

# 안죽이 있는 악기의 개선된 현의 모델 개발

## Development of Improved String Model for Instruments with Anjok

조 상 진\*, 정 의 필\*

(Sangjin Cho\*, Uipil Chong\*)

\*울산대학교 컴퓨터 정보통신 공학부

(접수일자: 2007년 8월 1일, 채택일자: 2007년 8월 20일)

본 논문에서는 안죽이라는 움직일 수 있는 브리지의 특성을 이용하여 가야금의 물리적 모델링에서 지연 라인의 길이를 안죽이 조절할 수 있는 개선된 형태의 현의 물리적 모델을 제안한다. 안죽은 양 끝이 고정된 현을 받치고 있어 실제 진동하는 현의 길이를 조절하고 현의 진동을 악기의 몸통으로 전달하는 기능을 한다. 안죽의 위치에 따른 기본 주파수의 변화는 로그 스케일에서 인자 선형 적합성을 이용하여 파라미터로 나타내었고, 이는 현의 모델에서 지연 라인의 길이를 조절하는 컨트롤러인 안죽 모델로 구현되었다. 안죽 모델은 주파수 적합성, 장력 적합성, 리키 적분기를 이용한 적합성으로 나누어 구현하였는데, 이 중 리키 적분기를 이용한 모델이 가장 우수하였다. 제안한 현의 모델은 실제 가야금의 조율 시스템을 사실적으로 묘사할 수 있었으며 원음과 아주 유사한 음 합성을 할 수 있었다.

**핵심용어:** 지연 라인 컨트롤러, 움직이는 브리지, 안죽, 가야금, 물리적 모델링

**투고분야:** 음악 유행 및 심리분야 (8.6)

In this paper, we describe characteristics of a movable bridge called the Anjok and propose an improved string model which has delay line controller in physical modeling of the Gayageum. Movable bridge, the Anjok determines the length of vibrating string and transmits the vibration of each string to the body of the Gayageum. We analyze the variations in frequency domain and implement the Anjok model as parametric form using the first-order polynomial fitting in logarithmic scale graph, because the length of string changes fundamental frequency. In order to implement the Anjok model, frequency fitting, tension fitting and frequency fitting using leaky integrator are used. The frequency fitting using leaky integrator has the best results among those. Proposed string model with the Anjok model can represent real tuning system of the real Gayageum and the proposed model could synthesize sounds which is similar to original sounds.

**Key words:** Delay line controller, Movable bridge, Anjok, Gayageum, Physical modeling

**ASK subject classification:** Musical Acoustics and Psychoacoustics (8.6)

### 1. 서론

악기 음 합성 기술에는 샘플링, 변조, 필터링, 모델링 등으로 크게 나눌 수 있다 [1]. 모델링을 제외한 나머지 방식은 모두 합성음의 파형과 스펙트럼을 원음에 가장 유사하게 만드는 합성 방식이다. 반면에 모델링은 악기의 음 발생 원리를 분석, 시뮬레이션을 통해 합성하는 방식이다. 컴퓨터 시뮬레이션을 이용한 합성이라는 관점에서 최초의 물리적 모델링은 Karplus-Strong (KS) 알고리즘이라고 할 수 있는데, 2탭 평균 필터와 노이즈 발생기를

이용하여 뜯는 현악기와 드럼의 음색을 가진 소리를 합성하였다 [2]. 이후 Smith가 이를 확장시켜 일반화 하였고 이를 바탕으로 디지털 도파관 (digital waveguide) 이론을 발표하였다 [3]. 이 이론에서 Smith는 파동의 이동은 지연 라인만으로 묘사하고, 악기의 나머지 부분은 디지털 필터로 구현함으로써 악기의 물리적 특성과 음 발생 원리를 바탕으로 한 합성 방식을 소개하였다. 예를 들어 기타는 파동을 발생시키는 현을 지연 라인으로, 파동을 증폭시키는 몸통과 파동을 전달시키는 브리지는 디지털 필터로 나누어 표현 할 수 있다. 이렇게 악기를 기능별로 나누어 모델을 구현할 경우 각각의 모델은 유사한 악기에서 공통으로 사용될 수 있는데, 기타의 현의 모델은 다른 뜯는 현악기의 현의 모델로 사용할 수 있고, 가야금의 안죽

