

나선 예측 모델에서의 비행체 하중수 및 각속도 최적 제어에 의한 제어성과 안정성 성능에 관한 연구

A Study for Controllability, Stability by Optimal Control of Load and Angular Velocity of Flying Objects using the Spiral Predictive Model (SPM)

왕 현 민*
(Hyun-Min Wang)

Abstract : These days many scientists make studies of feedback control system for stability on non-linear state and for the maneuver of flying objects. These feedback control systems have to satisfy trajectory condition and angular conditions, that is to say, controllability and stability simultaneously to achieve mission. In this paper, a design methods using model based control system which consists of spiral predictive model, Q-function included into generalized-work function is shown. It is made a clear that the proposed algorithm using SPM maneuvers for controllability and stability at the same time is successful in attaining our purpose. The feature of the proposed algorithm is illustrated by simulation results. As a conclusion, the proposed algorithm is useful for the control of moving objects.

Keywords : uncertainty, stabilization, flying trajectory, model based, predictive model, nonlinear dynamic system

I. 서론

현재까지 많은 연구자들은 불확실성을 갖는 비선형시스템의 안정화를 위해 상태궤환 제어 시스템을 연구하였다. 견실 제어(robust control) 기법은 이와 같은 불확실성이 내포된 시스템에 대하여 원하는 제어 성능을 어느정도 발휘 할 수 있다. 이러한 불확실성이 내포된 비행체 제어 문제에서는 제어성(경로문제)과 안정성(안정화문제)을 동시에 충족시켜야 한다.

최근 비행체 운동 제어 이론의 발전에서는, 진보된 컴퓨터 시스템 사용으로 불확실한 외부 환경에 보다 유연하게 적응하는 인공지능 제어, 예측 제어, 자기 적응 제어와 같은 제어 알고리즘 구현 방법에 대해 활발히 연구되고 있다. 이러한 알고리즘은 비행체 제어에 있어 가장 중요한, 실시간에서 제어가 구현 되도록 연구되고 있으며, 비행체의 비행 안정성과 제어성을 동시에 만족하도록 연구되고 있다. 또한 컴퓨터에서 최적 제어 알고리즘 구현에 있어, 제어 성능을 판별할 수 있는 목적함수의 적분 방법, 적분 시간 등이 알고리즘에서 중요한 부분을 차지하고 있다.

나선 예측 모델에서의 비행체 최적 제어 알고리즘에 관한 연구에서는 목적함수를 충족하도록하는 제어 요소로서 하중계수를 제어 값으로 선택하였다. 즉 경로 제어 값만을 살펴 보았다[1]. 본 연구에서는, 일반화 목적함수에서 나선 예측 모델을 사용하여 비행체를 제어 대상으로 경로제어(제어성)과 더불어 자세 제어(안정성)를 동시에 만족하는 알고리즘을 구현해 보았다. 비행체 최적 제어를 위한 나선 예측 모델에서의 안정성 제어 파라미터를 수치해석적 아날로그적 부분도함수를 계산 하고 또한 하강하는 비행체를 대상으로 예측 제어에 알맞은 일반화 목적함수에서 적분 내 함수를 설정하고 나선 예측 모델에서 알고리즘을 구현한다.

II. 예측 모델

비행체 비행 경로는, 공간상에서 비행경로에 따라 임의의 곡선 형태가 된다. 이때 비행체는 비행시간 동안 지정된 상태벡터 값을 유지하면서 지정된 지점으로 비행할 수 있어야 한다.

1. 나선예측 모델 방정식

결합 좌표계(기체고정좌표계)에서 하중이 일정하고 비행체 무게중심이 벡터 영역에서 운동한다고 할 때, 나선예측 모델은 아래에 나타낸 식으로 구성되고 이 모델은 비행체의 결합 좌표계서 쓰여진다[2,3].

