복합포아송 수요를 갖는 CONWIP 시스템의 주문관점에서의 성능평가

박찬우*† · 이효성**

Order Based Performance Evaluation of a CONWIP System with Compound Poisson Demands

Chan-Woo Park* · Hyo-Seong Lee**

■ Abstract ■

In this study we consider a CONWIP system studied in Park and Lee [1] in which the processing times at each station follow a Coxian distribution and the demands for the finished products arrive according to a compound Poisson process. The demands that are not satisfied immediately are either backordered or lost according to the number of demands that exist at their arrival instants. For this system using the results in [1] we develop an approximation method to calculate order based performance measures such as the mean time of fulfilling a customer order and the mean number of customer orders. To test the accuracy of the approximation method, the results obtained from the approximation method are compared with those obtained by simulation. Comparisons with simulation have shown that the approximate method provides fairly good results.

Keyword : CONWIP System, Performance Evaluation, Approximate Technique, Product-form Approximate Technique, Order Based Performance Measures

논문접수일 : 2006년 10월 11일 논문게재확정일 : 2007년 02월 05일
* 한국철도기술연구원 철도시스템안전연구본부
** 경희대학교 테크노공학대학 기계 · 산업시스템공학부
† 교신저자

1. 서 론

1980년대 이후 견인생산시스템(pull control system)과 밀어내기식 생산시스템(push control system)의 장점을 모두 구현할 수 있는 혼합시스템(hybrid system)에 대한 연구가 활발히 수행되고 있다[7, 9, 13]. 그 중에서도 Spearman[13]이 제안한 CONWIP (CONstant Work In Process) 시스템은 견인생산시스템의 장점을 보유하면서도 제어방식이 단순하고 적용범위가 넓어 특별한 관심의 대상이 되어 왔다. CONWIP 시스템의 기본개념, 장점, 수리적 분석모형 등에 대하여는 Spearman 등을 위시한 많은 학자들에 의해 연구되어져 왔으며[4-6, 12], 본 연구와 직접 관련된 연구로는 이정은과 이효성[2], 박찬우와 이효성[1]의 연구를 들 수 있다. 이정은과 이효성[2]은 완제품에 대한 수요가 복합 포아송과정(compound Poisson process)에 따라 발생하는 직렬형 CONWIP 시스템을 분석하였다. 이 연구에서는 각 기계에서의 가공시간은 지수분포를 따르며, 완제품에 대한 수요가 발생했을 때 재고가 존재하지 않으면 수요는 추후납품(backorder)이 가능하다고 가정하였다. 이와 같은 가정 하에서 이들은 재공품 수의 안정상태확률, 추후 납품되는 수요의 비율, 대기 중인 미충족수요의 평균 대기시간 등 시스템의 성능척도를 구하는 근사적기법을 개발하였다. 박찬우와 이효성은 이 연구를 확장하여 각 기계의 가공시간이 Coxian-2 분포를 따르고 임의의 시점에서의 미충족수요(부재고)는 B개까지만 수용 가능하다는 가정 하에서 시스템의 성능평가척도를 계산하여 주는 근사적기법을 개발하였다[1].

박찬우와 이효성[1]은 가공시간의 분포를 Coxian 분포로 일반화하고 B의 값을 조정함에 따라 추후납품과 수요유실의 경우를 모두 고려할 수 있다는 점에서 기존의 연구모형을 확장하였다고 볼 수 있으나, 단위수요의 관점에서만 분석이 이루어 졌다는 점이 한계로 지적될 수 있다. 박찬우와 이효성의 연구에서와 같이 주문이 한개 이상의 수요로 구성될 수 있을 경우에는 주문을 구성하는 모든 수요가 충족되어야만 주문이 충족되었다고 볼 수 있다. 따라서 주문자의 입장에서는 주문을 구성하는 단위수요의 관점에서 보다 주문 관점에서 본 평가척도가 더욱 중요하다고 볼 수 있으며, 주문의 관점에서 본 평가척도는 매우 중요한 의사결정의 정보를 시스템 관리자에게 제공할 수 있다. 주문관점의 성능척도 개선에 따른 이점과 사례에 대한 보고는 아래의 각주를 참고하기 바란다[1].

이와 같은 이유에서 본 연구에서는 박찬우와 이효성의 모형을 주문의 관점에서 분석하여 주문에 대한 납품충족률, 주문이 충족될 때까지의 평균 대기시간 등 주문관점에서의 성능평가척도를 계산하여 주는 근사적기법을 개발하고자 한다.

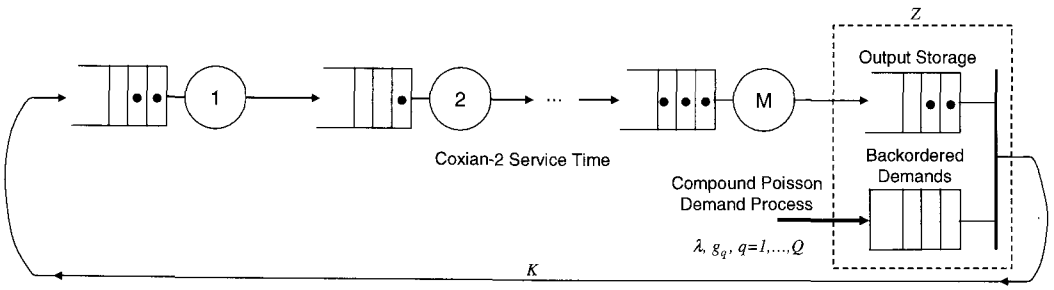
2. 연구 내용, 범위 및 방법

본 연구에서 분석하고자 하는 시스템은 M개의 작업장과 완제품 재고창고로 구성된 흐름식 생산라인으로 각 작업장에는 1대의 기계가 존재한다([그림 1] 참조).

작업장 1에서 최초의 가공을 받은 부품은 작업장 2, 3,…에서 후속 가공을 거친 후 작업장 M에서 완제품으로 출하되어 완제품 재고창고에 저장된다. 본 시스템에서는 재공품 재고의 수를 일정하게 유지하기 위하여 K개의 간판을 사용하고 있으며, 수요가 발생하여 완제품이 창고에서 인출되면 완제품에 부착되어 있던 간판은 즉시 작업장 1로 이동해 작업지시서(production authorization card)의 역할을 한다.

