

이동좌표계를 이용한 3차원 유도가열공정 해석

윤진오* · 양영수* · 신희윤*

*전남대학교 공과대학 기계공학과

Three Dimensional Analysis of Induction Heating Process using a Moving Coordinate

Jin-Oh Yun*, Young-Soo Yang* and Hee-Yun Shin*

*Dept. of Mechanical Engineering, Chonnam National University, Gwangju 500-757, Korea

Abstract

Finite element analysis for induction heating process including magnetic and thermal situations is presented. Because magnetic and thermal material properties vary with the temperature, material properties depending on temperature are considered. As the inductor moves, the solution domains corresponding to the inductor change into those of the air and the solution domains corresponding to the air change into those of the inductor. For these reasons, modeling of induction heating process is very difficult with a general purpose commercial programs. In this paper, three dimensional analysis of induction heating process for moving inductor is analyzed using moving coordinate. The skin effect is confirmed inside the steel plate in the electro-magnetic analysis. The distribution of heat generation at the initial state is different from that at the quasi-stationary state. Therefore, material properties depending on temperature must be considered. The calculated results of finite element analysis agree well with the experimental temperature results. This approach is suitable to solve magneto-thermal coupled problems.

* Corresponding author : ysyang@chonnam.ac.kr

(Received October 13, 2006)

Key Words : Induction heating, Moving coordinate, Finite element analysis

1. 서 론

유도가열 공정은 시변 자기장에 의해 도체에 유도되는 줄열을 이용하여 가열하는 방법이다. 유도 가열은 전자기적인 현상과 열적인 현상을 동시에 수반하므로 전자기적인 현상과 열적인 현상의 이해를 필요로 한다. 가열되는 피가열체의 온도가 변화하게 되면 전자기장 해석시 필요한 물성치와 온도장 해석시 필요한 물성치가 변화하므로 두 가지 해석을 독립적으로 수행할 수 없고 전자기장 해석과 온도장 해석이 연성된 해석을 동시에 수행하여야 한다¹⁾. 유도 가열 공정의 해석을 위해서는 해석대상에 공기영역과 가열되는 피가열체 등이 포함되므로 해석영역이 일반적인 해석에 비해 상대적으로 크게 된다. 또한 공기와 인덕터 부분의 경계층 및

피가열체의 표면에는 조밀한 요소를 필요로 하므로 해석영역이 3차원으로 확장되면 과도한 경제적 비용이 발생하며 해석이 불가능해지는 경우도 발생할 수 있다. 유도 가열 공정을 유한요소법으로 해석하고자 하는 연구들은 계속 진행되어 왔으며 2차원 단면해석과 인덕터가 이동하지 않는 정지상태에 대한 해석들이 주로 이루어졌다^{2,3)}. 그러나 대부분의 유도 가열 공정은 인덕터가 이동하므로 인덕터 이동을 고려한 해석이 요구된다. 인덕터가 이동함에 따라서 공기영역이 인덕터 영역으로 바뀌고 인덕터 영역은 공기영역으로 바뀌게 되므로 물성치의 변화 및 전류의 위치도 변화하게 된다. 따라서 인덕터의 이동에 따라 각기 다른 물성치와 전류의 위치를 조정해 주어야 하므로 상용코드를 이용한 유한요소 해석은 번거롭고 까다로워진다. 또한 인덕터의 이동을 모델링하기 위해서는 인덕터의 이동방향에 대해 조밀한

요소분할을 요구하므로 요소의 수도 급격하게 증가하게 된다. 본 연구에서는 인덕터의 이동방향에 대해서 인덕터가 일정한 속도로 이동하는 준 정상상태로 가정하여 해석을 수행하였다. 전자기적인 현상과 열적인 현상이 연성된 해석을 수행하기 위하여 유한요소해석 프로그램을 Fortran을 이용하여 개발하였다. 이동좌표계가 도입된 유한요소법을 이용하여 이동하는 열원에 대한 모델링을 구현하였다. 이동좌표계를 도입하면 인덕터의 이동방향에 대해서 조밀한 요소를 필요로 하지 않으므로 요소의 수를 대폭적으로 감소시킬 수 있고 이동에 따른 물성치가 뒤바뀌는 현상에 대한 모델링의 어려움도 해소시킬 수 있다.

