

피라미드 형태의 적재장 최적 설계

박퇴경[†] · 김갑환

부산대학교 산업공학과

Designing Stacking Facilities of Pyramid Type

Twae Kyung Park · Kap Hwan Kim

Department of Industrial Engineering, Pusan National University, Busan 609-735

This paper proposes a method for designing stacking warehouses of pyramid type which can be found in storage rooms for steel coils, paper rolls, and drums for oils. Formulas were derived for estimating the expected travel time of cranes and the expected time for rehandling activities. Based on the derived formulas, this study derives the cost function for determining the optimal numbers of rows, bays, tiers of stacks under the condition that the requirement for storage space is satisfied. Numerical examples were given.

Keywords: Rehandling, Warehouse, Design

1. 서론

최근 급격하게 증가하고 있는 물류의 흐름으로 인해 유닛 로드(Unit load)의 처리를 위한 저장시설의 확충과 시설 장비의 처리 생산성 향상 등을 통해서 늘어난 물류의 수요에 대처하려고 하고 있다. 그러나 공간부족의 문제와 자금 부족 등의 문제로 인해 시설 확충의 어려움을 겪고 있는 형편이다 따라서 대부분의 적재장에서는 적재층을 높여서 공간부족을 해결하려고 하나 적재층이 높아지면 필연적으로 재취급(Rehandling)이 발생되며, 이 재취급 문제는 창고의 취급 효율을 결정짓는 중요한 문제이다.

재취급은 인출될 유닛 로드의 상단이나 앞에 쌓여 있어서 인출을 위해 필수적으로 취급해야만 하는 유닛 로드의 취급을 말한다. 적재장에서 적재능력을 향상시키기 위해서는 적재층을 높임으로써 공간의 이용률은 높이고 비용을 최소화시키려 한다. 그러나 적재층이 높아지게 되면 운반차량이 특정 대상 유닛 로드 인출 요구시 취급장비가 해당 유닛 로드를 인출하기 위하여 필요한 재취급 소요 시간은 늘어나게 된다. 적재장의 적재 효율을 높이고 취급장비의 생산성을 향상시키기 위해서는 적재층을 적정하게 운영할 필요가 있다. 이러한 운영의

합리화는 적재장 내에서 발생하는 취급 작업들의 특성을 파악하고, 가능한 영향을 주는 비용을 반영하여 창고를 설계함으로써 달성될 수 있다.

본 연구에서는 문제의 규모를 줄이기 위해서 피라미드 형태의 적재장에 한하여 설계 문제를 다루었고, 사례 연구에서는 피라미드 적재장의 대표적인 예인 코일을 저장하는 적재장을 대상으로 하였다.

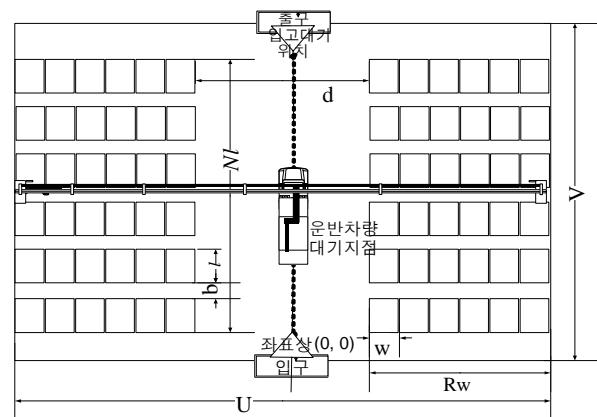


Figure 1. 피라미드 적재장의 배치(평면도)

본 연구에 참여한 연구자의 일부는 『2단계 BK21 사업』의 지원비를 받았다.

[†] 연락저자 : 박퇴경, 609-735 부산광역시 금정구 장전동 산 30번지, 부산대학교 산업공학과, Tel : 051-510-2419, Fax : 051-512-7603,

E-mail : tkpark@sammicomputer.co.kr

2006년 07월 접수; 2006년 10월 수정본 접수; 2006년 10월 게재 확정.

<Figure 1>은 일반적인 피라미드 형태의 적재장 중에서 대표격이 되는 코일 적재장의 평면도를 보여 주고 있다. 각 작업장에서는 입구를 통하여 운반차량이 진입을 하게 되고, 진입된 운반차량은 인출할 대상 유닛 로드 옆에 정차를 하게 되며, 취급장비는 인출 대상 유닛 로드를 인출하여 운반차량에 실으면 운반차량은 출구를 통하여 목적지로 출발하는 형태로 작업이 진행된다.

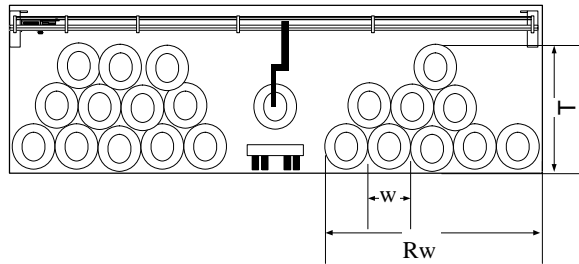


Figure 2. 피라미드 적재장의 배치정면도

<Figure 2>는 피라미드 적재장의 정면도를 보여주고 있다. 피라미드 적재 형태를 보여 주며, 피라미드 적재 형태에서 취급장비가 인출대상 유닛 로드를 인출하여 운반차량에 실는 모습을 보여 주고 있다.

적재장 내 운영에 관한 연구들 중에서 재취급을 고려한 디자인 연구들은 많지 않지만 몇 가지 연구들을 살펴보면 다음과 같다.

Bassan *et al.*(1980)는 고단적 랙(Rack)이 배치된 적재장에 대해서 랙의 레이아웃에 대해서 논의하였고, 랙의 개수와 사양을 결정하는 방법을 제시하였다. Larson and Odoni(1981)의 제안된 방법은 평면과 선에서 불규칙적으로 생성되는 두 개 점 사이의 기대 거리를 확률적인 분포를 이용하여 유도하였다. Bozer and White(1984)는 저장 위치를 무작위 저장 규칙(randomized storage policy)에 의해 결정된다는 조건에서 AS/RS에 있어서의 단위 유닛 로드 기대 취급 시간을 유도하였다. Foley and Frazelle(1991)은 Miniload AS/RS에 있어서의 dual command 처리 소요 시간을 분석하였다. Hall(1993)은 긴 저장 통로를 가진 적재장에서 작업자에 의한 오더피킹 동안에 기대 운행 거리를 추정하였다. Eynan and Rosenblatt(1994)는 분류 저장 정책(class-based storage policy)에 대하여 AS/RS의 취급 시간을 분석하였다. Bozer and White(1990)는 Miniload AS/RS에서 주어진 처리능력을 만족시키는 통로의 개수와 랙의 사양을 결정하는 문제를 다루었다. Castilho and Daganzo (1993)는 컨테이너터미널에서 수입 컨테이너의 장치장 운영 문제에 대해 기술하고 있다. 이 논문은 컨테이너가 무작위로 쌓여 있는 베이로부터 빼어 낼 때 기대되는 취급 횟수를 추정하는 수식을 유도하였다. 이 논문에서는 분석적인 방법보다는 시뮬레이션으로 가능한 전략을 평가하는 방법을 활용하였다. Kim(1997)은 저장물 야드 내에서 하나의 컨테이너를 처리하는데 예상되는 재취급의 수와 초기에 베이의 장치현황이 주어진 경우의

