

# 비선형 효과를 고려한 IPM형 전동기의 DQ축 인덕턴스 및 역기전력상수 파라미터 추출

論文

56-3-11

## Parameter Extraction of DQ-Axis Inductance and Back-EMF Constant For IPM Type Motors Based on Nonlinear Finite Element Analysis

崔鴻洵<sup>†</sup>  
(Hong-Soon Choi)

**Abstract** – In this paper, we propose a precise parameter extraction of interior permanent magnet (IPM) motors based on finite element analysis. For the calculation of the two-axis inductances  $L_d$  and  $L_q$ , the slotting effect and cross magnetization due to torque angle are considered. It is examined that back electro-motive force (BEMF) constant is affected by the magnetic saturation in different ways dependent on motor types. Numerical analyses and some measurements are performed for a spoke type and a flux barrier type IPM motors.

**Key Words** : IPM 전동기, PMASynRM, DQ 동기인덕턴스, 역기전력상수, 유한요소법

### 1. 서 론

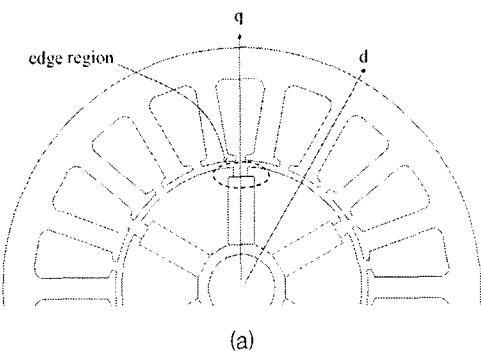
영구자석을 사용한 전동기가 정교화되고 고출력화 되면서 비선형성을 고려한 역기전력 상수나 동기인덕턴스와 같은 파라미터의 계산이 갈수록 중요해지고 있다. 이러한 파라미터는 전동기와 함께 드라이브 및 제어 시스템을 시뮬레이션을 할 때 정밀도를 결정하는 주요 요소이다. 또한 드라이브와 제어 회로에서 실시간으로 전류와 전압등을 계산해내기 위한 필수 파라미터이기도 하다 [1].

IPM (Interior Permanent Magnet)이나 릴럭턴스형 전동기에서  $d$ 축과  $q$ 축에서의 동기 인덕턴스를 유한요소해석 등에 의해 계산하는 방법이 여러 저자들에 의해 연구 발전되어 왔다[2-6]. 동기 인덕턴스 계산방법으로 자석을 제외하고 회전자의 위치를  $d/q$  축에 위치하고  $L_d/L_q$  를 구하는 방법, 약간의 전류만을 증가시켜 자석의 영향을 제외하는 에너지 섭동법(energy perturbation)에 의해 구하는 방법, 공극에서 쇄교자속으로부터 구하는 방법 등이 개발되어 왔다. 최근에는 크로스 자화(cross magnetization)효과[3, 6]와 전류에 의한 자계 포화를 고려한 해석이 이루어지고 있다. 그러나 이러한 방법들은 치형상 효과를 관찰하기 위한 회전자의 회전 위치에 따른 인덕턴스 프로파일의 추출이 불가능하였고, 자석에 의한 역기전력 상수의 경우 비선형 포화를 반영할 수 없었다.

본 논문에서는 유한요소법(FEM)에 기반하여, 회전자의 회전에 따른 계산을 수행하여 치형상 효과를 고려할 수 있는 동기인덕턴스 프로파일 계산 알고리즘을 제시하고, 토크

각과 전류에 따른 역기전력 상수의 변화에 대해서도 논한다. 일반적으로 인가전류에 상관없이 일정한 상수로 보고 있는 역기전력상수는 포화정도에 따른 값의 변화가 있을 뿐 아니라 전동기의 형태에 따라 완전히 다른 양상을 띤다. 본 논문에서는 자석에 의한 역기전력상수가 전류의 세기에 따른 포화에 의해 감소하거나 증가할 수 있다는 양면성의 흥미로운 결과를 보여준다. 동기 릴럭턴스형 전동기의 경우 토크각에 따라서도 많은 영향을 받음을 본 논문에서 또 한 제시하고 있다.