본 연구에서 완제품의 수요는 복합 포아송 과정에 따라 발생한다. 편의를 위해 동시에 발생한 하나 이상의 완제품 수요 전체를 "주문(order)"이라 정의하고, 하나의 주문을 구성하는 각각의 단위수요를

1) 아래의 내용 참고(2007년 1월 19일 기준).
- http://www.rsssolutions.com/pdf/PerfectOrderPerformance.pdf
- http://www.logisticsit.com/absolutenm/templates/article-critical.aspx?articleid=1794&zoneid=31

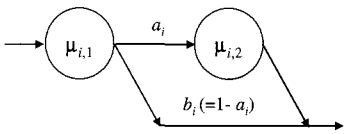


[그림 1] 복합 포아송 수요를 가지는 CONWIP 시스템

"수요(demand)"라 정의하며, 주문을 구성하고 있는 수요의 개수를 주문크기(order size)라 정의한다.

완제품에 대한 주문이 발생했을 때 재고창고에 주문크기 이상의 재고가 존재하면 주문은 즉시 충족될 수 있다. 그러나 주문크기 이상의 완제품 재고가 존재하지 않거나, 이미 대기 중인 미충족수요(backordered demands)가 존재할 경우에는 주문은 대기상태에 들어가게 된다. 본 연구에서는 허용 가능한 미충족수요의 크기를 B라 가정한다. 즉, 이미 대기 중인 미충족수요와 주문크기의 합이 B를 초과하면, 주문의 전체 수요 중 B의 초과분은 유실(lost sales)되고, 미충족수요로 남은 수요가 모두 충족될 때까지 주문은 대기상태에 들어가게 된다. 따라서 미충족수요의 크기가 B일 경우에 도착한 주문은 유실되는 것으로 가정한다. 즉, 본 연구에서는 주문을 구성하는 수요의 일부분만을 충족할 경우에도 주문을 수용하는 부분 주문서비스(POS, Partial Order Service)을 가정한다[1, 2, 11]. 따라서 B의 값이 무한히 크면 본 모형은 전체 미충족수요의 추후납품이 가능한 모형으로 귀착되고, B의 값이 0이면 주문이 도착한 시점에서의 미충족수요가 모두 유실되는 모형으로 귀착된다.

본 연구에서는 작업장 i의 가공시간은 [그림 2]와 같은 Coxian-2 분포를 따르며, 각 작업장에서의 기계고장은 발생하지 않고, 각 작업장의 크기는 간판의 수 보다 커 봉쇄(blocking)가 발생하지 않는다고 가정한다. 또한 재고창고 및 각 작업장에서의 서비스 규칙은 선입선출방식(FCFS)을 따른다고 가정한다.



[그림 2] 작업장 i의 Coxian-2 분포($i=1, \cdots, M$)

본 논문에서는 주문의 도착은 도착율이 λ인 포아송과정을 따른다고 가정하고, 일회 주문의 크기는 확률분포 G로 표시하며, 주문의 최대크기는 Q, 주문의 크기가 q일 확률은 g_q로 표기한다($q=1, \cdots, Q$).

본 연구에서는 시스템 내에 존재하는 간판 수가 일정한 수로 고정되어 있으므로 간판을 고객으로 간주하면, 본 연구의 모형은 폐쇄형 대기네트워크(closed queueing network)로 모델링될 수 있다. 완제품이 저장된 장소를 작업장 Z라 하면, 폐쇄형 대기네트워크는 M+1개의 작업장으로 구성된다. 그러나 작업장 Z에서 간판이 이동하기 위해서는 완제품 재고와 수요가 모두 존재해야 하므로, 재고창고는 2가지 조건이 동시에 충족되어야만 간판의 이동이 이루어 질 수 있는 동기화(synchronization) 스테이션임을 알 수 있다. 작업장 Z가 동기화 스테이션이고, 각 작업장에서의 서비스규칙이 선입선출이며 가공시간이 지수분포를 따르지 않으므로, 대기네트워크는 승법형조건을 만족하지 못한다[3, 8].

박찬우와 이효성의 연구에서는 승법형근사법(product-form approximation method)[3]을 사용하여 각 작업장에서의 안정상태확률, 작업장 Z에서의 평균재고 및 평균 미충족 수요의 수, 제품의 수요가

수용될 확률, 즉시 만족될 확률, 대기할 확률, 수요의 평균 대기시간, 미충족수요의 평균 대기시간 등 주문 내 단위수요관점에서의 성능척도를 구하였다. 본 연구에서는 박찬우와 이효성의 연구결과를 이용하여 단위수요가 아닌 주문관점에서의 시스템의 성능척도를 구하고자 한다. 본 연구에서는 작업장 Z의 안정상태확률 $P_Z(n)$은 구하여졌다고 가정하며, $P_Z(n)$을 구하기 위한 과정은 박찬우와 이효성[1]을 참고하기 바란다.

3. 주문관점의 시스템 성능척도 계산

작업장 Z에 존재하는 재고의 수가 n(n이 음수일 경우에는 미충족수요가 $-n$개 있음을 의미함)일 안정상태확률 $P_Z(n)$이 구하여 지면 도착한 주문이 수용될 확률 SL^S은 다음과 같이 계산된다.

$$SL^S = 1 - P_Z(-B) \tag{1}$$

작업장 Z에 도착한 주문 내 수요가 줄을 서 있으며, 각 수요는 작업장 Z에 재고가 존재할 경우 도착하는 즉시 작업장 Z의 재고를 순서대로 하나씩 차지한다고 생각하자. 주문이 수용되었다는 가정 하에, 주문의 마지막에 위치하고 있는 수요가 자신의 차례에 작업장 Z에 재고가 n개(자신이 차지할 재고를 포함하며, $n \le 0$의 경우에는 $-n$은 자기 자신을 포함하지 않은 미충족수요의 수) 있음을 볼 확률 $P^S(n)$은 다음과 같이 표현된다($n = -B+1, \cdots, K$).

$$P^S(n) = \frac{1}{SL^S} \sum_{q=1}^{\min\{Q, K-n+1\}} P_Z(n+q-1) \cdot g_q'(n+q-1) \tag{2}$$

여기서, $g_q'(n)$은 작업장 Z의 상태가 n일때 도착한 주문이 작업장의 용량부족으로 유실되는 수요를 제외하고, 작업장 Z에 도착한 실제 수요의 크기가 q일 확률을 의미하며, 다음과 같이 표현된다.

$$g_q'(n) = \begin{cases} g_q & (1 \le q \le \min[B+n, Q]-1) \\ 1 - \sum_{l=1}^{\min[B+n, Q]-1} g_l & (q = \min[B+n, Q]) \end{cases}$$

참고로, 위의 식에서 $B+n$은 상태 n에서 상태 B까지 수요를 받을 수 있는 시스템의 여유 용량을 의미한다.