1.1 무게 중심의 역학 변환

무게중심의 이동 변화를 나타내는 식은 다음과 같다.

$$\dot{V} = \Omega V + gn - g\epsilon_2 j; (j=1,2,3) \quad (1)$$

여기서 $V = (V_x, V_y, V_z)^T$ - 지상에서의 절대 속도벡터, n - 하중, g 는 중력 가속도이다.

각 축에서의 벡터 성분들은 다음과 같다.

$$n_x = (P \cos \delta - qSc_x \cos \alpha \cos \beta + qSc_y \sin \alpha) G^{-1} \quad (2)$$

$$n_y = (P \sin \delta + qSc_x \sin \alpha \cos \beta + qSc_y \cos \alpha) G^{-1} \quad (3)$$

$$n_z = qSc_z G^{-1}. \quad (4)$$

여기서 $G = mg$, P - 추진력, δ - 비행체 Ox 축에 대한 추진력 벡터 \bar{P} 의 방향에 대한 각도, α - 받음각, β - 미끄러짐 각이다[4].

본 논문에서 공기역학 파라미터는 다음의 원소를 포함한 함수로 본다[3].

$$c_x = c_x(\alpha, \beta, M), \quad c_y = c_y(\alpha, \beta, M), \quad c_z = c_z(\alpha, \beta, M)$$

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2006. 6. 13., 채택확정 : 2007. 1. 16.

왕현민 : 단국대학교 공학대학 전자공학과(hmwang@dankook.ac.kr)

1.2 무게 중심 둘레의 회전 역학식

무게 중심 둘레에서 발생하는 모멘트에 대한 식은 푸아송 식에 의해 다음과 같다.

$$\dot{\epsilon} = \epsilon \Omega^T \tag{5}$$

여기서 ϵ - 일반좌표계와 결합좌표계 사이의 방향 코사인, Ω - 결합좌표계에서 접선 대칭 행렬이다.

$$\Omega = -\Omega^T = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}, \tag{6}$$

여기서 $\omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$ - 각속도이다.

(1), (5)는 $\Omega = const$ 일 때 일반적인 아날로그적해를 갖는다. 이 해는 고정된 축에 일정한 힘이 가해질 때, 일정한 각속도를 가진 비행체의 운동을 표현한다[2,3].

III. 상태 방정식 및 풀이

1. 상태 미분 방정식

비행체의 운동방정식은 다음과 같은 미분 방정식에 의해 쓰여진다.

$$\dot{X} = f(X, U, t), \tag{7}$$

여기서 X - n 개의 객체의 상태 벡터, U - m 개의 제어 벡터, t 시간 $[t_1, t_2]$ 이다.

상태 벡터 X 는 다음과 같이 쓰여진다.

$$x = (X^T, Y^T)^T, \tag{8}$$

$$X^T = [X_1^T, X_2^T, \dots, X_5^T], \quad Y^T = [X_6^T, X_7^T],$$

여기서

$$X_1 = [\epsilon_{11}, \epsilon_{12}, \epsilon_{13}]^T, \quad X_2 = [\epsilon_{21}, \epsilon_{22}, \epsilon_{23}]^T,$$

$$X_3 = [\epsilon_{31}, \epsilon_{32}, \epsilon_{33}]^T, \quad X_4 = [V_x, V_y, V_z]^T,$$

$$X_5 = [x_g, y_g, z_g]^T, \quad X_6 = [n_x, n_y, n_z]^T,$$

$$X_7 = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T, \quad u = [\dot{X}_6, \dot{X}_7]^T$$

이다.

