

추계적 열화모형에 의한 건설자재의 사용수명 예측

권영일**

* 청주대학교 산업공학과

Service Life Prediction for Building Materials and Components with Stochastic Deterioration

Young Il Kwon**

* Department of Industrial Engineering, Cheongju University

Key Words : Performance Degradation, Building Materials, Service Life, Service Life Prediction, Gamma Process

Abstract

The performance of a building material degrades as time goes by and the failure of the material is often defined as the point at which the performance of the material reaches a pre-specified degraded level. Based on a stochastic deterioration model, a performance based service life prediction method for building materials and components is developed. As a stochastic degradation model, a gamma process is considered and lifetime distribution and service life of a material are predicted using the degradation model. A numerical example is provided to illustrate the use of the proposed service life prediction method.

1. 서 론

건설자재의 경우 전기/전자, 기계류 제품 등 다른 내구재 제품에 비해 상대적으로 오랜 사용수명(service life)이 요구된다. 특히 최근 들어 건설 분야에 기능성 신소재와 친환경자재 등의 사용이 증가하고 권장됨에 따라 사용경험이나 데이터가 부족한 이들 자재에 대한 기능의 확인 및 사용수명에 대한 예측방법의 개발이 중요한 과제로 부각되고 있다.

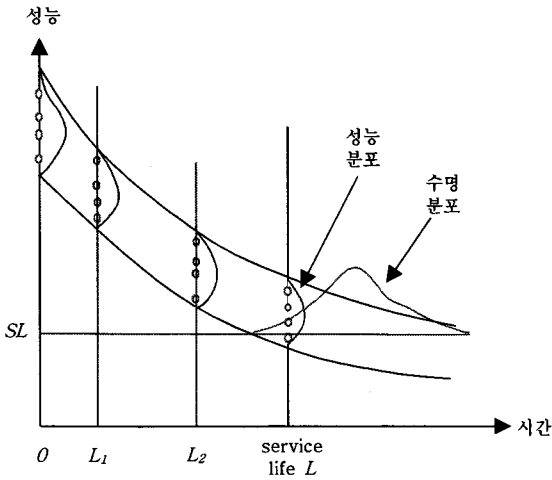
일반적으로 자동차, 기계, 전기, 전자부품 등에 대한 신뢰성평가나 보증시험은 주로 고장시간의 관측에 의해 이루어지지만 플라스틱, 복합재료, 도로, 금속, 실란트 등과 같은 소재 중심의 건설자재의 경우에는 대상자재의 고유 물성이나 성능이 특정 수준으로 저하되는 시점을 고장으로 판정하는 경우가 대부분이다.

다음 <그림 1>은 사용시간의 경과에 따른 열화성

능의 분포와 고장시간의 분포와의 관계를 나타내고 있다. 그림에서 SL(specification limit)은 요구되는 성능수준의 하한 또는 수락한계로서 자재의 성능이 이 하한을 초과하면 고장으로 판정한다. 사용수명 L(service life)은 규정된 사용조건에서 고장 없이 유지되는 시간 또는 시간에 준하는 사용횟수, 주행거리, 사이클 등으로 표현된다.

이러한 특성을 지닌 자재의 경우, 정확한 고장 시간보다는 시간의 경과에 따른 성능이나 물성의 변화를 관측하기가 훨씬 용이하며 사용수명 평가나 보증 방법도 성능의 관측치를 바탕으로 설계하는 것이 효과적이다.

성능의 열화모형과 열화데이터의 통계적 분석에 관해서는 Meeker(1998), Bain(1978), Nelson(1990) 등을 비롯한 많은 학자들에 의해 연구되어 왔다. 그리고 최근 들어 건설/토목분야에서도 열화 성능에 기초한 건설자재의 수명평가 방법들에 대한



<그림 1> 사용수명 L에서 열화 성능의 분포

연구의 필요성과 함께 접근방법에 대한 논의가 Beek et al.(2003), Heutink, et al.(2004)을 비롯하여 BS7453(2003), ISO 15686-1(2000), ISO 15686-2(2001), ISO 15686-3(2002), 그리고 European organization for technical approvals (1999) 등의 국가 및 국제기구에서 활발히 이루어지고 있다.

