

## Darcy-Weisbach와 Hazen-Williams Equation 비교 연구

### A Study on Comparison of the Darcy-Weisbach and Hazen-Williams Equation

김태경<sup>1,\*</sup> · 이경훈<sup>2</sup> · 선병진<sup>3</sup> · 최천호<sup>4</sup>

Kim, Tae-Kyoung<sup>1,\*</sup> · Rhee, Kyoung-Hoon<sup>2</sup> · Sun, Byoung-jin Sun<sup>3</sup> · Chio, Cheong-ho<sup>4</sup>

1 전남과학대학 지리정보토목과

2 전남대학교 건설지구환경공학부 토목공학전공

3 해동건설(주)

4 순천대학교 시설과

(2007년 3월 27일 논문 접수; 2007년 8월 7일 최종 수정논문 채택)

#### Abstract

Many engineering problems on the pipeline flow use continuity, energy, friction loss head equation. To calculate friction loss head in a pipeline, Darcy-Weisbach and many average velocity equations can be used and Hazen-Williams equation is used frequently in the pipe network for the water supply systems. Darcy-Weisbach equation is a general one acquired from applying Bernoulli's equation in the pipeline flow and Hazen-Williams equation is a experimental one in case that pipe velocity is below 3m/sec and pipe diameter is over 50mm.

In this study, comparing Darcy-Weisbach with Hazen-Williams equation, relation  $f$  and  $C$  that are expressed as roughness coefficients of those equations is explained. Next, head losses calculated from using those equations are compared and those are applied in realistic pipelines. Comparing  $f$  with  $C$ , the  $f$  is decreasing linearly according to increase of the Reynolds number  $Re$  and increasing in case the  $C$  is decreasing. additionally, the  $C$  is increasing up to a point and then is decreasing according to increase of the  $Re$ . Next, the  $C$  is increasing and  $Re$ 's range for increase of the  $C$  lengthens in case of decreasing of the relative roughness  $\epsilon/d$ .

Comparing head losses acquired from the two equations, head loss appears large in case that the  $C$  is decreasing and the  $\epsilon/d$  is increasing. additionally, Head loss calculated by the Darcy-Weisbach equation varies larger than one by Hazen-Williams equation in regard of the  $Re$ . Next, change aspect of head loss acquired by the  $C$  is distinguished more clearly than the one by the  $\epsilon/d$ .

**Key words:** Darcy-Weisbach Equation, Hazen-Williams Equation, Head Loss, Roughness

**주제어:** Darcy-Weisbach 식, Hazen-Williams 식, 손실수두, 조도계수

\*Corresponding author Tel: +82-61-360-5475, E-mail: ktk2028@hanmail.net (Kim, T.K.)

## 1. 서 론

관수로를 통하여 송수할 때에는 첫째 관 마찰에 의하여 가장 큰 에너지의 손실이 발생하고 다음으로는 관의 입구, 곡관에 의한 방향전환지점, 관의 단면적 변화지점 그리고 관로상에 있는 여러 가지 부속품에 의하여 에너지의 손실이 발생하게 된다. 여기서 관로의 벽면 마찰 손실수두를 계산하기 위해서는 Darcy-Weisbach공식과 여러 평균유속공식 등이 이용될 수 있으며, 상수도용 관로의 경우 Hazen-Williams공식이 주로 사용된다. Darcy-Weisbach공식은 관수로내 유체 흐름에 베르누이 정리를 적용하여 구해진 마찰손실에 관한 일반식이며, Hazen-Williams공식은 관경이 50mm 이상 되는 비교적 큰 관에서 유속이 3m/sec 이하인 경우에 대하여 경험적으로 개발한 식이다.

본 연구에서는 Darcy-Weisbach공식과 Hazen-Williams공식을 비교하여 각 공식의 조도계수로 표현되는  $f$ 와  $C$ 의 관계를 살펴보고, 두 공식에 의해 산출되는 손실수두를 비교하였다. 관망해석에 있어서 마찰수두방정식은 Hazen-Williams공식을 주로 사용하며 관의 조도 상태는 Hazen-Williams공식의  $C$ 계수를 이용하여 정량화 한다.  $C$ 계수는 관의 매설년도의 증가에 따라 그 값이 감소하는데 본 연구에서는 관망해석 및 설계에 기준치로 사용되는  $C = 100$ 과 관의 매설년도를 고려한  $C$ 계수를  $G$ 지역의 실제 배수관망에 적용해보았다.