2. 유한요소 모델링

2.1 전자기장 해석

맥스웰방정식으로부터 유도된 주파수 영역에서의 와전류 지배방정식은 식 (1)과 같이 표현 된다²⁻⁵⁾.

$$-\frac{1}{\mu} \nabla^2 A + j\omega\sigma A = J_s \quad (1)$$

여기서 A 는 자기벡터 포텐셜, J_s 는 외부 전류원, μ 는 투자율, ω 는 각주파수, σ 는 전기도전율을 의미한다. 위의 방정식을 유한요소 방정식으로 유도하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다⁶⁾.

$$[K]\{A\} = \{J\} \quad (2)$$

여기서 각각의 요소는 다음과 같다.

$$[K] = \int \left(\frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right] + \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right] \right) dV + j\omega\sigma \int [N]^T [N] dV \quad (3)$$

$$+ \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right] dV + j\omega\sigma \int [N]^T [N] dV$$

$$\{J\} = \int J_s [N]^T dV \quad (4)$$

위의 유한요소 방정식을 Fortran을 이용해 구성하고 풀어서 A 를 구하면 와전류를 식 (5)와 같이 계산할 수 있다.

$$J_e = -j\omega\sigma A \quad (5)$$

위의 식으로부터 구한 와전류를 이용해 열량은 식 (6)을 이용해 얻는다.

$$q = \frac{[Re(J_e)]^2}{\sigma} \quad (6)$$

결과적으로 구한 평균열원은 식 (7)과 같다.

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \omega^2 \sigma A A^* \quad (7)$$

여기에서 *는 공액 복소수를 의미한다.

2.2 온도분포 해석

와전류에 의한 줄열(Joule heat)을 내부 발생열로 고려하면 다음과 같은 열전달 방정식을 얻을 수 있다.

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \bar{q} \quad (8)$$

경계조건은 다음과 같다.

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h_c (T - T_\infty) \quad (9)$$

여기서 T 는 온도, ρ 는 밀도, c 는 비열, k 는 열전도 계수, \bar{q} 는 평균 발생열, h_c 는 대류열전달 계수, T_∞ 는 대기온도를 의미한다. 열원이 일정한 속도로 진행한다고 가정하면 이동 좌표계와 고정좌표계의 관계식은 다음과 같이 표현할 수 있다⁷⁾.

$$\xi = z - vt, \quad \frac{\partial \xi}{\partial z} = 1, \quad \frac{\partial \xi}{\partial t} = -v \quad (10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} \quad (11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{MC} + \frac{\partial T}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} = -v \frac{\partial T}{\partial \xi} \quad (12)$$

$$-\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + \bar{q} = \rho c \left(-v \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) \quad (13)$$

여기서 MC 는 이동좌표계를 의미한다. 위의 식을 유한요소 방정식으로 정식화 하면 식 (14)를 얻을 수 있다⁸⁾.

$$\int -\rho c v [N]^T \left[\frac{\partial N}{\partial \xi} \right] \{T\} dV \quad (14)$$

$$+ \left[\int \left(\left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]^T [k] \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right] + \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]^T [k] \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right] \right) \right.$$

$$\left. + \left[\frac{\partial N}{\partial \xi} \right]^T [k] \left[\frac{\partial N}{\partial \xi} \right] \right] dV + h_c \int [N]^T [N] d\Gamma \{T\}$$

$$= \int \bar{q} [N]^T dV + \int h_c T_\infty [N]^T d\Gamma$$

위의 방정식을 풀게 되면 3차원 준 정상상태에 대한 온도분포를 구할 수 있다. 전자기적인 해석과 열적인 해석이 연성된 해석을 위한 유한요소 해석프로그램을 Fortran을 이용해 개발하였으며 온도에 따라 변화하는 전자기적 물성치와 열적 물성치는 참고문헌의 값을 사용하였다9).

3. 유한요소 해석결과와 실험

해석대상이 좌우대칭이므로 실험의 개략적인 한쪽면의 그림을 Fig. 1에 나타내었다. 그림과 같은 방향으로 유도가열을 진행하였고 온도측정을 위해 열전대를 중앙 밀면의 위치인 A지점과 B지점에 부착하였다. 유도가열 공정의 해석을 위해서는 전자기장 해석과 열유동 해석을 필요로 한다. 전자기장 해석을 위한 전자기적 물성치가 시편의 온도에 따라서 변화하고 또한 열유동 해석을 위한 열적 물성치가 온도에 따라서 변화한다. 그러므로 유도가열 현상을 모델링하기 위해서는 두 가지 해석을 독립적으로 수행할 수 없고 전자기장 해석과 열유동 해석이 연성된 해석을 수행해야 한다. 유도가열해석을 위한 전자기장 해석과 열전달 해석에 대한 순서도는 Fig. 2와 같다. 전자기장 해석을 수행한 후 초기에 구해진 전자기장 해석결과를 이용하여 발생열을 구한다.