책임저자: 조 상 진 (sjcho75@ulsan.ac.kr)  
680-749 울산광역시 남구 무거동 산 29 울산대학교  
컴퓨터 정보통신 공학부  
(전화: 052-259-1650; 팩스: 052-259-1687)

은 거분고나 아쟁의 안죽 모델로 사용될 수 있다. 또한 이를 응용하면 악기를 제작하기 전 해당 악기의 음을 시뮬레이션을 통하여 확인할 수 있고, 기타의 몸통에 가야금의 줄을 매어 만든 악기나 바이올린의 몸통을 갖는 기타와 같은 가상 악기도 개발 할 수 있다. 이에 본 논문에서는 우리나라 전통 현악기 중 안죽을 가진 악기의 현의 모델을 제안한다. 안죽은 악기의 조율에 사용되는데, 이는 현의 모델에서 지연 라인의 길이를 결정하는 수단이 안죽이 되어야 함을 의미한다. 이에 본 논문에서는 지연 라인 조절기인 안죽이 포함된 현의 모델을 제안하고 이를 이용하여 가야금 음을 합성하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 가야금의 종류와 구조에 대해서 설명하고, 3장에서는 안죽 모델을 위한 일차 선형 적합성 (first-order polynomial fitting) 을 세 가지 관점에서 비교하였다. 가장 우수한 형태의 안죽 모델을 포함한 현의 모델은 4장에서 설명하였고, 이를 이용한 음 합성 결과는 5장에, 결론과 향후 과제는 6장에 기술하였다.

## II. 가야금

우리나라의 대표적인 전통 현악기로 꼽히는 가야금 산조 가야금과 풍류 가야금 (또는 법금이라고도 함)으로 나뉘는데, 이들 모두 열두 줄의 명주 현이 몸통 전체에 걸쳐 놓여있고 안죽이 현을 각각 받치고 있는 형상이다. 산조 가야금은 주로 민속악에, 풍류 가야금은 궁중음악에 사용되었다. 풍류 가야금은 산조 가야금 보다 약간 크고 현 사이의 간격도 넓으며 현이 굵어 산조 가야금보다 낮은 음역을 가진다. 또한 통 오동나무판의 뒷면을 전체 면적의 80% 정도 넓게 파내어 공명통을 만든다. 이에 반해 산조 가야금은 크기가 작고 현이 가늘어 상대적으로 높은

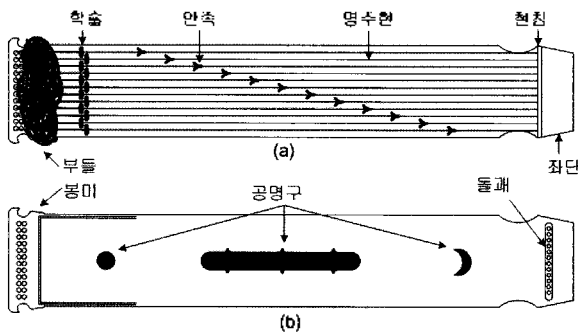


그림 1. 몸통의 (a)앞면과 (b)뒷면에서 바라본 산조 가야금의 구조  
Fig. 1. (a)Front side and (b)back side of the Sanjo Gayageum.

음역을 갖는다. 몸통의 앞면은 오동나무를 쓰고 뒷면은 거문고와 같이 단단한 밤나무를 쓰되 상자식으로 짜서 만든다.

가야금의 기본 구조는 그림 1과 같이 좁고 긴 오동나무 몸통에 명주실로 끈 열두 개의 줄을 매는데, 줄의 굵기가 순차적으로 가늘게 되어있다. 몸통 앞면의 위쪽, 좌단 (坐團) 방향에 줄을 거는 나지막한 받침목인 현침 (絃枕) 을 붙이고, 그 옆에 뚫린 열두 개의 작은 구멍에 줄의 한 끝을 꿰어 몸통 뒷면, 돌패에 매어 고정한다. 줄의 다른 끝은 현침에 걸쳐 몸통 아래쪽 봉미 (鳳尾) 방향으로 보내서 각각 부들에 맨다. 부들을 몸통 아래쪽의 봉미에 뚫려있는 열두 개의 구멍에 꿰고 잡아당겨 줄을 팽팽하게 강도를 맞추어 고정시킨다. 줄마다 그 중간을 안죽 (雁足) 으로 받쳐놓고 안죽을 좌우로 움직여 조율한다.