## 2. Darcy-Weisbach식과 Hazen-Williams식

### 2.1. Darcy-Weisbach식

관수로 내의 흐름은 자유표면이 없이 어떤 압력 하에서 유동한다. 지름이 일정한 관 내를 물이 정상적으로 흐르는 경우  $l$ 만큼 떨어진 두 단면에 Bernoulli 정리를 적용하면 다음과 같이 된다.

$$\alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{w} + z_1 = \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{w} + z_2 + b_L \quad (1)$$

여기서,  $v_1, v_2$  = 평균유속,

$p_1, p_2$  = 압력

$z_1, z_2$  = 기준면으로부터의 높이

$\alpha_1, \alpha_2$  = 에너지보정계수

$b_L$  = 두 단면 간의 마찰손실수두

관의 단면적이 일정하고 정상적인 흐름이라고 하면  $v_1 = v_2$ 이고,  $\alpha_1 = \alpha_2$ 이므로 위의 식 (2)와 같이 된다.

$$b_L = \left( \frac{p_1}{w} - \frac{p_2}{w} \right) + (z_1 - z_2) \quad (2)$$

위 식의  $b_L$ 은 관벽과 수류 내부의 마찰로 인한 손실수두이다.

흐름이 정상적이면 두 단면 사이 원관에 작용하는 힘은 평형을 이루게 되므로 다음 식이 성립된다.

$$p_1 \pi r^2 - p_2 \pi r^2 + w \pi r^2 l \sin \theta - \tau 2 \pi l = 0 \quad (3)$$

여기서,  $\sin \theta = (z_1 - z_2) / l$ 로 놓으면

$$b_L = \frac{2\tau l}{wr}, \quad \tau = \frac{wb_L}{2l} \cdot r \quad (4)$$

식 (4)는 마찰응력  $\tau$ 의 분포를 나타내는 식이다. 관의 반지름을  $a$ , 관벽의 마찰응력을  $\tau_0$ 라 하면

$$\tau_0 = \frac{wb_L}{2l} \cdot a \quad (5)$$

이와 같은 관계는 흐름의 상태와는 관계가 없으므로 층류와 난류 모두에 대해서 성립한다.

위 식을 사용하기에 편리하도록 다음과 같이 변형하여 쓴다.

$$b_L = \frac{2l\tau_0}{wa} = \frac{4\tau_0 l}{wD} = \frac{8\tau_0}{\rho v^2} \cdot \frac{l}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (6)$$

$$b_L = f \cdot \frac{l}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}, \quad f = \frac{8\tau_0}{\rho v^2} \quad (7)$$

$b_L$ 은  $l$  사이에서 마찰에 의해 손실되는 단위무게당

의 에너지손실량이다. 식 (7)을 Darcy-Weisbach의 마찰손실공식이라 하고  $f$ 를 마찰손실계수라고 한다.

### 2.2. Hazen-Williams 공식

Hazen-Williams 공식은 비교적 큰 관 ( $d > 5\text{cm}$ )에서 유속  $V \leq \text{m/sec}$ 인 경우에 대하여 경험적으로 개발하여 미국에서 상수도 시스템의 설계에 많이 사용되어 온 공식으로서 다음과 같이 표시된다.

$$v = 0.849 C R^{0.63} I^{0.54} \text{ (m/sec)} \quad (8)$$

여기서,  $v$  = 평균유속

$R$  = 동수반경

$I$  = 에너지선의 경사

$C$  = Hazen-Williams계수

$C$ 값은 가장 매끈한 관에서는 150, 대단히 거친 관에서는 80 정도의 값을 가지며, 설계를 위한 평균치로서  $C = 100$ 을 많이 사용한다.