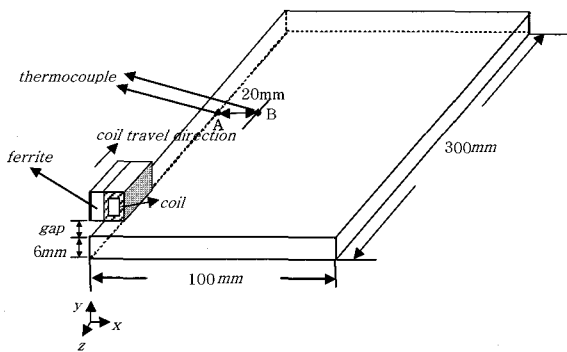


Fig. 1 A schematic diagram for induction heating

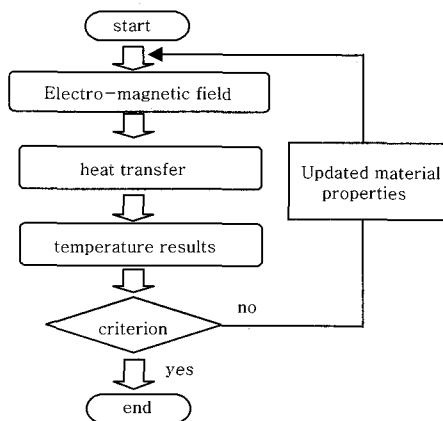


Fig. 2 Flow chart for analysis of induction heating

전자기장 해석결과로 얻은 발생열을 열원으로 가정하고 인덕터가 이동하는 유도가열공정의 해석을 위해 이동좌표계가 도입된 3차원 준 정상상태에 대한 온도분포를 계산한다. 이렇게 구한 온도분포에 대해 변화된 전자기적 물성치를 고려한 전자기장 해석을 수행한다. 변화된 물성치가 고려된 전자기장 해석을 이용해 새로운 발열량을 구하고 변화된 발열량과 변화된 열적 물성치를 이용해 온도분포를 계산한다. 이와 같이 반복적인 방법으로 온도분포가 정상상태에 도달할 때 까지 해석을 수행한다. 실험과 해석에서 사용된 유도가열기의 이송속도는 6mm/sec로 설정하였다. 아래면 중앙의 위치에 부착한 열전대를 이용하여 유도가열공정을 진행하면서 온도측정 실험을 수행하였다. Fig. 3에서는 유한요소 해석을 위한 해석영역과 경계조건을 보여주고 있다. 해석영역은 공기영역을 포함해 가로 100mm, 높이 50mm, 인덕터 진행방향은 300mm로 설정 하였다. 해석영역에 공기영역, 인덕터영역, 시편영역이 포함되어 있고 인덕터 영역, 시편과 공기영역의 경계는 조밀한 요소를 사용하였다. 공기영역이 해석대상에 포함되므로 유한요소 해석영역이 일반적인 구조해석보다 크고 필요한 요소의 수도 많다. 또한 해석영역에서 시편의 표면부분과 인덕터영역은 조밀한 요소를 필요로 하므로 요소의 수는 증가한다. 3차원 과도(transient) 해석을 위해서는 인덕터의 진행방향에 대해 조밀한 요소를 필요로 하므로 유도가열 해석을 위한 요소의 수는 급격하게 많아진다. 이와 같은 해석은 계산에 따른 모든 온도이력을 알 수 있는 장점이 있지만 많은 경제적 비용과 많은 CPU 시간을 필요로 하고 공기영역의 물성치와 인덕터영역의 물성치가 뒤바뀌는 모델링의 구현이 까다로우므로 효율적인 해석 방법이라고 할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 효율적인 해석을 하기 위하여 준 정상상태를 가정한 해석방법을 제안하였다. 인덕터가 이동하는 3차원 해석의 비효율성을 해소하기 위한 방법으로서 Fig. 3 과 같