자석이 회전자 코어에 삽입된 IPM형 검토 전동기로서 스포크 형태로 자석이 삽입된 것(모델 A)과 자석의 영향보다 릴럭턴스 효과가 강한 PMASynRM (Permanent Magnet Assisted Synchronous Reluctance Motor; 모델 B)을 비교하여 예시하고 실험결과도 같이 제시한다. 전동기 모델은 그림 1의 (a)와 (b)에 각각 나타내었다.



<sup>†</sup> 교신저자, 正會員 : 성균관대학교 정보통신공학부 연구교수

E-mail : tochs@naver.com

接受日字 : 2007年 2月 15日

最終完了 : 2007年 2月 23日

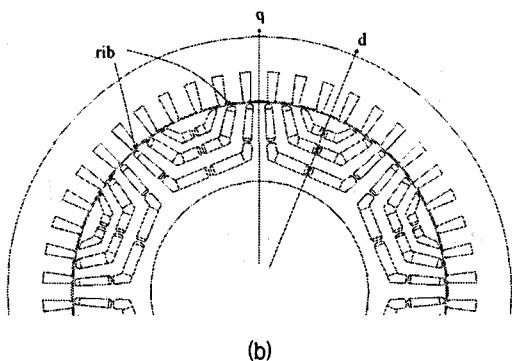


그림 1 예제로서 체택된 IPM형 전동기 (a) 스포크형(모델 A)  
(b) 자속장벽형 (모델 B)

Fig. 1 Schematic structure of two IPM motors. (a) Spoke type (model A) (b) Flux barrier type (model B)

## 2. 파라미터 추출 알고리즘

### 2.1 치형상 효과를 고려한 동기인덕턴스

본 논문에서는 공극에서 쇄교자속으로부터 구하는 방법을 개선시켜 다음과 같은 절차로 인덕턴스를 구하는 방법을 제안한다. 제안하는 방법은 비선형효과, 토크각 (여기서는 q축과 이루는 전류벡터의 각으로 정의)의 영향과 회전시에 생기는 치형상 효과가 모두 고려된다.

- 1) 특정각에서 토크각을 고려한 전류와 영구자석을 포함하여 비선형 정자장 문제로 푼다.
- 2) 이 상태에서 매 요소마다 비선형 수렴된 투자율을 고정 한다.
- 3) 자석을 제외하고 d축 전류만 성분만 훌린 후 위에서 고정된 투자율을 사용하여 선형해석을 한다.
- 4) 아래식과 같은 자계에너지로부터 d축 인덕턴스  $L_d$ 를 구한다.

$$L_d = \left( \int_V B^2 / \mu dv \right) / 2I_d^2 \quad (1)$$

- 여기서  $B$ 는 자속밀도,  $\mu$ 는 투자율,  $I_d$ 는 d축 전류이다. 또는 고정자 권선의 위치에 상관없이 회전자와 동상으로 동기 되서 돌아가는 가상의 d축 코일을 가정해볼 수 있다. 이러한 가상의 d축 코일에 대해 쇄교자속을 구하여 인덕턴스를 구할 수도 있다.
- 5) 전류를 q축 성분만 훌리고, 3)와 4)의  $L_d$  구하기와 유사한 과정으로 선형해석을 통해 q축 인덕턴스  $L_q$ 를 구한다.
  - 6) 회전자의 회전과 함께 전류도 동기 전진시킨 후, 1)로 다시 간다.

위의 방법은 자계포화, 치형상 효과, 크로스자화, 토크각 등이 모두 반영된 결과를 도출할 수 있게 되며, 고정자와 회전자의 상대적인 위치에 따른 프로파일 형태로도 값을 구해낼 수 있다.

### 2.2 역기전력상수의 비선형효과

전류가 공급되는 상태에서, 자석에 의한 역기전력의 포화

영향을 관찰하기 위해 인덕턴스를 계산하는 방법과 유사한 과정을 도입한다. 순서는 다음과 같다.