### 3. Darcy-Weisbach와 Hazen-Williams 공식의 비교

#### 3.1. Darcy-Weisbach 공식 $f$ 와 Hazen-Williams 공식 $C$ 의 비교

##### 3.1.1. $Re$ 와 $C$ 에 의한 $f$ 의 변화

Hazen-Williams 공식  $v = 0.849 C R^{0.63} I^{0.54}$ 에서  $R$  대신  $d/4$ ,  $I$  대신  $b_L/l$ 을 대입하여  $b_L$ 에 대해 정리하면

$$\begin{aligned} b_L &= \frac{133.5}{C^{1.85} d^{0.167} V^{0.15}} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g} \\ &= \frac{133.5}{C^{1.85} R^{0.15} d^{0.017} v^{0.15}} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g} \end{aligned} \quad (9)$$

Darcy-Weisbach 공식과 비교하여  $f$ 에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$f = \frac{133.5}{C^{1.85} R^{0.15} d^{0.017} v^{0.15}} \quad (10)$$

식 (10)에서  $f$ 는  $C$ ,  $R$ ,  $d$ ,  $v$ 의 함수임을 알 수 있으

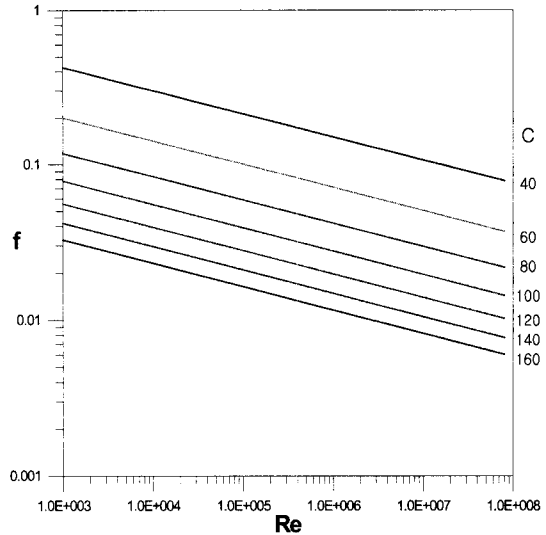


Fig. 1.  $Re$ 와  $C$ 에 의한  $f$ 의 변화( $d = 100\text{mm}$ ).

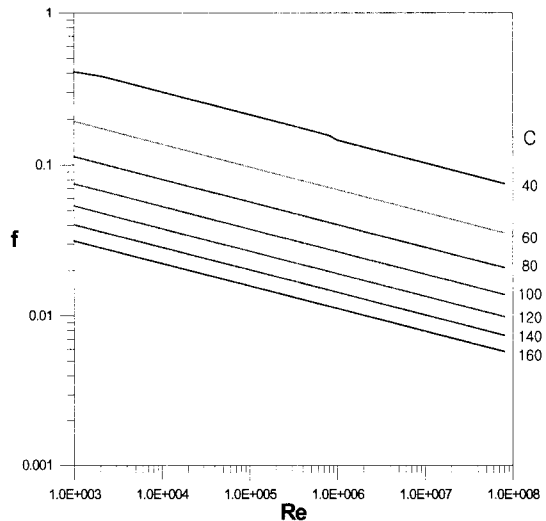


Fig. 2.  $Re$ 와  $C$ 에 의한  $f$ 의 변화( $d = 1000\text{mm}$ ).

며  $d$ 와  $v$ 를 일정한 값으로 고정한다면  $C$ 와  $R$ 에 의한  $f$ 의 변화를 살펴볼 수 있다. 본 연구에서는  $d = 100, 1000\text{mm}$ 의 관경을 가진 두 경우에 대해 동점성계수 ( $\nu$ )를  $20^\circ\text{C}$ 일 때의  $1 \cdot 10^{-6}$  값을 사용하여  $C$ 의 변화 (40, 60, 80, 100, 120, 140)와  $Re$ 의 변화 ( $1 \cdot 10^3 < Re < 1 \cdot 10^8$ )에 의한  $f$ 의 변화를 분석하였다.

