

확률적 피로한도모형하에서 계단형 피로시험의 설계

서순근*† · 박정은** · 조유희* · 송서일*

* 동아대학교 산업경영공학과

** (주)범한 판토스

Design of the Staircase Fatigue Tests for the Random Fatigue Limit Model

Sun-Keun Seo*† · Jung-Eun Park** · You-Hee Cho* · Suh-il Song*

* Dept. of Industrial & Management Systems Engineering, Dong-A University

** Pantos Logistics Co., Ltd

Key Words : Fatigue Test, Staircase Test, Random Fatigue Limit Model, Bootstrap Method,
14 S-N Method

Abstract

The fatigue has been considered the most failure mode of metal, ceramic, and composite materials. In this paper, numerical experiments to assess the usefulness of two Dixon's methods (small and large samples) and 14 S-N methods on assumptions of lognormal fatigue limit distribution under RFL (Random Fatigue Limit) model are conducted for staircase (or up-and-down) test and compared by MSE (Mean Squared Error) and bias for estimates of mean log-fatigue limit. Also, guidelines for staircase test plans to choose initial stress level and step size are recommended from numerical experiments including sensitivity analyses. In addition, the parametric bootstrap method to construct a confidence interval for the mean of log-fatigue limit by the percentile method using a transition probability matrix of Markov chain is presented and illustrated with an example.

1. 서 론

산업발전과 함께 기계 구조물이 복잡, 정밀, 대형 화됨으로써 대형사고 또는 기계파손이 빈번히 발생하고 있다. 다양한 사고원인 중에서 파손의 가장 큰 원인으로 피로(fatigue)를 들 수 있다. 피로란 교량, 비행기, 기계 부품 등과 같이 동적인 변동응력을 받는 구조물에서 나타나는 파손의 일종으로, 항복강도나 반복 정적하중보다 매우 낮은 응력상태에서 일어나는 파손이다. 이런 피로파손은 어떠한 파손 징후를 나타내지 않고 갑자기 일어나므로 아주 위험한

대형사고를 일으킨다(Collins, 1994).

일반적으로, 피로한도(fatigue limit)는 10^7 사이클에서의 피로강도로서 실험에 의해 결정되고 이런 피로로 인해 발생하는 사고로부터 피해를 방지하기 위해 기계나 구조물 설계시 재료의 수명을 평가하여 설계 및 제조에 반영하게 되는데, 이 수명을 평가하기 위해 행해지는 것이 피로시험(fatigue test)이다. 이 피로시험을 통해 획득된 피로시험자료는 스트레스가 낮아지면 산포가 증가되는 경향을 보이고 있다. 이에 따라 산포의 형태가 특정 변수에 비례할 때 유용한 (양)대수변환을 주로 적용하고 있지만, 이 경우도 산포가 증가되고 있어 피로곡선을 모형화하는 데 어려움이 발생되고 있다.

이와 같은 현상과 경사부와 수평부가 부드럽게

† 교신저자 skseo@dau.ac.kr

※ 이 논문은 2005학년도 동아대학교 학술연구비(공모 과제) 지원에 의하여 연구되었음.

연결되지 못하는 단점을 가진 기존의 피로곡선 모형을 보완하기 위한 모형이 소개되고 있으며, 대표적인 것이 Pascual and Meeker(1999)의 확률적 피로한도(Random Fatigue Limit, 이하 RFL)모형인데, 실제 피로시험자료에 성공적으로 적용되고 있다[1, 8, 9]. 또한 Pascual(2003, 2004)에 의해 RFL 모형하에서 개발된 시험계획(시험스트레스 수준과 시험제품 할당비율)은 일정스트레스 가속수명시험방식에 따르면 피로한도를 구하는 데는 부적절하다.

또한 피로시험 중에서 일본 기계학회(1994)의 피로시험 규격인 14 S-N 방법은 피로한도를 예측하고 어떤 특정한 수명에서 피로강도의 통계적 특성치를 결정할 때 현업에서 가장 널리 쓰이는 방법이지만, 피로시험의 설계변수인 응력수준과 시험간격의 타당성이 다양한 조건하에서 입증되어 있지 않은 실정이다.

따라서 RFL 모형 하에서 현업에서 가장 널리 활용되는 14 S-N 방법의 적용가능성 평가와 이의 응력수준과 시험간격을 결정하는 계단형(staircase, up-and-down) 피로시험계획의 통계적 특성을 다음과 같이 조사하고자 한다. 먼저 14 S-N 방법, 이의 이론적 근거를 제공한 시험편 수가 많은 경우와 적은 경우의 Dixon 방법(1948, 1965), RFL 모형을 이용한 피로자료 분석법을 요약하고 특징을 고찰한다. 이에 따라 피로한도가 RFL 모형하의 대수정규분포를 따르고 계단형 시험법으로 실시할 경우에 피로시험계획의 중요 설계변수인 최소 응력수준과 시험간격의 다양한 조건하에서 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하여 피로한도를 구하는 두 가지의 Dixon 방법과 14 S-N 방법에 의해 대수 피로한도의 평균(즉, 피로한도의 중앙값)에 대한 MSE(Mean Squared Error : 평균제곱오차)와 bias(편의)를 구하여 비교하며, 널리 쓰이는 14 S-N 방법의 적용 가능성을 평가한다. 마지막으로 수치실험을 통해 도출된 결과를 토대로 14 S-N 방법의 적절한 응력수준과 시험간격을 설정하는 기준을 제안하고 마코브 체인(Markov chain)을 접목한 붓스트랩 기법으로 대수 피로한도의 평균에 대한 신뢰구간을 구하는 방법도 제시한다.

2. 피로한도 시험방법

피로한도 수명을 예측하기 위해 활용되고 있는

계단형 피로시험법에 대한 두 가지 Dixon 분석법(시험편이 적은 경우와 큰 경우), 14 S-N 방법, 그리고 확률적 피로한도모형하에서의 피로한도 추정 방법에 대해 고찰하고자 한다.

2.1 Dixon 방법

2.1.1 시험편 수가 많은 경우(대표본)

먼저 경험을 기초로 관심이 있는 수명에 대응하는 (대수) 피로한도의 평균과 표준편차를 추정하는데, 본 논문에서는 보다 널리 활용되는 응력과 피로수명을 양대수 변환한 모형으로 기술하고자 하며 양쪽 변환이 필요없는 경우에도 쉽게 적용할 수 있다. 이 시험법은 추정된 대수 피로한도의 평균과 표준편차가 각각 $\mu_\gamma, \sigma_\gamma$ 이면 첫 번째 시험편을 μ_γ 보다 조금 높은 응력수준(예를 들면 $\mu_\gamma + d$)에서 시험하는데, 여기서 d 는 시험간격이고 근사적으로 $1\sigma_\gamma$ 를 추천하고 있다.