총 재취급 기대횟수를 평가하는 방법론을 제시하였다. Avriel, *et al.*(1998)은 선박 내 컨테이너 적재계획을 다루면서 재취급 작업에 대해 분석하고 있다. 이 논문에서는 단지 안정성이나 다른 제약은 고려하지 않고 재취급 횟수만을 고려하여 적재계획의 최적 해를 찾을 수 있는 간단한 이진 선형 모형을 제시하였다. Kim and Kim(1999, 2002)은 수입 장치장을 운영하는데 특징적으로 나타나는 재취급 작업을 분석하고, 이것을 수입 장치장 운영과 관련된 의사결정에 포함해 다루었다. 연구 내용은 장비 대수 및 공간 크기를 결정하는 부분(Kim and Kim, 1999)과 공간 할당에 대한 부분(Kim and Kim, 2002)으로 크게 나누어진다. 저장시설의 운영에 관한 연구 중 재취급에 관한 연구는 그 중요성에 비하여 연구가 그다지 많지 않은 실정이고, 피라미드 형태 적재장의 디자인에 대한 연구는 이제까지 없었다.

제 2장에서는 본 논문에서 사용 될 가정과 사용되는 피라미드 형태의 적재장에서 입고, 인출시에 취급 소요 시간을 분석하여 취급장비의 입고, 인출, 재취급에 대한 각각의 평균 이동 시간을 식으로 유도하고, 제 3장에서는 유도된 식을 이용하여 적재장에서 사용되는 비용을 식으로 유도한다. 제 4장에서는 제 3장에서 유도된 비용 분석의 식을 이용하여 최하층 열의 수, 베이 수, 층의 수를 변화시켜 가면서 가로와 세로의 최적의 공간크기를 구한다. 끝으로 제 5장에서는 결과를 요약하고 앞으로 연구 계획에 대하여 기술한다.

2. 취급소요 시간 분석

이 장에서는 적재장에서 발생하는 여러가지 취급 작업의 기대 소요 시간을 추정하였다. 본 연구에서 사용되는 가정은 다음과 같다.

- (1) 유닛 로드는 바닥에 저장한다. 유닛 로드는 위에서 아래로 접근할 수 있는 크레인으로 인출을 한다.
- (2) 통로는 운반차량의 진입이 요구되기 때문에 운반차량이 들어갈 수 있는 폭이 확보 되어야 하고, 유닛 로드와 유닛 로드 사이에는 취급장비가 들어 갈 수 있는 공간이 있어야 한다.
- (3) 유닛 로드의 입고시 유닛 로드의 대기 위치는<Figure 1>에서 나타나는 바와 같이 운반차량 통로의 상단 끝의 중앙에 위치를 한다.
- (4) 유닛 로드 인출시에는 운반차량은<Figure 1>과 같이 운반차량 통로의 하단 출입구로 들어가서 반대편 통로의 중앙으로 나간다.
- (5) 타 운반차량에 대한 상차 작업이 진행 중에 다른 운반차량이 도착하여 발생하는 차량의 서비스 대기는 없다. 이 대기 시간은 대기열에 관한 분석을 필요로 하며, 본 연구의 범위를 넘어선다. 하나의 운반차량은 1개의 유닛 로드만 실을 수 있고, 운반 차량은 인출 대상의 유닛 로드와 같은 열에

대기하며, 운반차량의 대기지점은<Figure 1>과 같다.

- (6) 취급장비는 작업이 끝나는 지점에서 머물고, 다음 차량이 도착한 후 다음 작업이 시작하는 곳으로 이동한다 취급장비는 1대로 운영하며, 한 번에 유닛 로드를 1개만 취급할 수 있다.
- (7) 인출대상의 유닛 로드를 처리하기 위하여 발생하는 재취급의 유닛 로드는 같은 열의 임의의 장소로 옮기며 통로를 넘어가서 저장되지는 않는다.
- (8) 유닛 로드의 적재 모양은 일정 형태로 유지한다는 가정에서 재취급의 기대횟수를 산출하였다. 즉 단위 시간당 입고와 출고가 일정하게 유지된다.

본 연구에서 사용되는 기호는 다음과 같다

- w : 유닛 로드의 폭
- l : 유닛 로드의 길이에 유닛 로드와 유닛 로드사이의 폭(b)을 더한 값
- b : 유닛 로드와 유닛 로드 사이의 폭
- d : 운반차량 통로의 폭
- v_t : 운반차량의 속도
- v_x : 취급장비의 트롤리 속도
- v_y : 취급장비의 갠트리 속도
- t_x : 취급장비의 트롤리의 원점에서 한쪽 방향으로 끝 지점까지 트롤리 이동시간
- t_y : 취급장비의 갠트리의 원점에서 반대편 끝 지점까지 갠트리 이동시간
- U : 적재장의 가로 길이
- V : 적재장의 세로 길이
- R : 유닛 로드의 가로축(최하층 열)의 수
- T : 적재층의 수
- N : 유닛 로드의 세로 방향의 베이 수

<Figure 1>에서 보면 취급장비는 천장에서 전후, 좌우로 이동할 수 있고, 좌우 양쪽으로 유닛 로드가 적재된다. b 의 공간은 취급장비가 유닛 로드를 권상 하기 위하여 필요한 공간이고, d 는 운반차량이 움직이기 위한 통로이다 최하층 열의 수 R , 유닛 로드의 폭이 w , 적재층의 수는 T , 베이의 수가 N , 유닛 로드의 길이(유닛 로드 사이의 공간 포함)가 l 인 적재장을 나타낸다. 취급장비의 이동에는 첫째 입고를 위한 취급장비의 이동, 둘째 인출 대상 유닛 로드의 인출을 위한 취급장비의 이동, 인출을 위하여 발생하는 재취급을 위한 취급장비의 이동의 세가지가 있다.