Fig. 1과 Fig. 2는  $d = 100, 1000\text{mm}$  두 경우에 대해  $Re$ 와  $C$ 에 의한  $f$ 의 변화를 나타낸 것으로  $f$ 는  $Re$ 에 대해 선형으로 감소하고  $C$ 의 감소에 따라  $f$ 는 증가함

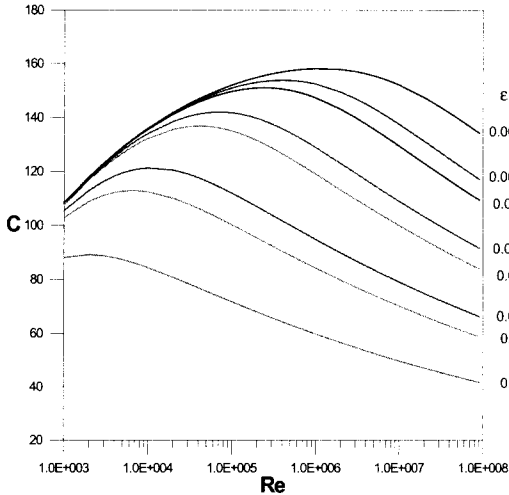


Fig. 3. Re와  $\epsilon/d$ 에 의한 C의 변화( $d=100\text{mm}$ ).

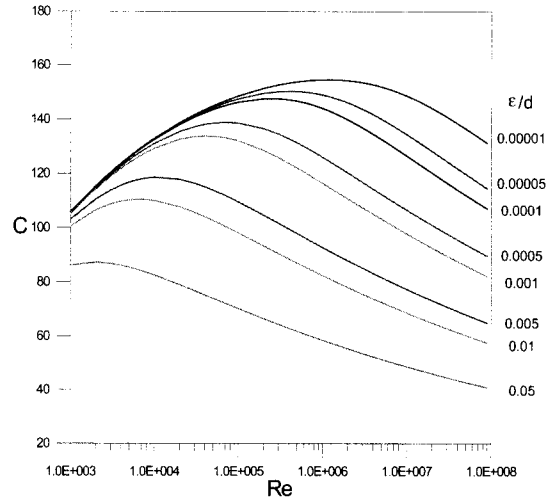


Fig. 4. Re와  $\epsilon/d$ 에 의한 C의 변화( $d=1000\text{mm}$ ).

을 알 수 있으며 관경에 의한  $f$ 의 변화는 거의 없음을 보여주고 있다.

### 3.1.2. Re와 $\epsilon/d$ 에 의한 C의 변화

식 (10)을 C에 대해 정리하면 식 (11)과 같다.

$$C = \frac{14.07}{f^{0.54} R^{0.08} d^{0.01} v^{0.08}} \quad (11)$$

위 식에서 C는  $f$ , Re,  $d$ ,  $v$ 의 함수이며  $f$ 는 Re와  $\epsilon/d$ 의 함수이므로  $d$ 와  $v$ 를 일정한 값으로 고정한다면 Re와  $\epsilon/d$ 에 의한 C의 변화를 살펴볼 수 있다. 본 연구에서는 Swamee and Jain 공식 ( $f = 0.25 / \left[ \log \left( \frac{\epsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{\text{Re}^{0.9}} \right) \right]^2$ )을 사용하여 Re와  $\epsilon/d$ 에 의해  $f$ 를 산정하였으며  $d = 100, 1000\text{mm}$  두 경우에 대해 동점성계수( $\nu$ )를  $20^\circ\text{C}$  일 때의  $1 \times 10^{-6}$  값을 사용하여 상대조도( $\epsilon/d$ )의 변화 (0.00001, 0.00005, 0.0001, 0.0005, 0.001, 0.005, 0.01, 0.05)와 Re의 변화( $1 \times 10^3 < \text{Re} < 1 \times 10^8$ )에 의한 C의 변화를 분석하였다.

Fig. 3과 Fig. 4는  $d = 100, 1000\text{mm}$  두 경우에 대해 Re와  $\epsilon/d$ 에 의한 C의 변화를 나타낸 것으로 C는 Re가 증가함에 따라 어느 정도까지는 증가하다가 다시 감소하는 경향을 나타내고 있다. 또한,  $\epsilon/d$ 가 감소함에 따라 C는 커지며 C가 증가하는 Re범위 역시 늘어남을 알 수 있다.

