

## 전기-기계 결합 하중을 받는 압전 세라믹 다층 작동기의 무요소 해석

김 현 철<sup>1)</sup> · Xianghua Guo<sup>2)</sup> · 김 원 석<sup>1)</sup> · Daining Fang<sup>2)</sup> · 이 정 주<sup>\*1)</sup>

<sup>1)</sup>한국과학기술원 기계공학과 · <sup>2)</sup>중국 칭화대학교 공업역학과

### Analysis of Piezoelectric Ceramic Multi-layer Actuators Based on the Electro-mechanical Coupled Meshless Method

Hyun Chul Kim<sup>1)</sup> · Xianghua Guo<sup>2)</sup> · Won Seok Kim<sup>1)</sup> · Daining Fang<sup>2)</sup> · Jung Ju Lee<sup>\*1)</sup>

<sup>1)</sup>Department of Mechanical Engineering, ME3033, KAIST, Daejeon 305-701, Korea

<sup>2)</sup>Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China

(Received 19 July 2006 / Accepted 14 September 2006)

**Abstract** : This paper presents an efficient meshless method for analyzing cracked piezoelectric structures subjected to mechanical and electrical loading. The method employs an element free Galerkin (EFG) formulation and an enriched basic function as well as special shape functions that contain discontinuous derivatives. Based on the moving least squares (MLS) interpolation approach, The EFG method is one of the promising methods for dealing with problems involving progressive crack growth. Since the method is meshless and no element connectivity data are needed, the burdensome remeshing procedure required in the conventional finite element method (FEM) is avoided. The numerical results show that the proposed method yields an accurate near-tip stress field in an infinite piezoelectric plate containing an interior hole. Another example is to study a ceramic multilayer actuator. The proposed model was found to be accurate in the simulation of stress and electric field concentrations due to the abrupt end of an internal electrode.

**Key words** : Meshless method(무요소 해석법), Ceramic multi-layer actuator(세라믹 다층 작동기), Electro-mechanical coupling(전기-기계 결합 하중)

### 1. 서 론

압전재료는 그에 가해지는 기계적 에너지와 전기적 에너지를 서로 간에 변환시킬 수 있는 특성으로 인하여 자동차에 응용되는 작동기, 센서, 변환기 등 다양한 부품들로 활용되고 있다. 하지만, 압전재료에 높은 전기장이 가해질 경우 높은 응력 상태와 변형 상태로 이어지면서 이때 발생하는 균열진전이 압전재료의 주요 파손 기구가 되며, 따라서 압전재료 부품은 큰 변형 상태를 견딜 수 있는 능력과 높은

신뢰성을 갖추어야 한다. 이를 위하여 전기장과 기계적 하중을 동시에 받는 압전 세라믹 재료의 거동을 이해하기 위한 연구가 많이 수행되어 왔다. Kumar 등<sup>1)</sup>은 기계적 하중과 전기적 하중을 함께 받는 압전 세라믹 재료의 균열선단 응력 분포를 연구하였다. Fang 등<sup>2)</sup>은 최대 응력 기준을 기초로 한 수치해석 연구를 수행하여, 음의 전기장을 가하면 균열면 방향을 따라 진전하는 균열이 지연됨을 보였으며 균열면과 84°의 각도를 이루는 방향으로 진전하는 경향이 있음을 보였다. Chen 등<sup>3)</sup>은 자기장 세기가 강유전체와 강탄성체의 변환에 미치는 영향을 연구하

\*Corresponding author, E-mail: leejungju@kaist.ac.kr

였다.