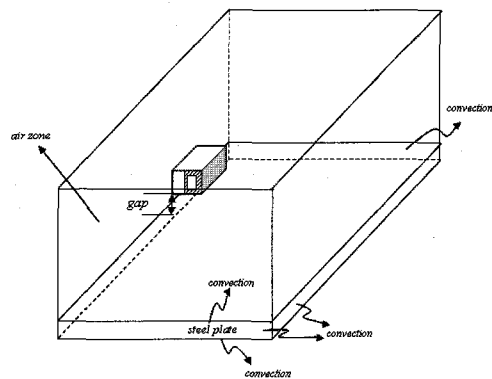


Fig. 3 A schematic diagram for boundary conditions for FEM

이 인덕터의 진행방향에 대해 인덕터가 일정한 속도로 이동하는 준 정상상태로 가정하여 해석을 수행하였다. 전자기장 해석과 열유동 해석은 온도분포가 정상상태에 도달할 때까지 반복적으로 계산하여 해를 구하였다. 온도결과가 수렴할 때까지 전자기적 물성치와 열적인 물성치는 갱신된 값으로 대체함으로써 온도에 의존하는 전자기적 물성치와 열적 물성치를 고려하였다. 해석대상은 좌우대칭 조건이므로 한쪽만을 해석 하였다. 전자기장 해석을 위한 경계조건으로 대칭축의 자기벡터 포텐셜값을 0으로 주었으며 열유동 해석을 위한 경계조건은 대칭축의 온도구배를 0으로 주었다. 전자기장 해석을 위한 요소분할은 Fig. 4와 같고 열유동 해석을 위한 요소분할은 Fig. 5와 같다. 초기 상태에서의 인덕터 중심부의 단면에 대한 전자기장 해석결과를 Fig. 6에 나타내었다. 인덕터 영역주변에 큰 값의 자기벡터 포텐셜이 집중되어 있고 해석결과에서 밀면에 존재하는 시편 영역은 작은 값의 자기벡터 포텐셜값이 존재함을 알 수 있다. 시편표면에서 시편내부로 갈수록 표피효과의 영향으로 자기벡터 포텐셜값이 급격히 감소하는 것을 알

수 있다. Fig. 7에서는 전자기장 해석결과 구한 초기 상태에서의 발생열의 분포를 보여주고 있다. 초기상태에서는 시편의 자기 물성치가 균일한 값이므로 인덕터 주변을 중심으로 인덕터의 형상과 비슷한 형태의 발생열이 분포하고 있음을 알 수 있다. Fig. 8에서는 준 정상상태에 도달한 상태에서의 발생열을 보여주고 있다. 시편의 불균일한 온도에 따른 자기물성치가 고려됨으로써 전반적으로 초기상태에서의 분포보다는 작은 값의 발생열의 분포를 가지고 있는 것을 확인할 수 있다. 인덕터 주변을 중심으로 큰 값의 발생열이 분포하지만 초기상태와 비교하면 인덕터의 형상과는 다른 형태의 발생열이 분포하는 것을 알 수 있다. 유도가열이 진행됨에 따른 시편의 불균일한 온도분포에 의해 전자기장 해석에 의한 발생열의 분포도 다른 형태를 보이는 것으로 판단할 수 있다. 그러므로 유도가열 해석을 위해서는 온도에 따른 자기적 물성치와 열적 물성치를 반드시 고려해야 한다는 것을 알 수 있다. Fig. 9에서는 실험과 유한요소 해석결과를 비교하고 있다. Fig. 1에서 보여준 A점과 B점의 위치에 열전대를 부착해서 얻은 실험결과와 유한요소해석 결과가 잘 일치하고 있는 경향

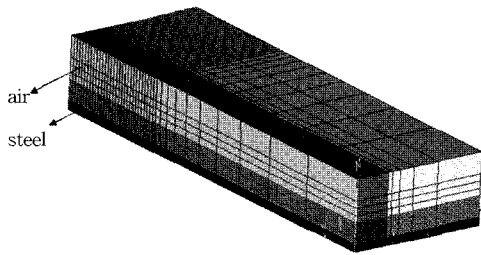


Fig. 4 Three dimensional model for electro-magnetic analysis

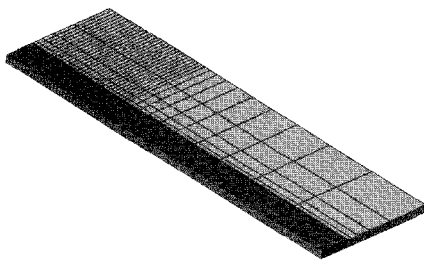


Fig. 5 Three dimensional model for temperature analysis



Fig. 6 Isolines of magnetic vector potential at initial state (wb/m)