## 3.2. Darcy-Weisbach 및 Hazen-Williams 공식에 의한 손실수두( $H_L$ )

### 3.2.1. Darcy-Weisbach 공식에 의한 $H_L$

Darcy-Weisbach 공식  $h_L = f \cdot (L/D) \cdot (v^2/2g)$ 을 레이놀드수(Re)를 포함하는 식으로 정리하면 아래와 같다.

$$H_L = f \frac{L}{D^3} \frac{v^2}{2g} \text{Re}^2 \quad (12)$$

식 (12)에서  $H_L$ 은 일정한 관길이(L)와 관경(D) 및 동점성계수( $\nu$ )에 대해  $f$ 와 Re의 함수임을 알 수 있다. 본 연구에서는 동점성계수( $\nu$ )를  $20^\circ\text{C}$ 일 때의  $1 \times 10^{-6}$  값을 사용하고 3.1절에서 다른 C와 Re에 따른  $f$ 의 값을 사용하여 ( $L = 100\text{m}$ ,  $D = 100\text{mm}$ )와 ( $L = 1000\text{m}$ ,  $D = 1000\text{mm}$ )인 두 경우에 대해 C와 Re에 의한  $H_L$ 의 변화를 분석하였다.

Fig. 5는  $L = 100\text{m}$ ,  $D = 100\text{mm}$ 인 경우에 대해 C와 Re에 의한  $H_L$ 의 변화를 나타낸 것으로  $H_L$ 은  $\text{Re} = 1 \times 10^4$  이후 증가하기 시작하여 어느 범위를 벗어나면 급격하게 증가하는 경향을 보여주고, Fig. 6은  $L = 1000\text{m}$ ,  $D = 1000\text{mm}$ 인 경우에 대해 C와 Re에 의한  $H_L$ 의 변화를 나타낸 것으로  $H_L$ 은  $\text{Re} = 1 \times 10^6$  이후 증가하다가 어느 범위를 벗어나면 급격하게 증가하는 경향을 보여주며 두 경우, C가 작을수록 Re에 의한  $H_L$ 이 커짐을 알 수 있다.

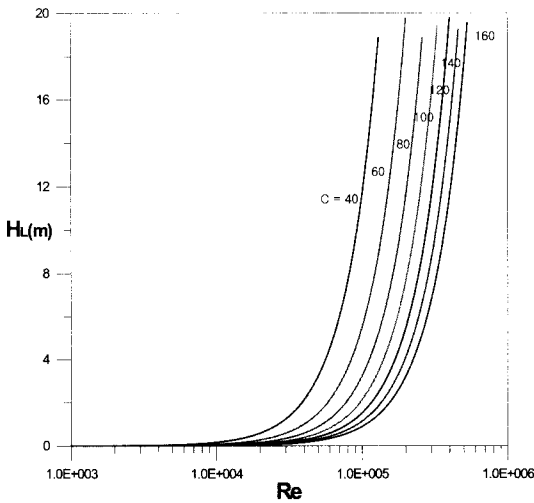


Fig. 5. C와 Re에 의한 HL의 변화(L = 100m, D = 100mm).

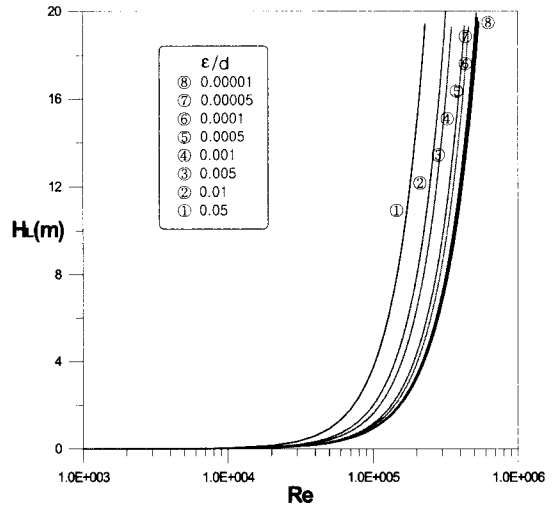


Fig. 7. ε/d와 Re에 의한 HL의 변화(L = 100m, D = 100mm).