2.1 입고할 때 취급장비 평균 이동 시간

<Figure 3>에서 보면 입고할 때는 입고 대기위치가 취급장비의 출발하는 지점이 된다. <Figure 3>에서 가로축을 창고의 폭 방향으로 그 원점을 통로의 중간지점으로 하였으며, 세로

축을 창고의 길이 방향으로 하고 원점을 출구지점으로 정하였다. 창고 내 위치를 원점에서 해당지점까지의 가로축 방향으로의 주행시간, 세로축 방향으로의 주행시간으로 나타낸 후 부호를 붙여 좌표로 표시하였다. 입고 대기 위치는 좌표상 $(0, 0)$ 이 되고, 취급장비는 입고되는 유닛 로드를 저장해야 할 위치 좌표상 (X_1, Y_1) 로 이동하여 적재를 하게 된다. 따라서 한 개의 유닛 로드를 입고하기 위한 취급장비의 좌표의 이동 경로는 $(0, 0) \rightarrow (X_1, Y_1) \rightarrow (0, 0)$ 가 된다. 이때 취급장비의 평균 이동 시간은 다음과 같이 구한다

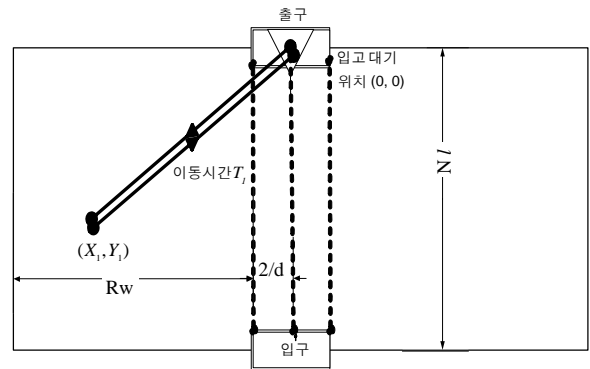


Figure 3. 입고시의 취급장비의 좌표 이동

$t_x = \frac{2Rw+d}{2v_x}$, $t_y = \frac{Nl}{v_y}$ 이고, 입고되는 유닛 로드가 임의의 위치에 적재 된다고 가정하면 $X_1 \sim U\left(\frac{d}{2v_x}, \frac{2Rw+d}{2v_x}\right)$, $Y_1 \sim U\left(0, \frac{Nl}{v_y}\right)$ 을 따른다. 유닛 로드 입고 대기 위치 $(0, 0)$ 에서 입고 대상의 유닛 로드의 저장 위치 (X_1, Y_1) 까지의 이동 시간을 T_1 으로 표시하면 $T_1 = \text{Max}\{|0 - X_1|, |0 - Y_1|\}$ 가 되고, 누적 확률 밀도함수 $G_1(z)$ 는

$$G_1(z) = \Pr(T_1 \leq z) = \Pr(X_1 \leq z) \Pr(Y_1 \leq z)$$

이다.

$$\Pr(X_1 \leq z) = \begin{cases} 0, & \frac{d}{2v_x} > z \text{ 일 때} \\ \frac{2v_x z - d}{2v_x t_x - d}, & \frac{d}{2v_x} \leq z \leq t_x \text{ 일 때} \\ 1, & t_x < z \text{ 일 때} \end{cases} \quad (1)$$

이고,

$$\Pr(Y_1 \leq z) = \begin{cases} \frac{z}{t_y}, & 0 < z \leq t_y \text{ 일 때} \\ 1, & t_y < z \text{ 일 때} \end{cases} \quad (2)$$

이므로 $t_x > t_y$ 이면

$$G_1(z) = \Pr(T_1 \leq z) = \begin{cases} 0, & \frac{d}{2v_x} > z \text{ 일 때} \\ \frac{(2v_x z - d)z}{(2v_x t_x - d)t_y}, & \frac{d}{2v_x} \leq z \leq t_y \text{ 일 때} \\ \frac{2v_x z - d}{2v_x t_x - d}, & t_y < z \leq t_x \text{ 일 때} \\ 1, & t_x < z \text{ 일 때} \end{cases} \quad (3)$$

이고, $t_x \leq t_y$ 이면

$$G_1(z) = P(T_1 \leq z) = \begin{cases} 0, & \frac{d}{2v_x} > z \text{ 일 때} \\ \frac{(2v_x z - d)z}{(2v_x t_x - d)t_y}, & \frac{d}{2v_x} \leq z \leq t_x \text{ 일 때} \\ \frac{z}{t_y}, & t_x < z \leq t_y \text{ 일 때} \\ 1, & t_y < z \text{ 일 때} \end{cases} \quad (4)$$

이다. 이동 시간 T_1 의 확률 밀도함수를 $g_1(z)$ 라 하면, $t_x > t_y$ 이면

$$g_1(z) = \begin{cases} 0, & \frac{d}{2v_x} > z \text{ 일 때} \\ \frac{4v_x z - d}{(2v_x t_x - d)t_y}, & \frac{d}{2v_x} \leq z \leq t_y \text{ 일 때} \\ \frac{2v_x}{2v_x t_x - d}, & t_y < z \leq t_x \text{ 일 때} \\ 0, & t_x < z \text{ 일 때} \end{cases} \quad (5)$$

이고, $t_x \leq t_y$ 이면

$$g_1(z) = \begin{cases} 0, & \frac{d}{2v_x} > z \text{ 일 때} \\ \frac{4v_x z - d}{(2v_x t_x - d)t_y}, & \frac{d}{2v_x} \leq z \leq t_x \text{ 일 때} \\ \frac{1}{t_y}, & t_x < z \leq t_y \text{ 일 때} \\ 0, & t_y < z \text{ 일 때} \end{cases} \quad (6)$$

이다. 취급장비의 평균 이동 기대 시간을 $E(T_1)$ 라 하면, $t_x > t_y$ 이면

$$E(T_1) = 2 \int_{\frac{d}{2v_x}}^{\infty} z g_1(z) dz = \frac{2v_x t_y^2 + 6v_x t_x^2 - 3dt_y}{3(2v_x t_x - d)} - \frac{d^3}{12(2v_x t_x - d)v_x^2 t_y} \quad (7)$$

$t_x = \frac{2Rw + d}{2v_x}, t_y = \frac{M}{v_y}$ 을 대입하면,

$$E(T_1) = \frac{4N^2 w^2 v_x^2 + 3(2Rw + d)^2 v_y^2 - 6dNv_x v_y}{6Rwv_x v_y^2}$$

$$- \frac{d^3 v_y}{24RwNv_x^2}$$

이고, $t_x \leq t_y$ 이면

$$E(T_1) = \int_{\frac{d}{2v_x}}^{\infty} z g_1(z) dz = \frac{t_x^2(8v_x t_x - 3d)}{3(2v_x t_x - d)t_y} - \frac{d^3}{12(2v_x t_x - d)v_x^2 t_y} + \frac{t_y^2 - t_x^2}{t_y}$$

$t_x = \frac{2Rw + d}{2v_x}, t_y = \frac{M}{v_y}$ 을 대입하면,

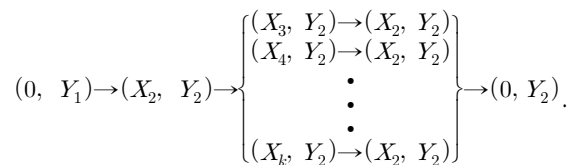
$$E(T_1) = \frac{4(2Rw + d)^3 v_y - 3d(2Rw + d)^2 v_y}{24RwNv_x^2} - \frac{d^2 v_y}{24RwNv_x^2} + \frac{4N^2 l^2 v_x^2 - (2Rw + d)^2 v_y^2}{4Mv_x^2 v_y} \quad (8)$$

이 된다.

2.2 출고일 때 취급장비 평균 이동 시간

출고를 하기 위해서는 출고 대상 유닛 로드 위에 놓인 유닛 로드를 동일한 배이의 다른 위치로 옮겨 놓는 재취급 작업과 출고 대상 유닛 로드를 트럭에 싣는 인출 작업이 수행 되어야 한다.