본 연구에서는 성능 열화현상에 의해 고장이 유발되는 건설자재에 대한 사용수명 예측방법을 개발하고 현장의 분석가들이 대상 자재나 제품에 적합한 시험방법을 적용할 수 있도록 통계적 방법 및 사례를 제공하고자 한다. 도료, 복합재료, 실란트, 접착제, 플라스틱, 고무 등을 비롯한 건설자재의 경우 대부분 특정 사용시간에서의 성능(표면경도, 접착강도, 인장강도, 신장률 등) 측정이 가능하므로 본 연구에서는 이들 성능 측정값에 기초한 사용수명 예측방식을 제시하고 열화성능에 의한 사용수명 보증시험방식을 설계하였다.

2. 성능열화모형

일반적으로 접착강도, 변색율, 마모량, 표면경도 등과 같은 건설자재의 성능열화(degradation)는 시간이 경과함에 따라 증가한다. 또한 동일한 기간의 열화량이라 할지라도 단위제품이나 경과시간대에 따라 불확실(uncertain)하므로 열화과정을 추계적 과정(stochastic process)으로 보는 것이 적합할 것

이다.

본 연구에서는 자재의 열화가 감마 프로세스(gamma process)를 따르는 경우를 고려하였다. 감마프로세스는 임의의 기간 동안의 열화량이 감마분포를 따르며 독립적인 양(non-negative)의 증분(increment)을 갖는 추계적 과정이다. 따라서 열화량이 한 방향으로 증가하는 특성을 갖는 많은 건설자재의 열화모델로서 적합하며, 수학적으로 다루기 쉽다는 장점도 갖는다. Noortwijk과 Klatter(1999) 그리고 Nicolai, et al. (2004)은 각각 감마프로세스를 적용하여 해양구조물 및 금속용 코팅의 열화모델을 분석하였으며 Lawless와 Crowder(2004)는 공변량과 랜덤효과를 반영한 감마프로세스 모델을 제시하였다. 본 연구에서는 감마프로세스를 적용하여 건축용 도료의 사용수명 분포를 예측하고, 도료의 열화성능에 의한 사용수명 보증시험 방식을 설계한다.

X 가 형상모수 α , 척도모수 β 인 감마분포를 따를 때 $X \sim Ga(\alpha, \beta)$ 로 표기하기로 하자. 이때 X 의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}, \quad x > 0 \quad (1)$$

안정적 증분(stationary increment)을 갖는 감마 프로세스는 다음과 같이 정의된다. 형상모수가 $\alpha(t)$, 척도모수가 β 인 감마프로세스는 추계적과정 $\{Y(t) : t \geq 0\}$ 로서 다음의 성질을 갖는다:

$Y(0) = 0$ 이다 (with probability one).

$Y(t+\tau) - Y(t) \sim Ga(\alpha(t+\tau) - \alpha(t), \beta)$ ($\tau > 0$) 이다.

$Y(t)$ 는 독립증분(independent increment)을 갖는다.

$X(t)$ 를 시간 t 동안의 열화량이라 하고, $X(t)$ 가 다음과 같이 $\alpha(t) = \frac{\mu^2}{\sigma^2} t^m$, $\beta = \frac{\sigma^2}{\mu}$ 인 감마프로세스를 따른다고 하자.

$$X(t) \sim Ga\left(\frac{\mu^2}{\sigma^2} t^m, \frac{\sigma^2}{\mu}\right) \quad (2)$$

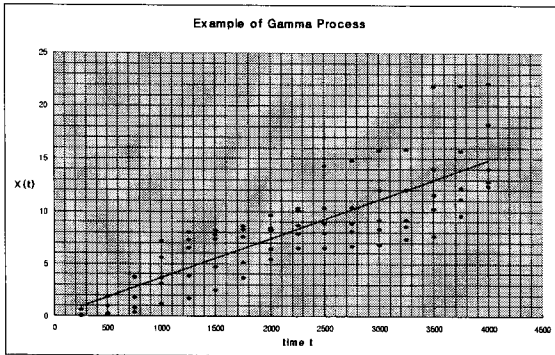
이때 누적열화량 $X(t)$ 의 평균과 분산은 각각

$$E[X(t)] = \mu t^m, \quad \text{Var}[X(t)] = \sigma^2 t^m \quad (3)$$

할 수 있다.