주문이 도착한 순간에 하나의 수요라도 미충족된다면 충족될 때까지 주문은 대기상태에 있으므로 안정상태확률 $P^S(n)$을 이용하면, 도착한 주문이 즉시 충족될 확률 F^S와 도착한 주문이 대기할 확률 P_b^S 은 다음과 같이 계산된다.

$$F^S = SL^S \cdot \sum_{n=1}^{K} P^S(n) \tag{3}$$

$$P_b^S = SL^S - F^S \tag{4}$$

주문의 마지막에 위치하고 있는 수요가 도착 직후 자신을 포함하여 자신 앞에 위치하고 있는 미충족수요의 수가 n임을 볼 확률은 $P^S(-n+1)$이다. 이 경우 이 수요는 향후 n개의 완제품이 생산될 때까지 대기하여야 하며, 이와 같은 경우에 발생하는 주문(마지막 수요)의 평균 대기시간을 $\overline{V}(n)$이라 정의하자. 도착한 주문이 즉시 충족될 경우에는 대기시간이 발생하지 않으므로 도착한 임의의 주문의 평균 대기시간을 W^S라 하면 W^S는 다음과 같이 표현된다.

$$\overline{W}^S = \sum_{n=1}^{B} P^s(-n+1) \cdot \overline{V}(n) \tag{5}$$

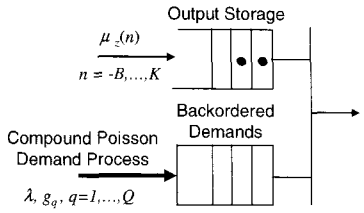
W^S가 구하여 지면 대기 중에 있는 주문의 평균 대기시간, W_b^S, 대기 중에 있는 주문의 평균 수, BP^S는 다음과 같이 계산된다.

$$\overline{W}_b^S = \frac{SL^S \cdot \overline{W}^S}{P_b^S} \tag{6}$$

$$BP^S = SL^S \cdot \lambda \cdot \overline{W}^S \tag{7}$$

식 (5)에서 알 수 있듯이 $\overline{V}(n)$을 추정할 수 있으면 W^S을 계산할 수 있으며, 이를 이용하여 W_b^S와 BP^S를 계산할 수 있다. 본 연구에서는 $\overline{V}(n)$을 계산하기 위하여, 작업장 Z를 n개의 재고가 존재할 때 완제품의 공급율이 $\mu_Z(n)$이고, 완제품의 공급간

격이 지수분포를 따르는 [그림 3]과 같은 단일 시스템으로 근사화하였다.



[그림 3] 완제품의 공급율 $\mu_Z(n)$을 가지는 작업장 Z

완제품의 공급율 $\mu_Z(n)$을 가지는 작업장 Z는 완제품의 공급간격과 주문의 도착간격이 모두 지수분포를 따르므로, n을 작업장 Z에 존재하는 재고의 수라고 정의했을 때($n<0$의 경우에는 $-n$은 미충족수요의 수), 작업장 Z는 1차원 상태인 n으로 표현가능하다. $K=3$, $B=3$, $Q=3$일 경우의 완제품의 공급율 $\mu_Z(n)$을 가지는 작업장 Z의 상태전이율 다이어그램은 [그림 4]과 같이 표현된다.

$\mu_Z(n)$을 구하기 위하여, [그림 4]의 작업장 Z의 상태공간에서 상태 n을 기준으로 크기 n 이하의 상태 집합과 크기 $n+1$ 이상의 상태집합을 각각 S_1^Z과 S_2^Z로 정의하고, S_1^Z과 S_2^Z간의 평균 전이율을 동일하게 하여주는 평형방정식을 작성하면 다음과 같이 표시된다($n=-B,\cdots,K-1$).

$$\mu_Z(n)P_Z(n)=\sum_{q_1=1}^{h_1(n)}P_Z(n+q_1)\sum_{q_2=q_1}^{h_2(n,q_1)}\lambda\cdot g'_{q_2}(n+q_1) \quad (8)$$

여기서, $h_1(n)=\min(Q,K-n)$,

$h_2(n,q)=\min(Q,B+n+q)$.

식 (8)으로부터 $\mu_Z(n)$은 다음과 같이 표현된다.

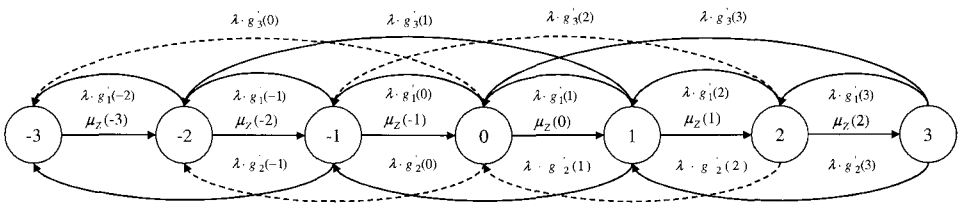
$$\mu_Z(n)=\begin{cases}\dfrac{\lambda\sum_{q_1=1}^{h_1(n)}P_Z(n+q_1)\sum_{q_2=q_1}^{h_2(n,q_1)}g'_{q_2}(n+q_1)}{P_Z(n)} & (n=-B,\cdots,K-1)\\ 0 & (n=K)\end{cases} \quad (9)$$

$P_Z(n)$의 값은 이미 구하여져 있으므로 식 (9)로부터 모든 n에 대하여 $\mu_Z(n)$을 계산할 수 있다.