<Figure 4>에서 보면 출고일 때에는 앞의 작업이 끝난 임의의 지점 $(0, Y_1)$ 에 취급장비가 위치하게 된다. (X_2, Y_2) 지점에 인출할 대상의 유닛 로드가 있다고 하면 운반차량이 인출 대상의 유닛 로드 옆인 $(0, Y_2)$ 지점의 통로에 정차를 하게 된다. 취급장비는 인출을 위하여 작업을 하게 될 때, 재취급이 발생하게 되는데 취급장비는 (X_2, Y_2) 근처에 위치한 재취급 대상 유닛 로드를 같은 열의 임의의 위치인 (X_3, Y_2) 지점에 재취급 유닛 로드를 옮기게 되고, 취급장비는 다시 인출 대상 지점인 (X_2, Y_2) 지점으로 되돌아 오게 된다. 또 재취급이 있으면 취급장비는 같은 열의 임의의 지점인 (X_4, Y_2) 지점에 재취급 유닛 로드를 옮기게 되고, 취급장비는 다시 인출 대상 지점인 (X_2, Y_2) 지점으로 되돌아 오게 된다. 이렇게 재취급이 없을 때까지 반복하다가 재취급이 완료되면 인출대상 지점인 (X_2, Y_2) 에서 인출 대상 유닛 로드를 운반차량의 지점인 $(0, Y_2)$ 로 옮기게 된다. 따라서 취급장비의 운행 경로는 다음과 같다.



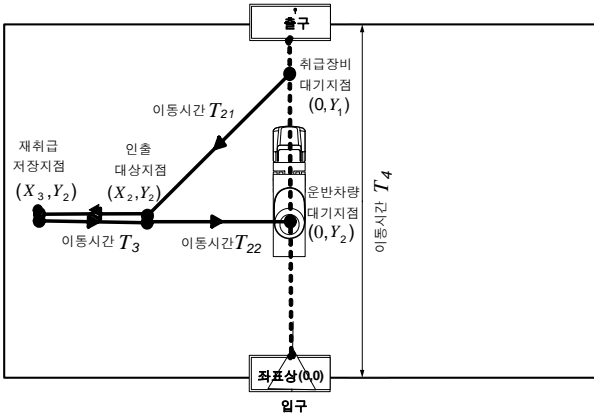


Figure 4. 출고시의 취급장비의 좌표 이동

2.2.1 인출을 위한 취급장비 평균 이동 시간

취급장비의 위치는 앞의 작업이 끝난 임의의 $(0, Y_1)$ 지점에 위치하게 되고, (X_1, Y_2) 지점에 인출할 대상의 유닛 로드가 있을 때의 취급장비의 이동 경로는 $(0, Y_1) \rightarrow (X_2, Y_2)$ 가 된다. 이때 취급장비의 평균 이동 시간은 다음과 같이 구한다

$$t_x = \frac{2Rw+d}{2v_x}, t_y = \frac{M}{v_y} \text{ 이 된다. 취급장비의 위치는 세로}$$

축 상의 랜덤한 위치이고 임의의 위치에 있는 유닛 로드를 인출한다고 할 때

$$X_2 \sim U\left(\frac{d}{2v_x}, \frac{2Rw+d}{2v_x}\right), Y_1 \sim U\left(0, \frac{M}{v_y}\right), Y_2 \sim U\left(0, \frac{M}{v_y}\right)$$

을 따른다. 취급장비 대기 위치 $(0, Y_1)$ 에서 인출 대상의 유닛 로드의 저장 위치 (X_2, Y_2) 까지의 이동 거리를 T_{21} 로 표시하면 $T_{21} = \max\{|0 - X_2|, |Y_1 - Y_2|\}$ 가 되고, 누적 확률 밀도함수 $G_{21}(z)$ 는

$$G_{21}(z) = \Pr(T_{21} \leq z) = \Pr(|Y_1 - Y_2| \leq z) \Pr(X_2 \leq z)$$

가 된다.

$$\Pr(X_2 \leq z) = \begin{cases} 0, & \frac{d}{2v_x} > z \text{ 일 때} \\ \frac{2v_x z - d}{2v_x t_x - d}, & \frac{d}{2v_x} \leq z \leq t_x \text{ 일 때} \\ 1, & t_x < z \text{ 일 때} \end{cases} \quad (9)$$

이고,

$$\Pr(|Y_1 - Y_2| \leq z) = \begin{cases} \frac{z(2t_y - z)}{t_y^2}, & 0 < z \leq t_y \text{ 일 때} \\ 1, & t_y < z \text{ 일 때} \end{cases} \quad (10)$$

이므로 $t_x > t_y$ 이면

$$G_{21}(z) = \Pr(T_{21} \leq z)$$

$$= \begin{cases} 0, & \frac{d}{2v_x} > z \text{ 일 때} \\ \frac{4v_x t_y z^2 - 2v_x z^3 - 2dt_y z + dz^2}{(2v_x t_x - d)t_y^2}, & \frac{d}{2v_x} \leq z \leq t_y \text{ 일 때} \\ \frac{2v_x z - d}{2v_x t_x - d}, & t_y < z \leq t_x \text{ 일 때} \\ 1, & t_x < z \text{ 일 때} \end{cases} \quad (11)$$

이고, $t_x \leq t_y$ 이면

$$G_{21}(z) = P(T_{21} \leq z) = \begin{cases} 0, & \frac{d}{2v_x} > z \text{ 일 때} \\ \frac{4v_x t_y z^2 - 2v_x z^3 - 2dt_y z + dz^2}{(2v_x t_x - d)t_y^2}, & \frac{d}{2v_x} \leq z \leq t_x \text{ 일 때} \\ \frac{z(2t_y - z)}{t_y^2}, & t_x < z \leq t_y \text{ 일 때} \\ 1, & t_y < z \text{ 일 때} \end{cases} \quad (12)$$

이다. 이동 시간 T_{21} 의 확률 밀도함수를 $g_{21}(z)$ 라 하면, $t_x > t_y$ 이면

$$g_{21}(z) = \begin{cases} 0, & \frac{d}{2v_x} > z \text{ 일 때} \\ \frac{8v_x t_y z - 6v_x z^2 - 2dt_y + 2dz}{(2v_x t_x - d)t_y^2}, & \frac{d}{2v_x} \leq z \leq t_y \text{ 일 때} \\ \frac{2v_x}{2v_x t_x - d}, & t_y < z \leq t_x \text{ 일 때} \\ 1, & t_x < z \text{ 일 때} \end{cases} \quad (13)$$

이고, $t_x \leq t_y$ 이면

$$g_{21}(z) = \begin{cases} 0, & \frac{d}{2v_x} > z \text{ 일 때} \\ \frac{8v_x t_y z - 6v_x z^2 - 2dt_y + 2dz}{(2v_x t_x - d)t_y^2}, & \frac{d}{2v_x} \leq z \leq t_x \text{ 일 때} \\ \frac{2(t_y - z)}{t_y^2}, & t_x < z \leq t_y \text{ 일 때} \\ 1, & t_y < z \text{ 일 때} \end{cases} \quad (14)$$

이다.