으로서 시간 t 에 따라 증가한다. 여기서 평균 누적 열화량 μt^m 은 건설자재의 대표적 열화모형의 하나인 power law 모형과 같다.

다음 <그림 2>는 $\mu = 0.004$, $\sigma^2 = 0.007$, $m = 1$ 인 감마프로세스를 따르는 열화데이터를 예시한 것이다.



<그림 2> $\mu = 0.004$, $\sigma^2 = 0.007$, $m = 1$ 인 감마프로세스 열화데이터

3. 모델모수 및 수명분포 추정

3.1 감마프로세스 모수추정

시간 t_i ($i = 1, 2, 3, \dots$)에서 관측된 누적 열화량을 X_i ($X_0 = 0$)라 하고 $t_i - t_{i-1}$ 동안의 열화량을 Y_i ($Y_i = X_i - X_{i-1}$)라 하면 Y_i 들은 서로 독립이며 다음의 감마분포를 따른다.

$$Y_i \sim \text{Ga}\left[\frac{\mu^2}{\sigma^2}(t_i^m - t_{i-1}^m), \frac{\sigma^2}{\mu}\right] \quad (4)$$

여기서 관측시간 t_i 간격을 $t_i^m - t_{i-1}^m = d$ 로서 일정한 값이 되도록 조정하면 Y_i 는 다음과 같은 서로 독립이고 동일한 감마분포를 따르게 된다.

$$Y_i \sim \text{Ga}\left(\frac{\mu^2}{\sigma^2}d, \frac{\sigma^2}{\mu}\right) \quad (5)$$

Y_i 의 관측값을 y_i , $\alpha = \frac{\mu^2}{\sigma^2}d$, $\beta = \frac{\sigma^2}{\mu}$ 라 두면 α , β 의 최우추정량(MLE)을 다음의 식으로부터 구

$$-\alpha\beta + \sum_{i=1}^n y_i = 0 \quad (6)$$

$$-n\psi(\alpha) - n\ln\beta + \sum_{i=1}^n \ln y_i = 0$$

여기서 $\psi(\alpha) = \frac{\Gamma'(\alpha)}{\Gamma(\alpha)}$ 로서 Digamma 함수를 뜻한다. 위 식으로부터 구한 α , β 의 최우추정량을 $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ 라 두면 μ 와 σ^2 의 MLE는 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{\mu} = \frac{\hat{\alpha}\hat{\beta}}{d}, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{\alpha}\hat{\beta}^2}{d} \quad (7)$$

3.2 수명분포 추정

앞에서도 언급한 바와 같이 건설자재의 경우 열화량 $X(t)$ 가 고장판정기준인 일정수준 s 에 도달하는 시간 T 를 고장시간(수명)으로 정의한다. 열화량 $X(t)$ 가 2절에서와 같은 감마프로세스를 따른다면 고장시간 T 의 분포는 다음 식 (8)과 같이 구해진다. 이 분포함수를 사용하여 B_{100p} 백분위 수명 및 시간 t 에서의 신뢰도 값 등을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} F(t) &= \Pr(T \leq t) \\ &= \Pr\{X(t) \geq s\} \\ &= \int_s^\infty \frac{1}{\Gamma(\alpha(t))\beta^{\alpha(t)}} x^{\alpha(t)-1} e^{-\frac{x}{\beta}} dx \\ &= \int_{s/\beta}^\infty \frac{1}{\Gamma(\alpha(t))} v^{\alpha(t)-1} e^{-v} dv \\ &= \frac{\Gamma(\alpha(t), s/\beta)}{\Gamma(\alpha(t))} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $\alpha(t) = \frac{\mu^2}{\sigma^2}t^m$ 을, $\Gamma(\cdot, \cdot)$ 은 불완전 감마함수(incomplete gamma function)로서

$$\Gamma(a, x) = \int_x^\infty v^{a-1} e^{-v} dv$$

를 뜻한다.