분석적 예측에서 일반화 함수(GWF)의 헤밀턴식은 $Q \neq 0$ 일 때 다음과 같이 쓰여진다.

$$H = P^T F + \frac{\partial V}{\partial t} + Q, \tag{9}$$

여기서 $P = (P_X^T, P_Y^T)^T$; P_X, P_Y 는 각각 X, Y 벡터의 결합이다. 이때 $\dot{V} = -Q$ 이다. 결합 변수에 대한 식은 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\dot{P}_X = -\left(\frac{\partial H}{\partial X}\right)^T = -\left(\frac{\partial F}{\partial X}\right)^T P_X - \left(\frac{\partial Q_g}{\partial X}\right)^T, \tag{10}$$

$$\dot{P}_Y = -\left(\frac{\partial H}{\partial Y}\right)^T = -\left(\frac{\partial F}{\partial Y}\right)^T P_Y - \left(\frac{\partial Q_g}{\partial Y}\right)^T, \tag{11}$$

여기서 $\frac{\partial F}{\partial x} = \left(\frac{\partial F}{\partial X}, \frac{\partial F}{\partial Y}\right)$ 이다[3,4].

결합 변수 P 의 경계 조건은 다음과 같다.

$$P_{X_1}(t_2) = P_{X_2}(t_2) = P_{X_3}(t_2) = P_{X_6}(t_2) = P_{X_7}(t_2) = 0,$$

$$P_{X_4}(t_2) = \left(\frac{\partial V_g}{\partial X_4}\right)^T, \quad P_{X_5}(t_2) = \left(\frac{\partial V_g}{\partial X_5}\right)^T \tag{12}$$

최적제어는 다음의 식에 의해 생성된다.

$$u = \dot{Y} = -k^2 P_Y \tag{13}$$

2. 일반화 목적함수에서의 제어값

다음은 일반화 목적함수에서의 최적제어 알고리즘 구현을 살펴보자. 일반화 목적함수는 최종 상태 함수가 포함된 불차함수의 형태이다.

$$I = V_g[X, t_2] + \int_{t_1}^{t_2} [Q(X, t) + L(u, u_0, t)] dt, \tag{14}$$

여기서 u - 제어, u_0 - 실제 최적 제어, $Q = \frac{1}{2} \beta_i n$ 이고 β_i ($i = 1, 2, 3$) 는 계수, n - 하중계수를 나타낸다.

최적 예측 시간 간격은 다음의 일반화 목적함수에서 계산된다.

$$I = V_{gv}[X, t_2] + \int_{t_1}^{t_2} [Q(X, t) + L(u, u_0, t)] dt, \tag{15}$$

여기서 $V_{gv} = \frac{1}{2} \rho (h_2 - h_{gv})^2$ 이다. 예측 시간 간격 $u_0 = \tau$ 이다. 여기서 인덱스 $\langle gv \rangle$ 는 주어지는 값이다[5].

첫번째 제어 값으로 경로에 대한 제어 파라미터를 구하고 두 번째로 자세제어 즉 각속도에 대한 제어 파라미터를 구한다. 제어 알고리즘은 목적함수에서 지정된 최종 상태값 함수를 충족하도록 구현된다.

나선예측 모델에서의 첫 번째 제어값, 경로문제를 해결하기 위한 부분도함수 $\partial V / \partial Y$ 는 다음과 같이 계산 한다.

$$\frac{\partial V_{3p}}{\partial n_x} = \rho_1 (l - l_{gv}) \frac{\partial l}{\partial n_x} + \rho_2 (h - h_{gv}) \frac{\partial h}{\partial n_x} + \rho_3 (z - z_{gv}) \frac{\partial z}{\partial n_x}, \tag{16}$$

$$\frac{\partial V_{3p}}{\partial n_y} = \rho_1 (l - l_{gv}) \frac{\partial l}{\partial n_y} + \rho_2 (h - h_{gv}) \frac{\partial h}{\partial n_y} + \rho_3 (z - z_{gv}) \frac{\partial z}{\partial n_y}, \tag{17}$$

$$\frac{\partial V_{3p}}{\partial n_z} = \rho_1 (l - l_{gv}) \frac{\partial l}{\partial n_z} + \rho_2 (h - h_{gv}) \frac{\partial h}{\partial n_z} + \rho_3 (z - z_{gv}) \frac{\partial z}{\partial n_z}, \tag{18}$$

앞의 식에서 h, l, z 은 지상 좌표로 고도, 거리, 측면 거리, $\rho_k (k=1, \dots, 6)$ 는 계수이다.