균열 진전은 많은 구조물에서 발생하는 일반적인 파손 기구이다. 그래서 정확하고 신뢰할 수 있는 파손 예측 수치해석 모델이 필요하며, 유한요소법이 널리 이용된다. Hom과 Shankar<sup>4)</sup>는 비선형이고 준정적인 전기-기계 결합 유한요소법을 기초로 하여 하나의 다층(multi-layered) 작동기 및 복합재료에 적용된 다층 작동기 배열에 대한 수치해석을 수행하였다. Lucato와 Lupascu 등<sup>5)</sup>은 티탄산바륨(barium titanate; BaTiO<sup>3</sup>)과 PZT(lead zirconate titanate) 시편에서 전극과 압전재료 사이의 변형률 차이로 인한 균열의 발생 및 진전에 관하여 연구하였다. 또한 끝단 효과와 시편 두께의 효과를 유한요소 모델을 이용하여 연구하였다. Shindo와 Narita 등<sup>6)</sup>은 푸리에 변환을 통해 표면 전극 주변에서 발생하는 변위 및 전기장 포텐셜에 대한 해석적 결과를 얻었다. Shindo와 Yoshida 등<sup>7)</sup>은 다층 압전 작동기의 실험적, 수치적 연구를 수행하여 표면 및 내부 전극에서의 전기장과 탄성장 세기에 관해 논의하였다. Gaudenzi와 Bathe<sup>8)</sup>는 압전재료의 유한요소 해석에 대해 요약하였다. 이러한 여러 노력에도 불구하고, 유한요소법은 영역 변화의 형상이 불연속인 역학 문제를 푸는 데에는 한계를 갖고 있다. 임의의 복잡한 균열 진전을 모사하기 위해서는 유한요소 모델에 대한 요소 재구성을 많이 실행해야 한다. 따라서 요소 좌표와 균열 궤도를 갱신하고 모델의 요소를 재구성하는 데에 상당한 양의 계산량을 필요로 하며, 이러한 유한요소 모델의 전처리 및 후처리는 컴퓨터 프로그래밍에 있어서 수치적 정확성과 시간적, 자료 공간적 효율의 저하를 일으킨다.

최근에는 확산요소법(diffuse elements method),<sup>9)</sup> 무요소 갤러킨법,<sup>10)</sup> HP clouds EFM<sup>11)</sup> 등과 같은 많은 무요소 기법이 개발되었다. 이 방법들은 극히 큰 변형 문제, 고속 충격, 상변환, 균열 진전 등을 푸는 데에 효율적이라고 알려져 있다. 그 중에서 이동최소자승근사법을 기반으로 하는 새로운 수치 기법인 무요소 갤러킨 법은 진전하는 균열성장을 효과적으로 다루는 유망한 방법 중의 하나이다. 적분 요소가 보간자의 절점(interpolant node)과 정확하게 연결되어 있지는 않지만, 무요소 갤러킨 법이 정확하게는

“무요소” 기법이 아니라고 언급하는 것은 신중하게 다루어야 할 문제이다. 근의 방정식을 확립하기 위해서는 한 집합의 배경 셀이 필요하기 때문이다. Atluri 등<sup>12)</sup>과 De 등<sup>13)</sup>은 엄밀한 의미의 무요소 기법을 개발하였으며, MLPG(Meshless Local Petrov-Galerkin)기법이라고 명명하였다. 이 기법은 다양한 문제에 성공적으로 적용되어 왔다. 실제로, 바로 옆 절점에 대해 구분구적법을 제한함으로써 무요소 갤러킨법이 엄밀한 무요소 기법이 되도록 설계할 수 있으나, 이 방법은 비볼록(non-convex) 영역에서의 정확성을 떨어뜨릴 것이다. 따라서 무요소 갤러킨 법은 통상적인 유한요소 기법과는 달리 엄밀한 요소 연결관계 자료를 필요로 하지 않으면서, 절점의 분포가 매우 불규칙하더라도 정확성이 크게 떨어지지 않는다. 이러한 특징은, 장(field)이 한 집합의 절점에 의해 완전하게 이산화된다는 사실 때문에, 파손 진전을 모델링 하는 데에 있어서 중요한 의미를 담고 있다. 그리하여 유한요소기법에서의 불필요한 요소 재구성 과정을 피할 수 있다.

본 연구에서는 이동최소자승근사법을 기반으로 하는 무요소 갤러킨 해석법을 이용하여 전체 장의 변수를 이산화하였다. 벌칙함수 기법(penalty function method)을 사용하여 구성 방정식에 일반적인 변위 경계조건을 줌으로 강성행렬은 저밀도이고 대칭이며 양의 정지성을 가져서 계산에 필요한 시간과 노력을 감소시켰다. 구멍이나 균열 같은 비볼록체(nonconvex bodies)에서는 기계적인 변위와 전기적 변위 모두의 불연속성을 만족하도록 불연속 회절함수를 가중함수로 이용하는 동시에, 특이항을 갖는 몇 가지의 기초함수를 적용한다. 추가로 균열 선단 주변에서 절점 세분화를 수행한다. 수치적인 예시로, 본 연구의 이동최소자승근사법의 유효성을 검증하기 위해 중앙의 원형 결함을 갖는 무한 평판을 해석 응력장과 전기장을 모사하였으며, 수치해석 결과와 이론적인 해가 잘 일치함을 보였다. 또 다른 예시로, 외부 전기장만이 세라믹 다층 작동기에 작용하는 경우를 모사하여, 세라믹 재료에서의 균열 진전을 연구하기 위한 응력장 및 전기장의 세기를 결정할 수 있음을 보였다.