## III. 움직이는 브리지, 안죽

가야금의 각 현은 부들과 돌패에 매어 몸통의 뒷면에 단단히 고정되어 있다. 몸통의 앞면과 닿아있는 현의 양 끝은 학슬과 현침으로 이는 모두 고정된 브리지의 역할을 하나 실제 진동하는 현만 고려한다면 브리지 역할을 하는 것은 현침과 안죽이다. 현침은 몸통의 가장자리에 위치하여 현의 진동을 효과적으로 몸통에 전달할 수 없다. 안죽은 몸통 앞면의 위쪽에 놓여있어 현의 진동을 효율적으로 몸통에 전달할 수 있으며 현을 따라 좌우로 움직일 수 있어 진동하는 현의 길이를 조절하여 각 현을 조율할 수 있다. 즉, 안죽은 움직이는 브리지이다. 이 장에서는 조율을 위한 안죽 모델 구현에 대해 살펴볼 것이다. 안죽의 위치에 따른 기본 주파수의 변화는 다음의 세 가지 방법에 의해 파라미터로 표현되고 이는 현의 모델에서 지연 라인을 조절하는 안죽 모델의 파라미터로 사용될 것이다.

### 3.1. 주파수 적합성

양끝이 고정된 현의 기본 주파수는 식 (1)에 의해서 계산된다.

$$f_0 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{K}{\epsilon}} \tag{1}$$

여기서  $l$ 은 현의 길이,  $K$ 는 현의 장력,  $\epsilon$ 은 현의 선밀도이다 [4]. 식 (1)에서 현의 길이와 주파수와의 관계만

본다면 서로 유리함수의 관계지만, 실제 악기에서는 현의 장력이 현의 길이에 따라 변하므로 주파수와 안축의 위치의 관계는 완전한 유리함수로 볼 수 없다. 그래서 이 장에서는 수식의 간략화를 위해 주파수와 안축의 위치와의 관계를 로그함수로 가정하였다. 이러한 가정은 주파수 적합성에 있어 오차를 발생시키지만 로그 영역에서의 일차 선형 적합성을 적용시켜 안축 모델의 파라미터를 구하기에는 아주 편리하다 [5]. 그림 2에 보인 주파수 적합성의 결과는 식 (2)에 의해 구해진 것이다.

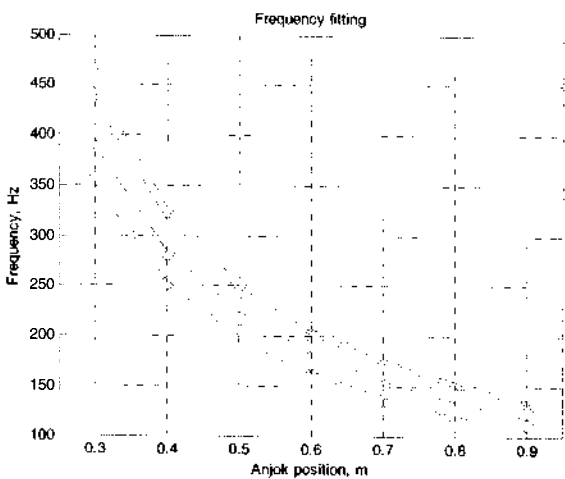


그림 2. 위에서부터 11번, 8번, 5번, 2번 현에 대한 측정 주파수('O')와 식 (2)에 의해 적합화된 주파수('X')의 비교

Fig. 2. Comparison of the measured frequencies corresponding to the 11th, 8th, 5th, and 2nd string from top of the graph pairs with the fitted frequencies by Eq. (2): Circle marked dotted line are measured frequencies and X marked solid line are fitted frequencies.