첫 번째 제어 파라미터 값과 두 번째 제어파라미터 값은 $Q \neq 0$ 일 때 라쁘노바 함수 V 를 확장시키는 방법으로 $Q = 0$ 일 때와 같이 계산된다. 또한 이때 적분 시간은 고정하였다.

나선예측 모델에서 두 번째 안정성 제어 파라미터를 찾기 위한 목적함수에서의 부분도함수 $\partial V / \partial X$ 는 다음과 같이 계산 한다.

$$\frac{\partial V_1}{\partial \omega_x} = \rho_1 (\gamma - \gamma_{gv}) \frac{\partial \gamma}{\partial \omega_x} + \rho_2 (\vartheta - \vartheta_{gv}) \frac{\partial \vartheta}{\partial \omega_x} + \rho_3 (\phi - \phi_{gv}) \frac{\partial \phi}{\partial \omega_x} \cong \rho_1 \left\{ \left[\omega_x - \tan \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \right] \tau - \gamma_3 \right\} \tau, \tag{19}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_1}{\partial \omega_y} &= \rho_1 (\gamma - \gamma_{gv}) \frac{\partial \gamma}{\partial \omega_y} + \rho_2 (\vartheta - \vartheta_{gv}) \frac{\partial \vartheta}{\partial \omega_y} + \rho_3 (\phi - \phi_{gv}) \frac{\partial \phi}{\partial \omega_y} \\ &\cong \rho_1 \left\{ \left[\omega_x - \tan \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \right] \tau - \gamma_{gv} \right\} (-\tan \vartheta \cos \gamma) \tau \\ &+ \rho_2 \left\{ (\omega_y \sin \gamma - \omega_z \cos \gamma) \tau - \vartheta_{gv} \right\} \tau \sin \gamma \\ &+ \rho_3 \left\{ \left[\frac{1}{\cos \vartheta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \right] \tau - \phi_{gv} \right\} \frac{\cos \gamma}{\cos \vartheta} \tau, \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_1}{\partial \omega_z} &= \rho_1 (\gamma - \gamma_{gv}) \frac{\partial \gamma}{\partial \omega_z} + \rho_2 (\vartheta - \vartheta_{gv}) \frac{\partial \vartheta}{\partial \omega_z} + \rho_3 (\phi - \phi_{gv}) \frac{\partial \phi}{\partial \omega_z} \\ &\cong \rho_1 \left\{ \left[\omega_x - \tan \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \right] \tau - \gamma_{gv} \right\} (\tan \vartheta \sin \gamma) \tau \\ &+ \rho_2 \left\{ (\omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma) \tau - \vartheta_{gv} \right\} \tau \cos \gamma \\ &+ \rho_3 \left\{ \left[\frac{1}{\cos \vartheta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \right] \tau - \phi_{gv} \right\} \left(-\frac{\sin \gamma}{\cos \vartheta} \right) \tau \end{aligned} \tag{21}$$

식에서 $\rho_k (k=1, \dots, 6)$ 는 계수, γ, ϑ, ψ - 롤, 피치, 요각이다.

이와 같이 최적 제어는 경로 제어와 자세제어를 나타내는 위의 식으로 제어값이 계산된다.

IV. 알고리즘 구현 및 결과

지금까지 설계한 비선형 유도제어 알고리즘을, 비행체를 대상으로하여 뉴턴의 제2법칙인 선형운동량 보존법칙과 회전 운동량 보존법칙의 운동역학 모델과 예측 모델 (1), (5)를 사용하여 시뮬레이션하여 성능을 평가하였다. 비행체가 던져지는 초기 조건은 비행체의 고도 10000m에서 표 1에 나타났다.