작업장 Z에서 대기 중인 임의의 미충족수요를 생각하자. 이 미충족수요 앞에는 자신을 포함하여 n개의 미충족수요가 존재하고 뒤에는 m개의 미충족수요가 존재한다고 가정하자. 앞으로 이 미충족수요가 대기하여야 할 시간은 n개의 완제품 생산에 소요되는 시간으로 볼 수 있다. 그러나 작업장 Z에서 완제품의 공급율이 상태종속이므로 이 미충족수요의 대기시간은 현재 대기 중인 총 미충족수요의 수 $n+m$뿐만 아니라 앞으로의 대기시간 중 도착할 수요의 수에도 의존한다. 따라서 작업장 Z에 존재하는 임의의 미충족수요의 대기시간은 단계형확률변수(PH random variable)로 모형화할 수 있으며 각 단계별로 이 수요가 앞으로 기다려야하는 서비스 단계 수(이 수요가 충족되기 위해 필요한 완제품의 생산개수)와 작업장 Z에 존재하는 총 미충족수요의 수를 모두 고려해야만 정확히 표현된다. 이에 본 연구에서는 아래의 의미를 가지는 상태 (r,b)을 정의한다.

r : 미충족수요가 충족될 때까지 자신을 포함하여 작업장 Z에서 기다려야 하는 서비스 단계 수 ($r\geq 1$).

b : 해당 미충족수요 포함하여 작업장 Z에 존재하는 미충족수요의 수($b\geq r$).



[그림 4] 완제품의 공급율 $\mu_Z(n)$을 가지는 작업장 Z의 상태전이율 다이어그램($K=3$, $B=3$, $Q=3$일 경우)

미충족수요가 충족되는 시점을 상태(0, 0)로 정의했을 때, 작업장 Z에서 상태 (r, b)에 있는 미충족수요의 대기시간은 상태 (r, b)에서 상태 (0, 0)에 도달할 때까지의 시간으로 해석될 수 있다. 상태(r, b)에서 상태(0, 0)에 도달 할 때까지의 시간을 $T(r, b)$라 하고, 이의 평균을 $\overline{T}(r, b)$라 정의하자. 그러면 주문의 마지막에 위치하고 있는 수요가 도착 직후 자신을 포함하여 자신 앞에 위치하고 있는 미충족수요의 수가 n인 주문의 대기시간은 $T(n, n)$이 된다. 따라서 $\overline{T}(r, b)$의 값이 계산되면, 식 (10)로부터 $\overline{V}(n)$의 계산할 수 있다.

$$\overline{V}(n)=\begin{cases}\overline{T}(n, n) & (n=1, \cdots, B)\\ 0 & (o/w)\end{cases} \quad (10)$$

상태 (r, b)의 상태공간은 식 (11)과 같이 정의되며, $B=4$, $Q=2$일 경우에 $T(r, b)$의 예는 [그림 5]와 같다.

$$S^S=\{0\le r\le B,\ r\le b\le B\cdot\delta(r>0)\} \quad (11)$$

[그림 5]에서 알 수 있듯이 $T(r, b)$은 임의의 상태를 한번 이탈하면, 다시 그 상태를 방문하지 않는 특성을 지니고 있으며, $T(r, b)$의 이러한 특성을 이용하면 다음과 같은 반복적 수식으로 표현될 수 있다.

$$\overline{T}(r, b)=\frac{1}{O_b(r, b)}+\overline{T}_1(r, b)+\overline{T}_2(r, b) \quad (12)$$

여기서, $\overline{T}(0, 0)=0$.

$\delta(x)$를 x의 조건이 충족된 경우 1을 갖고 아니면 0을 갖는 지시확률변수(indicator random variable)라 정의했을 때, 식 (12)의 $O_b(r, b)$은 상태 (r, b)의 이탈률로서 다음과 같이 표현된다.

$$O_b(r, b)=\delta(0<b<B)\cdot\lambda+\delta(b>0)\cdot\mu_Z(-b) \quad (13)$$

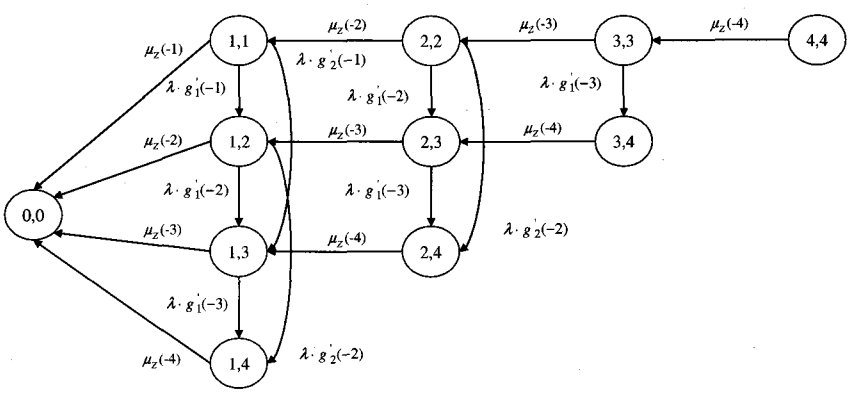
식 (12)의 $\overline{T}_1(r, b)$은 고객의 도착에 의해서 상태 (r, b)를 이탈하여 다음 상태로 이동했을 때, 다음 상태에서 상태 (0, 0)로 흡수될 때까지의 평균 시간으로 정의되며, 다음과 같이 표현된다.

$$\overline{T}_1(r, b)=\begin{cases}\sum_{q=1}^{\min(B-b, Q)}\dfrac{\lambda\cdot g_q(-b)}{O_b(r, b)}\overline{T}(r, b+q) & (0<b<B)\\ 0 & (o/w)\end{cases} \quad (14)$$

식 (12)의 $\overline{T}_2(r, b)$은 완제품의 공급에 의해서 상태 (r, b)를 이탈하여 다음 상태로 이동했을 때, 다음 상태에서 상태(0, 0)로 흡수될 때까지의 평균 시간으로 정의되며, 다음과 같이 표현된다.

$$\overline{T}_2(r, b)=\begin{cases}\dfrac{\mu_Z(-b)}{O_b(r, b)}\overline{T}(r-1, b-1) & (r>0, b>0)\\ 0 & (o/w)\end{cases} \quad (15)$$

앞에서 언급했듯이 $T(r, b)$은 임의의 상태를 한번 이탈하면, 다시 그 상태를 방문하지 않는 특성을 지니고 있으며, 이와 같은 특성을 이용하면, $\overline{T}(r, b)$은 식 (12)을 특정한 순서에 따라 실행함으로써 순차적으로 계산될 수 있다. 본 연구에서 관찰된 식



[그림 5] $B=4$, $Q=2$일 경우에 $T(r, b)$의 예

(12)의 실행순서는 아래에서 주어진 반복계획으로 정리될 수 있으며, 아래의 반복계획을 실행한 후, 식 (10)을 적용하면 $\overline{V}(n)$의 값을 계산할 수 있다. 따라서 W^S을 계산할 수 있으며, 이를 이용하여 W_b^S와 BP^S을 계산할 수 있다.