## 2. 이동 최소 근사법의 원리

일반적인 무요소 근사법에서는, 이산 시스템을 절점에서 매개변수 값들만을 이용하여 표현한다. 따라서 절점 사이의 연결 관계는 미리 정해지지 않는다. 영역 내의 임의의 점  $x$ 에서의 변위  $u^h(x)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u^h(x) = p(x)a(x) \quad (1)$$

여기서  $p(x)$ 는 기초함수 벡터이고  $a(x)$ 는  $x$ 의 함수 형태인 상수 벡터이다. 본 연구에서는  $p(x)$ 를 다음과 같은 선형 기초함수라고 정의한다.

$$p(x) = [1, x, y] \quad (2)$$

균열 문제를 풀고 선형 탄성 파괴역학의  $1/\sqrt{r}$ 의 응력 특이성을 만족하기 위해서 아래와 같이 부분적으로 또는 완전히 첨가된 기초함수를 이용한다.

$$p(x) = [1, x, y, \sqrt{r}] \quad (3)$$

$$p(x) = [1, x, y, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta] \quad (4)$$

여기서  $r$ 은 균열선단으로부터의 거리이고  $\theta$ 는 균열선단에서 균열경로에 평행한 면과의 각도이다.

계수 벡터  $a(x)$ 를 정하기 위해 이동최소자승기법을 사용한 과정은 다음과 같다. 영역 내의  $n$ 개의 절점에서의 좌표  $x_i$ 와 변위  $u_i$ 가 주어진다. 가중된 잔류치는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$J = \sum_{i=1}^n w(x-x_i)[p(x)a(x) - u_i]^2 \quad (5)$$

여기서  $w(x-x_i)$ 는  $x$  좌표에서 절점  $I$ 의 가중 함수이고  $n$ 은  $x$ 를 포함하면서  $w(x-x_i) > 0$ 를 만족시키는 영역의 절점의 개수이다.  $J$ 의  $a(x)$ 에 대한 미분값이 0일 때  $J$ 는 최소값이 된다. 따라서,

$$A(x)a(x) = B(x)u \quad (6)$$

여기서

$$A(x) = \sum_{i=1}^n w(x-x_i)p^T(x)p(x)$$

$$B(x) = [w(x-x_1)p(x_1), w(x-x_2)p(x_2), \dots, w(x-x_n)p(x_n)]$$

$$u = [u_1, u_1, \dots, u_n] \quad (7)$$

이다. 행렬  $A(x)$ 는 모멘트 행렬이라고 부른다. 식 (6)을 풀면

$$a(x) = A^{-1}(x)B(x)u \quad (8)$$

을 얻을 수 있다. 식 (8)을 식 (1)에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$u^h(x) = \sum_{i=1}^n p^T(x)A^{-1}(x)B_i(x)u_i = \sum_{i=1}^n \phi_i(x)u_i \quad (9)$$

$B_i(x)$ 는  $B(x)$ 의  $I$ 번째 열이며,

$$\phi_i(x) = p^T(x)A^{-1}(x)B_i(x) \quad (10)$$

을 형상함수라고 부른다. 형상함수의 공간미분은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_{i,j}(x) = p^T_{,j}(x)A^{-1}(x)B_i(x) + p^T(x)A^{-1}_{,j}(x)B_i(x) + p^T(x)A^{-1}(x)B_{i,j}(x) \quad (11)$$

여기서  $A^{-1}_{,j}(x) = -A^{-1}(x)A_{,j}(x)A^{-1}(x)$ 이다.

## 3. 전기-기계 결합하중 해석을 위한 무요소 갤러킨 공식 유도

압전재료의 구성방정식은

$$\sigma = C : \varepsilon - e^T \cdot E \quad (12a)$$

$$D = e : \varepsilon + d \cdot E \quad (12b)$$

이다. 여기서  $\sigma$ ,  $\varepsilon$ ,  $E$ ,  $D$ 는 각각 응력, 변형률, 전

기장, 전기적 변위 텐서이고,  $C$ ,  $d$ ,  $e$  는 각각 탄성 계수, 유전상수, 압전상수 텐서이다. 단순하게 표현하기 위해, 본 연구에서 제시하는 모든 수치해석 예제들은 전기-기계결합 평면 변형률 문제로서 다루어진다. 또한 PZT 세라믹스와 같은 재료들을 횡등방성(transversely isotropic) 재료라고 가정한다. 따라서 구성방정식 (12)는 다음과 같이 간단하게 표현될 수 있다. ( $x_3$  은 극방향이고  $x_1 - x_2$  평면은 등방성 평면이다.)