제어 목적 함수에서는 비행 최종 시점에서 피치값은 0.15에서 0.1, 요값은 0.03에서 0, 롤값은 0.03에서 0이 되도록 제어 설정되었다. 또한 최종 시점에서의 x축에 따른 비행 거리는 25000m 이고 z축에 따른 비행거리는 1000m이다. 그리고 최종 시점에서의 비행체 고도는 3m가 되어야 한다.

그림 1에서 6은 알고리즘 수행결과로 비행 파라미터를 각각 나타내었다. 그림 1,2에서는 알고리즘을 수행하는 제어값으로 하중과 각속도값을 각각 나타낸다. 그림 1에서는 (16), (17), (18)에 의해 얻어진 경로 제어 값을 나타낸다. 그림 3에서는 (19), (20), (21)에 의해 생성된 비행체 각속도 제어의 자

표 1. 초기 조건.

Table 1. Initial Value of flying.

파라미터	초기값	파라미터	초기값
V_x	200[m/s]	ω_x	0.001[rad/sec]
V_y	-150[m/s]	ω_y	0.005[rad/sec]
V_z	0	ω_z	-0.001[rad/sec]
n_x	1	Pitch	0.15[rad]
n_y	1	Yaw	0.03[rad]
n_z	1	Roll	0.03[rad]

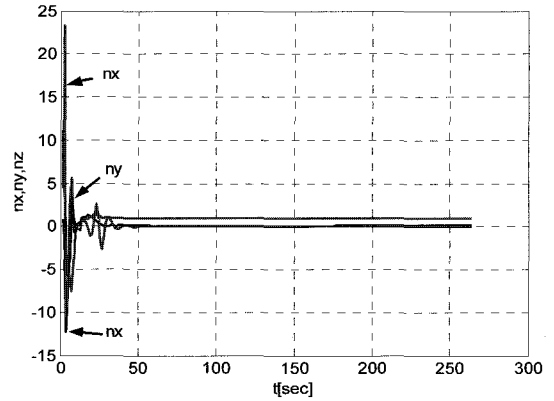


그림 1. 하중 제어 파라미터의 변화.

Fig. 1. Load change.

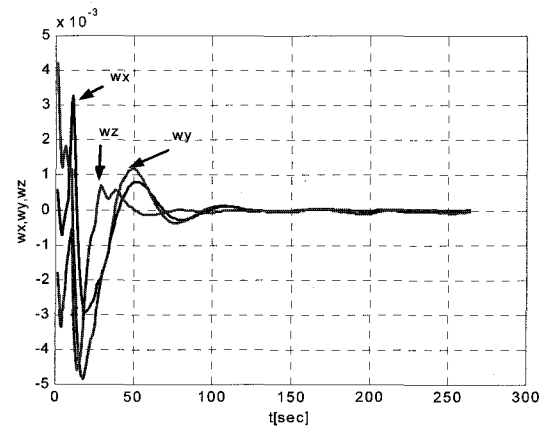


그림 2. 각속도 제어파라미터의 변화.

Fig. 2. Angular velocity.

세 제어값을 나타낸다. 제어 벡터 각속도와 하중계수값은 예측값을 근거로하여 만들어지고, 던져지는 초기 상태에서 제어 목적을 충족하도록 안정된 제어값이 생성되도록 한다. 던져지는 초기 상태에서 파라미터의 급격한 변동은 공기저항에 의한 하중의 급격한 변화로 인한 것이다. 본 연구의 공기역학 모델은 논문 [3]에서 수행한 결과를 바탕으로 하였다.