$\overline{T}(r, b)$의 반복계획

for r=1 to B
  for b=B *downto* r

$$\overline{T}(r,b)=\frac{1}{O_b(r,b)} +\delta(b<B)\cdot\sum_{q=1}^{Min(B-b,\,Q)}\frac{\lambda\cdot g_q'(-b)}{O_b(r,b)}\,\overline{T}(r,b+q) +\overline{T}(r-1,b-1)\cdot\frac{\mu_Z(-b)}{O_b(r,b)}$$

  end
end

4. 근사적 분석의 정확성 평가

본 연구에서는 시스템의 특성을 파악하고 근사적 기법의 정확도를 평가하기 위하여 많은 실험을 수행하였다. 근사적기법의 정확도를 평가하기 위하여는 근사적기법에서 얻어진 값과 시뮬레이션에서 얻어진 값을 비교하였다. 시뮬레이션 언어는 SIMLIB [10]을 사용하였으며, 수치분석은 Visual Basic 6.0이 이용되었다. 시뮬레이션의 종료조건으로 시뮬레이션의 시간을 10^6로 설정하여 10번 반복하였고, 알고리즘의 종료조건은 10^{-6}이하로 하였다. 본 절에서는 파라미터 값이 변화함에 따라 근사적기법의 정확도가 어떻게 변화하는지 알아보기 위해 박찬우와 이효성의 연구[1]에서 소개된 4개의 예제 군에 대한 실험결과를 소개한다. 예제 가 군에서는 도착율 λ의 값을 변화시켜 보았으며, 예제 나 군과 예제 다 군에서는 K와 B를 증가시켜 시스템의 용량 증가가 근사적기법의 정확도에 미치는 영향을 조사해 보았다. 예제 라 군에서는 Q를 변화시켜 주문의 크기가 근사적기법의 정확도에 미치는 영향을 조사해 보았다. 편의상 모든 예제 군에서 같은 부품 생산시스템에 속하는 모든 작업장에서 가공시간의 분포는 동일하다고 가정하였다. 실험데이터는 <표 1>에 정리되어 있으며, 실험 결과는 <표 2>~<표 5>에 요약되어 있다.

앞에서 언급되었듯이 주문관점의 성능척도를 계산하기 위하여 본 연구에서는 승법형 근사법에서 구하여진 작업장 Z의 안정상태확률을 이용하여 작업장 Z를 완제품의 공급율이 상태종속이고 완제품의 공급간격이 지수분포를 따르는 단일 시스템으로 근사화하는 2단계 근사법을 사용하였다. 2단계 근사법의 사용으로 박찬우와 이효성의 논문에서 소개된 단위수요 관점에서의 성능척도에 비해 정확도가 떨어질 것으로 예상되었으나, 실험 결과에서 볼 수 있듯이 제안된 근사적 기법은 단위 수요관점에서와 마찬가지로 시뮬레이션과의 상대오차율 5% 미만의 만족할 만한 수준의 해를 산출해 주었다.

비록 본 논문에서는 단위수요관점에서의 성능척도 결과와 주문관점에서의 성능척도결과를 비교하기 위하여 박찬우와 이효성의 연구에서 소개된 4개의 예제의 결과만을 제시했으나, 다른 예제에 대해서도 위에서 얻어진 결과와 비슷한 양상을 보였음을 밝힌다.

〈표 1〉 실험 데이터

실험군 \ 변수	λ	M	K	B	Q	g_i $(q=1,\cdots,Q)$	$\mu_{i,1}$, $\mu_{i,2}$ $(i=1,\cdots,M)$	a_i $(i=1,\cdots,M)$
가	*[1]	3	10	10	2	$1/Q$	2	0.3
나	0.6	5	*	10	3	$1/Q$	2	0.3
다	1	7	15	*	3	$1/Q$	4	0.5
라	0.3	10	15	15	*	$1/Q$	3	0.5

주) [1] 실험 데이터는 해당 실험결과 표와 그림에서 설명됨.

