
파일럿 패턴에 따른 OFDM 시스템의 성능 분석

최 승 국*

Performance Evaluation of OFDM Systems Dependent upon Pilot Patterns

Seung-kuk Choi*

이 논문은 인천대학교 2006년도 자체연구비 지원에 의하여 연구되었음

요 약

주파수 선택적 도플러 시변 채널 환경 하에서 파일럿 패턴에 따라 결정되는 OFDM 시스템의 비트 오류율 성능을 분석한다. 시변 채널 추정 에러로 인하여 비트 오류율 성능 열화가 발생된다. 이러한 성능 열화를 충분히 작게 하기 위하여 파일럿 심볼들은 주파수 축 상에서 5 부반송파 간격 이하로, 시간 축 상에서 6 OFDM 블록 간격 이하로 배치되어야 함을 알 수 있다.

ABSTRACT

I evaluate the BER performance of OFDM systems in frequency selective Doppler time variant fading channels, considering the pilot patterns for channel estimation. The performance of the systems is degraded due to channel estimation error. For the reduction of performance degradation in acceptable level, the optimum distance of pilot symbols in pilot pattern is 5 subcarriers in frequency domain and 6 OFDM block in time domain.

키워드

OFDM, 파일럿 패턴, 비트 오류율

I. 서 론

OFDM(orthogonal frequency division multiplexing) 방식에서는 전송될 데이터를 우선 N 개씩 블록화 한 후에 병렬화 시킨다. 이 병렬화 된 데이터를 서로 다른 주파수를 가지는 N 개의 직교 부반송파(subcarrier)로 변조시켜서 동시에 전송함으로써 전송 심볼의 주기를 원래 데이터의 주기보다 N 배 길어지게 한다. 따라서 고속 데이터 전송 시 다중경로에 의한 주파수 선택적 페이딩 때문에

발생되는 심볼 간 간섭 문제를 쉽게 해결할 수 있다[1]. 이러한 OFDM의 장점으로 인하여 고속의 데이터 전송에 적합하기 때문에 OFDM 방식은 휴대 인터넷의 표준 전송방식으로 채택되었다[2].

그러나 심볼의 길이가 길어지므로 단말기가 이동할 때 발생하는 도플러(Doppler) 페이딩에 의한 시변(time variant) 채널에 취약하다[3]. 도플러 페이딩에 의하여 OFDM 부반송파 신호들 간에 인접 부반송파 간섭(ICI: inter carrier interference)을 발생시킨다. 송신 심볼이 주

파수 선택적 Rayleigh 다중 경로 채널을 통하여 전송될 때 그 크기 및 위상이 변화되어 정상도상에 변화가 생긴다. 이러한 정상도를 원래의 정확한 모습으로 복원하기 위한 채널 추정 방식으로 파일릿 심볼을 이용한 방식 (PSAM: pilot symbol assisted modulation)이 고안되어 현재 시스템에 사용되고 있다[2, 3]. PSAM 방식은 정보 심볼 이외에 크기와 위상이 알려진 심볼을 추가로 삽입하여 전송하는 방식으로, 수신단에서는 채널을 통하여 전송되어 온 파일릿 심볼들의 크기 및 위상 변화로부터 채널의 상태를 추정하고 이 추정 값을 이용하여 정보 심볼의 크기 및 위상을 등화(equalization)시키는 방식이다. 그러나 주파수 선택적 시변 채널 환경 하에서 PSAM을 이용한 OFDM 시스템에서 파일릿 심볼의 패턴을 고려한 데이터 비트 오류율(BER: bit error rate)에 대한 연구는 아직 충분히 이루어지지 않았다[4]. 그러므로 본 논문에서는 광대역 주파수 선택적 시변 채널 하에서 PSAM을 고려한 16-QAM(quadrature amplitude modulation) OFDM의 비트 오류율을 분석한다.