만약 첫 번째 시험편이 고장이면, 이전의 응력수준보다 d 만큼 낮은 응력수준에서 두 번째 시험편을 시험하고, 첫 번째 시험편이 특정 사이클까지 생존하면, 이전의 응력수준보다 d 만큼 높은 응력수준에서 두 번째 시험편을 시험하여 최소 15~30개의 시험편을 순차적으로 시험하는 것이 계단형 시험법이다. 이런 계단형 피로시험은 폭약, 독약 등의 반응점을 추정한 민감도(sensitivity) 시험의 Bruceton 시험과 거의 유사하다(Neyer, 1994).

시험이 완료되었을 때, 적게 발생한 사상이 고장인지 생존인지를 결정하고 가장 낮은 수준부터 0, 1, 2, ...으로 정의한 i 번째 응력수준 s_i 에서 적게 발생한 사상의 시험편 수가 f_i 일 때 먼저 다음을 계산한다.

$$N_i = \sum_j f_j$$

$$A = \sum_i (i \cdot f_i)$$

$$B = \sum_i (i^2 \cdot f_i)$$

상기의 N_i, A 를 이용하여 대수 피로한도의 평균 $\mu_\gamma = \ln s_{50}$ (즉, 응력수준 s 의 제 50백분위수의 대수값)의 추정치를 식 (1)과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{\mu}_\gamma = \ln \hat{s}_{50} = \ln s_0 + d \left(\frac{A}{N_i} \pm \frac{1}{2} \right) \quad (1)$$

여기서, $\ln s_0$ 는 적게 발생한 사건 중 가장 낮은 수준의 응력이며, 만약 적게 발생한 사건이 생존이면 '+'기호를 사용하고, 고장이면 '-'기호를 사용한다 (Dixon and Mood, 1948).

또한 대수 피로한도의 표준편차와 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 식 (2)와 식 (3)과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{\sigma}_\gamma = 1.620d \left(\frac{N_1 B - A^2}{N_1^2} + 0.029 \right) \quad (2)$$

$$\widehat{\ln s_{50}} \pm z_{\alpha/2} \times \hat{\sigma}_m \quad (3)$$

단, $z_{\alpha/2}$: 표준정규분포의 $(1-\alpha/2)$ 값

$\hat{\sigma}_m$: 표준오차

여기서 $\left(\frac{N_1 B - A^2}{N_1^2} \right) < 0.3$ 일 때는 σ_γ 는 $0.53d$ 로 추정되며, 표본의 표준오차는 $\hat{\sigma}_m = \frac{G}{\sqrt{N_1}} \hat{\sigma}_\gamma$ 인데, G 는 d/σ_γ 에 의존하며 Dixon and Mood(1948)에서 구할 수 있다.

2.1.2 시험편 수가 적은 경우(소표본)

전 소결과 마찬가지로 응력수준과 시험간격을 동일하게 선택하고, 시험간격 d 만큼 감소 또는 증가시키면서 최초부터 연속된 생존개수 또는 고장개수를 한 단위로 취급한 시료 개수 N 에 도달할 때까지 시험을 수행한다. 여기서 \bar{N} 을 실제 총 시료수라 정의한다.

$N \leq 6$ 일 경우, (대수) 피로한도의 평균에 대한 추정치(s_{50} 또는 $\widehat{\ln s_{50}}$)는 식 (4)로 구할 수 있는데, 여기서 k 값과 표본의 표준오차 $\hat{\sigma}_m(k\sigma_\gamma)$ 값을 구하기 위한 k 값은 Dixon(1965)의 표값을 활용하여 구할 수 있다.

$$\hat{\mu}_\gamma = \widehat{\ln s_{50}} = \text{마지막 시험의 응력수준} + kd \quad (4)$$

또한 식 (5)에 의해 $100(1-\alpha)\%$ 대수 피로한도의 평균에 대한 신뢰구간을 구한다.

$$\widehat{\ln s_{50}} \pm t_{\alpha/2}(\phi) \times \hat{\sigma}_m \quad (5)$$

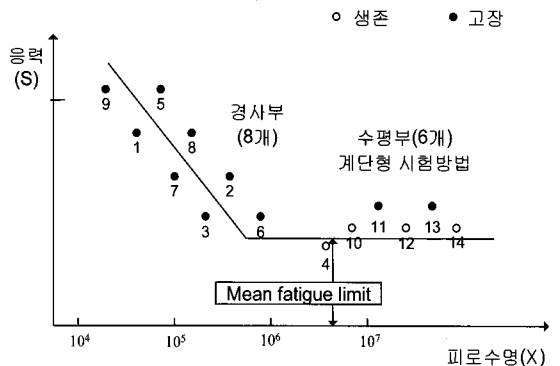
단, $t_{\alpha/2}(\phi)$: 자유도가 $\phi(\sigma_\gamma$ 의 추정에 필요한 시료 크기 - 1)인 t 분포표의 $(1-\alpha/2)$ 값

2.2 14 S-N 방법에 의한 피로한도시험

14 S-N 방법은 수평부와 경사부로 구분하여 수평부는 계단형 시험을 실시하여, Dixon and Mood

(1948)의 대표본 방법과 Brownlee et al.(1953) 연구 결과를 활용하여 피로한도를 추정하며, JSME(Japan Society of Mechanical Engineers) S 002(1994)의 통계적 피로시험방법에 규정된 규격으로 우리나라에서 가장 널리 활용되고 있다.

14-15개의 시험편을 사용하여 피로한도를 구하는 14 S-N 방법은 파괴확률 50%의 S-N 선도를 구하는 시험방법으로 경사부(8개)와 수평부(6개)에서 <그림 1>에 예시한 바와 같이 다음과 같은 절차에 따라 시험을 수행한다. 여기서 응력과 피로수명을 각각 s 와 X (관측값일 때는 소문자)로 표기한다.



<그림 1> 14 S-N 방법에 의한 피로한도시험

2.2.1 경사부 시험결과의 분석

<그림 1>과 같이 경사부에서 획득된 8개의 파단 자료를 편대수($s, \ln x$) 또는 양대수($\ln s, \ln x$)로 정리하는데 본 논문에서는 양대수로 도시하는 방법을 적용하며 응력과 수명의 대수평균은 식 (6)과 식 (7)과 같이 구할 수 있다.

$$\overline{\ln s} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 \ln s_i \quad (6)$$

$$\overline{\ln x} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 \ln x_i \quad (7)$$

양대수로 정리한 경사부에 적합한 회귀직선의 기울기($\hat{\beta}_1$)와 절편($\hat{\beta}_0$)의 추정값은 식 (8)과 식 (9)와 같고, 추정 회귀직선은 식 (10)으로 구할 수 있다.