〈표 2〉 예제 가 군의 주문관점의 시스템 성능척도

λ	Algorithm(Relative Error (%))						Simulation(95% Confidence Interval)					
	BP^s	F^s	SL^s	P_b^s	W^s	W_b^s	BP^s	F^s	SL^s	P_b^s	W^s	W_b^s
0.5	0.0549 -(2.4867)	0.9484 (0.1902)	0.9998 (0.0000)	0.0514 -(3.3835)	0.1098 -(2.4000)	2.1336 (0.8079)	0.0563 (+/-0.0003)	0.9466 (+/-0.0002)	0.9998 (+/-0.0000)	0.0532 (+/-0.0002)	0.1125 (+/-0.0007)	2.1165 (+/-0.0035)
0.6	0.2199 (1.6644)	0.8592 -(0.0233)	0.9983 -(0.0100)	0.1391 (0.0719)	0.3672 (1.7175)	2.6345 (1.5965)	0.2163 (+/-0.0004)	0.8594 (+/-0.0002)	0.9984 (+/-0.0000)	0.1390 (+/-0.0002)	0.3610 (+/-0.0006)	2.5931 (+/-0.0019)
0.7	0.6647 (0.4686)	0.6974 (0.3742)	0.9913 -(0.0706)	0.2939 -(1.1104)	0.9579 (0.5458)	3.2306 (1.5944)	0.6616 (+/-0.0008)	0.6948 (+/-0.0003)	0.9920 (+/-0.0000)	0.2972 (+/-0.0003)	0.9527 (+/-0.0012)	3.1799 (+/-0.0022)
0.8	1.5140 (0.5112)	0.4828 (0.8565)	0.9709 -(0.1851)	0.4881 -(1.1943)	1.9493 (0.6974)	3.8775 (1.7316)	1.5063 (+/-0.0011)	0.4787 (+/-0.0002)	0.9727 (+/-0.0000)	0.4940 (+/-0.0002)	1.9358 (+/-0.0014)	3.8115 (+/-0.0012)
0.9	2.6398 (0.1290)	0.2822 (1.5839)	0.9324 -(0.3953)	0.6502 -(1.2304)	3.1458 (0.5241)	4.5110 (1.3685)	2.6364 (+/-0.0016)	0.2778 (+/-0.0003)	0.9361 (+/-0.0001)	0.6583 (+/-0.0002)	3.1294 (+/-0.0020)	4.4501 (+/-0.0014)
1.0	3.7367 -(0.1843)	0.1455 (3.4115)	0.8815 -(0.4517)	0.7361 -(1.1681)	4.2388 (0.2673)	5.0765 (1.0008)	3.7436 (+/-0.0015)	0.1407 (+/-0.0002)	0.8855 (+/-0.0001)	0.7448 (+/-0.0001)	4.2275 (+/-0.0020)	5.0262 (+/-0.0016)
1.1	4.6214 -(0.4309)	0.0705 (7.4695)	0.8278 -(0.5646)	0.7573 -(1.2647)	5.0754 (0.1421)	5.5476 (0.8361)	4.6414 (+/-0.0010)	0.0656 (+/-0.0001)	0.8325 (+/-0.0001)	0.7670 (+/-0.0001)	5.0682 (+/-0.0013)	5.5016 (+/-0.0014)
1.2	5.2883 -(0.5678)	0.0337 (13.4680)	0.7769 -(0.5886)	0.7432 -(1.1439)	5.6672 -(0.0705)	5.9239 (0.4800)	5.3185 (+/-0.0018)	0.0297 (+/-0.0001)	0.7815 (+/-0.0001)	0.7518 (+/-0.0001)	5.6712 (+/-0.0024)	5.8956 (+/-0.0020)
1.3	5.7757 -(0.6980)	0.0163 (20.7407)	0.7308 -(0.5714)	0.7145 -(0.9702)	6.0794 -(0.1331)	6.2181 (0.2693)	5.8163 (+/-0.0006)	0.0135 (+/-0.0000)	0.7350 (+/-0.0001)	0.7215 (+/-0.0001)	6.0875 (+/-0.0012)	6.2014 (+/-0.0012)
1.4	6.1511 -(0.4499)	0.0081 (22.7273)	0.6896 -(0.6626)	0.6815 -(0.8871)	6.3712 (0.2092)	6.4470 (0.4440)	6.1789 (+/-0.0007)	0.0066 (+/-0.0000)	0.6942 (+/-0.0001)	0.6876 (+/-0.0001)	6.3579 (+/-0.0014)	6.4185 (+/-0.0015)

〈표 3〉 예제 나 군의 주문관점의 시스템 성능척도

K	Algorithm(Relative Error (%))						Simulation(95% Confidence Interval)					
	BP^s	F^s	SL^s	P_b^s	W^s	W_b^s	BP^s	F^s	SL^s	P_b^s	W^s	W_b^s
5	4.1094 -(0.5470)	0.0335 (29.3436)	0.8132 -(1.3705)	0.7797 -(2.3544)	8.4218 (0.8261)	8.1389 -(5.6261)	4.1320 (+/-0.0009)	0.059 (+/-0.0001)	0.8245 (+/-0.0001)	0.7985 (+/-0.0001)	8.3528 (+/-0.0027)	8.6241 (+/-0.0024)
7	3.2447 (0.3557)	0.0966 (11.8056)	0.8741 -(0.9855)	0.7775 -(2.3732)	6.1868 (1.3548)	6.9553 (2.7902)	3.2332 (+/-0.0012)	0.0864 (+/-0.0001)	0.8828 (+/-0.0001)	0.7964 (+/-0.0001)	6.1041 (+/-0.0024)	6.7665 (+/-0.0018)
9	2.6139 (0.7749)	0.1787 (5.8022)	0.9093 -(0.8397)	0.7306 -(2.3393)	4.7908 (1.6206)	5.9625 (3.1806)	2.5938 (+/-0.0008)	0.1689 (+/-0.0001)	0.9170 (+/-0.0000)	0.7481 (+/-0.0001)	4.7144 (+/-0.0016)	5.7787 (+/-0.0013)
11	2.1357 (0.9501)	0.2670 (2.9695)	0.9318 -(0.6186)	0.6647 -(2.0050)	3.8201 (1.5768)	5.3547 (3.0087)	2.1156 (+/-0.0009)	0.2593 (+/-0.0003)	0.9376 (+/-0.0001)	0.6783 (+/-0.0003)	3.7608 (+/-0.0019)	5.1983 (+/-0.0032)
13	1.7618 (0.3017)	0.3540 (1.5491)	0.9471 -(0.3158)	0.5931 -(1.3801)	3.1004 (0.6166)	4.9506 (1.7072)	1.7565 (+/-0.0010)	0.3486 (+/-0.0003)	0.9501 (+/-0.0001)	0.6014 (+/-0.0002)	3.0814 (+/-0.0019)	4.8675 (+/-0.0015)
15	1.4626 (0.2811)	0.4356 (1.3023)	0.9581 -(0.2291)	0.5225 -(1.4709)	2.5442 (0.5056)	4.6651 (1.7714)	1.4585 (+/-0.0018)	0.4300 (+/-0.0005)	0.9603 (+/-0.0001)	0.5303 (+/-0.0005)	2.5314 (+/-0.0033)	4.5839 (+/-0.0018)
17	1.2189 (0.0985)	0.5103 (1.1697)	0.9664 -(0.1962)	0.4561 -(1.6814)	2.1021 (0.2958)	4.4537 (1.8058)	1.2177 (+/-0.0013)	0.5044 (+/-0.0003)	0.9683 (+/-0.0001)	0.4639 (+/-0.0002)	2.0959 (+/-0.0024)	4.3747 (+/-0.0030)
19	1.0179 -(0.4596)	0.5775 (0.8029)	0.9728 -(0.1335)	0.3953 -(1.4706)	1.7440 -(0.3258)	4.2913 (1.0264)	1.0226 (+/-0.0014)	0.5729 (+/-0.0004)	0.9741 (+/-0.0000)	0.4012 (+/-0.0003)	1.7497 (+/-0.0024)	4.2477 (+/-0.0022)
21	0.8508 -(1.2306)	0.6372 (0.9506)	0.9778 -(0.1022)	0.3406 -(2.0138)	1.4501 -(1.1318)	4.1628 (0.7795)	0.8614 (+/-0.0009)	0.6312 (+/-0.0003)	0.9788 (+/-0.0000)	0.3476 (+/-0.0003)	1.4667 (+/-0.0016)	4.1306 (+/-0.0017)
23	0.7115 -(2.2396)	0.6898 (1.1585)	0.9819 -(0.0407)	0.2920 -(2.7963)	1.2077 -(2.2026)	4.0603 (0.5448)	0.7278 (+/-0.0006)	0.6819 (+/-0.0002)	0.9823 (+/-0.0000)	0.3004 (+/-0.0002)	1.2349 (+/-0.0010)	4.0383 (+/-0.0017)