다음으로 인출대상 유닛 로드의 저장 위치는 (X_2, Y_2) 에 위치하게 되고, $(0, Y_2)$ 지점이 운반차량의 대기지점 일 때의 취급장비의 이동경로는 $(X_2, Y_2) \rightarrow (0, Y_2)$ 가 된다. 이때 취급장비의 평균 이동 시간은 다음과 같이 구한다

$$t_x = \frac{Rw + \frac{d}{2}}{v_x} = \frac{2Rw + d}{2v_x}, t_y = \frac{M}{v_y} \text{ 이고,}$$

$$X_2 \sim U\left(\frac{d}{2v_x}, \frac{2Rw+d}{2v_x}\right), Y_2 \sim U\left(0, \frac{M}{v_y}\right)$$

을 따른다. 인출대상 유닛 로드의 저장 위치 (X_2, Y_2) 에서 운반차량 대기지점 $(0, Y_2)$ 의 거리는 T_{22} 로 표시하면 $T_{22} = \max\{|0 - X_2|, |Y_2 - Y_2|\}$ 가 되고, 이동시간의 누적 확률 밀도 함수 $G_{22}(z)$ 는 $G_{22}(z) = \Pr(T_{22} \leq z) = \Pr(X_2 \leq z)$ 가 된다.

$$G_{22}(z) = \Pr(X_2 \leq z)$$

$$= \begin{cases} 0, & \frac{d}{2v_x} > z \text{ 일 때} \\ \frac{z - \frac{d}{2v_x}}{t_x - \frac{d}{2v_x}} = \frac{2v_x z - d}{2v_x t_x - d}, & \frac{d}{2v_x} \leq z \leq t_x \text{ 일 때} \\ 1, & t_x < z \text{ 일 때} \end{cases} \quad (15)$$

이고, 이동 시간 T_{22} 의 확률밀도함수를 $g_{22}(z)$ 라 하면,

$$g_{22}(z) = \begin{cases} 0, & \frac{d}{2v_x} > z \text{ 일 때} \\ \frac{2v_x}{2v_x t_x - d}, & \frac{d}{2v_x} \leq z \leq t_x \text{ 일 때} \\ 0, & t_x < z \text{ 일 때} \end{cases} \quad (16)$$

이다.

취급장비의 평균 이동시간은

$$\begin{aligned} E(T_2) &= E(T_{21}) + E(T_{22}) \\ &= \int_{\frac{d}{2v_x}}^{\infty} z g_{21}(z) dz + \int_{\frac{d}{2v_x}}^{\infty} z g_{22}(z) dz \text{가 된다.} \end{aligned}$$

$t_x > t_y$ 이면

$$\begin{aligned} E(T_2) &= -\frac{7d^4 v_y^2}{192RwN^2 l^2 v_x^3} - \frac{d^3 v_y}{24RwN l v_x^2} - \frac{d^2}{8Rwv_x} \\ &+ \frac{3(2Rw+d)^2 v_y^2 + N^2 l^2 v_x^2 - 2dNl v_x v_y}{12Rwv_x v_y^2} \end{aligned} \quad (17)$$

이고, $t_x \leq t_y$ 이면

$$\begin{aligned} E(T_2) &= \frac{d^4 v_y^2}{192RwN^2 l^2 v_x^3} - \frac{d^3 v_y}{24RwN l v_x^2} \\ &+ \frac{-9(2Rw+d)^4 v_y^2 + 16d(2Rw+d)^3 v_y^2}{192RwN^2 l^2 v_x^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{4(2Rw+d)^3 v_y - 3d(2Rw+d)^2 v_y}{24RwN l v_x^2} \\ &+ \frac{(2Rw+d)^2 - d^2}{8Rw} \\ &+ \frac{4N^3 l^3 v_x^3 - 3(2Rw+d)^2 N l v_x v_y^2}{12N^2 l^2 v_x^3 v_y} \\ &+ \frac{(2Rw+d)^3 v_y^3}{12N^2 l^2 v_x^3 v_y} \end{aligned} \quad (18)$$

이 된다.

2.2.2 재취급할 때 취급장비 평균 이동 시간

재취급이 발생하게 되면 취급장비는 같은 열의 임의의 지점 (X_3, Y_2) 지점에 재취급 유닛 로드를 옮기게 되고, 취급장비는 다시 인출 대상지점인 (X_2, Y_2) 지점으로 이동하는데 취급장비의 이동 경로는 $(X_2, Y_2) \rightarrow (X_3, Y_2) \rightarrow (X_2, Y_2)$ 가 된다. 이때 취급장비의 평균 이동시간은 다음과 같이 구한다. 이때 x 축 방향으로의 최대 소요 시간은 $t_{xx} = \frac{Rw}{v_x}$, y 축 방향으로의 최대 소요 시간은 $t_{yy} = \frac{M}{v_y}$ 이고, $X_3 \sim U\left(0, \frac{Rw}{v_x}\right)$, $Y_2 \sim U\left(0, \frac{M}{v_y}\right)$ 을 따른다. 인출 대상지점 (X_2, Y_2) 에서 재취급 유닛 로드의 저장 위치 (X_3, Y_2) 의 주행 시간을 T_3 로 표시하면, $T_3 = \max\{|X_3 - X_2|, |Y_2 - Y_2|\}$ 가 되고, 이동 시간의 누적 확률 밀도함수 $G_3(z)$ 는

$$G_3(z) = \Pr(T_3 \leq z) = \Pr(|X_3 - X_2| \leq z) \text{가 된다.}$$

$$G_3(z) = \Pr(|X_3 - X_2| \leq z)$$

$$= \begin{cases} \frac{z(2t_{xx} - z)}{t_{xx}^2}, & 0 < z \leq t_{xx} \text{ 일 때} \\ 1, & t_{xx} < z \text{ 일 때} \end{cases} \quad (19)$$

이므로 이동 시간 T_3 의 확률 밀도함수를 $g_3(z)$ 라 하면,

$$g_3(z) = \begin{cases} \frac{2}{t_{xx}} - \frac{2z}{t_{xx}^2}, & 0 < z \leq t_{xx} \text{ 일 때} \\ 0, & t_{xx} < z \text{ 일 때} \end{cases} \quad (20)$$

이다. 취급장비의 평균 이동 기대 시간을 $E(T_3)$ 라 하면,

$$E(T_3) = 2 \int_0^{\infty} z g_3(z) dz \text{가 된다.}$$

$$\int_0^{\infty} z g_3(z) dz = \frac{1}{3} t_{xx} \text{이므로}$$

$$E(T_3) = \frac{2Rw}{3v_x} \quad (21)$$

이 된다.