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^8 (\ln s_i - \overline{\ln s})(\ln x_i - \overline{\ln x})}{\sum_{i=1}^8 (\ln s_i - \overline{\ln s})^2} \quad (8)$$

$$\hat{\beta}_0 = \overline{\ln x} - \hat{\beta}_1 \overline{\ln s} \quad (9)$$

$$\ln x = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \times \ln s \quad (10)$$

또한 파단수명의 대수 표준편차 $\hat{\sigma}(\ln x)$ 와 응력수준(시간강도로도 불림)의 표준편차 $\hat{\sigma}(\ln s)$ 는 식 (11)과 식 (12)와 같다.

$$\hat{\sigma}(\ln x) = \left[\frac{1}{6} \sum_{i=1}^8 \{ \ln x_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \ln s_i) \}^2 \right]^{(1/2)} \quad (11)$$

$$\hat{\sigma}(\ln s) = \frac{1}{|\hat{\beta}_1|} \hat{\sigma}(\ln x) \quad (12)$$

2.2.2 수평부 시험결과의 분석

계단형 피로시험법에 의한 첫 번째 시험응력수준 s_1 은 2.2.1절의 경사부 시험에서 파단 자료가 한 개도 발생하지 않은 응력수준을 취하며, 계단형 피로시험법의 시험간격 d 는 응력수준의 표준편차 추정값($\hat{\sigma}(\ln s)$)이 구해진 경우는 $d = \hat{\sigma}(\ln s)$ 로, 변동계수의 추정값($\hat{\eta}(\ln s)$)이 구해진 경우는 $d = s_1 \times \hat{\eta}(\ln s)$ 로 설정된다.

2~6번째 시험은 <그림 1>과 같이 전 단계의 실험결과에 따라 $s_j = s_{j-1} \pm d$ 로 설정하여 수행하고, 7번째 응력수준은 $s_7 = s_6 \pm d$ 로부터 구하지만 이 수준의 시험을 실제로 수행되지 않는다.

상기와 같이 수평부에서 획득된 피로시험자료의 대수 피로한도의 평균과 이에 대한 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간을 각각 식 (13)과 식 (14)와 같이 추정한다.

$$\hat{\mu} = \ln \hat{s}_{50} = \left(\frac{1}{6} \right) \sum_{j=2}^7 s_j \quad (13)$$

$$\ln \hat{s}_{50} \pm t_{\alpha/2}(\phi) \times \hat{\sigma}_m \quad (14)$$

단, n : 수평부 자료 개수

n_I : 경사부 자료 개수

$$\hat{\sigma}_m = \hat{\sigma}_\gamma / \sqrt{n/2}$$

$$\phi = n_I - 2$$

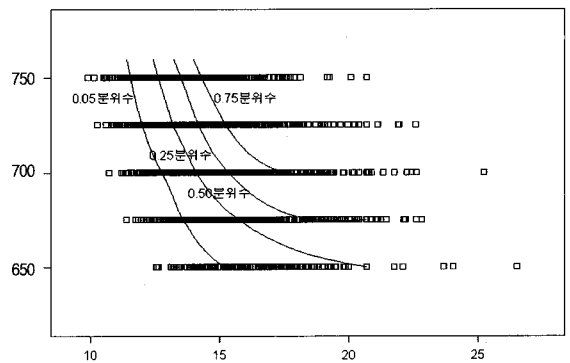
여기서 대수 피로한도의 표준편차에 대한 추정치 $\hat{\sigma}_\gamma$ 는 경사부에서 구한 응력수준의 표준편차 $\hat{\sigma}(\ln s)$ 을 적용한다.

3. 확률적 피로한도모형하에서 계단형 피로시험계획

3.1 확률적 피로한도

이전의 피로한도 모형들은 경사부와 수평부를 분

리한 두 직선(bilinear curve)으로 연결하였지만 확률적 피로한도(RFL)모형은 경사부와 수평부의 연결 지점을 좀 더 부드럽고 완곡하게 표현할 수 있다 (Pascual and Meeker, 1997). 또한 Nelson(1984)과 Pascual and Meeker(1997)는 응력 스트레스와 수명을 대수변환 시키더라도 응력이 감소하면 산포가 증가하고 있는 현상을 수용할 수 있는 모형을 추가로 가정하였지만, RFL 모형은 이런 별도의 추가 모형에 대한 가정을 하지 않고 <그림 2>와 같이 관측중단을 고려하더라도 사분위수 범위가 스트레스가 낮을수록 증가되고 있으므로 이런 현상을 만족하고 있다는 점에서 이점을 가진다고 할 수 있다.



<그림 2> 응력이 감소할수록 산포가 증가되는 확률적 피로한도모형

i 번째 스트레스 수준 s_i 에서 피로곡선 모형은 식 (15)와 같이 나타낼 수 있는데 Pascual and Meeker (1999)가 수치실험을 통하여 대수피로한도(V), 대수 피로한도 내에서의 대수수명($W|V$)이 정규분포를 따를 경우(즉, 수명이 대수정규분포(LN)를 따를 때)가 다른 분포 조합의 결과보다 우수하다고 입증한 결과를 기초로 본 연구에서는 $V, W|V$ 가 정규분포를 따를 때의 피로한도모형을 고려한다.

RFL모형은 식 (15)로 나타낼 수 있다.

$$W = \ln(X) = \beta_0 + \beta_1 \ln(s - \gamma) + \epsilon = \beta_0 + \beta_1 \ln(e^y - e^\gamma) + \epsilon \quad (15)$$

단, $W \sim N(\mu_W = \beta_0 + \beta_1 \ln(e^y - e^\gamma), \sigma^2)$

$$V \sim N(\mu_\gamma, \sigma_\gamma^2) (\gamma \sim LN(\mu_\gamma, \sigma_\gamma^2))$$

$$\epsilon \sim N(0, \sigma^2) (\epsilon' \sim LN(0, \sigma^2))$$

여기서, 피로한도는 γ , 스트레스는 s , 수명은 X , ϵ 은 오차이고 $y = \ln(s)$, $W = \ln(X)$, $V = \ln(\gamma)$ 이며 모수 μ_γ

와 σ_γ 를 가지는 v 와 $w|v$ 의 확률밀도함수는 식 (16)과 식 (17)과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_V(v) = \frac{1}{\sigma_\gamma} \phi_V\left(\frac{v - \mu_\gamma}{\sigma_\gamma}\right) \quad (16)$$

$$f_{W|V}(w|v) = \frac{1}{\sigma} \phi_{W|V}\left(\frac{w - [\beta_0 + \beta_1 \ln(e^v - e^v)]}{\sigma}\right) \quad (17)$$

단, ϕ : 표준정규분포의 확률밀도함수

3.1.1 수치 예

<표 1>의 14 S-N 방법에서 얻은 경사부의 피로 시험자료와 <표 2>와 같이 대수 변환한 응력과 수명(사이클)이 정규분포를 따른다고 가정한 RFL 모형하에서 몬테카를로 시뮬레이션에 의해 얻은 수평부 피로시험자료에 Meeker and Escobar(1998)가 수명자료 분석을 위해 Insightful사(2001)의 S-plus로서 개발된 SPLIDA를 이용하여 RFL 모형을 적합하였다. 즉, RFL 모형의 모수 추정값으로 β_0 는 24.1707, β_1 은 -2.1999, σ 는 0.0780, σ_γ 는 0.0092 이므로, μ_γ 는 6.0354, 이의 95% 신뢰구간은 [5.9821, 6.0886]으로 추정되었다.