3.3 예 제

다음 <그림 3>은 한 건축용 도료의 사용수명을 평가하기 위해 실시한 촉진내후성시험(aging test)에서 시간의 경과에 따른 열화량의 추이를 나타낸 것이다. 시험은 내후시험장비인 Sunshine weatherometer 를 사용하여 ASTM G 152에 따라 실시하였으며, 시험조건은 시험온도 $63 \pm 3^\circ \text{C}$ 와 120 분 조사 중 18분간 물분무로 구성되었다. 이 도료의 경우 총 변색량이 $s=12.0$ 에 도달하면 고장으로 판정한다. 그림에서 누적열화량이 시간의 경과에 따라 선형적으로 증가함($m=1.0$)을 볼 수 있다.

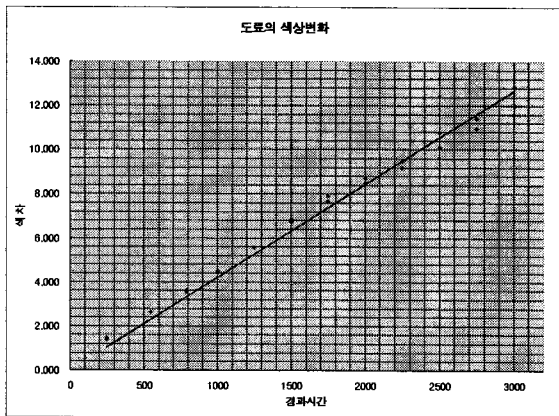
2개의 시편을 3,000시간동안 시험하였으며 250 시간 간격으로 색상의 변화량을 관측하였다. 이 도료의 열화데이터를 사용하여 식 (6)과 (7)에 의해 μ 와 σ^2 의 MLE를 구한 결과가 다음과 같다.

$$\hat{\mu} = 0.004027, \quad \hat{\sigma}^2 = 0.000402$$

이 추정 값들을 사용하여 이 도료의 고장시간 분포를 구하면

$$F(t) = \Pr(T \leq t) = \frac{\Gamma(c, 11.17)}{\Gamma(c)}, \quad (\text{여기서 } c = 0.040336)$$

가 된다.



<그림 3> 건축용 도료의 색상 변화량 그래프

고장시간 분포로부터 모집단의 10%가 고장나는 시점인 B_{10} 수명과 $t=2,500$ 시간에서의 신뢰도를 구하면 각각 다음과 같다.

$$B_{10} \text{ life} = 2,640 \text{ 시간}$$

$$R(t = 2,500) = \Pr(T > 2,500) = 0.968$$

<표 1>은 경과시간에 따른 고장확률과 신뢰도를 구한 결과이다.

4. 사용수명 보증시험 설계

4.1 시험방식 설계

여기서는 열화성능에 의한 건설자재의 사용수명 보증시험방식을 고려한다. 즉 사용수명 L 을 신뢰도 $100(1-p)\%$ 가 유지되는 B_{100p} 수명으로 나타낼 때 (건설자재의 경우 사용수명으로 통상 $p=0.1$, 즉 B_{10} 수명을 사용), 신뢰수준 CL 에서 B_{100p} 수명을 보증하는 시험방식을 설계한다.

<표 1> 경과시간에 따른 고장확률과 신뢰도

t	$F(t)$	$R(t)$
2,100	0.000	1.000
2,200	0.001	0.999
2,300	0.004	0.996
2,400	0.012	0.988
2,500	0.032	0.968
2,600	0.072	0.928
2,700	0.141	0.859
2,800	0.242	0.758
2,900	0.372	0.628
3,000	0.518	0.482
3,100	0.659	0.341
3,200	0.780	0.220
3,300	0.871	0.129
3,400	0.931	0.069
3,500	0.967	0.033
3,600	0.985	0.015
3,700	0.994	0.006
3,800	0.998	0.002
3,900	0.999322	0.000678
4,000	0.999799	0.000201