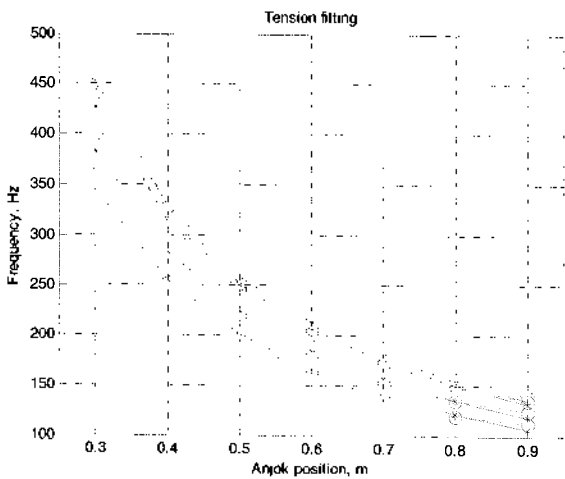


그림 3. 위에서부터 11번, 8번, 5번, 2번 현에 대한 측정 주파수('O')와 장력에 의해 적합화된 주파수('X')의 비교

Fig. 3. Comparison of the measured frequencies corresponding to the 11th, 8th, 5th, and 2nd string from top of the graph pairs with the fitted frequencies by string tension: Circle marked dotted line are measured frequencies and X marked solid line are fitted frequencies.

$$\begin{aligned}
 F_0 &= aP + b & (2) \\
 \ln f_0 &= a \ln p + b \\
 f_0 &= p^a e^b
 \end{aligned}$$

여기서  $F$ 와  $P$ 는 각각 로그 영역에서의 주파수와 안축의 위치이고  $f$ 와  $p$ 는 각각 이산 영역에서의 적합화된 주파수와 실제 안축의 위치이다.  $a$ 와  $b$ 는 일차 선형 적합성에 의한 기울기와 상수를 나타낸 것이다.

### 3.2. 장력 적합성

양끝은 단단하게 고정되어있는 현을 안축이 받치고 있는 가야금의 경우, 안축의 위치를 옮기면 현침과 안축의 높이 차이에 의해 현의 장력이 미세하게 변하는데, 이는 안축의 위치에 따른 주파수의 측정값과 식 (1)의 결과 비교를 통해 알 수 있다. 이 장에서는 장력과 주파수의 변화를 통해 안축 모델의 파라미터를 구할 것이다. 이를 위해 식 (1)을 식 (3)과 같이 장력에 대해 나타내었다.

$$K = 4c(tf_0)^2 \quad (3)$$

식 (3)에 의해 구해진 각 현의 주파수별 장력은 3.1절과 동일한 방법으로 파라미터화 되었고, 이를 이용해 구한 적합화된 주파수와 실제 측정 주파수의 결과는 그림 3에 나타내었다.

### 3.3. 리키 적분기를 이용한 적합성

식 (1)에서 보듯이 현의 길이와 주파수는 유리함수의 관계를 갖는다. 유리함수는 적분을 통해 로그함수로 바꿀 수 있으므로, 측정된 주파수는 일차 리키 적분기 (leaky

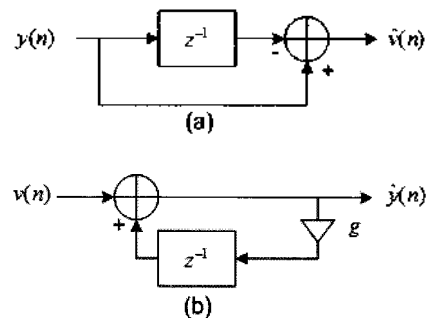


그림 4. 일차 미분기와 리키 적분기  
Fig. 4. (a) First-order difference and (b) leaky integrator.

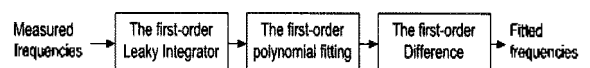


그림 5. 일차 리키 적분기와 미분기를 이용한 적합화 과정  
Fig. 5. Fitting process by using of the first-order leaky integrator and difference.

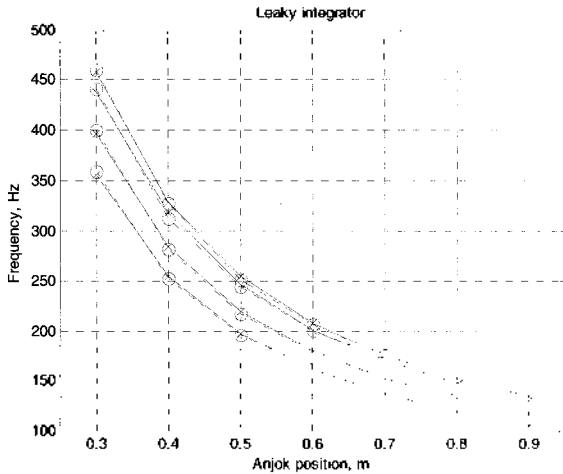


그림 6. 위에서부터 11번, 8번, 5번, 2번 현에 대한 측정 주파수('O')와 리키 적분기를 이용하여 적합화된 주파수('X')의 비교  
 Fig. 6. Comparison of the measured frequencies corresponding to the 11th, 8th, 5th, and 2nd string from top of the graph pairs with the fitted frequencies by using of the leaky integrator: Circle marked dotted line are measured frequencies and X marked solid line are fitted frequencies.