<표 1> 14 S-N 방법의 경사부 피로시험자료

| 경사부 | | |
|-----|-----------|-----------|
| 순번 | 대수응력(lns) | 대수수명(lnx) |
| 1 | 6.6200 | 11.347 |
| 2 | 6.6200 | 11.481 |
| 3 | 6.4629 | 12.140 |
| 4 | 6.4629 | 12.316 |
| 5 | 6.3058 | 13.525 |
| 6 | 6.3058 | 13.585 |
| 7 | 6.1487 | 15.786 |
| 8 | 6.1487 | 15.514 |

<표 2> 수평부 피로시험자료

| 수평부 | | |
|-----|-----------|-----------|
| 순번 | 대수응력(lns) | 대수수명(lnx) |
| 1 | 5.9915 | *16.118 |
| 2 | 6.0915 | *16.118 |
| 3 | 6.1915 | 14.689 |
| 4 | 6.0915 | *16.118 |
| 5 | 6.1915 | 14.823 |
| 6 | 6.0915 | *16.118 |
| 7 | 6.1915 | |

단, * : 관측중단

S-N곡선의 경사부와 관련없이 피로한도만 확률 변수로 가정하여 적용하는 2.1절과 2.2절의 3가지 계단형 시험 분석법과 RFL모형에 적합하여 계산한 결과가 <표 3>에 요약되어 있다.

<표 3> 수치예의 적합 결과

| 방법 | $\hat{\mu}_\gamma$ | $\hat{\sigma}_\gamma$ | μ_γ 에 대한 95% 신뢰구간 |
|--------------|--------------------|-----------------------|----------------------------|
| Dixon* (대표본) | 6.1415 | 0.053 | [6.0607, 6.2223] |
| Dixon* (소표본) | 6.1652 | 0.0431** | [6.0976, 6.2328] |
| 14 S-N | 6.1415 | 0.0431 | [6.0806, 6.2024] |
| RFL | 6.0354 | 0.0092 | [5.9821, 6.0886] |

단, * : 수평부 시험자료만 활용

** : 14 S-N 방법의 $\hat{\sigma}_\gamma$ 적용

<표 3>에서 대수 피로한도의 평균에 대한 결과를 비교해 보면 RFL 모형에 의한 적합값이 가장 낮은 값을, 시험편이 적은 경우의 Dixon 방법으로 구한 값이 가장 높은 값으로 나타나고 있다.

3.2 모형

본 논문에서 피로한도모형은 식 (15)와 같이 대수 변환한 스트레스와 수명이 정규분포(즉, 대수정규분포)를 따른다고 가정한 RFL 모형이다. RFL 모형의 모수 $\theta = (\beta_0, \beta_1, \sigma, \mu_\gamma, \sigma_\gamma)$ 를 표준화하면 β_0^* 는 $\beta_0 + \beta_1 \mu_\gamma$, ξ 는 $(y - \mu_\gamma) / \sigma_\gamma$, z 는 $(w - \beta_0^*) / \sigma$, ζ 는 $(w_i - \beta_0^*) / \sigma$, β_1^* 는 β_1 / σ 로 변환할 수 있으며, 대수수명의 확률밀도함수와 누적분포함수는 식 (18)과 식 (19)와 같이 된다(Pasucal, 2004).

$$f_W(w; \xi) = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sigma \sigma_\gamma} \phi_{W|V} \left\{ z - \beta_1^* [\sigma_\gamma \xi + \log(1 - e^v)] \right\} \phi_V \left(\frac{v + \sigma_\gamma \xi}{\sigma_\gamma} \right) dv \quad (18)$$

$$F_W(w; \xi) = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sigma \sigma_\gamma} \Phi_{W|V} \left\{ z - \beta_1^* [\sigma_\gamma \xi + \log(1 - e^v)] \right\} \phi_V \left(\frac{v + \sigma_\gamma \xi}{\sigma_\gamma} \right) dv \quad (19)$$

단, ϕ_V : 대수피로한도에 대한 표준정규분포의 확률밀도함수

ϕ_V : 대수피로한도에 대한 표준정규분포의

누적분포함수

$\Phi_{W|V}$: 대수피로한도분포 하에서 대수수명에 대한 표준정규분포의 누적분포함수

따라서 i 번째 시험편의 응력수준($y_i = \ln s_i$)에서 대수 관측중단시간 w_{ci} (주로 10^7 사이클)까지 시험될 경우 다음과 같이 두 가지 경우로 구분된다.

① 생존(y_i 가 $V = \ln \gamma$ 이상이지만 관측중단되거나 y_i 가 $\ln \gamma$ 미만인 경우)

$$\begin{aligned}
 q_i &= \Pr(V \leq y_i \text{ \& censored at } w_{ci}) \\
 &\quad + \Pr(V > y_i) \\
 &= [1 - F_W(w_{ci}; \mu, \sigma)] \Phi\left(\frac{y_i - \mu_\gamma}{\sigma_\gamma}\right) \\
 &\quad + \left[1 - \Phi\left(\frac{y_i - \mu_\gamma}{\sigma_\gamma}\right)\right] \\
 &= 1 - F_W(w_{ci}; \mu, \sigma) \Phi\left(\frac{y_i - \mu_\gamma}{\sigma_\gamma}\right) \tag{20}
 \end{aligned}$$

② 고장(대수 스트레스 y_i 가 피로한도 $\ln \gamma$ 를 초과한 경우)

$$\begin{aligned}
 p_i &= \Pr(V \leq y_i \text{ \& } W \leq w_{ci}) \\
 &= F_W(w_{ci}; \mu, \sigma) \Phi\left(\frac{y_i - \mu_\gamma}{\sigma_\gamma}\right) \tag{21}
 \end{aligned}$$

RFL 모형하에서 피로수명은 대수정규분포를 따르는 경우에 응력수준이 피로한도를 초과하고 사이클이 10^7 미만인 경우는 고장, 응력수준이 피로한도 미만이거나 피로한도 이상이라도 관측중단되는 경우는 생존으로 간주하여 고장확률과 생존확률을 구할 수 있으므로 이로부터 우도함수를 설정하고 최우 추정치를 구할 수 있다.