- 1) 특정각에서 토크각을 고려한 전류와 영구자석을 포함하여 비선형 정자장 문제로 푼다.
- 2) 이 상태에서 매 요소마다 비선형 수렴된 투자율을 고정 한다.
- 3) 스스로 전류를 제외하고 자석만을 고려하여 선형해석을 한다.
- 4) 역기전력을 구하기 위해 1상의 쇄교자속을 구한다.
- 5)  $\Delta\theta$  만큼 회전한 다음 1)로 다시 간다. 한 주기가 계산이 다 되었으면 6)으로 간다.
- 6) 전기각 360도 구간에서의 쇄교자속 프로파일을 구해내고, 이것으로부터 다음과 같이 미분하여 역기전력 파형을 구해낸다.

$$e_i = -\Delta\lambda_i / \Delta\theta \cdot \bar{\omega} = K_{e,i} \cdot \bar{\omega} \quad (2)$$

여기서  $i$ 는 각 회전스텝을 의미하고,  $\lambda_i$ 는 쇄교자속,  $K_{e,i}$ 는 각 스텝에서의 역기전력 상수,  $\bar{\omega}$ 는 각속도이다.

위에서 구한 역기전력 프로파일은 특정전류에 의한 프로파일이 되고, 이 프로파일로부터 1고조파 성분을 추출한 다음, 이 기본파 성분으로부터 역기전력 상수를 얻어낸다. 전류를 증가 시켜가면서 역기전력 상수를 구하게 되면, 전류에 의한 포화가 고려된 역기전력 상수의 변화를 관찰 할 수 있게 되는 것이다.

## 3. 결과 및 토론

그림 2에는 전류의 크기와 d-q축 전류에 따른 자속밀도 분포를 나타내었다. 그림 2(a)에는 자석과 최대부하에서의 전류를 인가한 상태에서의 자속밀도이고, 회전자 코어에서 비대칭적인 포화가 일어남을 관찰 할 수 있다. 포화가 심하게 진행된 오른쪽 에지영역(edge region)에서는 투자율이 왼쪽보다 작아졌음을 예상할 수 있다. 그림 2(b)는 고정된 투자율과 자석만에 의한 자속분포 인데, 에지영역에서 투자율 차이로 인한 약간의 비대칭이 일어남이 관찰 된다. 투자율이 높을 것으로 예상되는 왼쪽 부위가 예상대로 자속밀도가 높음을 알 수 있다. 그림 2(c)와 (d)에는 각각 q축과 d축 전류만을 인가한 상태에서의 자속분포를 나타낸다. 같은 q축 전류에 의한 분포라 하더라도, 회전자의 위치에 따라 공극과 코어에서의 자속밀도가 다르게 나타나고 있다. 이것은 d축에 대해서도 마찬가지이다.

참조하기 위해 IPM 전동기에서의 토크식을 적어 본다.

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} [\phi_{mag} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] \quad (3)$$

여기서,  $P$ 는 극의 개수,  $i_d$ 는 d축 전류,  $i_q$ 는 q축 전류,  $\phi_{mag}$ 는 자석에 의한 자속이다.

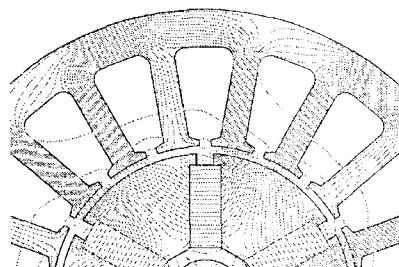
치형상이 반영된 인덕턴스의 프로파일을 그림 3에 모델 A와 모델 B에 대해 나타내었다. 모델A의 경우 회전자의 회전에 따라 d-q축 인덕턴스간의 차이값 ( $L_d - L_q$ )이 최소와 최대 간에 3배 정도의 큰 리플이 있음을 그림 3(a)를 통해 알 수 있으며, 이러한 이유로 자기모델에서는 반드시 여러 점에서 평균을 취하여 인덕턴스를 사용해야한다. 모델 B의

인덕턴스는 그림 3(b)에서 보듯이  $L_d$ 와  $L_q$ 의 값의 차이가 3.5배 정도의 차이를 보이며, 회전에 따른 인덕턴스 리플은 모델 A에 비해 상대적으로 작다. 이렇게 구한 인덕턴스 프로파일은 드라이버 내에서 (3)식을 통해 토크값으로 계산될 수 있다.