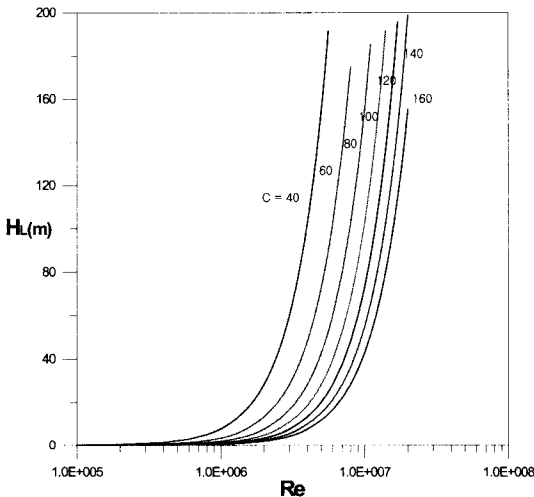


Fig. 6. C와 Re에 의한 HL의 변화(L = 1000m, D = 1000mm).

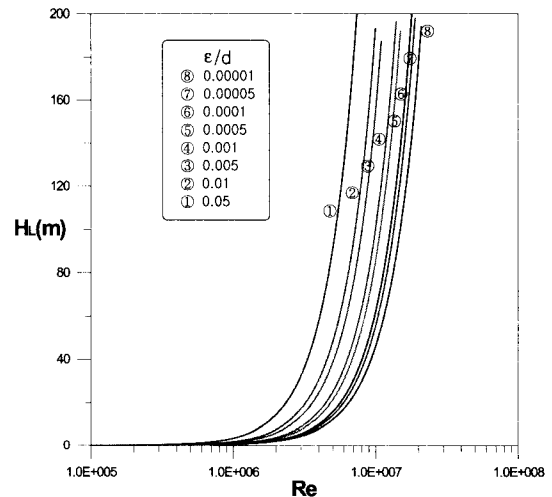


Fig. 8. ε/d와 Re에 의한 HL의 변화(L = 1000m, D = 1000mm).

### 3.2.2. Hazen-Williams 공식에 의한 $H_L$

Hazen-Williams 공식  $b_L = (133.5/C^{1.85}d^{0.167}V^{0.15}) \cdot (l/d) \cdot (V^2/2g)$ 을 Re를 포함하는 식으로 정리하면 아래와 같다.

$$H_L = \frac{133.5lV^{1.85}}{C^{1.85}d^{3.017}2g} Re^{1.85} \quad (15)$$

식 (15)에서  $H_L$ 은 일정한 관길이(L)와 관경(D) 및 동점성계수( $\nu$ )에 대해 C와 Re의 함수임을 알 수 있다. 본 연구에서는 동점성계수( $\nu$ )를 20°C일 때의

$1 \cdot 10^{-6}$  값을 사용하고 1절에서 다룬  $\epsilon/d$ 와 Re에 따른 C의 값을 사용하여 (L = 100m, D = 100mm)와 (L = 1000m, D = 1000mm)인 두 경우에 대해  $\epsilon/d$ 와 Re에 의한  $H_L$ 의 변화를 분석하였다.

Fig. 7은 (L = 100m, D = 100mm)인 경우에 대해  $\epsilon/d$ 와 Re에 의한  $H_L$ 의 변화를 나타낸 것으로  $H_L$ 은  $Re = 1 \cdot 10^4$  이후 증가하기 시작하여 어느 범위를 벗어나면 급격하게 증가하는 경향을 보여주었고 Fig. 8은 (L = 1000m, D = 1000mm)인 경우에 대해  $\epsilon/d$ 와 Re에 의한  $H_L$ 의 변화를 나타낸 것으로  $H_L$ 은  $Re = 1 \cdot 10^6$  이후 증가하다가 어느 범위를 벗어나면 급격하게 증가

**Table 1.** 관종별 등가조도( $\epsilon$ ) 및 C계수

관종	관벽의 상태	$\epsilon$ (mm)	C
염화비닐관	매우 평활	$0 \sim 2 \times 10^{-3}$	145~155
콘크리트관	매끈함	$(1.5 \sim 6) \times 10^{-2}$	140
새로운 주철관		$(1.5 \sim 5) \times 10^{-1}$	130
원심력 콘크리트관			
낡은 주철관	전면에 1~2mm의 녹 발생	1~1.5	100

**Table 2.** J 및 D 지역일대의 관로 제원

관로	1	2	3	4	5	6	7	8
관경(mm)	800	800	800	800	800	800	600	600
관길이(m)	150	923	571	640	100	611.6	110	190
C 계수	100	100	100	100	100	100	100	100
유속(m/sec)	1.88	1.80	0.90	0.70	0.70	0.66	0.06	0.06