$$\sigma' = G \cdot \varepsilon' \tag{13}$$

여기서

$$\sigma' = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{13} \\ D_1 \\ D_3 \end{Bmatrix}, \quad \varepsilon' = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{13} \\ -E_1 \\ -E_2 \end{Bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & e_{31} \\ C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & 0 & C_{44} & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & e_{15} & -d_{11} & 0 \\ e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & -d_{33} \end{bmatrix} \tag{14}$$

는 각각 응력 벡터, 변형률 벡터, 강성행렬이다. 영역  $V$  와 그 경계에서 시스템의 전체 잠재 에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Pi = \int_V \frac{1}{2} \varepsilon'^T \cdot G \cdot \varepsilon' dV - \int_V f' \cdot u' dV - \int_{s'} T' \cdot u' dS + \int_{s_2} \frac{1}{2} \alpha (u' - \bar{u}) dS \tag{15}$$

여기서  $f' = [f \quad p']^T$ ,  $T' = [T \quad \bar{p}']^T$ ,  $u' = [u \quad \phi]^T$

는 각각 체력, 경계 힘, 변위이고  $\alpha$  는 벌칙상수이다.

변분법의 원리를 적용하면 무요소 갤러킨 공식은 다음과 같이 얻어진다.

$$Ku^* = f' \tag{16}$$

$K$  는  $k_{ij}$  로 이루어진  $3 \times 3$  행렬이고  $f'$  은  $f_i$  로 이루어진  $3 \times 1$  행렬이다.

### 4. 수치 해석 결과

본 연구에서 제안한 전기-기계 결합 하중하의 무요소 갤러킨 해석법의 정확도를 시험하기 위해 원형 구멍이 있는, 분극된 압전 무한평판에 양의 전기장파 인장 응력이 균일하게 작용하는 경우를 살펴 보았다. 이론적인 해는 Sosa<sup>16)</sup>와 Zhang<sup>17)</sup>에 의해 얻어진바 있다. 직사각형 평판의 길이는 구멍의 반지름의 10배이다. 시편은 PZT-5H 세라믹 재료로 만들어졌으며, 재료상수는 표 1에 정리하였다. 재료는 처음에 Y 방향으로 분극되어 있으며 평판은 평면 변형률 상태에 있다고 가정하였다. 바닥면은 지지되어 있고 전기 포텐셜은 윗면에 작용한다. 원형 구멍에 의해 방해받는 전기장 분포를 윗면과 아랫면 사이에서 구하였다. 해석 결과 원형 구멍의 둘레에서 정규화된 응력 및 전기적 변위 분포는 Fig. 1 과 같다. 주어진 수치해석 결과와 Sosa의 이론해<sup>16)</sup>가 잘 일치함을 알 수 있으며, 전기-기계 결합 하중하의 무

Table 1 PZT-5H의 재료상수

Parameter	Value	Parameter	Value
C <sub>11</sub>	12.6×10 <sup>10</sup> N/m <sup>2</sup>	e <sub>31</sub>	6.5 C/m <sup>2</sup>
C <sub>12</sub>	5.5×10 <sup>10</sup> N/m <sup>2</sup>	e <sub>31</sub>	23.2 C/m <sup>2</sup>
C <sub>13</sub>	12.3×10 <sup>10</sup> N/m <sup>2</sup>	e <sub>31</sub>	17.0 C/m <sup>2</sup>
C <sub>33</sub>	11.7×10 <sup>10</sup> N/m <sup>2</sup>	ε <sub>11</sub>	151×10 <sup>-10</sup> C/mV
C <sub>44</sub>	3.53×10 <sup>10</sup> N/m <sup>2</sup>	ε <sub>33</sub>	130×10 <sup>-10</sup> C/mV

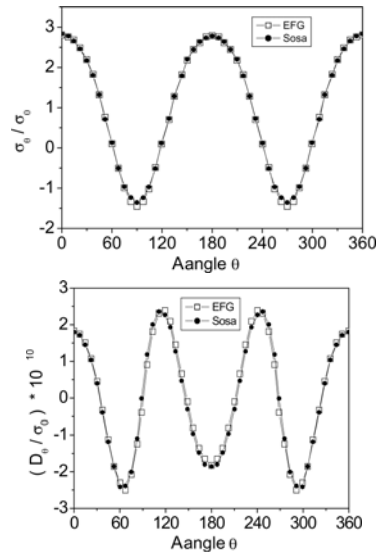


Fig. 1 구멍 둘레의 정규 응력 및 전기변위 분포

요소 갤러킨 해석법의 정확도는 만족할 수 있는 수준이다.