II. OFDM 전송시스템

그림 1의 OFDM 기저대역(baseband) 전송 시스템의 구성도에서와 같이 데이터는 QAM 심볼로 매핑 되어 주파수 \$T_s\$인 소스 심볼로 변환된 후, 직·병렬 변환기(S/P)를 거쳐 \$N\$개의 부반송파로 각각 변조된다. 소스 심볼들은 \$N\$개씩 블록화 된 후 병렬화 되므로 블록의 길이는 \$T = NT_s\$가 된다. 그림 1의 변조기(modulator) 출력에 나타나는 한 블록 소스 심볼들이 OFDM 변조된 신호 \$x_m(t)\$의 모양은 다음 식(1)과 같다[1].

$$x_m(t) = g_T(t) \sum_{k=0}^{N-1} [a(k) \cos(2\pi(f_n + f_k)t) - b(k) \sin(2\pi(f_n + f_k)t)] \quad (1)$$

이 때 \$f_n\$은 변조 주파수이고 \$f_k = k\Delta f\$ 이며 각 부반송파 간의 주파수 간격 \$\Delta f\$ 가 \$1/T\$일 때 각 부반송파는 서로 직교성이 있다. 식 (1)에서 \$a(k) + jb(k) = X_q(k)\$는 QAM encoder 출력에 나타나는 심볼의 정상도를 나타내며, \$a(k)\$는 \$k\$번째 심볼의 I성분, \$b(k)\$는 Q성분을 나

타낸다. 이 OFDM 변조된 신호 \$x_m(t)\$의 복소 포락선 (complex envelope)이 \$t = nT_s\$ 때마다 샘플링 된 신호 \$x_q(n)\$은 다음 식과 같다.

$$x_q(n) = (1/\sqrt{N}) \sum_{k=0}^{N-1} X_q(k) \exp(j\frac{2\pi kn}{N}) \quad (2)$$

(2)는 \$X_q(k)\$의 이산 역 Fourier 변환의 모양이다. 그러므로 OFDM 변조를 그림 1의 송신기에서와 같이 소스 심볼을 IFFT (inverse fast fourier transform)한 후, 아날로그 신호로 변환(D/A)시킨 다음 RF(radio frequency) 변조시키는 방법으로 간단하게 실현시킬 수 있다[1].

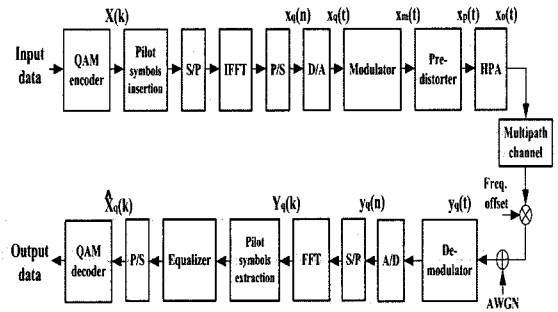


그림 1. OFDM 전송 시스템 구성도.
Fig. 1. Block diagram of OFDM system

송신기 출력 신호 \$x_0(t)\$는 전송 도중에 다중경로에 의해 주파수 선택적 페이딩이 발생된다. 또한 AWGN 잡음이 추가되며 도플러 영향으로 인하여 채널의 특성이 한 OFDM 블록 \$T\$ 시간 내에서도 변화 된다. \$J\$개의 다중 경로로 인한 수신 신호의 이산 복소 포락선 \$y_m(n)\$은 다음과 같다.

$$y_m(n) = \sum_{j=0}^{J-1} h(n, j) x_e(n-j) \quad (3)$$

위 식에서 \$h(n, j)\$는 이산시간 \$n\$ 때의 채널응답이다. 이 채널응답은 복소 가우스 불규칙 변수이며, 그 크기는 Rayleigh pdf(probability density function)를, 위상은 0에서 \$2\pi\$까지의 균일 분포를 가진다. 대역 통과

AWGN 잡음 $w(t)$ 의 영향까지 고려할 때, 수신 신호의 복소 포락선 $y_q(t)$ 가 $t = nT_s$ 때마다 샘플링 된 이산 복소 포락선 $y_q(n)$ 은 다음과 같다.