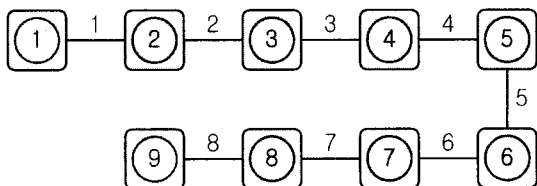
하는 경향을 보여주며 두 경우,  $\epsilon/d$ 가 증가할수록 Re에 의한  $H_L$ 의 값이 크게 나타나고 있다.

### 3.3. 실제 관망에 적용

Darcy-Weisbach 공식에 의한  $H_L$ 와 Hazen-Williams 공식에 의한  $H_L$ 의 비교를 위해 두 공식을 실제 배수 관망에 적용하여 두 공식에 의해 산출된 손실수두에 의한 동수두를 실제 동수두에 비교하였다. 본 연구에서는 Darcy-Weisbach 공식의  $f$ 를 산정하기 위해 필요한 관로의 등가조도( $\epsilon$ )를 1mm을 사용하였으며, Hazen-Williams 공식의 C값은 관망해석 및 설계에 기준치로 사용되는  $C = 100$ (주철관)을 사용하였다. Table 1은 관종별 관로의 등가조도 및 Hazen-Williams공식의 C 값이다.

#### 3.3.1. J 및 D지역 일대의 $H_L$

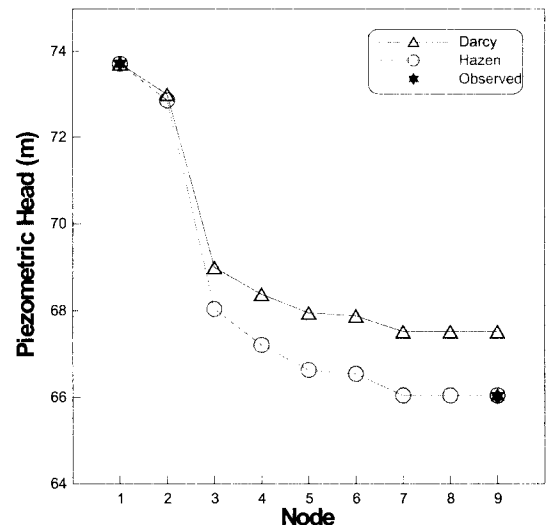
J 및 D 지역에서 수압측정점을 포함한 관망을 선정하고 그 중 가장 적절한 관로를 채택하여 아래에 해당 관망도와 관로 제원(주철관)을 나타내었다.



**Fig. 9.** 관망도(①, ②: 실제 수압 측정 점).

**Table 3.** D 및 H 공식에 의한 손실수두

관로	손실수두( $H_L$ )	
	Darcy	Hazen
1	0.71	0.85
2	4.00	4.82
3	0.62	0.83
4	0.43	0.58
5	0.07	0.09
6	0.36	0.50
7	0.00	0.00
8	0.00	0.00



**Fig. 10.** Darcy-Weisbach 및 Hazen-Williams 공식에 의한 동수경사.

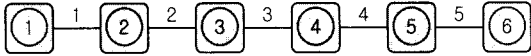


Fig. 11. 관망도(①, ⑥: 실제 수압 측정 점).

Table 4. K지역 일대의 관로 제원

관로	1	2	3	4	5
관경(mm)	450	450	500	500	500
관길이(m)	550	825.9	501.1	300.7	125.2
C 계수	100	100	100	100	100
유속(m/sec)	0.86	0.72	0.25	0.06	0.13

Table 3은 Darcy-Weisbach공식과 Hazen-Williams 공식에 의한 손실수두를 나타낸 것이며, Fig. 10은 두 공식에 의해 산출된 손실수두를 이용하여 실제 수압 측정 절점 ①에서 동수경사선을 도시한 것으로서 실제 수압 측정 절점 ⑨에서 Hazen-Williams공식이 실제 동수두에 근접함을 알 수 있다.