압전 세라믹 다층 작동기는 대개 수백 층의 세라믹 재료로 이루어지며, Fig. 2와 같이 금속 박막이 교차되는 형태를 갖는다. 이 작동기는 부피가 작고 응답속도가 빠르며 작동력이 커서 많은 분야에 적용되어 왔다.

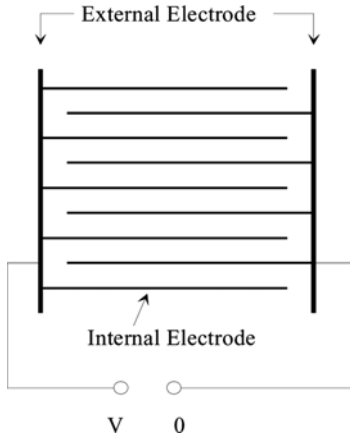


Fig. 2 세라믹 다층 작동기의 개략도

해석은 대칭성을 이용하여 각 층의 절반만을 수행하였으며, 수치해석 모델은 Fig. 3과 같다. 전기 포텐셜은 전극 아래 면에 다음 수식과 같이 작용한다.

$$\phi(x, 0) = V_{app1}, \quad -L_2 \leq x \leq 0 \quad (17)$$

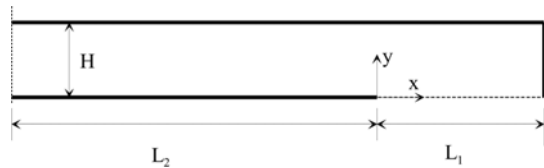


Fig. 3 다층 작동기의 수치해석 모델

수직방향 변위와 전단 응력은 대칭성에 의해 양쪽 전극면 모두에서 없다고 보고 다음 수식과 같이 설정하였다.

$$v(x, 0) = 0, \quad \sigma_{xy} = 0, \quad -L_2 \leq x \leq L_1 \quad (18)$$

전극 아래면에서의 수직 방향 전기적 변위 또한 대칭성을 이용하여 0으로 가정하였다.

$$D_y(x, 0) = 0, \quad 0 < x < L_1 \quad (19)$$

위쪽 전극 면은 접지되어 있으므로

$$\phi(x, H) = 0 \quad (20)$$

이며, 여기서 H는 압전 세라믹 재료의 층 두께이고 수직방향 변위는 아래 식과 같이 상수이다.

$$v(x, H) = \text{constant} \quad (21)$$

이 상수 값은 반복계산으로 결정된다. 작동기에 가해지는 외부 응력이 없을 때 전단응력과 수직방향 응력의 합은 0이 되어야 한다.

$$\sigma_{xy} = 0, \quad \int_{-L_2}^{L_1} \sigma_{yy}(x, H) dx = 0 \quad (22)$$

작동기의 수직방향 대칭 평면에서 표면력과 수평방향 전기적 변위 또한 0이 되어야 한다.

$$\sigma_{xx} = 0, \quad \sigma_{yy} = 0, \quad D_x = 0 \quad (23)$$

작동기의 오른쪽 끝 면에서 표면력은 작용하지 않으면서 접지되어있다.

$$\sigma_{xx} = 0, \quad \sigma_{yy} = 0, \quad \phi(L_1, y) = 0 \quad (24)$$

강체 운동을 피하기 위해 좌측 하부 가장자리는 x 방향으로의 변위를 제한하였다.

$$u(-L_2, 0) = 0 \quad (25)$$

수치적인 계산에서  $L_1 = 2H$ ,  $L_2 = 8H$  이고 작용한 전기장은  $E_{app1} = 0.72E_c$  로 설정하였다. PZT-5H 세라믹 재료의 항전계  $E_c = 0.4 \text{ MV/m}$  이다. 무요소 계산에서 균일 절점 분포와 일치하는  $80 \times 80$ 개의 적분셀이 있으며 각 적분 영역에서  $5 \times 5$  가우스 구적법을 이용한다. 아래쪽 전극 끝단 주변에서의 전기장과 응력 세기를 적절하게 묘사하기 위해 5개의 4절점 링을 전극 끝단 주변에 분포시켰다. 이 영역에서는  $9 \times 9$ 의 세분화된 가우스 구적법을 이용한다. 따라서 모델에서 이용한 절점의 총 개수는 749개이다.