표 1. 각 방법에 대한 안죽 모델의 파라미터

Table 1. Parameters of the Anjiok model corresponding to the each of methods.

| 방법              | 현 번호 | 파라미터     |         |
|-----------------|------|----------|---------|
|                 |      | 가울기, $a$ | 상수, $b$ |
| 주파수 적합성         | 2    | -1.077   | 4.554   |
|                 | 5    | -1.076   | 4.662   |
|                 | 8    | -1.078   | 4.768   |
|                 | 11   | -1.093   | 4.793   |
| 장력 적합성          | 2    | -9.845   | 45.486  |
|                 | 5    | -11.996  | 56.267  |
|                 | 8    | -16.278  | 70.521  |
|                 | 11   | -20.570  | 77.250  |
| 리키 적분기를 이용한 적합성 | 2    | 887.980  | x       |
|                 | 5    | 987.880  | x       |
|                 | 8    | 1105.700 | x       |
|                 | 11   | 1140.900 | x       |

integrator)에 의해 로그함수로 바꿀 수 있다. 이후 일차 선형 적합성을 거치고 미분기를 사용하면 적합화된 주파수를 얻을 수 있는데, 여기서 사용된 일차 미분기와 리키 적분기는 그림 4와 같으며 [6], 전체 과정은 그림 5에, 결과를 그림 6에 나타내었다.

### 3.4. 각 적합성의 결과 비교

위의 세 가지 방법에 의한 안죽 모델의 파라미터를 표 1에 나타내었다. 그림 7은 각각의 안죽 모델의 성능을 오차를 통해 보여주고 있는데, 리키 적분기를 이용한 적합성, 주파수 적합성, 장력 적합성의 순으로 성능이 우수함을 알 수 있다. 표 1과 그림 7을 고려해볼 때 리키 적분기를 이용한 안죽 모델이 파라미터 수도 적고 가장 정확함을 알 수 있다. 이 안죽 모델은 다음 장의 현의 모델에 사용될 것이다.

## IV. 제안한 현의 모델

디지털 도파관 이론을 이용한 물리적 모델링에서 진행 파는 지연 라인만으로 묘사할 수 있다 [6]. 지연 라인의 길이는 출력 신호의 기본 주파수를 결정하는데 식 (4)와 같이 샘플링 주파수  $f_s$ 와 기본 주파수  $f_0$ 의 비로 계산할 수 있다.

$$L = \frac{f_s}{f_0} \tag{4}$$

여기에 안죽 모델을 적용하면 식 (4)를 변형 시킬 수 있는데, 주파수 적합성을 이용할 경우 지연 라인의 길이는 식 (5)와 같다.