$$y_q(n) = y_m(n) + w(n) \quad (4)$$

이 때 $w(n)$ 은 대역 통과된 AWGN 잡음에 의한 복소 변수이다. 그러면 N 개의 $y_q(n)$ 을 FFT하여 $Y_q(k)$ 를 구할 수 있다.

$$Y_q(k) = \sum_{n=0}^{N-1} y_q(n) \exp(-j2\pi kn/N) \quad (5)$$

$$= \alpha(k) + \beta(k) + W(k)$$

위 식 (5)에서 $\alpha(k)$ 는 k 번째 부반송파에 대한 시간 T 동안의 평균 채널 전달함수이고 $\beta(k)$ 는 시변채널에 의한 ICI 성분이며 $W(k)$ 는 $w(n)$ 의 FFT이다[3]. 그러므로 송신 심볼 $X_q(k)$ 가 k 번째 부반송파를 통하여 전송되면서 도플러 다중 경로 주파수 선택적 페이딩 및 AWGN의 영향을 받아서 그 크기와 위상에 변화가 생긴 $Y_q(k)$ 로 수신단에서 재생된다. 따라서 $Y_q(k)$ 는 각 부반송파의 전달 함수 $H(k)$ 로 추정된 채널 전달 함수 $\hat{H}(k)$ 의 역과 곱해져서 등화 된다.

$$\hat{X}_q(k) = Y_q(k) / \hat{H}(k) \quad (6)$$

최종적으로 $\hat{X}_q(k)$ 가 애초에 송신된 $X_q(k)$ 와 같은 성상도 내에 속하는가의 여부에 따라 데이터 BER이 결정된다. 이 때 송신단에서 정보 심볼 이외에 크기와 위상이 알려진 파일럿 심볼 $P(k)$ 를 추가로 삽입하여 전송하며, 채널을 통하여 전송되어 온 이 혼련 신호가 FFT되어 재생된 $\hat{P}(k)$ 로부터 채널의 전달 함수를 다음 식 (7)과 같이 추정한다(LS 채널 추정 방식).

$$\hat{H}_{LS}(k) = \hat{P}(k) / P(k) \quad (7)$$

여기서 LMMSE 추정 방식을 이용하면 LS 방식으로 추정된 채널 추정 벡터 \hat{H}_{LS} 로부터 AWGN에 대해 더욱

정확한 채널 추정을 할 수 있다. LMMSE 추정 채널 벡터 \hat{H}_{LMMSE} 은 다음과 같은 관계식을 이용하여 구할 수 있다[1].

$$\hat{H}_{LMMSE} = \mathbf{R}_{HH} (\mathbf{R}_{HH} + \sigma_w^2 E\{|1/P_k|^2\} \mathbf{I})^{-1} \hat{H}_{LS} \quad (8)$$

이 때 $\mathbf{R}_{HH} = E\{\mathbf{H}\mathbf{H}^H\}$ 는 채널 전달 함수의 자기 상관 행렬이고 $(\cdot)^H$ 는 Hermitian 변환을, 그리고 \mathbf{I} 는 단위행렬을 나타낸다. 파일럿 심볼들이 1과 -1로 이루어져 있으면 $E\{|1/P_k|^2\} = 1$ 이 된다. LMMSE 방식으로 추정을 하기 위해서는 식 (8)에서 채널의 \mathbf{R}_{HH} 와 AWGN의 분산 σ_w^2 을 알 수 있어야 하는 문제가 있다. 그런데 충분히 크기가 작은 임의의 σ_w^2 을 선택한 다음 식 (8)을 이용하여 \hat{H}_{LMMSE} 를 구하여도, 실제의 정확한 σ_w^2 값을 사용하는 경우의 채널 추정 값과 그 오차가 크지 않다[1]. 그러므로 $\sigma_w^2 = 10^{-4}$ 의 고정된 값을 선택하여 채널을 추정하고 \mathbf{R}_{HH} 는 파일럿 심볼을 이용하여 추정한다.