3. 피라미드 적재장의 디자인

취급장비가 한대라는 가정하에서 적재 되어야 하는 물량이 정하여지면 정해진 물량을 적재하기 위해서 필요한 공간의 크기를 결정하는 것만 남게 된다. 이를 위하여 취급장비가 처리하는 시간을 추정하는 모형을 제시하고 이에 근거하여 유닛 로드를 처리 하는데 소요되는 모든 비용 요소를 고려한 비용 모형을 만들고, 이 비용이 최소화 되는 적재장의 사양을 결정하는 문제를 다룬다.

본 연구에서 사용되는 기호는 다음과 같다

$N_T(R, T)$: 적재층의 수가 T , 최하층 열의 수가 R 인 한 배이에 적재된 유닛 로드의 총 개수

$T_T(R, T)$: 적재층의 수가 T , 최하층 열의 수가 R 인 한 배이에 적재된 각 유닛 로드를 인출하기 위한 취급 횟수를 모든 유닛 로드 에 대한 더한 값

$E_T(R, T)$: 적재층의 수가 T , 최하층 열의 수가 R 인 적재장에 적재된 임의의 유닛 로드 인출시 기대 취급 수

d_m : 연간 적재장의 처리량(throughput) (유닛 로드의 수)

s : 요구되는 적재장의 유닛 로드 적재능력 $2N \times N_T(R, T)$

$\geq s$ 가 만족될 수 있도록 N, R, T 값들이 결정되어야 한다.

c_c : 취급장비의 초당 운영비(운전자의 인건비, 연료비, 장비의 감각 상각비, 보험, 유지보수비, 이자비용, 기회비용 등이 포함)

c_t : 운반차량 초당 운영비(운전자의 인건비, 연료비, 장비의 감각 상각비, 보험, 유지보수비, 이자비용, 기회비용 등이 포함)

c_s : 연간 적재장 공간비용/ m^2 (토지 구입비에 대한 기회 비용, 건물의 감각 상각비, 건물 유지비용 등이 포함)

TC : 적재장에서의 연간 총비용

TC_x : $t_x > t_y$ 인 모양의 적재장에서의 연간 총비용

TC_y : $t_x \leq t_y$ 인 모양의 적재장에서의 연간 총비용

피라미드 형태의 적재장에서 사양은

$$\text{가로 길이 } U = 2Rw + d \quad (22)$$

$$\text{세로 길이 } V = M \quad (23)$$

$$\text{바닥 면적 } U \times V = (2Rw + d) \times M \quad (24)$$

이며,

$$\text{운반차량 이동시간 } E(T_4) = \frac{M}{v_t} \quad (25)$$

가 된다. 한 배이에 적재된 유닛 로드 수는

$$N_T(R, T) = T \left(R - \frac{T}{2} + \frac{1}{2} \right) \quad (26)$$

가 된다.

적재장 전체에 장치된 유닛 로드의 수는 $2N \times N_T(R, T) = NT(2R - T + 1)$ 로 표시할 수 있다. 적재장 전체의 유닛 로드 적재능력은 연간 처리량(d_m)과 유닛 로드의 평균 장치기간을 곱하여 추정 할 수 있는데 본 연구에서는 알려져 있다고 가정하였다.

적재 되어 있는 층이 위쪽에서부터 첫 번째 층에 놓여 있는 유닛 로드들에 대해서 소요 취급 횟수를 더한 취급수는 $T_1(R, T) = (R - T + 1)$ 이고, 적재 되어 있는 층이 위쪽에서부터 두번째 층인 유닛 로드들에 대해서 소요 취급 횟수를 더한 취급수는

$$T_2(R, T) = ((1+2)(R - T + 1 + (-2+1)) + 2(1+2-1))$$

이다.

따라서 적재 되어 있는 층이 위쪽에서부터 k 번째 층인 유닛 로드들에 대해서 소요 취급 횟수를 더한 취급수는 일반적으로 다음과 같이 표현된다.

$$T_k(R, T) = \left(\sum_{i=1}^k i \right) (R - T + 1 - k + 1) + 2 \sum_{j=1}^{k-1} \left(\left(\sum_{i=1}^k i \right) - \left(\sum_{i=1}^j i \right) \right)$$

한 배이내의 모든 유닛 로드 에 대해서 소요 취급 횟수를 더한 총 취급횟수는

$$T_T(R, T) = \sum_{k=1}^T T_k(R, T) \quad (27)$$

$$= \frac{1}{24} T(-3T^3 - 2T^2 + 9T + 8)$$

$$+ \frac{1}{6} RT(T^2 + 3T + 2)$$

이다. 따라서 적재장 내의 임의의 유닛 로드를 인출하는데 소요되는 기대 취급 수는

$$E_T(R, T) = \frac{T_T(R, T)}{N_T(R, T)} \quad (28)$$

$$= \frac{(-3T^3 - 2T^2 + 9T + 8) + 4R(T^2 + 3T + 2)}{12(2R - T + 1)}$$

유닛 로드를 처리하는데 소요되는 시간의 모든 비용요소를 고려한 비용 모형을 만들면 운반차량에 대해서는 입고될 때와 인출시 발생하는 재취급과 인출시 발생하는 시간 동안에 운반차량이 대기되므로 이 때 발생하는 운반차량 비용 또한 창고내의 이동에 소요되는 시간 동안의 운반차량 비용이 고려되어야 한다. 취급장비는 입고시 소요되는 시간과 인출시 발생하는 재취급 시간과 인출에 따른 소요되는 시간의 취급장비의 모든 비용을 포함하고 있으며, 적재장의 공간소요 비용은 토지비용과 건물의 감각 상각비 등이 포함된다 따라서 취급 장비 한대가 유닛 로드 한 개씩 처리하여 연간 물량을 모두 처리하는데 소요되는 모든 비용요소를 고려하여 비용 모형을 만

들면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & \underset{N, R, T}{\text{Minimize}} \text{ 총비용} \\
 & = \{ \text{연간처리량} \times \text{운반차량 단위시간당 운영} \\
 & \quad \times (\text{창고 내 트럭 이동시간} \\
 & \quad + \text{인출시 운반차량의 대기 시간} \\
 & \quad + \text{재 취급시 운반차량의 대기시간}) \\
 & \quad + \{ \text{연간처리량} \times \text{취급장비의 단위시간당 운영비} \\
 & \quad \times (\text{입고시 취급장비의 소요시간} \\
 & \quad + \text{인출시 취급장비의 소요시간} \\
 & \quad + \text{재취급시 취급장비의 소요시간}) \\
 & \quad + \text{연간 토지비용}. \tag{29}
 \end{aligned}$$

따라서 연간 총비용 TC를 계산해 보면, $t_x > t_y$ 인 경우에는 식 (7), 식 (17), 식 (21), 식 (24), 식 (25), 식 (28)에 의해

$$\begin{aligned}
 & \underset{N, R, T}{\text{Minimize}} TC \\
 & = d_m \times [E(T_4) + E(T_2) + \{E_T(R, T) - 1\} \times E(T_3)] \times c_t \\
 & \quad + d_m \times [E(T_1) + E(T_2) + \{E_T(R, T) - 1\} \times E(T_3)] \times c_c \\
 & \quad + (U \times V) \times c_s
 \end{aligned}$$

가 되고, $t_x \leq t_y$ 인 경우에는 식 (8), 식 (18), 식 (21), 식 (24), 식 (25), 식 (28)에 의해

$$\begin{aligned}
 & \underset{N, R, T}{\text{Minimize}} TC \\
 & = d_m \times [E(T_4) + E(T_2) + \{E_T(R, T) - 1\} \times E(T_3)] \times c_t \\
 & \quad + d_m \times [E(T_1) + E(T_2) + \{E_T(R, T) - 1\} \times E(T_3)] \times c_c \\
 & \quad + (U \times V) \times c_s
 \end{aligned}$$

로 표현할 수 있다. 이 총비용 값을 계산하는데 필요한 모든 식들은 이미 앞에서 유도 되었다. 그리고 N, R, T를 탐색하는데 고려하여야 할 제약조건은

$$2N \times N_T(R, T) = NT(2R - T + 1) \geq s \tag{30}$$

가 된다.