그림 3,4의 그림은 각각 지상좌표계와 결합좌표계의 속도를 나타낸다. 두 속도는 약간의 차이가 있음을 알수 있다. 그림 5는 비행체의 자세 상태 값을 나타낸다. 그림에서 알수 있드시 목적함수에서 지정된 값으로 상태까지 서서히 접근함을 알수 있다. 이것은 비행중 외란이 작용하지 않아 그런

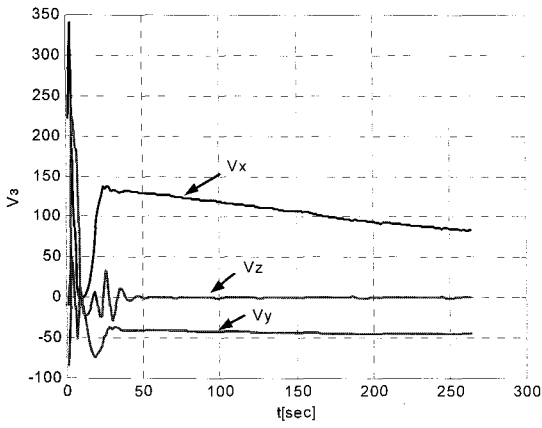


그림 3. 지상좌표계에서의 속도.
Fig. 3. Velocity on the earth coordinates.

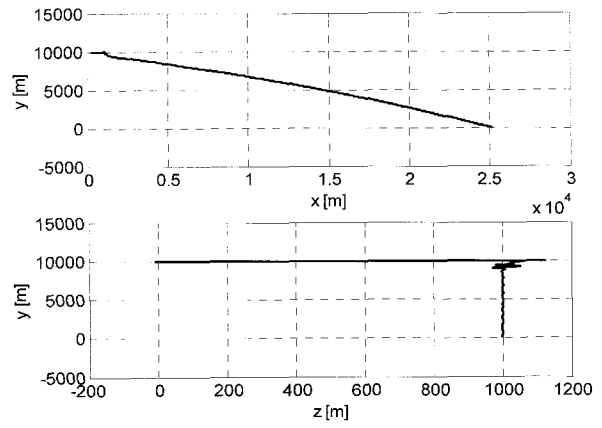


그림 6. xyz에서의 비행체 경로.
Fig. 6. Trajectory of flying on axis xyz.

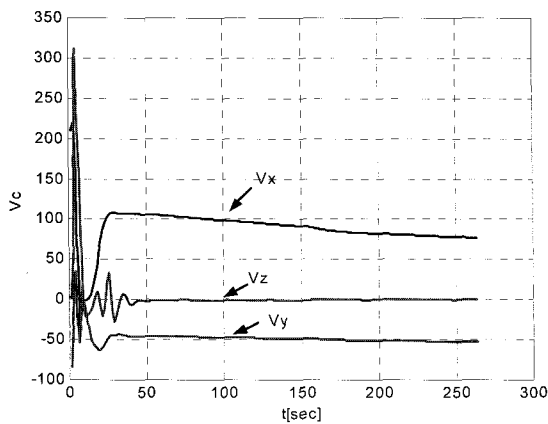


그림 4. 동체(결합)좌표계에서의 속도.
Fig. 4. Velocity on the connected coordinates.

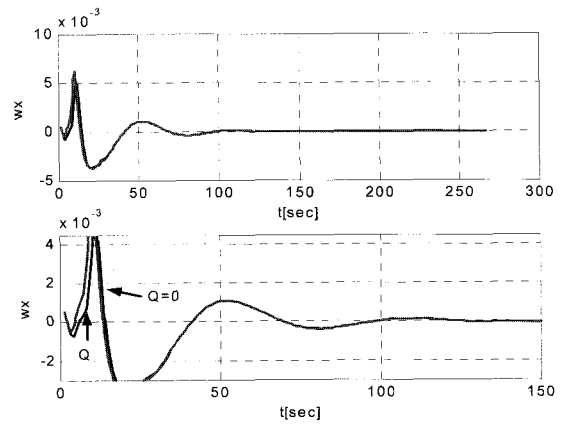


그림 7. 각속도 ω_x , (a) $Q=0$, (b) $Q \neq 0$.
Fig. 7. Angle velocity ω_x .