〈표 4〉 예제 다 군의 주문관점의 시스템 성능척도

B	Algorithm(Relative Error (%))						Simulation(95% Confidence Interval)					
	BP^s	F^s	SL^s	P_b^s	W^s	W_b^s	BP^s	F^s	SL^s	P_b^s	W^s	W_b^s
2	0.2345 (2.5809)	0.6326 -(0.1736)	0.9061 -(0.6033)	0.2734 -(1.5839)	0.2588 (3.2310)	0.8576 (4.2421)	0.2286 (+/-0.0002)	0.6337 (+/-0.0002)	0.9116 (+/-0.0001)	0.2778 (+/-0.0001)	0.2507 (+/-0.0002)	0.8227 (+/-0.0004)
4	0.5604 (2.3188)	0.5293 -(0.7873)	0.9199 -(0.6587)	0.3906 -(0.4841)	0.6092 (2.9924)	1.4346 (2.8019)	0.5477 (+/-0.0005)	0.5335 (+/-0.0004)	0.9260 (+/-0.0001)	0.3925 (+/-0.0005)	0.5915 (+/-0.0005)	1.3955 (+/-0.0005)
6	0.9447 (3.5969)	0.4518 -(1.6543)	0.9301 -(0.8316)	0.4784 -(0.0209)	1.0157 (4.4636)	1.9750 (3.6365)	0.9119 (+/-0.0003)	0.4594 (+/-0.0001)	0.9379 (+/-0.0000)	0.4785 (+/-0.0001)	0.9723 (+/-0.0003)	1.9057 (+/-0.0004)
8	1.3699 (4.1353)	0.3917 -(1.7803)	0.9379 -(0.8667)	0.5462 -(0.2010)	1.4606 (5.0414)	2.5080 (4.3391)	1.3155 (+/-0.0015)	0.3988 (+/-0.0004)	0.9461 (+/-0.0000)	0.5473 (+/-0.0003)	1.3905 (+/-0.0017)	2.4037 (+/-0.0014)
10	1.8250 (5.0541)	0.3440 -(2.2172)	0.9440 -(0.9652)	0.6000 -(0.2328)	1.9333 (6.0737)	3.0418 (5.3036)	1.7372 (+/-0.0018)	0.3518 (+/-0.0004)	0.9532 (+/-0.0000)	0.6014 (+/-0.0004)	1.8226 (+/-0.0019)	2.8886 (+/-0.0012)
12	2.3029 (5.5263)	0.3054 -(2.5837)	0.9489 -(0.9499)	0.6435 -(0.1552)	2.4270 (6.5455)	3.5790 (5.7031)	2.1823 (+/-0.0011)	0.3135 (+/-0.0003)	0.9580 (+/-0.0001)	0.6445 (+/-0.0002)	2.2779 (+/-0.0013)	3.3859 (+/-0.0012)
14	2.7987 (6.1078)	0.2736 -(3.0475)	0.9529 -(1.0180)	0.6792 -(0.1910)	2.9372 (7.2010)	4.1205 (6.3080)	2.6376 (+/-0.0027)	0.2822 (+/-0.0005)	0.9627 (+/-0.0000)	0.6805 (+/-0.0004)	2.7399 (+/-0.0029)	3.8760 (+/-0.0017)
16	3.3091 (6.7452)	0.2471 -(3.7773)	0.9562 -(1.0555)	0.7091 -(0.0705)	3.4607 (7.8805)	4.6668 (6.8211)	3.1000 (+/-0.0022)	0.2568 (+/-0.0002)	0.9664 (+/-0.0001)	0.7096 (+/-0.0003)	3.2079 (+/-0.0026)	4.3688 (+/-0.0039)
18	3.8318 (7.1143)	0.2246 -(4.0581)	0.9590 -(1.0320)	0.7343 -(0.0816)	3.9957 (8.2347)	5.2181 (7.2051)	3.5773 (+/-0.0027)	0.2341 (+/-0.0003)	0.9690 (+/-0.0001)	0.7349 (+/-0.0003)	3.6917 (+/-0.0029)	4.8674 (+/-0.0020)