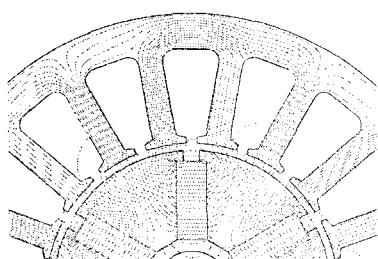
그림 4(a)에는 모델 A에 대해 최대부하와 무부하시의 역기전력 파형 계산 프로파일이다. 최대 부하시의 역기전력 파형은 전기자 반작용으로 인해 비대칭적인 분포를 보인다. 그림 4(b)에서, 전류가 증가함에 따라 자석과 포화가 되므로 역기전력 상수도 감소하는 경향을 보인다.

그림 5의 (a)와 (b)에는 모델 B의 시제작품에 의한 무부하시의 역기전력 실험파형과 계산파형을 각각 보여준다. 크기뿐만 아니라 파형의 모양도 거의 일치함을 알 수 있으며, 역기전력 계산의 정확성은 유한요소법의 일반적인 장점이라 할 수 있다.

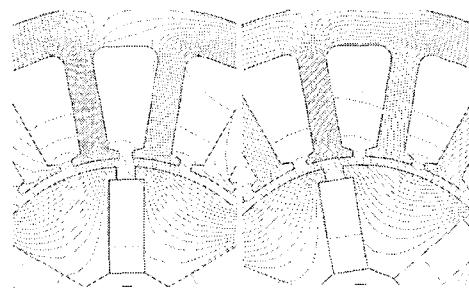
그림 6(a)에서, 전류가 증가함에 따라 역기전력 상수의 변화가 흥미로운데, 일정부분 증가하다가 250A 전류근처에서부터 약간 감소하는 경향을 띤다. 이러한 현상의 이유로는 다음과 같이 추정할 수 있다. 첫째, 본 그림은 토크각이 45도인 경우이므로 q축뿐만 아니라 d축 전류도 존재한다. -d축 방향 전류값에 의한 자속이, 자석에 의한 자속을 상쇄시키는 효과가 있으므로 코어 내의 포화를 완화시켜주는 효과를 생각할 수 있다. 이로 인해 자석에 의한 자속성분이 증가되는 양태를 보이는 것이다. 둘째, 회전자 요크속에 묻혀 있는 rib 부위와 같이 극도로 포화되는 부분이 있을 때 나타나는 현상으로서, 이 부위가 d축 전류에 의해 포화가 되면서 자석에 의한 자속의 누설이 줄어들게 되며, 이것이 역기전력 성분을 증가시키는 요인이 될 수 있을 것이다. 그림 6(b)에는 전류값을 71A로 고정하고 토크각에 따른 역기전력 상수 변화를 관찰하였는데, 토크각이 증가함에 따라 d축 전류가 커지게 되고 이로 인해 rib에서의 포화가 진행이 되어 그 부분에서의 투자율이 낮아지게 된다. 결국 rib에서 발생하는 자석에 의한 누설자속을 줄이게 됨으로 해서, 자석에 의한 자속이 토크각에 따라 증가하는 양상을 띠게 되는 것이다.



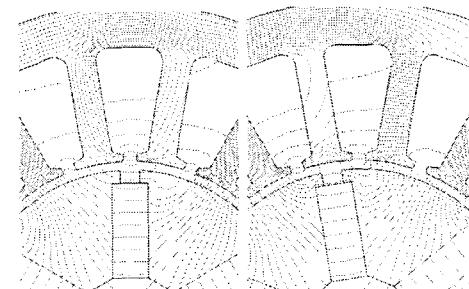
(a) 최대 부하시



(b) 고정된 투자율에 의한 자석의 자속



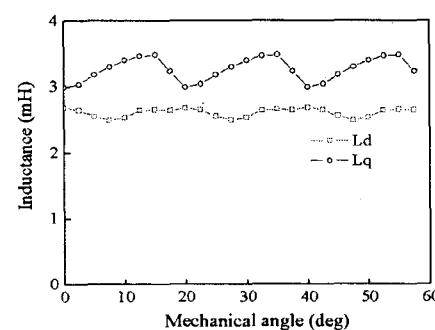
(c) 두 위치에서의 q축 전류에 의한 자속



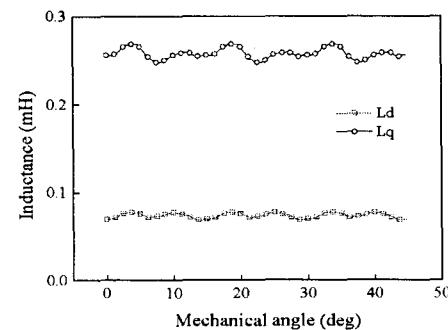
(d) 두 위치에서의 d축 전류에 의한 자속

그림 2 토크각 0°일 때의 모델 A의 여러 자속분포도

Fig. 2 Various components of flux patterns of Model A (a)  
At full loaded (b) By magnet only with fixed  
permeability (c) By q-axis current at two different  
positions (d) By d-axis current at two different  
positions