3.3 계단형 피로시험계획의 통계적 분석

3.3.1 시험 상황

Pascual and Meeker(1999), 그리고 Loren(2005)의 시험결과를 참조하여 본 논문에서는 14 S-N 피로시험 상황을 경사부는 최대 응력수준 $\ln 750$ 에서 등간격으로 4곳, 수평부의 최초 스트레스 수준 y_0 는 $\mu_\gamma = \ln 400$ 으로 설정하여 계단형 시험을 실시하였다. 경사부의 기울기는 $-2(\beta_1)$, 피로한도와 경사부의 표준편차는 각각 $0.1(\sigma_\gamma)$ 와 $0.2(\sigma)$ 로 설정하지만, 이

관계가 변화하는 경우의 수치실험도 실시하였다. 그리고 β_0 대신 $\beta_0^* = \beta_0 + \beta_1 \mu_\gamma$ 를 11로 정하면 시험상황이 β_0 에 의존하지 않는 경우로 바꿀 수 있다.

먼저 RFL 모형하에서 몬테카를로 시뮬레이션을 S-plus로 프로그램을 작성하여 피로시험자료를 10,000 번씩 생성하고 14 S-N 방법과 시험편 수가 적은 경우의 Dixon 방법에 의해 추정된 대수 피로한도의 평균으로부터 다음과 같이 정의된 MSE와 편의를 정리한 것이 <표 4>이다. 여기서 시험편 수가 많은 경우의 Dixon 방법을 적용한 결과 수행도가 떨어지며, 현 시험상황(소표본에 해당)에 적합하지 않으므로 제외하였다.

$$\begin{aligned}
 MSE &= \frac{\sum(\text{피로한도} - \text{참값})^2}{\text{피로한도 추정가능 자료 개수}} \\
 bias &= \frac{\sum(\text{피로한도} - \text{참값})}{\text{피로한도 추정가능 자료 개수}}
 \end{aligned}$$

<표 4> 시험간격 d 에 따른 MSE와 편의

| | d | 14 S-N | Dixon(Small) |
|--------------|--------------------|---------|--------------|
| MSE | $1/3\sigma_\gamma$ | 0.00478 | 0.00845 |
| | $1/2\sigma_\gamma$ | 0.00854 | 0.01429 |
| | $3/4\sigma_\gamma$ | 0.01180 | 0.01744 |
| | $1\sigma_\gamma$ | 0.01375 | 0.01857 |
| | $5/4\sigma_\gamma$ | 0.01498 | 0.01940 |
| | $3/2\sigma_\gamma$ | 0.01617 | 0.02031 |
| | $5/3\sigma_\gamma$ | 0.01662 | 0.02038 |
| | $2\sigma_\gamma$ | 0.01753 | 0.02046 |
| bias | $1/3\sigma_\gamma$ | 0.04078 | 0.05382 |
| | $1/2\sigma_\gamma$ | 0.06041 | 0.07695 |
| | $3/4\sigma_\gamma$ | 0.07144 | 0.08535 |
| | $1\sigma_\gamma$ | 0.07633 | 0.08755 |
| | $5/4\sigma_\gamma$ | 0.07722 | 0.08660 |
| | $3/2\sigma_\gamma$ | 0.07877 | 0.08668 |
| | $5/3\sigma_\gamma$ | 0.07943 | 0.08614 |
| | $2\sigma_\gamma$ | 0.07833 | 0.08274 |
| 피로한도 추정가능 비율 | $1/3\sigma_\gamma$ | 0.8258 | 0.8258 |
| | $1/2\sigma_\gamma$ | 0.9669 | 0.9669 |
| | $3/4\sigma_\gamma$ | 0.9994 | 0.9994 |
| | $1\sigma_\gamma$ | 1 | 1 |
| | $5/4\sigma_\gamma$ | 1 | 1 |
| | $3/2\sigma_\gamma$ | 1 | 1 |
| | $5/3\sigma_\gamma$ | 1 | 1 |
| | $2\sigma_\gamma$ | 1 | 1 |

3.3.2 시험간격의 결정

RFL 모형하에서 14 S-N 방법과 시험편수가 적은 경우의 Dixon 방법을 이용하여 적절한 시험간격 d 를 결정하고 14 S-N 방법의 타당성을 검증하기 위한 실험결과는 <표 4>와 같다.

시험간격 d 가 적을수록 MSE와 편의가 적게 나타나지만 피로한도를 추정할 수 없는 경우가 존재하며 이 경우는 MSE와 편의를 계산시 제외하였다. 따라서 피로한도 추정가능 비율이 99% 이상인 자료를 대상으로 하면 Dixon and Mood(1948), Brownlee et al.(1953), Dixon(1965)의 연구와 유사하게 시험간격 d 가 $3/4\sigma_\gamma \sim 3/2\sigma_\gamma$ 일 때 MSE와 편의가 비교적 적어 적절하다고 판단된다. 그리고 시험방법별로 구분하여 볼 때 수평부만 고려하는 Dixon 방법보다 비록 피로한도의 추정값의 계산 시에는 제외하고 있지만 경사부를 포함하고 있는 14 S-N 방법으로 구한 MSE와 편의가 더 적은 값을 보이고 있으므로 Dixon 방법보다 우수하다고 판단된다. 또한 모든 경우에 편의가 양수이므로 두 방법 모두 피로한도를 과대 추정하고 있음을 알 수 있다.

3.4 감도분석

3.4.1 μ_γ 에 대한 감도분석

y_0 를 설정할 때 현실적으로 정확히 추정하기 어려운 μ_γ 를 오추정한 경우의 영향을 조사하기 위해 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하여 MSE와 편의를 기준으로 감도분석을 실시한 결과를 <표 5>와 <표 6>에 정리하였다.

3.3절과 Brownlee et al.(1953)과 Dixon(1965)에 의해 추천된 d 는 $3/4\sigma_\gamma \sim 3/2\sigma_\gamma$ 이므로 $d = 3/4\sigma_\gamma, 1\sigma_\gamma, 3/2\sigma_\gamma$ 인 경우 μ_γ 에 대한 감도분석을 실시하였다. 여기서 참값인 μ_γ 는 피로시험 설계시 첫 응력수준인 $\ln 400$ 이며, $\tilde{\mu}_\gamma$ 는 오추정한 첫 번째 시험수준이다.