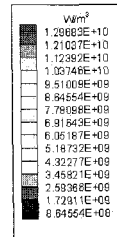


Fig. 7 Heat generation at initial state

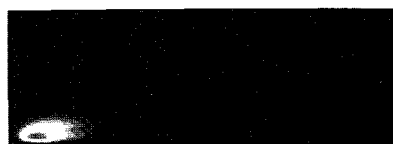
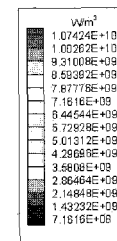


Fig. 8 Heat generation at quasi-stationary state

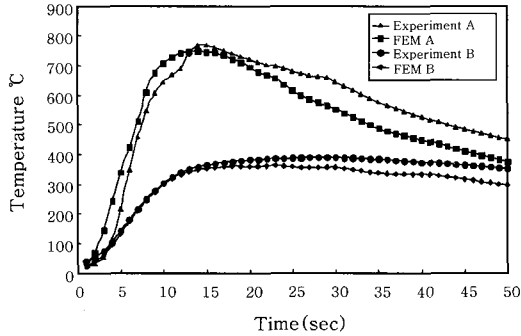


Fig. 9 Temperature history at bottom center of steel plate

을 보여주고 있다. 준 정상상태를 가정하여 3차원 열유동 해석을 수행하는 방법은 인덕터의 이동에 따른 공기 영역과 인덕터영역의 물성치가 뒤바뀌는 현상에 대한 모델링의 어려움을 해결할 수 있고 인덕터 이동방향에 대하여 조밀한 요소분할을 요구하지 않으므로 요소의 수도 대폭적으로 감소시킬 수 있다. 또한 경제적인 비용이 많이 드는 3차원 과도(transient) 해석을 인덕터가 일정한 속도로 진행되는 준 정상상태에 대한 해석으로 대체하므로 CPU 시간을 대폭적으로 감소시킬 수 있다. 준 정상상태를 가정하여 수행한 3차원 열전달 해석이 실험결과와 잘 일치 하고 있는 것으로 보아 제시된 방법은 인덕터가 이동하는 경우의 유도가열공정의 해석에 매우 효과적으로 적용할 수 있으리라 판단된다. 준 정상상태를 가정한 해석은 해석하고자 하는 대상이 비교적 커지더라도 적절한 요소분할을 이용하게 되면 유도가열 해석을 매우 효율적인 방법으로 수행할 수 있을 것으로 기대된다. Fig. 10 에서는 실제로 가열한 시편을 절단하여 열영향부 영역을 관찰한 그림과 유한요소 해석을 이용한 열영향부의 결과를 비교한 그림이다. 실험에서 관찰된 열영향부와 유한요소 해석결과의 723°C 라인을 비교한 결과 실험에서 관찰된 영역과 유한요소 해석에서 구한 열영향부가 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 위의 결과는 판 변형 이론을 이용하여 각변형을 계산하는데 이용될 수 있다¹⁰⁾.

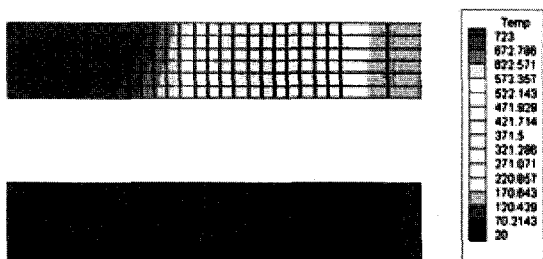


Fig. 10 Shapes of experimental and calculated heat affected zones

온도분포에 대한 모든 열이력을 요구하지 않고 열영향부의 크기만을 필요로 하므로 제안된 해석방법은 각 변형을 계산하는 데에도 유용하게 사용될 수 있을 것이라 기대한다. Fig. 11 에서는 유도가열 공정 시 준 정상상태에서의 시편의 온도분포를 나타낸 그림을 보여주고 있다. 이동열원에 의한 온도의 분포형태를 잘 표현해 주고 있는 것을 확인할 수 있다.