성능의 열화량이 2절에서 설명한 바와 같이

$\alpha(t) = \frac{\mu^2}{\sigma^2} t^m$, $\beta = \frac{\sigma^2}{\mu}$ 인 감마 프로세스를 따를 경우, 사용수명 L 에서 성능 열화량 $X(L)$ 은 형상모수 및 척도모수가 각각 $\frac{\mu^2}{\sigma^2} L^m$, $\frac{\sigma^2}{\mu}$ 인 감마분포를 따르게 된다. 두 모수 중 형상모수는 대상 자재의 성능 분포의 형상을 나타내는 모수로서 동일한 계열의 자재의 경우 일정하다고 가정한다. 형상모수가 일정하다는 것은 $\frac{\sigma^2}{\mu^2}$ 이 일정하다는 뜻이며, 이는 임의의 시간 t 에서 자재별로 열화량의 변동계수인

$$CV(t) = \frac{\sigma}{\mu \sqrt{t^m}} \tag{9}$$

가 일정함을 의미한다. 대부분의 금속자재에 있어서 열화성능(강도)의 변동계수가 일정한 것으로 알려져 있으며(NFPA, 2000) 그 밖의 일부 건설자재에 대해서도 이러한 가정이 종종 적용되고 있다. 시험방법 및 판정기준은 다음과 같다:

n 개의 시료로 사용조건에서 사용수명 L 또는 가속조건에서 사용수명 L 에 해당하는 기간 동안 시험한다.

시험 후 각 시료의 성능 X_1, X_2, \dots, X_n 을 측정하여 모든 $X_i \leq AL$ 이면 합격, 즉 신뢰수준 CL 에서 규정된 B_{100p} 수명을 보증한다.

먼저 B_{100p} 수명이 L 인 자재에 있어서 L 에서의 정격성능분포(rated performance distribution)는 다음의 조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} & \Pr[X(L) \geq s] \\ &= \int_s^\infty \frac{1}{\Gamma(\alpha(L))\beta^{\alpha(L)}} x^{\alpha(L)-1} e^{-\frac{x}{\beta}} dx \\ &= \frac{\Gamma(\alpha(L), \frac{s}{\beta})}{\Gamma(\alpha(L))} \\ &= p. \end{aligned} \tag{10}$$

여기서 p 는 규정된 사용수명 L 에서의 불신뢰도(unreliability)이다.

형상모수가 $\alpha(L)$, 척도모수가 1인 감마분포의 누적분포함수를 G 라 하면, 식 (10)을 만족하는 척도

모수 β_p 는 다음과 같이 구해진다.

$$\beta_p = \frac{s}{G^{-1}(1-p)}. \tag{11}$$

다음 신뢰수준이 CL 인 합격기준 AL 은

$$\begin{aligned} \Pr[all X_i \leq AL] &= \{\Pr[X_i \leq AL]\}^n \\ &= 1 - CL, \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} \Pr[X_i \leq AL] &= \int_0^{\frac{AL}{\beta_p}} \frac{1}{\Gamma(\alpha(L))} y^{\alpha(L)-1} e^{-y} dy \\ &= (1 - CL)^{\frac{1}{n}} \end{aligned} \tag{13}$$

의 관계식으로부터 다음과 같이 구해진다.

$$AL = \beta_p G^{-1}(q). \tag{14}$$

단 여기서 $q = (1 - CL)^{\frac{1}{n}}$ 이다.

4.2 적용예제

여기서는 누적 열화량이 선형적으로 증가하는 ($m=1.0$) 앞 예제 3.3의 도료에 대해 $n=10$ 개의 시료를 사용하여 B_{10} 수명 5년을 ($p=0.1$) 신뢰수준 $CL=90\%$ 로 보증하는 시험방식을 설계한다. 사용환경에서 5년에 해당하는 가속시험시간은 2,500시간으로 산출되었다. 이 도료의 경우 $s=12$,

$$A(L) = \frac{\mu^2}{\sigma^2} L = \frac{0.00001622}{0.000402} \times 2,500 = 100.85$$

이고, 식 (11)에서

$$\beta_{0.1} = \frac{s}{G^{-1}(0.9)} = \frac{12}{113.915} = 0.10534$$

이다. 그리고

$$q = (1 - CL)^{\frac{1}{n}} = (1 - 0.9)^{\frac{1}{10}} = 0.7943$$

이므로 식 (14)에서 AL 은 다음과 같이 구해진다.

$$AL = \beta_{0.1} G^{-1}(q) = 0.10534 \times 108.976 = 11.48$$

따라서 시험방법 및 판정기준은 다음과 같다.