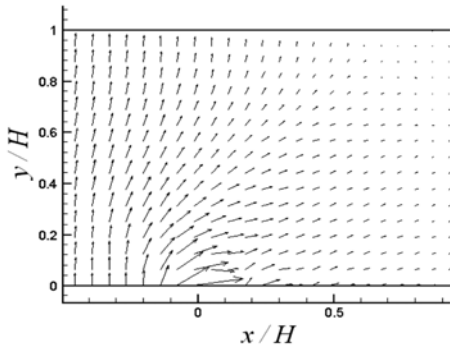


Fig. 4 내부 전극 경계 끝머리 부근의 전기장 분포

Fig. 4를 참고하면, 유한전극 끝머리 주변에서의 전기장은 불균일하고 작용한 전기장보다 훨씬 큰 값을 갖는다. 전기장 벡터는 전극 끝머리의 앞쪽에서는  $x$  방향을 향하며 뒤쪽에서는  $y$  방향을 향한다. 전극 끝에 인접한 영역에서는 Fig. 5와 같이 전기장이 매우 높다. 하지만, 전극 앞쪽의 전기장은 급속하게 약화되어 어떤 지점에서는 0이 되는 경우도 있다. 전극 끝머리 뒤쪽에서는 전기장이 가해진 전기장에 가까워진다. 따라서 전극 끝머리 주변의 재료는 서로 상반되는 변형을 겪게 된다. 이것은 종종 Fig. 6에서와 같이 균열 진전을 일으킬 수 있는 강한 응력장을 유도한다.

Fig. 7은 전극 경계 끝머리 부근의 정규응력,  $\sigma_{yy}/\sigma_c$  을 나타낸다. ( $\sigma_c = 11\text{MPa}$ : 항전계 응력) 정규응력,  $\sigma_{yy}/\sigma_c$  는 전극의 끝머리 뒤에서 음의 값을 지닌다. 즉, 주변의 세라믹 재료가 압축 응력을 지지한다. 하지만, 전극 끝머리 앞의 세라믹 재료에는 상당

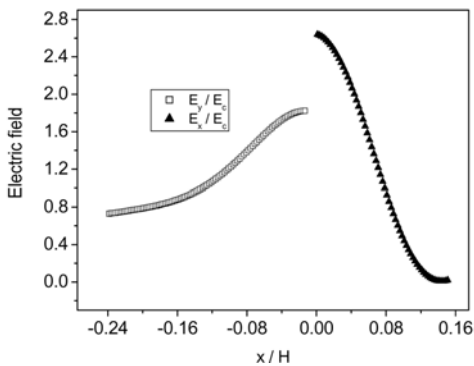


Fig. 5 전극 경계 끝 x축에서의 전기장 분포

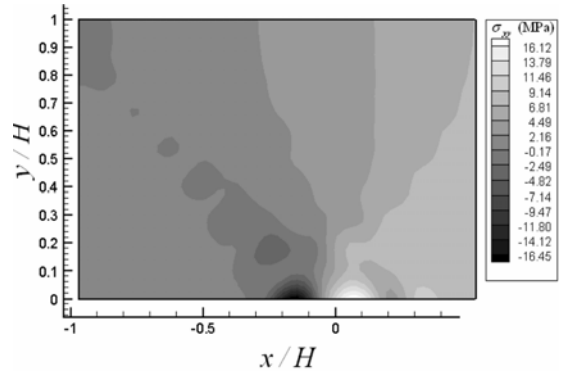


Fig. 6 전극 경계 끝머리 부근의  $\sigma_{yy}$  분포

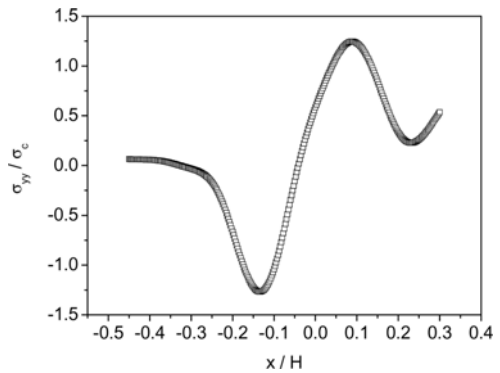


Fig. 7 전극 경계 x축에서의 정규 응력 분포

한 인장응력이 작용한다. 이는 균열이 쉽게 발생해서 진전할 수 있다는 것을 뜻한다. 균열이 전극 끝머리의 앞에서 발생한 경우 발생하는 응력장 변화를 알아보기 위해, 전극 끝단 앞에 길이가  $2a = 0.12H$  인 균열을 생성시켰다. Fig. 8과 Fig. 9에서 균열 주변의 응력,  $\sigma_{yy}$  분포를 확인할 수 있다.  $\sigma_{yy}$  값이 전극

