 모델의 유효성을 입증하였다.

모델을 이용하여 안정성을 분석한 결과 압력제어는 100rad/s 이하에서 유량제어는 전 영역에서 불안정하고 안정시간이 매우 느림을 추정할 수 있었다. 압력제어의 안정성은 스프링 정수의 증가보다 타이밍 각의 감소에 의하여 크게 개선되며 유량제어의 안정성은 타이밍 각에는 거의 무관하고 단지 스프링 정수의 증가에 의하여 개선됨을 확인하였다. 안정적으로 유량/압력을 제어하려면 스프링은 $1.0 \times 10^5 N/m$ 보다 크고 타이밍 각은 "0" rad보다 작아야 된다.

본 연구는 피스톤 펌프에서 유량, 압력, 동력 등 한 개 이상의 제어기능을 갖는 제어기들을 설계할 때와 제어성능 및 응답특성을 향상시키기 위하여 설계변수들을 보상하고자 할 때 유용하게 활용될 수 있다.

References

- 1) T. Muto, H. Kato, K. Sakamoto and H. Yamada, "Digital Control of Hydrostatic Transmission System Driven by Differential Pulse Width Modulation," Journal of JSME, Vol.61, No.590, pp.179-186, 1995.
- 2) A. G. Alleyne and R. Liu, "Schematic Control of a Class of Nonlinear Systems with Application to Electrohydraulic Cylinder Pressure Control," IEEE Transactions on Control system Technology, Vol.8, No.4, pp.623-634, 2000.
- 3) K. A. Edge and J. Daring, "Cylinder Pressure Transients in Oil Hydraulic Pumps with Sliding Plate Valves," Proc. Instn. Mech. Engrs., Vol. 200, No.B1, pp.45-54, 1986.
- 4) S. J. Lin, A. Akers and G. Zeiger, "The Effect of Oil Entrapment in an Axial Piston Pump," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol.107, pp.246-251, 1985.
- 5) A. Akers and S. J. Lin, "Optimal Control Theory Applied to a Pump with Single-Stage Electrohydraulic Servo Valve," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol.110, pp.120-125, 1988.
- 6) H. Du and N. D. Manring, "A Single Actuator Control Design for Hydraulic Variable Displacement Pumps," Proceedings of American Control Conference, pp.4484-4489, 2001.
- 7) G. Zeiger and A. Akers, "Torque on the Swashplate of an Axial Piston Pump," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol.107, pp.220-226, 1985.
- 8) X. Zhang, J. Cho, S. S. Nair and N. D. Manring, "New Swash Plate Damping Model for Hydraulic Axial Piston Pump," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol.123, pp.463-470, 2001.
- 9) S. N. Yun, B. S. Kang, B. J. Sung and H. E. Kim, "A Study on Characteristics of Nozzle/Flapper Type Flow Control Servo Valve," Transactions of KSAE, Vol.8, No.1, pp. 54-62, 2000.
- 10) N. D. Manring and F. A. Damtew, "The Control Torque on the Swash Plate of an Axial Piston Pump Utilizing Piston Bore Springs," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol.123, pp.471-478, 2001.