III. OFDM 시스템의 BER 성능 분석

휴대 인터넷을 위한 TTA phase I 표준에 의하면 FFT의 크기는 $N = 1024$ 이며 채널의 대역폭은 $10MHz$ 이다 [2]. 따라서 부반송파 간격 $\Delta f = 9.766kHz$ 이며 샘플링 주파수는 $10MHz$ 이다. 보호구간은 $12.8\mu s$ 로 선정되었고 보호구간을 포함한 한 OFDM 블록의 시간간격이는 $115.2\mu s$ 이다. 반송파 주파수가 $2.3GHz$ 이며 단말기가 $60km/h$ 로 이동하면 최대 도플러 주파수 f_m 은 약 $130Hz$ 가 된다. 그림 1에서의 OFDM 전송 시스템 구성도에서와 같이 입력 데이터는 Gray 코드를 이용하여 16 QAM 심볼로 매핑 된다. 이 심볼들은 OFDM 변조되어 다중 경로 채널을 통하여 전송된다. TTA에서는 매크로 셀 (macro cell) 크기를 반경 $1km$ 로 비교적 작게 규정하고 있다. 그러므로 본 논문에서는 최대 지연 시간이 $2\mu s$ 이고 rms 지연 시간 τ_{rms} 가 $0.4\mu s$ 인 5탭(tap) 전력 지연 프로파일(power delay profile)을 가지는 채널 모델을 선택

한다(표 1).

시변 주파수 선택적 채널응답 $h(n, j)$ 는 시간과 주파수 영역에서 페이딩을 겪는다. 그러므로 채널 추정기(estimator)에서는 각 OFDM 블록 시간마다 모든 부반송파들의 채널전달함수를 추정한다. 보통 그림 2와 같은 파일럿 심볼 패턴을 이용하여 이러한 2차원적인 채널 추정을 수행한다[2]. 그림 2에서 매 OFDM 블록 시간 때마다 K번째 부반송파들에 파일럿 심볼들이 전송된다. 그러면 수신기에서 먼저 각 K번째 부반송파 전달함수들이 식 (8)의 LMMSE 방법으로 추정된다. 나머지 부반송파 전달함수들은 선형 보간법(linear interpolation)으로 매 K번째마다 추정된 부반송파 전달함수들로부터 모두 구해진다. 그 다음 P+1 번째 OFDM 블록 신호 때에만 파일럿 심볼이 전송되며 위와 같은 방법으로 그 P+1 번째 OFDM 부반송파 전달함수가 역시 구해진다. 그 사이 시간에 존재하는 P-1개 OFDM 블록에 대한 부반송파 전달함수는 구해진 두 쌍의 부반

표 1. 채널 모델
Table 1. Channel model

탭수	1	2	3	4	5
지연 (μs)	0	0.2	0.6	1.0	2.0
탭 위치	0	2	6	10	20
전력	0.568	0.239	0.095	0.061	0.037

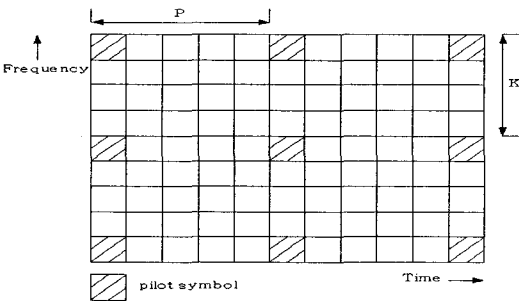


그림 2. 파일럿 패턴
Fig. 2. Pilot pattern

송파 전달함수의 선형 보간에 의한 방법으로 모두 구해진다. 도플러 시변, 주파수 선택적 채널에서 채널은 WSS 복소 가우시안 랜덤 프로세스(wide sense stationary complex Gaussian process)로 모델링될 수 있다[3]. 그리

면 시간 간격 Δk 와 주파수 간격 Δp 에 대한 채널 전달함수 $H(k)$ 의 상관함수(correlation function) $R_H(\Delta k, \Delta p)$ 는 다음 식 (9)와 같다[4].