### 3.3.2. K지역 일대의 $H_L$

K지역 일대의 수압 측정 점을 포함한 관망을 선정 하였으며 아래에 해당 관망도 및 관로 제원(주철관)을 수록하였다.

Table 5는 Darcy-Weisbach공식과 Hazen-Williams 공식에 의한 손실수두를 나타낸 것이며, Fig. 11은 두 공식에 의해 산출된 손실수두를 이용하여 실제 수압 측정 점 ①에서 동수경사선을 도시한 것으로 실제 수압 측정 점 ⑥에서 Hazen-Williams공식이 실제 동수두에 근접하게 나타남을 알 수 있다.

## 4. 결 론

본 연구에서는 Darcy-Weisbach공식과 Hazen-Williams공식을 비교하여 각 공식의 조도계수로 표현 되는 f와 C의 관계를 살펴보고, 두 공식에 의해 산출 되는 손실수두의 비교한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) f는 Re에 대해 선형으로 감소하며, C가 감소하면 f는 증가한다.
- 2) C는 Re가 증가함에 따라 어느 정도까지는 증가하다가 다시 감소하고,  $\epsilon/d$ 가 감소하면 C는 커지면

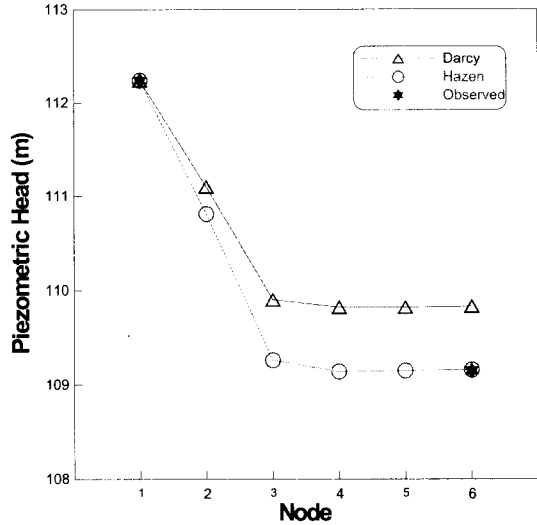


Fig. 12. Darcy-Weisbach 및 Hazen-Williams 공식에 의한 동수 경사.

Table 5. D 및 H 공식에 의한 손실수두

관로	손실수두( $H_L$ )	
	Darcy	Hazen
1	1.14	1.43
2	1.20	1.55
3	0.08	0.12
4	0.00	0.01
5	0.01	0.01

C가 증가하는 Re 범위 역시 늘어난다.

3) C가 감소할수록  $\epsilon/d$ 가 증가할수록 Re에 의한  $H_L$ 이 크게 나타난다.

4) Darcy-Weisbach공식에 의한  $H_L$ 이 Hazen-Williams공식에 의한  $H_L$ 보다 Re에 대해 더 크게 변화한다.

5) C에 의한  $H_L$ 의 변화양상이  $\epsilon/d$ 의 의한  $H_L$ 의 변화양상보다 더욱 뚜렷이 구별된다.

6) J 및 D지역과 K지역의 두 지역의 경우만으로 Darcy-Weisbach와 Hazen-Williams공식의  $H_L$ 에 대한 적합성을 평가하는 것은 다소 무리가 있으나, 본 연구에서는 Darcy-Weisbach공식보다 Hazen-Williams공식에 의해 산출된 절점동수두가 실제 절점동수두에 더 근접하게 나타났다.

## 참고문헌

1. 현인환 (1993) 배수관망모델의 조도계수 추정법. *상하수도학회지*.
2. 이철규 (1997) C 계수의 오차가 배수관망해석에 미치는 영향. 단국대학교 석사학위논문.
3. 장점현 (1998) 대도시 관망해석 및 최적화 설계기법에 관한 연구. 전남대학교.
4. 환경부 (1998) *상수도 시설기준*.
5. Chyr Pyng Liou (1998) Limitation and Proper Use of the Hazen-Williams Equation, *Jour. of Hydraulic Engineering*, 124(9), pp. 951-954.
6. 윤용남 (1999) *수리학 - 기초와 응용*, 청문각.
7. 오창주 (2000) 그래프 이론을 이용한 차단밸브의 최적 선정기법 연구, 전남대학교.