〈표 5〉 예제 라 군의 주문관점의 시스템 성능척도

Q	Algorithm(Relative Error (%))						Simulation(95% Confidence Interval)					
	BP^s	F^s	SL^s	P_b^s	W^s	W_b^s	BP^s	F^s	SL^s	P_b^s	W^s	W_b^s
3	0.0123 -(32.7869)	0.9810 (0.7497)	1.0000 (0.0000)	0.0190 -(27.7567)	0.0411 -(32.6230)	2.1677 -(6.4639)	0.0183 (+/-0.0001)	0.9737 (+/-0.0001)	1.0000 (+/-0.0000)	0.0263 (+/-0.0001)	0.0610 (+/-0.0003)	2.3175 (+/-0.0068)
4	0.1106 -(23.3541)	0.8862 (3.0585)	0.9997 (0.0100)	0.1134 -(18.8841)	0.3688 -(23.3742)	3.2498 -(5.6032)	0.1443 (+/-0.0001)	0.8599 (+/-0.0001)	0.9996 (+/-0.0000)	0.1398 (+/-0.0001)	0.4813 (+/-0.0004)	3.4427 (+/-0.0027)
5	0.4001 -(10.3919)	0.7013 (4.2360)	0.9967 -(0.0201)	0.2954 -(8.8553)	1.3383 -(10.3677)	4.5157 -(1.6766)	0.4465 (+/-0.0007)	0.6728 (+/-0.0003)	0.9969 (+/-0.0000)	0.3241 (+/-0.0003)	1.4931 (+/-0.0023)	4.5927 (+/-0.0030)
6	0.8468 -(3.4436)	0.4956 (3.9866)	0.9873 -(0.0405)	0.4917 -(3.7957)	2.8591 -(3.3990)	5.7404 (0.3602)	0.8770 (+/-0.0007)	0.4766 (+/-0.0002)	0.9877 (+/-0.0000)	0.5111 (+/-0.0002)	2.9597 (+/-0.0024)	5.7198 (+/-0.0036)
7	1.3008 -(0.7099)	0.3327 (3.5481)	0.9722 -(0.2463)	0.6395 -(2.0974)	4.4600 -(0.4664)	6.7799 (1.4211)	1.3101 (+/-0.0013)	0.3213 (+/-0.0002)	0.9746 (+/-0.0000)	0.6532 (+/-0.0002)	4.4809 (+/-0.0047)	6.6849 (+/-0.0053)
8	1.6687 (1.7438)	0.2238 (0.6748)	0.9550 -(0.4482)	0.7312 -(0.7870)	5.8246 (2.2057)	7.6074 (2.5588)	1.6401 (+/-0.0014)	0.2223 (+/-0.0003)	0.9593 (+/-0.0001)	0.7370 (+/-0.0002)	5.6989 (+/-0.0051)	7.4176 (+/-0.0042)
9	1.9397 (2.3372)	0.1551 -(1.1472)	0.9385 -(0.6668)	0.7834 -(0.5711)	6.8896 (3.0251)	8.2536 (2.9307)	1.8954 (+/-0.0015)	0.1569 (+/-0.0003)	0.9448 (+/-0.0001)	0.7879 (+/-0.0003)	6.6873 (+/-0.0055)	8.0186 (+/-0.0036)
10	2.1338 (2.6408)	0.1117 -(2.4454)	0.9239 -(0.8372)	0.8121 -(0.6241)	7.6990 (3.5174)	8.7581 (3.2831)	2.0789 (+/-0.0021)	0.1145 (+/-0.0003)	0.9317 (+/-0.0001)	0.8172 (+/-0.0002)	7.4374 (+/-0.0081)	8.4797 (+/-0.0068)
11	2.2735 (3.0365)	0.0836 -(4.0184)	0.9114 -(1.0101)	0.8278 -(0.6958)	8.3155 (4.0882)	9.1553 (3.7592)	2.2065 (+/-0.0016)	0.0871 (+/-0.0002)	0.9207 (+/-0.0001)	0.8336 (+/-0.0003)	7.9889 (+/-0.0059)	8.8236 (+/-0.0048)

5. 결 론

본 연구에서는 박찬우와 이효성의 연구결과를 이용하여 작업장 Z의 안정상태확률을 구한 후 주문관점에서의 성능척도를 구하기 위하여 다시 작업장 Z를 완제품의 공급율이 상태종속이고 완제품의 공급간격이 지수분포를 따르는 단일 시스템으로 근사화하는 2단계 근사법을 사용하였다. 실험결과 본 연구에 의해 구하여진 주문관점의 성능척도는 2단계 근사과정을 거쳤음에도 불구하고 상대오차율 5% 미만의 만족할 만한 정확도를 갖는 것으로 관측되었다. 수요가 집단으로 발생하는 경우 CONWIP 시스템의 주문관점의 성능척도를 분석할 수 있는 특별한 대안이 존재하지 않는 상황에서 본 연구에서 제안한 분석기법은 시뮬레이션을 대신할 유효한 수리적 기법이 될 수 있을 것으로 기대한다. 또한 본 모형이 최종제품의 가공이 완료된 후 제품의 분배단계를 모형화하기 위해 주문의 부분서비스를 수행하는 POS 모형을 채택하였으나, 도출된 결과를 이용하여 주문의 부분서비스를 수행하지 않는 TOS (Total Order Service) 모형으로도 본 모형은 쉽게 확장이 가능할 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

[1] 박찬우, 이효성, "복합포아송 수요와 Coxian 가공시간을 갖는 CONWIP 시스템의 성능평가", 「한국경영과학회지」, 제31권, 제3호(2006), pp.66-79.

[2] 이정은, 이효성, "Compound Poisson 수요를 갖는 CONWIP 시스템의 근사적 분석", 「한국경영과학회지」, 제23권, 제3호(1998), pp.153-168.

[3] Baynat, B. and Y. Dallery, "A Unified View of Product-form Approximation Techniques for General Closed Queueing Networks," *Performance Evaluation*, Vol.18(1993), pp.205-224.

[4] Duenyas, I. and W.J .Hopp, "CONWIP Assembly System with Deterministic Processing and Random Outages," *IIE Transactions*, Vol.24, No.4(1992), pp.97-111.

[5] Duenyas, I. and W.J. Hopp, "Estimating the Throughput of an Exponential CONWIP Assembly System," *Queueing systems*, Vol. 14(1993), pp.135-157.

[6] Duenyas, I., W.J. Hopp and M.L. Spearman, "Characterizing the Output Process of a CONWIP Line with Deterministic Processing and Random Outages," *Mgmt. Sci.*, Vol.39(1993), pp.975-988.

[7] Hall, K.W., "Synchro MRP : Combined Kanban with an MRP, the Yamaha PTMAC system-production Planning and Control in Japan," *American Production and Inventory Control Society*, (1986), pp.43-56.

[8] Harrison, P.G. and N.M. Patel, *Performance Modelling of Communication Networks and Computer Architectures*, Addison-Wesley, (1993), pp.258-297.

[9] Karmarkar, U.S., "Push, Pull and Hybrid Control Schemes," Working Paper QM8614, (1986) Graduate school of Management, Univ. of Rochester.

[10] Law, A.M. and W.D. Kelton, *Simulation Modeling and Analysis*, 2nd ed., McGraw-Hill, New-York, 1991.

[11] Song, J.S., S.H. Xu, and B. Lin, "Order-Fulfillment Performance Measures in an Assemble-to-Order System with Stochastic Leadtimes," *Operations Research*, Vol.47, No.1(1999), pp.131-149.

[12] Spearman, M.L., "Customer Service in Pull Production System," *Operations Research*, Vol.40(1992), pp.948-958.

[13] Spearman, M.L., D.L. Woodruff, and W.J. Hopp, "CONWIP : A Pull Alternative to Kanban," *Int. J. Prod. Res.* Vol.28(1990), pp. 878-894.