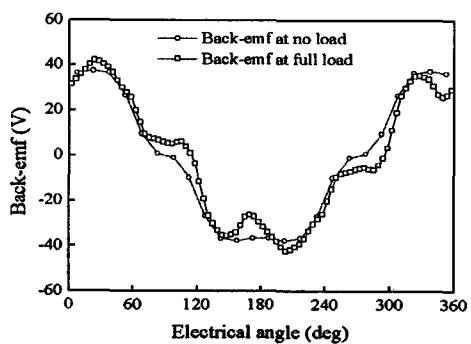
(a) 모델 A (토크각 = 0°)



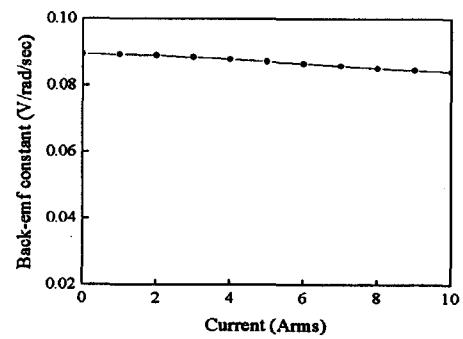
(b) 모델 B (토크각 = 55°)

그림 3 치형상효과가 반영된 동기 인덕턴스의 프로파일계산

Fig. 3 Synchronous inductance calculation (a) Model A  
(torque angle = 0°) (b) Model B (torque angle = 55°)



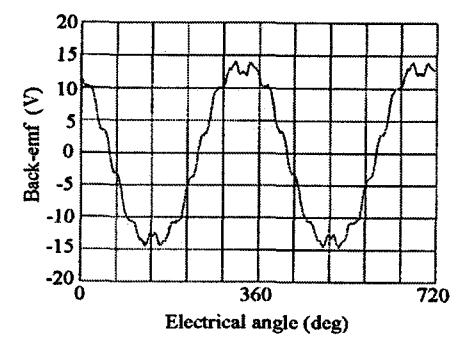
(a) 역기전력 프로파일 (토크각 = 0°)



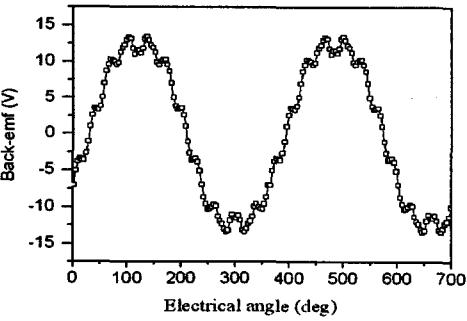
(b) 전류의 크기에 따른 역기전력 상수 변화 추이

그림 4 모델 A의 역기전력

Fig. 4 BEMF of model A (torque angle = 0°) (a) BEMF profile (b) BEMF constant's variation according to current



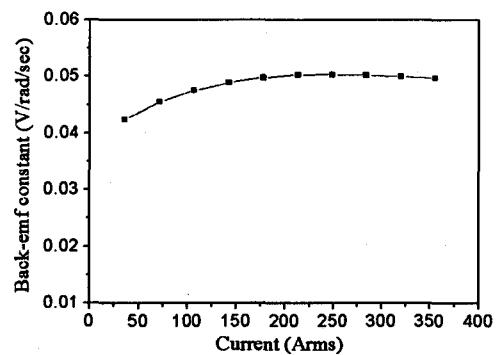
(a) 측정치



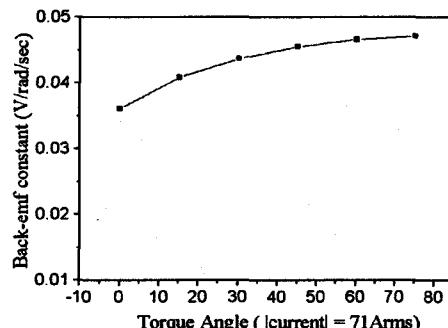
(b) 계산치

그림 5 무부하시의 모델 B의 역기전력 프로파일

Fig. 5 BEMF profile of model B at no load (a) By measurement (b) By calculation



(a) 전류에 따른 변화 (토크각 = 45°)