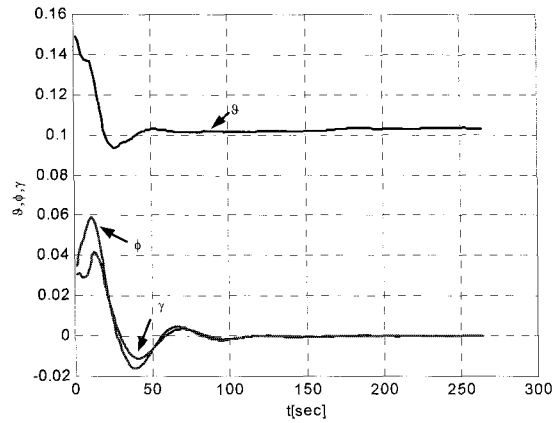


그림 5. 비행체 자세.
Fig. 5. Angular State of flying object.

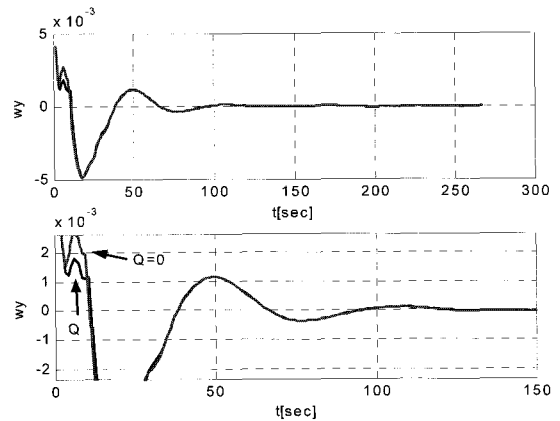


그림 8. 각속도 ω_y , (a) $Q=0$, (b) $Q \neq 0$.
Fig. 8. Angle velocity ω_y .

것이지만, 기존의 제어시스템이 갖는 현재 지정된 상태를 유지하려는 제어 알고리즘과 다르게 해석할 수 있다.

본 연구에서 제안하는 예측에 의한 제어 알고리즘은 현재 상태값과 예측 적분 시간에서의 상태를 고려하여 제어값을 찾는 알고리즘이다. 그러므로 발생한 급격한 외란에 대해 비행체는 실시간 적분간격에서 능동적으로 대처할 수 있을 알 수 있다.

또한 본 SPM 모델에서 제안된 알고리즘은 경로제어와 자세제어를 동시에 할 수 있는 것이 큰 장점이다. 그리고 본 연구에서는 구하여진 제어 신호는 제어 수행 기관(롤, 러더)의 전자 제어기의 신호값으로 입력되어, 비행체 제어기관 제어기 설계를 연구할 수 있다. 이것은 자세 제어(안정화) 시스템의 개념과 다른, 자세 제어(안정화)가 이미 포함된 제어기 설

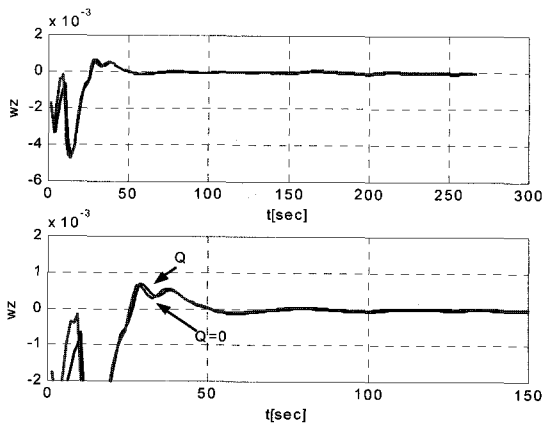


그림 9. 각속도 ω_z (a) $Q=0$, (b) $Q \neq 0$.

Fig. 9. Angle velocity ω_z .

표 2. 알고리즘 수행 결과.