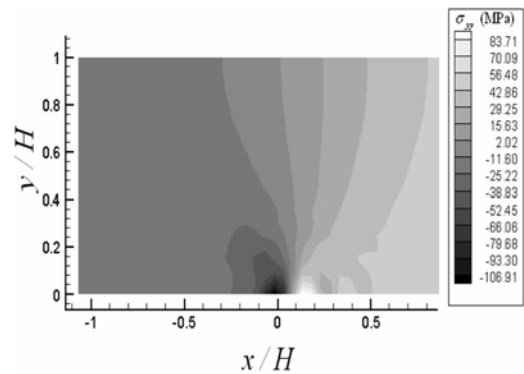


Fig. 8 전극 경계 끝에서 발생한 균열 주변의  $\sigma_{yy}$  분포

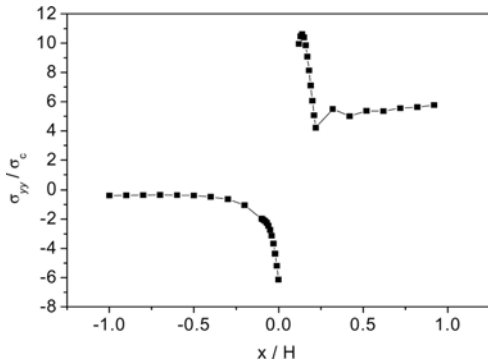


Fig. 9 전극 테두리 앞에서 균열 주변의 x축에서의 정규 응력 분포

끝머리 주변의 균열 뒤에서는 압축이지만, 균열의 앞에서는 인장임을 알 수 있다. 또한 압축 및 인장응력의 크기는 균열이 전극 끝단의 앞에서 발생할 때 더 커지는 것을 알 수 있다. 이 결과로부터  $\sigma_{yy}$  를 고려할 때에만 균열이 직선을 따라 쉽게 진전할 것이라고 추측할 수 있다.

### 5. 결론

전기적인 하중과 기계적인 하중이 결합되어 작용하는 압전 세라믹 구조물을 해석하기 위해 효율적인 전기-기계 결합 무요소 기법을 개발하였다. 제시한 기법을 사용한 수치해석 결과로부터, 가중된 기초함수를 이용한 무요소 갤러킨 기법이 구멍이나 전극 가장자리와 같은 비볼록 영역의 특이성을 모사할 수 있음을 보였다. 또한 다층 작동기의 해석 예로부터, 전극 가장자리 주변의 전기장과 응력분포의 경향이 Gong 등<sup>18)</sup>의 해석 결과와 전반적으로 일치함을 확인하였다. 이론해를 구하는데 사용한  $L_1 = L_2 \gg H$  라는 가정에도 불구하고, 본 연구의 결과와 Gong 등<sup>18)</sup>의 결과 사이의 차이는 미미하였다. 제안한 기법은 무요소 기법이며, 구조적인 요소 격자가 필요하지 않다. 오직 해석하기 위한 영역을 이산화시키기 위해 분산된 절점들의 집합만이 필요하다. 무요소 기법은 요소 연결관계 자료가 필요하지 않기 때문에 일반적인 유한요소해석에서 필요로 하는 요소 재구성 또한 필요하지 않다. 그러나 무요소 기법이 균열 문제를 다루는 데에 있어서 수렴성이 좋고 정확하다고는 하지만, 무요소 기법의 고유한 결

함은 무요소 갤러킨 기법에도 존재한다. 기본 함수가 복잡한 비(非)다항식 형태이기 때문에, 강성행렬과 힘 벡터를 계산하기 위해서는 많은 연산량을 요구하는 역행렬과 가우스 적분을 수행해야 한다. 많은 연구자들이 과도한 계산량을 완화하기 위한 기술을 개발해왔지만,<sup>19)</sup> 균열 문제 등에 적용되는 통상적인 유한요소기법<sup>20)</sup>과 동일한 효율성을 달성하려면 앞으로 무요소 기법에 지속적인 연구가 필요하다.

### 후 기

본 연구는 한국과학재단(KOSEF) 지원하에 중국 청화대학교 공업역학과 Fang 교수팀과의 국제공동연구(F01-2004-000-10375-0) 결과이며 이에 대하여 감사드립니다.