(b) 토크각에 따른 변화

그림 6 모델 B의 역기전력 상수의 변화

Fig. 6 BEMF constant's variation of model B (a) According to current (torque angle = 45°) (b) According to torque angle

#### 4. 결 론

본 논문에서는 스포크형의 IPM 전동기와 PMASynRM에 대해, 회전자의 회전에 따른 동기 인덕턴스 프로파일을 계산하여 치형상 효과를 관찰할 수 있었고, 포화에 따른 역기전력 상수의 의존현상을 관찰하였다.

치형상 효과에 의한 인덕턴스의 변화는 모델 A의 경우는 10~15% 정도이며, 특히 릴리펀스 토크발생의 원인이 되는 ( $L_d - L_q$ )는 최소와 최대값의 차이가 3배에 이르렀다. 이 것은 d와 q축에서 동기인덕턴스를 구할 때, 고정자와 회전자의 상대적인 위치에 따른 치형상 효과를 신중하게 고려하여야 한다는 것이고, 평균값을 취하여야 함을 의미한다.

역기전력 상수는 일반적으로 모든 경우에 대해 일정하다고 보았으나, 스포크 IPM형 전동기의 경우 전류가 증가할수록 역기전력 상수가 감소하지만, rib이 있는 PMASynRM의 경우는 오히려 역기전력상수가 증가할 수 있음을 보였다.

본 논문에서 제시한 정교한 파라미터 추출 기법은 시스템 회로 시뮬레이션이나 전동기 드라이버 설계시에 유용하게 활용될 수 있을 것으로 사료된다.

#### 감사의 글

“이 논문은 2004년도 한국학술진흥재단의 지원에  
의하여 연구되었음. (KRF-2004-206-D00019)”

## 참 고 문 헌

- [1] S. R. MacMinn and T. M. Jahns, "Control Techniques for Improved High-Speed Performance of Interior PM Synchronous motor Drivers," IEEE Trans. on Indus. Applic., Vol. IA-27, No. 4, Sep./Oct., pp. 997-1004, 1991.
- [2] N. Bianchi and S. Bolognani, "Magnetic models of saturated interior permanent magnet motors based on finite element analysis," Thirty-Third IEEE IAS Annual Meeting, Vol. 1, pp 27 - 34, Oct. 1998.
- [3] M. J. Kamper and A. F. Volsdhenk, "Effect of rotor dimensions and cross magnetization on  $L_d$  and  $L_q$  inductances of reluctance synchronous machine with cageless flux barrier rotor," IEE Proc. Electr. Power Appl., Vol. 141, No.4, pp.213 - 220, July 1994.
- [4] S. Morimoto, M. Sanada, and Y. Takeda, "Performance of PM-assisted synchronous reluctance motor for high-efficiency and wide constant-power operation," IEEE Trans. on Indus. Applic., Vol. 37, No. 5, pp. 1234 - 1240, Sep./Oct. 2001.
- [5] L. Chang, "An improved FE inductance calculation for electrical machines," IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 32, No. 4, pp. 3237 - 3245, July 1996.
- [6] G. Stumberger, B. Stumberger, D. Dolinar, and A. Hamler, "Cross magnetization effect on inductances of linear synchronous reluctance motor under load conditions," IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 37, pp. 3658 - 3662, Sep. 2001.

## 저 자 소 개



## 최 홍 순 (崔 鴻 淵)

1963년생. 1986년 서울대 전기공학과 졸업. 1988년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2000년 동 대학원 전기공학부 졸업(박사). 1988년-1994년 삼성전기/삼성SDS. 1995-1997 기초전력공학연구소 책임연구원. 1997년-2003 (주)코모텍 이사. 2003-현재 성균관대학교 정보통신공학부 연구교수. 주 관심분야 : 전동기 설계, 전자기력 이론, 전자기장 응용,  
Tel : 031-290-7177  
Fax : 031-290-7942  
E-mail : tochs@naver.com