본 연구에서 해를 탐색하는 방법은 양의 정수 값을 가지는 R, T, N의 값을 1에서 시작하여 1씩 증가시켜가면서 목적함수를 비교하여 간다. 그 과정에서 제약조건 식 (30)을 만족하는지를 점검하여 만족하면 목적함수를 계산하고 그렇지 않으면 그 해를 폐기하는 방식으로 해를 탐색하게 된다. R, T, N에 대한 제약조건(상한 또는 하한)이 현실적으로 존재하는 경우에도 R, T, N의 값을 탐색할 때 그 제약조건을 고려하여 해당 R, T, N의 값이 그 제약조건을 만족하지 않는 경우에는 그 값을 폐기하면 되니 추가로 새로운 조건을 고려하는데 문제가 없을 것이다.

4. 피라미드 적재장의 비용 분석

<Table 1>은 피라미드 적재장의 제원과 고정 비용을 나타내고 있다. 유닛 로드의 폭과 길이, 운반차량을 위한 통로의 폭 운반차량의 속도, 취급장비의 트롤리, 갠트리 이동 속도, 연간 적재장에서 필요로 하는 소요량, 취급장비의 시간당 운영비, 운반차량의 시간당 운영비 단위면적당 시간당 비용등을 추정하였다.

Table 1. 피라미드 적재장의 제원 및 비용 계수

구 분			단위
유닛 로드 폭	w	1.1	m
유닛 로드의 길이 (여유공간 포함)	/	2.0	m
유닛 로드 사이의 여유공간	b	0.5	m
운반차량 통로 폭	d	15.0	m
운반차량 속도	v_t	2.78	m/sec
취급장비의 트롤리속도	v_x	0.13	m/sec
취급장비의 갠트리속도	v_y	0.25	m/sec
연간 적재장의 처리량	d_m	1,000	EA
취급장비 초당 운영비	c_c	3	\$
운반차량 초당 운영비	c_t	1	\$
단위면적 연간비용	c_s	1,000	\$

<Table 2>는 요구되는 적재장의 유닛 로드의 적재능력(s)를 1,000에서부터 10,000까지 변화시키면 총비용을 최소로 하는 베이의 수와 최하층 열의 수, 적재층을 산정하여 표시한 자료이다. <Table 2>에 제시된 적재장의 최적 사양들은 모두 $t_x \leq t_y$ 인 적재장에서 얻어진 것들이다. 현재의 주어진 비용계수로는 $t_x \leq t_y$ 인 형태의 적재장이 더 적은 비용을 유발시킨다는 것을 알 수 있었다.

Table 2. 여러 가지 요구 적재 능력(s)에 대한 적재장의 최적 사양

번호	R	T	N	적재능력	바닥면적	TC
1	9	3	21	1,008	1,462	3,373,798
2	12	4	24	2,016	1,987	4,569,536
3	12	5	30	3,000	2,484	5,662,673
4	15	5	31	4,030	2,976	6,573,682
5	20	13	14	5,096	1,652	7,517,624
6	17	5	40	6,000	4,192	8,408,186
7	30	12	12	7,056	1,944	9,274,154
8	60	9	8	8,064	2,352	10,198,745
9	39	16	9	9,072	1,814	10,810,854
10	20	6	48	10,080	5,664	11,277,502

<Figure 5>는 요구되는 유닛 로드의 적재능력(s)이 10,000일 경우에 (취급장비의 운영비 + 운반차량의 운영비)와 단위면적당 공간 비용의 비율을 변화 시켜 가면서 R^* , T^* , N^* 의 변화와 이때의 비용의 변화를 표시한 자료이다

단위 면적당 공간 비용을 높일수록 T(적재층의 수)는 점점 높아지고, N(베이 의 수)은 떨어지는 현상을 보이고, R(최하층 열의 수)은 떨어지다가 다시 증가하는 추세를 보였다. T(적재층의 수)는 급격히 늘어나는 것은 단위면적의 비용이 크게 늘어나면 적재층을 높여야 한다는 것을 알 수가 있다. 이는 재취급의 비용보다 공간비용이 많이 들어가므로 적재층을 높여서 공간비용을 줄이는 것이 좋다.

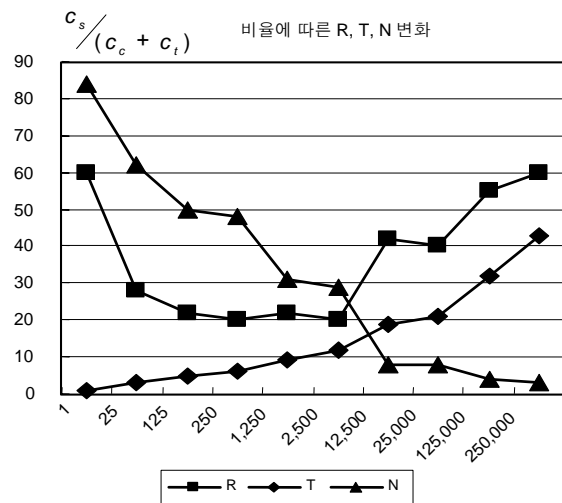
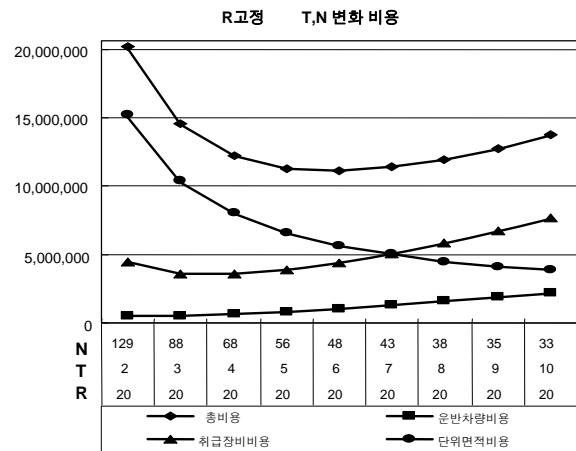