<표 6>의 피로한도 추정가능 비율이 99% 이상인 경우에 대해 <표 5>의 결과를 보면 μ_γ 는 d 가 $3/4\sigma_\gamma$ 일 때는 $\tilde{\mu}_\gamma, 1\sigma_\gamma$ 일 때는 $\tilde{\mu}_\gamma + 1\sigma_\gamma, 3/2\sigma_\gamma$ 일 때는 $\tilde{\mu}_\gamma + 3\sigma_\gamma$ 로, d 가 커지면 오추정한 정도가 커지더라도 MSE가 적음을 알 수 있었다.

이는 기존의 피로한도 모형에서는 대수 피로한도가 정규분포를 따름으로써 대칭적인 모양을 이루었던 반면 RFL 모형에서는 대수변환한 수명과 피로한

도가 결합 정규분포를 따름으로써 고장(즉, 응력수준이 피로한도보다 크면서 피로수명이 관측중단 시간을 초과하지 않는)일 확률이 더 낮아져 μ_γ 를 높게 오추정하더라도 MSE가 적게 나타나는 것으로 여겨진다.

<표 5> μ_γ 에 대한 감도분석($y_0 = \ln 400$)

| $\tilde{\mu}_\gamma \backslash d$ | | $3/4\sigma_\gamma$ | $1\sigma_\gamma$ | $3/2\sigma_\gamma$ |
|-----------------------------------|-------------------------------|--------------------|------------------|--------------------|
| MSE | $\mu_\gamma - 3\sigma_\gamma$ | 0.01952 | 0.01645 | 0.01519 |
| | $\mu_\gamma - 2\sigma_\gamma$ | 0.01421 | 0.01428 | 0.01570 |
| | $\mu_\gamma - 1\sigma_\gamma$ | 0.01403 | 0.01478 | 0.01607 |
| | μ_γ | 0.01180 | 0.01375 | 0.01617 |
| | $\mu_\gamma + 1\sigma_\gamma$ | 0.00641 | 0.00959 | 0.01394 |
| | $\mu_\gamma + 2\sigma_\gamma$ | 0.00185 | 0.00448 | 0.00890 |
| | $\mu_\gamma + 3\sigma_\gamma$ | 0.00675 | 0.00223 | 0.00527 |
| bias | $\mu_\gamma - 3\sigma_\gamma$ | 0.12752 | 0.10714 | 0.08868 |
| | $\mu_\gamma - 2\sigma_\gamma$ | 0.09228 | 0.08465 | 0.07940 |
| | $\mu_\gamma - 1\sigma_\gamma$ | 0.08026 | 0.07875 | 0.07819 |
| | μ_γ | 0.07144 | 0.07633 | 0.07877 |
| | $\mu_\gamma + 1\sigma_\gamma$ | 0.04736 | 0.06188 | 0.07447 |
| | $\mu_\gamma + 2\sigma_\gamma$ | -0.00320 | 0.02928 | 0.05555 |
| | $\mu_\gamma + 3\sigma_\gamma$ | -0.07831 | -0.02261 | 0.02663 |

<표 6> μ_γ 에 대한 감도분석 : 피로한도 추정가능 비율($y_0 = \ln 400$)

| $\tilde{\mu}_\gamma \backslash d$ | | $3/4\sigma_\gamma$ | $1\sigma_\gamma$ | $3/2\sigma_\gamma$ |
|-----------------------------------|--|--------------------|------------------|--------------------|
| $\mu_\gamma - 3\sigma_\gamma$ | | 0.9531 | 0.9992 | 1 |
| $\mu_\gamma - 2\sigma_\gamma$ | | 0.9973 | 1 | 1 |
| $\mu_\gamma - 1\sigma_\gamma$ | | 0.9998 | 1 | 1 |
| μ_γ | | 0.9994 | 1 | 1 |
| $\mu_\gamma + 1\sigma_\gamma$ | | 0.9836 | 0.9993 | 1 |
| $\mu_\gamma + 2\sigma_\gamma$ | | 0.8547 | 0.9893 | 1 |
| $\mu_\gamma + 3\sigma_\gamma$ | | 0.4867 | 0.9023 | 0.9999 |

따라서 피로한도의 추정비율까지 고려하면 RFL 모형하에서 d (즉, $3/2\sigma_\gamma$)가 클 때 μ_γ 를 크게 오추정하더라도 통계적 성능이 떨어지지 않음을 알 수 있고, 3.3절의 수치실험결과에서는 d (즉, $3/4\sigma_\gamma$)가 적을수록 MSE가 적으므로, d 가 $1\sigma_\gamma$ 근처일 때가 역시 가장 무난함을 알 수 있다.

3.4.2 σ_γ 에 대한 감도분석

가장 무난하다고 추천된 시험간격 d 가 $1\sigma_\gamma$ 일 때 대수 피로한도의 표준편차 σ_γ 를 오추정한 경우의 영향을 조사하기 위해 MSE와 편의를 기준으로 감도 분석을 실시한 결과는 <표 7>과 같다.

<표 7> σ_γ 에 대한 감도분석

| $\tilde{\sigma}_\gamma$ | 피로한도 추정가능 비율 | MSE | bias |
|-----------------------------|--------------|---------|---------|
| $0.5 \times \sigma_\gamma$ | 1 | 0.00877 | 0.07741 |
| $2/3 \times \sigma_\gamma$ | 1 | 0.01017 | 0.07760 |
| $0.8 \times \sigma_\gamma$ | 1 | 0.01145 | 0.07705 |
| $0.9 \times \sigma_\gamma$ | 1 | 0.01261 | 0.07665 |
| $1 \times \sigma_\gamma$ | 1 | 0.01375 | 0.07633 |
| $1.1 \times \sigma_\gamma$ | 1 | 0.01504 | 0.07651 |
| $1.25 \times \sigma_\gamma$ | 0.9999 | 0.01709 | 0.07563 |
| $1.5 \times \sigma_\gamma$ | 0.9982 | 0.02042 | 0.07268 |
| $2 \times \sigma_\gamma$ | 0.9884 | 0.02756 | 0.06575 |

<표 7>에서 피로한도 추정가능 비율은 σ_γ 가 $2 \times \tilde{\sigma}_\gamma$ 로 오추정 되었을 때를 제외하고는 99% 이상

이었고 σ_γ 가 적게 추정될수록 MSE가 적게 나타났다.

또한 모든 경우에 편의는 양수인데 이것으로 보아 피로한도가 과대 추정됨을 알 수 있다. 여기서 참값인 σ_γ 는 대수 피로한도의 표준편차인 0.1이고 $\tilde{\sigma}_\gamma$ 는 오추정한 대수 피로한도의 표준편차이다.