$$R_H(\Delta k, \Delta p) = R_f(\Delta k) R_t(\Delta p) \tag{9}$$

이때 k 와 p 는 부반송파 순서 및 OFDM 신호 순서이며, $R_f(\Delta k)$ 와 $R_t(\Delta p)$ 는 각각 주파수 및 시간 영역에서의 채널 상관함수이다. 식 (9)에서와 같이 시간 영역의 상관함수와 주파수 영역의 상관함수는 서로 독립적이다. $R_f(\Delta k)$ 는 다중경로 채널지연에 의하여 결정되고 $R_t(\Delta p)$ 는 도플러 주파수에 의하여 결정된다. 지수함수적으로 감소되는 전력지연 프로파일인 경우에 $R_f(\Delta k)$ 는 다음 식 (10)과 같다[4].

$$R_f(\Delta k) = \frac{1}{1 + j2\pi\tau_{rms}k/T_s} \tag{10}$$

이 경우 주파수 영역에서 채널의 coherence bandwidth $f_{coh} = 1/(2\pi\tau_{rms})$ 가 된다[4]. 휴대인터넷의 경우 $f_{coh} \approx 159$ kHz가 되어 반송파주파수 간격 $\Delta f = 9.766$ kHz의 16 배 정도가 된다. 한편 도플러 시변채널에서의 상관함수 $R_t(\Delta p)$ 는 다음 식 (11)과 같다[3].

$$R_t(\Delta p) = J_0(2\pi f_m p T_s) \tag{11}$$

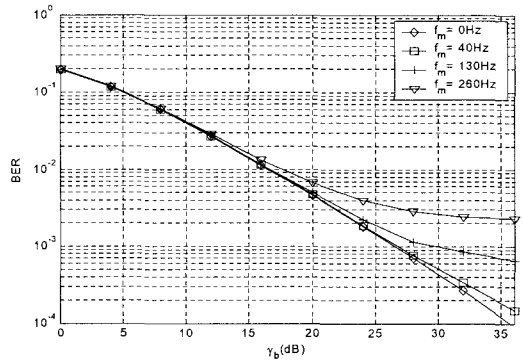
이때 $J_0(x)$ 는 0차 1종 Bessel 함수이다. 그러므로 시간 영역에서 $R_t(\Delta p) = 1/2$ 되는 채널의 coherence time t_{coh} 은 $f_m = 130$ Hz인 경우 $612 \mu s$ 가 되며, OFDM 블록 시간간격 $115 \mu s$ 보다 5.3 배 정도의 크기를 갖는다. 따라서 휴대인터넷의 경우에는 그림 2의 파일럿 패턴에서 주파수 간격 K 는 16 보다 작게, 시간간격 P 는 5.3 보다 작게 선정되어야 성능이 우수한 채널추정을 할 수 있을 것이다. 본 논문에서 K 와 P 값에 따른 OFDM 시스템의 BER 성능을 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 방법으로 분석한다. 그림 1의 OFDM 시스템에 대한 각 블록별 입출력 변환과정이 표시된 식 (1) - (8)을 이용하여 시뮬레이션을 수행한다. 먼저 시변 채널에 의한 영향이 작게 P 값을 2로 선정한다. 이 경우 그림 2에서 한번은 파일럿 심볼이 매 K 번째 부반송파에 할당된 OFDM 신호가 그다음 시간에는

모두 데이터가 할당된 OFDM 신호가 번갈아 전송된다.