### References

- 1) S. Kumar and R. N. Singh, "Effect of the Mechanical Boundary Condition at the Crack Surfaces on the Stress Distribution at the Crack Tip in Piezoelectric Materials," *Material Science and Engineering A*, Vol.252, No.1, pp.64-77, 1998.
- 2) D. Fang, H. Qi and Z. Yao, "Numerical Analysis of Crack Propagation in Piezoelectric Ceramics," *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol.21, pp.1371-1380, 1998.
- 3) W. Chen and C. S. Lynch, "Finite Element Analysis of Cracks in Ferroelectric Ceramic Materials," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.64, pp.539-562, 1999.
- 4) C. L. Hom and N. Chankar, "A Numerical Analysis of Relaxor Ferroelectric Multilayered Actuators and 2-2 Composite Arrays," *Smart Materials and Structures*, Vol.4, pp.305-317, 1995.
- 5) S. L. Dos Santos E Lucato, D. C. Lupascu, M. Kamlah, J. Rodel and C. S. Lynch, "Constraint-induced Crack Initiation at Electrode Edges in Piezoelectric Ceramics," *Acta Materialia*, Vol.49, No.14, pp.2751-2759, 2001.

- 6) Y. Shindo, F. Narita and H. Sosa, "Electroelastic Analysis of Piezoelectric Ceramics with Surface Electrodes," *International Journal of Engineering Science*, Vol.36, No.9, pp.1001-1009, 1998.
- 7) Y. Shindo, M. Yoshida, F. Narita and K. Horiguchi, "Electroelastic Field Concentrations Ahead of Electrodes in Multilayer Piezoelectric Actuators: Experiment and Finite Element Simulation," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.52, No.5, pp.1109-1124, 2004.
- 8) P. Gaudenzi and K. J. Bathe, "An Iterative Finite Element Procedure for the Analysis of Piezoelectric Continua," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol.2, pp.266-273, 1995.
- 9) B. Nayroles, G. Touzot and P. Villon, "Generalizing the Finite Element Method: Diffuse Approximation and Diffuse Elements," *Computational Mechanics*, Vol.10, No.1, pp.307-318, 1992.
- 10) T. Belytschko, Y. Y. Lu and L. Gu, "Element-free Methods," *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol.37, pp.229-256, 1994.
- 11) C. A. Durate and J. T. Oden, "HP Clouds a Meshless Method to Solve Boundary-value Problems," *Technical Report 95-05*, Texas Institute for Computational and Applied Mathematics, University of Texas at Austin, 1995.
- 12) S. N. Atluri and T. Zhu, "A New Meshless Local-Petrov-Galerkin(MLPG) approach in Computational Mechanics," *Computational Mechanics*, Vol.22, No.2, pp.117-127, 1998.
- 13) S. De and K. J. Bathe, "The Method of Finite Spheres," *Computational Mechanics*, Vol.25, No.4, pp.329-345, 2000.
- 14) T. Belytschko and M. Flemming, "Smoothing, Enrichment and Contact in the Element-free Galerkin Method," *Computers and Structures*, Vol.71, No.2, pp.173-195, 1999.
- 15) D. Organ, M. Flemming, T. Terry and T. Belytschko, "Continuous Meshless Approximation for Nonconvex Bodies by Diffraction and Transparency," *Computational Mechanics*, Vol.18, No.3, pp.225-235, 1996.
- 16) H. Sosa and Y. Pak, "Three Dimensional Eigenfunction Analysis of a Crack in a Piezoelectric Materials," *International Journal of Solids and Structures*, Vol.26, No.1, pp.1-15, 1990.
- 17) T. Y. Zhang, C. F. Qian and P. Tong, "Linear Electro-elastic Analysis of a Cavity or a Crack in a Piezoelectric Material," *International Journal of Solids and Structures*, Vol.35, No.17, pp.2121-2149, 1998.
- 18) X. Gong and Z. Suo, "Reliability of Ceramic Multilayer Actuators: A Nonlinear Finite Element Simulation," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.44, No.5, pp.751-769, 1996.
- 19) M. Fleming, Y. A. Chu, B. Moran and T. Belytschko, "Enriched Element-free Galerkin Methods for Crack Tip Fields," *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol.40, No.8, pp.1483-1504, 1998.
- 20) S. I. Cho, "Dynamic Stress Intensity Factor KIII of Crack Propagating with Constant Velocity in Orthotropic Disk Plate Subjected to Longitudinal Shear Stress," *Transactions of KSAE*, Vol.4. No.2, pp.69-79, 1996.