3.4.3 μ_γ 와 σ_γ 에 대한 감도분석

σ_γ 에 대한 감도분석의 경우와 마찬가지로 시험간격 d 가 $1\sigma_\gamma$ 일 때 대수 피로한도의 평균 μ_γ 와 대수 피로한도의 표준편차 σ_γ 를 동시에 오추정한 경우의 영향에 대해 조사하기 위해 감도분석을 수행한 결과는 <표 8>과 <표 9>와 같다.

μ_γ 와 σ_γ 를 동시에 오추정한 경우를 보면, 개별적으로 오추정한 수치실험과 마찬가지로 피로한도 추정가능 비율이 99% 이상인 경우 중에서 μ_γ 는 크게, σ_γ 는 작게 오추정될수록 MSE가 적게 나타났다. 또한 μ_γ 를 $\tilde{\mu}_\gamma + 3\tilde{\sigma}_\gamma$ 로 크게 오추정한 경우를 제외하면 대부분의 편의가 양수이므로 피로한도가 과대 추정되어짐을 알 수 있다.

따라서 14 S-N 방법을 이용한 시험을 실시할 경우에 μ_γ 는 크게, σ_γ 는 작게 오추정하더라도 무난한 결과를 보여주고 있으므로 시험계획의 설정시 이를 고려할 수 있다.

<표 8> μ_γ 와 σ_γ 에 대한 감도분석

| $\tilde{\sigma}_\gamma \backslash \tilde{\mu}_\gamma$ | | $\tilde{\sigma}_\gamma$ | | | | | | | | |
|---|-------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|--------------------------|
| | | $0.5 \times \sigma_\gamma$ | $2/3 \times \sigma_\gamma$ | $0.8 \times \sigma_\gamma$ | $0.9 \times \sigma_\gamma$ | $1 \times \sigma_\gamma$ | $1.1 \times \sigma_\gamma$ | $1.25 \times \sigma_\gamma$ | $1.5 \times \sigma_\gamma$ | $2 \times \sigma_\gamma$ |
| MSE | $\mu_\gamma - 3\sigma_\gamma$ | 0.01166 | 0.01279 | 0.01377 | 0.01493 | 0.01645 | 0.01761 | 0.01955 | 0.02458 | 0.03612 |
| | $\mu_\gamma - 1\sigma_\gamma$ | 0.00859 | 0.01016 | 0.01173 | 0.01313 | 0.01428 | 0.01590 | 0.01799 | 0.02294 | 0.03239 |
| | $\mu_\gamma - 1\sigma_\gamma$ | 0.00885 | 0.01046 | 0.01227 | 0.01347 | 0.01478 | 0.01638 | 0.01859 | 0.02275 | 0.03122 |
| | μ_γ | 0.00877 | 0.01017 | 0.01145 | 0.01261 | 0.01375 | 0.01504 | 0.01709 | 0.02042 | 0.02756 |
| | $\mu_\gamma + 1\sigma_\gamma$ | 0.00602 | 0.00694 | 0.00783 | 0.00865 | 0.00959 | 0.01055 | 0.01184 | 0.01434 | 0.01977 |
| | $\mu_\gamma + 2\sigma_\gamma$ | 0.00243 | 0.00304 | 0.00357 | 0.00398 | 0.00448 | 0.00502 | 0.00588 | 0.00769 | 0.01279 |
| | $\mu_\gamma + 3\sigma_\gamma$ | 0.00057 | 0.00101 | 0.00146 | 0.00184 | 0.00223 | 0.00273 | 0.00370 | 0.00581 | 0.01197 |
| bias | $\mu_\gamma - 3\sigma_\gamma$ | 0.10170 | 0.10306 | 0.10336 | 0.10471 | 0.10714 | 0.10889 | 0.11077 | 0.11990 | 0.13867 |
| | $\mu_\gamma - 1\sigma_\gamma$ | 0.07790 | 0.08059 | 0.08255 | 0.08424 | 0.08465 | 0.08599 | 0.08708 | 0.09434 | 0.10260 |
| | $\mu_\gamma - 1\sigma_\gamma$ | 0.07770 | 0.07811 | 0.07952 | 0.07846 | 0.07875 | 0.07996 | 0.07961 | 0.08039 | 0.08411 |
| | μ_γ | 0.07741 | 0.07760 | 0.07705 | 0.07665 | 0.07633 | 0.07651 | 0.07563 | 0.07268 | 0.06575 |
| | $\mu_\gamma + 1\sigma_\gamma$ | 0.06688 | 0.06494 | 0.06391 | 0.06241 | 0.06188 | 0.06028 | 0.05779 | 0.05155 | 0.03585 |
| | $\mu_\gamma + 2\sigma_\gamma$ | 0.03450 | 0.03430 | 0.03281 | 0.03075 | 0.02928 | 0.02714 | 0.02319 | 0.01428 | -0.00804 |
| | $\mu_\gamma + 3\sigma_\gamma$ | -0.00916 | -0.01256 | -0.01633 | -0.01963 | -0.02261 | -0.02579 | -0.03140 | -0.04199 | -0.06493 |

<표 9> μ_γ 와 σ_γ 에 대한 감도분석 : 피로한도 추정가능 비율

| $\tilde{\mu}_\gamma \backslash \tilde{\sigma}_\gamma$ | $0.5 \times \sigma_\gamma$ | $2/3 \times \sigma_\gamma$ | $0.8 \times \sigma_\gamma$ | $0.9 \times \sigma_\gamma$ | $1 \times \sigma_\gamma$ | $1.1 \times \sigma_\gamma$ | $1.25 \times \sigma_\gamma$ | $1.5 \times \sigma_\gamma$ | $2 \times \sigma_\gamma$ |
|---|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|--------------------------|
| $\mu_\gamma - 3\sigma_\gamma$ | 1 | 1 | 1 | 0.9999 | 0.9992 | 0.9973 | 0.9935 | 0.9787 | 0.9347 |
| $\mu_\gamma - 2\sigma_\gamma$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.9996 | 0.9968 | 0.9812 |
| $\mu_\gamma - \sigma_\gamma$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.9999 | 0.9995 | 0.9941 |
| μ_γ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.9999 | 0.9982 | 0.9884 |
| $\mu_\gamma + \sigma_\gamma$ | 1 | 1 | 0.9999 | 0.9998 | 0.9993 | 0.999 | 0.9968 | 0.9888 | 0.9563 |
| $\mu_\gamma + 2\sigma_\gamma$ | 1 | 0.9997 | 0.9975 | 0.9947 | 0.9893 | 0.9832 | 0.971 | 0.9428 | 0.8842 |
| $\mu_\gamma + 3\sigma_\gamma$ | 0.9942 | 0.9745 | 0.9478 | 0.927 | 0.9023 | 0.8806 | 0.8537 | 0.8103 | 0.7441 |

4. 붓스트랩을 이용한 신뢰구간 설정

붓스트랩(Bootdtrap)기법은 1979년 Efron에 의해 최초로 제안된 컴퓨터 기반의 비모수적 기법이다. 임의로 추출된 샘플이 모집단을 대표한다는 가정하에서 관측치들이 독립적이며 연속분포일 때 통계량의 샘플링 분포를 추정시 추출된 샘플이 모집단에 관한 분포적 추정에 의존하지 않는 비모수적 붓스트랩 기법을 사용할 수 있다.