Figure 5. 비용 변화에 따른 R^* , T^* , N^* 변화

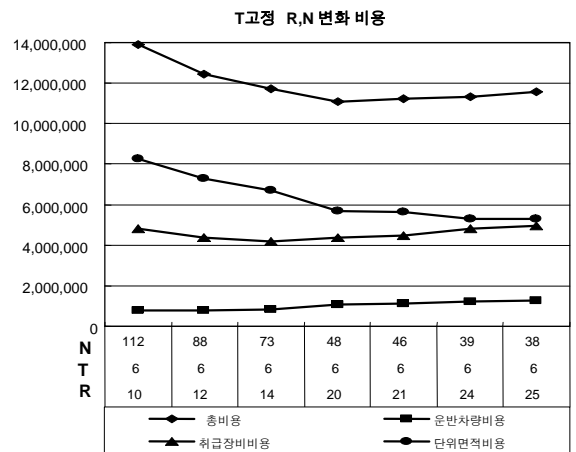
<Figure 6>은 유닛 로드의 적재능력이 10,000일 경우에 <Table 2>에서 제시 된 R^* , T^* , N^* 을 근거로 $R=20$, $T=6$, $N=48$ 중 하나를 고정하고 나머지 두 개를 변화 시켜 운반차량 비용, 취급장비 비용, 단위 면적당 공간비용, 총비용 등의 변화를 분석하였다.

(a)는 R을 고정시키고 T, N을 변화 시킬 때 비용의 변화를 표현하고 있는데 T가 높아지면 취급장비의 비용이 증가하는데 이는 재취급의 발생이 비용을 증가시키고 N이 줄어드는 것은 단위 면적당 공간이 줄어들어 든다는 것을 알 수가 있다. (b)는 T를 고정시키고 R, N을 변화 시킬 때 총비용의 변화를 표현하고 있는데 N이 줄어드는 것은 단위 면적당 공간이 줄어들고, 취급장비의 비용은 변화가 그다지 없다. (c)는 N를 고정시키고 T, R을 변화 시킬 때 총비용의 변화를 표현하고 있는데 T가 높아지면 취급장비의 비용이 증가하는데 이는 재취급의 발생이 비용을 증가시키고, N이 줄어드는 것은 단위 면적당 공간이 줄어들어 든다는 것을 알 수가 있다.

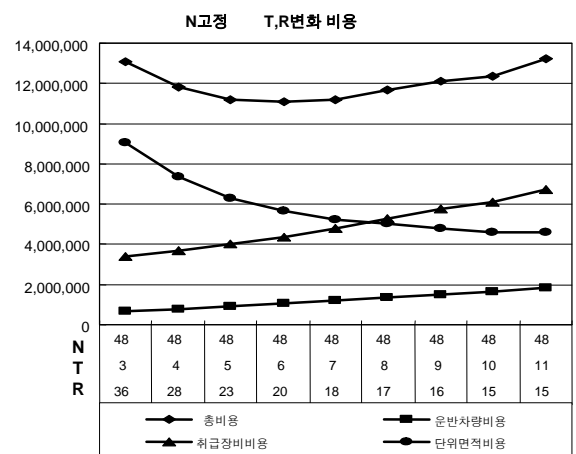
결론적으로 $R=20$, $T=6$, $N=48$ 일 때 총비용이 가장 적음을 알 수가 있고, 적재층의 변화가 비용의 영향이 크음을 의미하며, 이는 재취급과 면적의 비용의 상관 관계를 나타내고 있다



(a) R고정 T, N 변화



(b) T고정 R, N 변화



(c) N고정 T, R 변화

Figure 6. R, T, N의 변화에 따른 각종 비용의 변화

5. 결론 및 향후 계획

최적의 적재장의 규모를 산정하는 데 있어서 소요공간을 적게 차지하게 하기 위해서는 적재층의 수를 높일 필요가 있다. 적

재층의 수를 높게 되면 소요공간이 적게 차지하므로 비용의 감소로 이어지나 이것은 재취급의 문제가 발생하여 다시 비용의 증가로 이어진다. 따라서 본 연구는 적재장의 적정 규모를 산정하는 데 있어서 그 방법론을 제시하였다. 이를 위하여 본 연구는 피라미드 형태의 적재장에서 발생하는 운반차량 취급 장비, 토지운영비 등 고려해야 할 사항들의 모든 비용들을 식으로 유도하고, 최적의 디자인 파라메타를 결정하는 방법을 제시하였다. 디자인 파라메타는 최하층 열의 수, 베이의 수, 적재층이 포함된다.

유닛 로드의 도착 시각이나 취급장비의 대수가 운반차량의 대기시간 등을 좌우하여 서비스 시간 등에 영향을 미치게 될 것이다. 이러한 부분은 더 연구를 하여 접목하여야 할 것이다. 최적의 공간을 디자인하였다 하더라도 동적으로 발생하는 입고는 재취급의 횟수를 줄이기가 어렵게 만든다. 따라서 이렇게 동적으로 변화하는 입고에 대처하여 재취급의 횟수를 줄일 수 있도록 스케줄링하여 적재함으로써 근본적으로 재취급 횟수를 줄여서 생산성의 향상에 기할 수 있도록 더 연구가 이루어져야 할 것이다.

참고문헌

- Avriel, M., Penn, M., Shpirer, N., and Witteboon, S. (1998), Stowage planning for container ships to reduce the number of shifts, *Annals of Operations Research*, **76**, 55-71.
- Bassan, Y., Roll, Y., and Rosenblatt, M. J. (1980), Internal Layout Design of a Warehouse, *AIIE Transaction*, **12**(4), 317-322.
- Bozer, Y. A. and White J. A. (1984), Travel-time Models for Automated Storage/retrieval System, *IIE Transaction*, **16**(4), 329-338.
- Bozer, Y. A. and White J. A. (1990), Design and Performance Models for End-of-aisle Order Picking Systems, *Management Science*, **36**(7), 852-866.
- Castilho, B. and Daganzo, C. F. (1993), Handling Strategies for Import Containers at Marine terminals, *Transportation Research*, **27B**(2), 151-166.
- Eynan, A. and Rosenblatt, M. J. (1994), Establishing zones in single-command class-based rectangular AS/RS, *IIE Transportations*, **26**(1), 38-46.
- Foley, R. D. and Frazelle, E. H. (1991), Analytical Results for Miniloader Throughput and the Distribution of Dual Command Travel Time, *IIE Transportations*, **23**(3), 273-281.
- Hall, R. W. (1993), Distance approximations for routing manual pickers in a Warehouse, *IIE Transportations*, **25**(4), 76-87.
- Kim, K. H. (1997), Evaluation of the Number of Rehandles in Container Yards, *Computer & Industrial Engineering*, **32**(4), 701-711.
- Kim, K. H. and Kim, H. B. (1999), Segregating Space Allocation Models for Container Inventories in Port Container Terminals, *International Journal of Production Economics*, **59**, 415-423.
- Kim, K. H. and Kim, H. B. (2002), The Optimal Sizing of the Storage Space and Handling Facilities for Import Containers, *Transportation Research*, **B36**, 821-835.
- Larson, R. C. and Odoni, A. R. (1981), *Urban Operations research*, Prentice-Hall, 80-85.