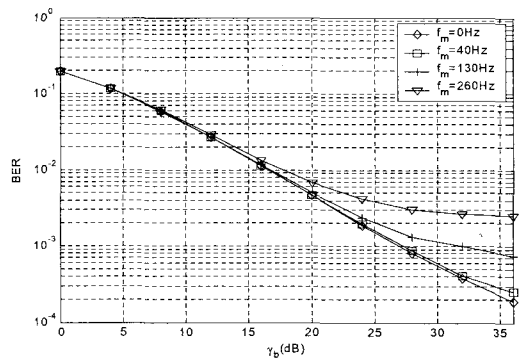
그림 3에 P를 2로 고정하고 K 값을 1, 5, 6 으로 변화시킬 때의 OFDM 시스템 BER 특성이 도시되었다. P가 2이고 K가 1인 경우에는 모든 부반송파들에 1, -1, 1, 1, -1, 모양의 파일럿 심볼이 할당된 경우이다. 그러므로 이 경우에는 주파수 및 시간영역에서 모두 우수한 채널 추정 가능성이 가능하며, 그림 3(a)에서와 같이 우수한 BER 성능을 보인다. 그림 3에서 $\bar{\gamma}_b = \Omega E_b / N_0$ 인데, 이때 E_b 는 한 데이터 비트 당 신호의 평균 에너지이고 N_0 는 AWGN의 전력 스펙트럼 밀도이며 Ω 는 전송 채널의 평균 페이딩 전력이다. 그림 3(a)에서 f_m 이 큰 경우에는 도플러 페이딩에 의하여 error floor가 발생된다. P를 2로 하고 K를 5, 6으로 증가시키면 주파수영역에서의 추정에러로 인하여 모든 f_m 경우에 대하여 BER 성능 열화가 발생된다. 그림 3에서 BER 성능 열화를 작게 하기 위하여는 K 값을 5 이하로 선정하여야 함을 알 수 있다.

그림 4는 K를 1로 고정하여 주파수영역에서 우수한 채널추정을 가능하게 한 다음, P를 6, 7로 변화시킬 때의 BER 성능이 도시되었다. 그림 4에서 TTA 휴대인터넷 경우인 $f_m = 130 \text{ Hz}$ 일 때 P를 6 이하로 선정하여야 시간영역에서의 추정에러를 작게 할 수 있음을 알 수 있다.

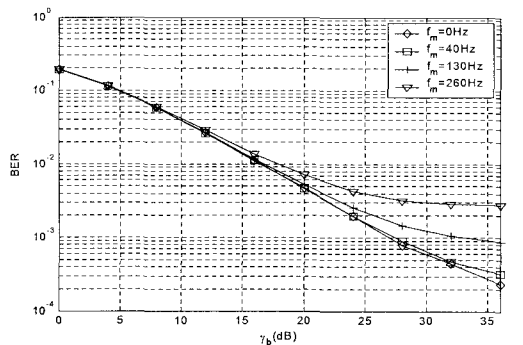
그림 5는 P=6, K=5 인 경우의 BER 특성이다. K=5로 서로 동일하고 P값만 서로 다른 경우인 그림 5와 그림 3(b)을 비교하여 보면 f_m 이 큰 시변채널인 경우에만 BER 성능이 서로 다르고 f_m 이 작은 경우에는 BER 성능이 서로 유사하다. 또한 K=5, P=6인 경우의 그림 5를 그림 4(a) (K=1, P=6) 경우와 비교하여 보면 f_m 이 큰 시변채널인 경우 서로 유사한 BER 성능열화를 보이는 것을 알 수 있다. 그러므로 식 (9)에서의 의미와 같이 시변채널에 의한 채널추정에러는 주로 P의 크기에 의해서, 주파수영역에서의 채널추정에러는 주로 K의 크기에 의해서 서로 독립적으로 결정되는 것을 확인할 수 있다.



(a)



(b)



(c)

그림 3. 파일럿 패턴의 P값이 2인 경우의 OFDM BER 성능((a) K=1, (b) K=5, (c) K=6)

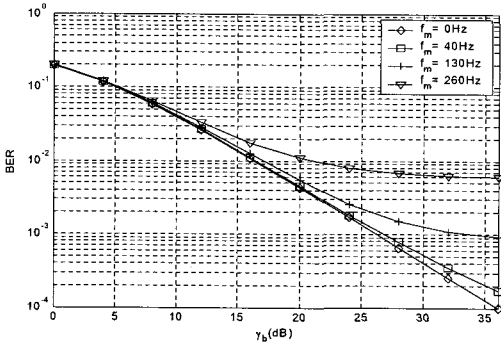
Fig. 3. BER of OFDM system with P=2 pilot pattern((a) K=1, (b) K=5, (c) K=6)