10개의 시료에 대해 사용환경에서의 5년에 해당하는 가속시험기간인 2,500시간동안 가속시험을 실시한 후 각 시료의 열화량 X_i 를 관측한다.

모든 $X_i \leq 11.48$ 이면 합격, 즉 신뢰수준 90%에서 사용수명 5년($B_{10} = 5$ 년)을 보증한다.

5. 결 론

대부분의 건설자재에 대해서 매우 긴 사용수명이 요구된다. 예를 들어 건물 창호의 경우 20여년의 사용수명이, 그리고 건물 외벽의 경우 40년 이상의 사용수명이 요구되고 있다. 또한 필드사용조건에서 고장시간을 관측하기에도 매우 오랜 시간이 소요된다. 이러한 특성을 갖는 자재나 부품에 대해서는 고장시간 대신 시간의 경과에 따른 열화특성을 이용하여 사용수명을 조기에 예측하는 것이 필요하다. 본 연구에서는 열화데이터를 사용하여 건설자재의 사용수명을 예측하는 방법을 제시하였다. 열화모델로는 누적열화량이 경과시간에 따라 증가하며 독립적인 증분을 갖는 감마프로세스를 사용하였으며, 실제 건축용 도료에 대해 실시한 열화시험 자료를 사용하여 본 연구에서 제안한 수명예측방법의 사용을 예시하였다. 이 방법을 사용 할 경우 고장시간에 이르기 까지 시험하지 않고 사용 초기의 필드 열화자료나 실험실 내에서의 가속시험 자료를 활용하여 조기에 대상자재나 부품의 사용수명을 예측할 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] Bain, L.J.(1978), *Statistical Analysis of Reliability and Life-Testing Models: Theory and Methods* (Statistics: Textbooks and Monographs, Vol 24), Marcel Dekker.
- [2] Beek A.V. et al.(2003), "Validation model for service life prediction of concrete structures", *2nd International RILEM workshop on life prediction and aging management of concrete structures*, Paris, France, pp. 257-267.
- [3] British standard BS7543(2003), *Guide to durability of buildings and building elements, products, and components*, BSI.
- [4] European Organization for Technical Approvals (1999), *Assessment of working life of products*.
- [5] Heutink, A. et al.(2004), "Environment-friendly maintenance of protective paint systems at lowest cost", *XXVII FATIPEC Congress, April 2004, Aixen-Provence, France*, 351- 364.
- [6] ISO, International Organization for Standardization(2000), *Building and constructed assets. Service life planning. Part 1: General principles*, ISO 15686-1.
- [7] ISO, International Organization for Standardization(2001), *Building and constructed assets. Service life planning. Part 2: Service life prediction procedures*, ISO 15686-2.
- [8] ISO, International Organization for Standardization(2002), *Building and constructed assets. Service life planning. Part 3: Performance audits and reviews*, ISO 15686-3.
- [9] Lawless, J. and Crowder, M.(2004), "Covariates and random effects in a gamma process model with application to degradation and failure", *Lifetime Data Analysis*, 10, 213-227.
- [10] Meeker, W.Q. and Escobar, L.A.(1998), *Statistical Method for Reliability Data*, Wiley.
- [11] Nelson, W.(1990), *Accelerated Testing : Statistical Models, Test Plans, and Data Analyses*, John Wiley & Sons.
- [12] NFPA/T2.6.1 R2-2000(2000), *Fluid power components-Method for verifying the fatigue and establishing the burst pressure ratings of the pressure containing envelope of a metal fluid power component*, National Fluid Power Association.
- [13] Nicolai, R.P et al.(2004), "Modeling the deterioration of the coating on steel structures: a comparison of methods", *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 4177-4182.
- [14] Noortwijk, J.M. and Klatter H.E. (1999), "Optimal inspection decisions for the block mats of the Eastern-Scheldt barrier", *Reliability Engineering and System Safety*, 65, 203- 221.