한편 본 논문에서 활용되는 모수적 붓스트랩 방법은 먼저 모수를 추정하기 위해 모형(여기서 RFL모형)을 선택하여 최우추정법 또는 최소제곱법을 이용하여 모수값을 추정한 후에 붓스트랩 표본을 이용하여 관심있는 통계치를 구하는 과정을 가리킨다.

따라서 본 논문에서는 Chao et al.(2001)이 민감도 시험에 적용한 붓스트랩 방법을 본 상황에 맞도록 수정하였다. 즉, 피로시험자료에 RFL모형을 적합시켜 모수를 추정한 후 최초의 시험수준과 시험간격으로서 상태를 정의한 후에 Maplesoft사(2006)의 Maple 프로그램을 작성하여 마코브 체인의 전이확률행렬을 구하였다. 이 때 전이과정은 고장이면 1단계 낮은 상태로, 생존이면 1단계 높은 상태로 바뀐다. 다음으로 전이행렬과 S-plus 소프트웨어[7]의 붓스트랩 기법을 이용하여 몬테카를로 시뮬레이션을 수행한 후 백분위수법에 의해 μ_γ 등에 대한 신뢰구간을 설정할 수 있다.

여기서 신뢰구간을 구하는 붓스트랩 방법 중에서 가장 단순하면서 널리 쓰이는 방법인 백분위수법은 붓스트랩 표본을 N_B 번 반복 생성하여 얻은 통계치를 순서대로 정렬하여 신뢰상한과 하한에 해당되는

백분위수를 구한다.

4.1 붓스트랩 알고리즘

피로한도의 신뢰구간을 설정하는 붓스트랩 알고리즘의 절차는 다음과 같다.

- ① RFL 모형에 피로시험자료를 적합시켜 모수를 추정한다.
- ② 최초 시험스트레스와 응력 간격으로서 상태(모두 고장일 경우부터 모두 생존일 경우의 시험 수준까지)를 정의한다.
- ③ 고장이면 스트레스가 1단계 낮은 상태로 전이되는 확률값, 생존이면 스트레스가 1단계 높은 상태로 전이되는 확률값을 각각 계산하여 전이행렬을 만든다.
- ④ 전이확률행렬을 이용하여 몬테카를로 시뮬레이션을 N_B 회 수행한다.
- ⑤ 백분위수법에 의해 신뢰하한과 신뢰상한을 구한다.

4.2 설정 예

전 소절의 붓스트랩 알고리즘을 적용한 수치예로서 구체적인 신뢰구간 설정방법을 다음과 같이 예시할 수 있다.

3.3.1절의 수치실험에서 몬테카를로 시뮬레이션으로 도출된 가상 시험자료에 대해 RFL모형을 적용하니, β_0 는 19.6864, β_1 은 -1.4697, σ 는 0.0784, μ_γ 는 6.1035, σ_γ 는 0.0107으로 추정되었다.

여기서 최초 시험 스트레스를 5.99로, 시험간격 d

참고문헌

- [1] 서순근, 조유희(2003), “피로곡선 모형의 통계적 분석 및 비교”, 『품질경영학회지』, 31권, pp. 165-182.
- [2] Brownlee, K. A., Hodges, J. L., Jr., and Rosenblatt, M.(1953), “The Up-and-Down Method with Small Samples”, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 48, pp. 262-277.
- [3] Chao, M. T. and Fuh, C. D.(2001), “Bootstrap Methods for the Up and Down Test on Pyrotechnics Sensitivity Analysis”, *Statistica Sinica*, Vol. 11, pp. 1-21.
- [4] Collins, J. A.(1994), *Failure of Materials in Mechanical Design: Analysis, Prediction, Prevention*, 2nd ed., John Wiley, New York(USA).
- [5] Dixon, W. J.(1965), “The Up-and-Down Method for Small Samples”, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 60, pp. 967-978.
- [6] Dixon, W. J. and Mood, A. M.(1948), “A Method for Obtaining and Analyzing Sensitivity Data”, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 43, pp. 109-126.
- [7] Insightful(2001), *S-Plus 6.2 for windows: User's Guide*, Insightful Corp., Seattle(USA).
- [8] Lassen, T., Darcis, P., and Recho, N.(2005), “Fatigue Behavior of Welded Joints Part 1 - Statistical Methods for Fatigue Life Prediction”, *Welding Journal*, Vol. 84, pp. 183-187.
- [9] Lorén, S.(2003), “Fatigue Limit Estimated Using Finite Lives”, *Fatigue & Fracture Engineering Materials Structures*, Vol. 26, pp. 757-766.
- [10] Lorén, S. and Lundström, M.(2005), “Modeling curved S-N curves”, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 28, pp. 437-443.
- [11] Maplesoft(2006), *Maple 10 Learning Guide*, Waterloo Maple Inc., Waterloo(Canada).
- [12] Meeker, W. A. and Escobar, L. A.(1998), *Statistical Methods for Reliability Data*, John Wiley and Sons, New York (USA).
- [13] Nelson, W.(1984), “Fitting of Fatigue Curves with Nonconstant Standard Deviation to Data with Runouts”, *Journal of Testing and Evaluation*, Vol. 12, pp. 69-77.
- [14] Neyer, B. T.(1994), “A D-Optimality Based Sensitivity Test”, *Technometrics*, Vol. 36, pp. 61-70.
- [15] Pascual, F. G.(2003), “Theory for Optimal Test Plans for the Random Fatigue-Limit Model”, *Technometrics*, Vol. 45, pp. 130-141.
- [16] Pascual, F. G.(2004), “Optimum Test Planning with the Random Fatigue-Limit Model Given the Fatigue-Limit Distribution”, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 33, pp. 284-292.
- [17] Pascual, F. G. and Meeker, W. A.(1997), “Analysis of Fatigue Data with Runouts Based on a Model with Nonconstant Standard Deviation and a Fatigue Limit Parameter”, *Journal of Testing and Evaluation*, Vol. 25, pp. 292-301.
- [18] Pascual, F. G. and Meeker, W. Q.(1999), “Estimating Fatigue Curves with the Random Fatigue-Limit Model”, *Technometrics*, Vol. 41, pp. 277-290.
- [19] JSME(1994), 「統計的疲勞試験法(JSME S002)」, 개정판, 日本機械學會, 東京(日本).