4. 결 론

인덕터가 이동하는 경우의 유도가열 공정에 대한 해석을 수행하기 위해 유한요소 프로그램을 개발하였다. 인덕터의 이동을 모델링하고 경제적인 비용의 절감을 위해서 3차원 준 정상상태를 가정한 해석을 수행하였다. 유한요소해석 결과는 실험과 비교하여 타당성을 검증하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 전자기장 해석결과 표피효과의 영향으로 인해 시편내부로 진행할수록 자기벡터 포텐셜값이 감소하는 것을 유한요소 해석으로 확인할 수 있었다.
- 2) 열유동 해석의 주요인자인 전자기장 해석에 의한 발생열이 초기상태에서와 준 정상상태에서 다른 분포를 가지는 것을 확인할 수 있었고 따라서 유도가열 해석을 위해서는 온도에 따른 자기적 물성치와 열적 물성치가 반드시 고려되어야 한다.
- 3) 유한요소 해석결과와 열전대를 부착하여 얻은 온도측정 결과가 잘 일치 하였으며 3차원 준 정상상태를 가정한 열전달 해석이 인덕터 이동에 따른 해석적인 번거로움의 해소와 경제적 비용의 절감에 매우 효과적임을 알 수 있었다.
- 4) 시편을 절단해 관찰한 열영향부와 유한요소해석 결과에 의한 열영향부가 비교적 잘 일치하였다.

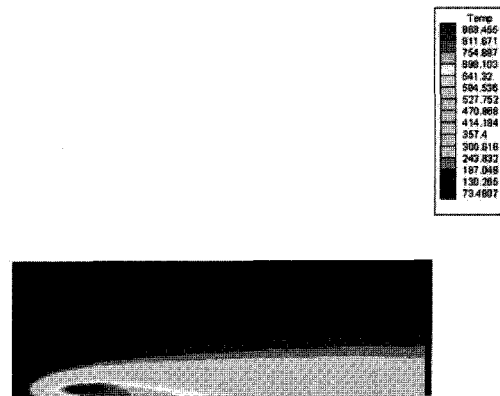


Fig. 11 Three dimensional temperature distribution for quasi-stationary state at upper surface of steel plate

후 기

“이 논문은 2005년 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임”(KRF-2005-202-D00041)

참 고 문 헌

1. J. Nerg and J. Partanen : Numerical Solution of 2D and 3D Induction Heating Problems with Non-Linear Material properties Taken into Account, IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, **36-5** (2000), 3119-3121
2. K. Sadeghipour, J. A. Dopkin and K. Li : A computer aided finite element/experimental analysis of induction heating process of steel, COMPUTERS IN INDUSTRY, **28** (1996), 195-205
3. K. Y. Bae, T. H. Lee and Y.-S. Yang : A Study of the Effects of Process Variables on Temperature and Magnetic-Flux Distribution Heating of Steel plate, J. Korean Welding Society, **19-5** (2001), 78-85 (in Korean)
4. G. D. Garbulsky, P. Marino and A. Pignotti : Numerical Model of Induction Heating of Steel-Tube Ends, IEEE TRANCTIONS ON MAGNETICS, **33-1** (1997), 746-752
5. Y. Kawase, T. Miyatake and K. Hirata : Thermal Analysis of Steel Blade Quenching by Induction Heating, **36-4** (2000), 1788-1791
6. L. Gong, R. Hagel and R. Unbehauen : A New Approach to the Nonlinear Eddy Current Field Coupled to the Nonlinear Heat Transfer, IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRY APPLICATIONS, **31-4** (1995), 733-736
7. K. Masubuchi : Analysis of Welded Structures, Pergamon Press(1st Edition), 1980, 60-87
8. K. H. Huebner, E. A. Thornton and T. G. Byrom : The Finite Element Method for Engineers, A Wiley-Interscience Publication(3rd Edition), 1995, 315-344
9. M. Enokizono and H. Tanabe : Numerical Analysis of High-Frequency Induction Heating Including Temperature Dependence of Material Characteristics, IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, **31-4** (1995), 2438-2444
10. K. J. Son, Y.-S. Yang and H. G. Beom : Analysis of angular distortion in weldments using laminated plate theory, Science and Technology of Welding and Joining, **5-4** (2000), 245-249