V. 결 론

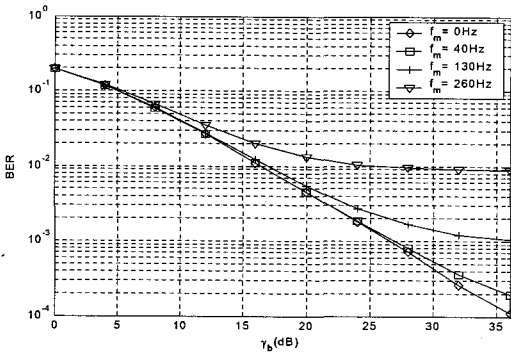
주파수 선택적 시변 채널 환경 하에서 파일럿 패턴에 따라 결정되는 OFDM 시스템의 BER 성능을 분석하였다. 이러한 성능을 평가하기 위해서 우선 데이터가 OFDM 변조, 주파수 선택적 Rayleigh 도플러 시변 페이딩 채널, OFDM 복조, 채널 추정, 등화 되는 모든 과정에 대하여 각 시스템 블록마다 채널 추정 오차를 고려하여 그 입·출력 신호 변환 과정을 이산 복소 포락선 함수들로 표현 하였다. 이 수식들을 이용하고 TTA가 정한 휴대인터넷 표준안에 따라 파라미터를 정하고 파일럿 패턴을 변화시키면서 컴퓨터 모의실험에 의하여 시스템의 BER 성능을 분석하였다. 분석 결과, 파일럿 패턴에서 파일럿 심볼들을 주파수축 상에서 5 부반송파 간격 이하로, 시간축 상에서 6 OFDM 블록 간격 이하로 배치하면 채널 추정 에러로 인한 BER 성능 열화를 작게 할 수 있음을 알 수 있었다.

참고문헌

- [1] O. Edfors, M. Sandell, J. J. van de Beek, S. K. Wilson, and P. O. Börjesson, "OFDM channel estimation by singular value decomposition," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, no. 7, pp. 931-938, Jul. 1998
- [2] TTA 2.3GHz Portable Internet Project Group, "2.3GHz Portable Internet(WiBro) Overview," May 10 2004.
- [3] M. Russell and G.L. Stüber, "Interchannel interference analysis of OFDM in a mobile environment," *Proc. IEEE VTC'95*, Chicago, IL, pp.820-824 July 1995.
- [4] Y.S. Choi, P.J. Voltz, and F.A. Cassara, "On channel estimation and detection for multicarrier signals in fast and selective Rayleigh fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 8, pp. 1375-1387, Aug. 2001.



(a)



(b)

그림 4. 파일럿 패턴의 K값이 1인 경우의 OFDM BER 성능((a) P=6, (b) P=7)

Fig. 4. BER of OFDM system with K=1 pilot pattern((a) P=6, (b) P=7)

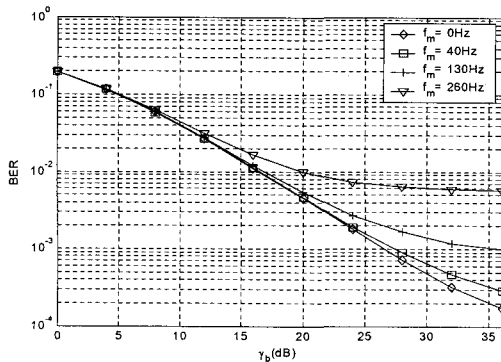


그림 5. 파일럿 패턴의 P=6 이고 K=5인 경우의 OFDM BER 성능

Fig.5 BER of OFDM system with P=6 and K=5 pilot pattern

저자소개



최 승 국(Seung-Kuk Choi)

1988. 12 Braunschweig Univ.

공학박사

1989. 3-현재: 인천대학교 정보통신공

학과 교수

※관심분야: 통신시스템, 이동통신, 동기