Table 2. Executive result of algorithm.

	(a) $Q=0$	(b) $Q \neq 0$
t [sec]	262.87	262.87
$n_x/n_y/n_z$	63.36 255.47 86.71	63.36 255.46 86.72
하중제어값 합	405.54	405.55

계의 개념으로 볼 수 있다.

표 2에 나타낸 바와 같이, 알고리즘 수행 결과로 각속도 제어값은 하중에 거의 영향을 미치지 않음을 보였다. 이 각속도 제어 파라미터에 의해 비행하는 동안 발생하는 하중은 x,y,z축으로 각기 분산됨을 알 수 있다.

V. 결론

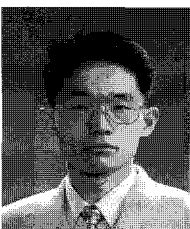
본 논문에서는, 비행체 제어를 위해 나선예측 모델(SPM)에서 하중수와 각속도를 제어 파라미터로 설정하였고 이에 따른 제어값 계산을 계산하였다. 또한 실시간 제어 구현을 위해 예측 시간을 비행 상태에 따라 변화하도록 하였다. 비행

제어 구현은 설정된 비행 목표를 만족하도록 제어 하였으며 이에 따른 비행제어 파라미터를 산출하였으며 비행경로를 살펴보았다. 그리고 Q 값의 영향을 각각의 비행파라미터에서 살펴보았다. 이러한 예측 모델에서의 알고리즘 구현으로, 비행체 제어를 위해 비행 경로와 비행 자세(상태)가 목적함수에서 제어 목적에 접근함을 알 수 있었고 Q함수로 인해 비행체가 받은 하중이 분산됨을 알 수 있었다는데 연구의 중요성을 들 수 있다. 즉 비행체 제어성과 안정성을 동시에 충족한다. 이것은 비행체에 갑작스러운 외란이 작용할 때, 즉 비선형이 동작할 때, 안정을 유지하기 위해 제어기내에서의 제어값 진동이 발생하지 않음으로 해석할 수 있다.

또한 본 논문에서 제안되는 알고리즘은 급격히 발달하는 컴퓨터 프로세서로 예측값을 이용하여 비행체 제어, 비선형 객체를 제어하기 위해 연구될 수 있다.

참고문헌

- [1] H. M. Wang and S. A. Kabanov, "Optimal control of reentry of space shuttle on the hierarchy of criterion of quality," 8th international science-technical conference for students, researchers "Radio-Electric, Electrical and Energy, Tom 1, Moscow, p. 351, 2002.
- [2] H. M. Wang and S. A. Kabanov, "Application of hierarchy of two objective function with spiral forecasting model to the problem of aircraft landing," Proceedings 4th MATHMOD Vienna, V.1: Abstract Volume, 5-7 February 2003, Vienna, Austria, p. 306.
- [3] 왕현민, 박사 학위 논문, "나선예측모델을 이용한 우주비행체 귀환 최적제어," 발틱공과대학교, 상트 페테르부르크, 러시아, 2005.
- [4] H. M. Wang and S. A. Kabanov, "Optimal control of the return of a flying object on the hierarchy of criterion of quality," Proceedings 2002 FIRA Robot World Congress, Seoul, Korea, p. 187-190, May 26-29 2002.
- [5] H. M. Wang, "Optimization of predictive interval on reentry trajectory of space shuttle using criterion of quality," International science technical conference, "3rd Okunevskitchenie," Tom 1, Saint-Petersburg, p. 83-84, 2002.



왕 현 민

1996년 단국대학교 전자공학과 졸업.
2000년 Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Russia, 제어 시스템전공 졸업(공학석사). 2005년 Baltic State Technical University, Russia, 제어 시스템 졸업(공학박사). 2006년 3월~현재

단국대학교 전자공학과. 관심분야는 비선형 최적 제어, 우주 기술응용연구, 동역학 모델링.