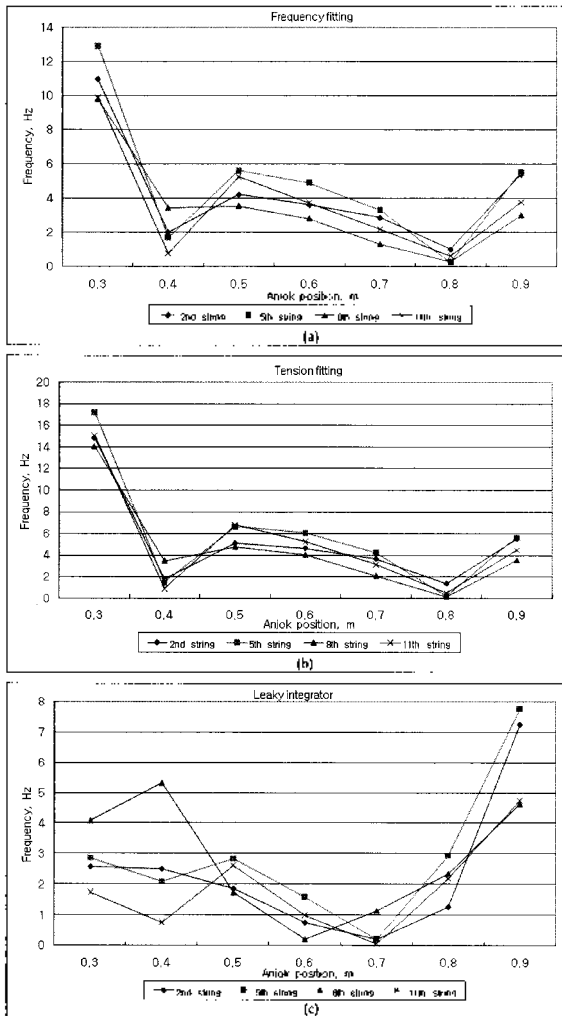


그림 7. 각 방법에 따른 오차 비교  
 Fig. 7. Errors described in (a) Sec. 3.1, (b) Sec. 3.2, and (c) Sec. 3.3, respectively.

$$L = \frac{f_s}{p^a e^b} \quad (5)$$

장력 적합성의 경우, 측정된 주파수로부터 장력을 적합화하고 이를 이용하여 기본 주파수를 적합화하므로 지연 라인의 길이는 식 (6)과 같다.

$$L = \frac{f_s}{\sqrt{K_{fitted}/\epsilon}/2p} = \frac{2pf_s}{\sqrt{(ap+b)/\epsilon}} \quad (6)$$

마지막으로 리키 적분기를 이용한 안족 모델의 지연 라인 길이는 식 (7)과 같다.

$$L = \frac{f_s}{a \log\left(\frac{p}{p-\Delta p}\right)} \quad (7)$$

여기서  $\Delta p$ 는 안족의 위치에 따른 주파수의 변화를 측정하기 위해 안족을 이동시킨 거리이다. 본 논문에서는 10cm마다 측정하였으므로 0.1의 값을 갖는다.

디지털 영역에서 지연 라인의 값은 항상 정수 값을 가져야하나, 실제 지연 라인의 길이는 실수 값을 갖는다. 따라서 실수부의 지연을 처리하기 위해서는 미소 지연 필터 (fractional delay filter)를 사용해야 한다. 본 논문에서는 식 (8)의 라그랑주 보간기 (Lagrange interpolator)를 이용하였다.

$$h(n) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq n}}^N \frac{D-k}{n-k}, \quad n=0,1,2,\dots,N \quad (8)$$

여기서  $N$ 은 FIR필터의 차수이고  $D$ 는 원하는 미소 지연이다 [7].

지연 라인의 길이와 미소 지연 필터를 이용하면 원하는 기본 주파수를 갖는 출력을 얻을 수 있으나 실제 자연계에 존재하는 파동의 감쇄 현상은 표현 할 수 없다. 이러한 감쇄 현상은 식 (9)와 같은 일차 1-pole 루프 필터로 표현할 수 있다 [8].

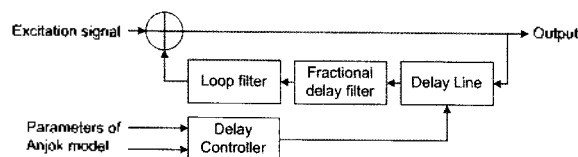


그림 8. 안족이 지연 라인의 길이를 조절하는 현의 모델의 블록다이어그램  
Fig. 8. Block diagram of proposed string model whose delay line length is controlled by Anjok model.

$$B_l(z) = \frac{g(1+a_1)}{1+a_1z^{-1}} \quad (9)$$

여기서  $g$ 는 필터의 이득을,  $a_1$ 은 필터의 차단 주파수를 나타낸다.

지금까지 살펴본 안족 모델과 미소지연 필터, 루프 필터를 현의 모델에 적용하면 그림 8과 같다. 안족 모델의 파라미터가 지연 라인의 길이를 조절함으로써 실제 악기에서 조율하는 것과 동일하게 표현할 수 있다.

### V. 음 합성

제안한 현의 모델을 이용하여 기본 주파수가 178,540Hz 인 가야금 5번 현의 뜬 음을 합성하였다. 현의 모델을 제외한 음의 녹음 환경과 보통 특성 추출은 [9]에서와 동일하고, 사용된 루프 필터의 파라미터는  $a_1=-0.382$ ,  $g$

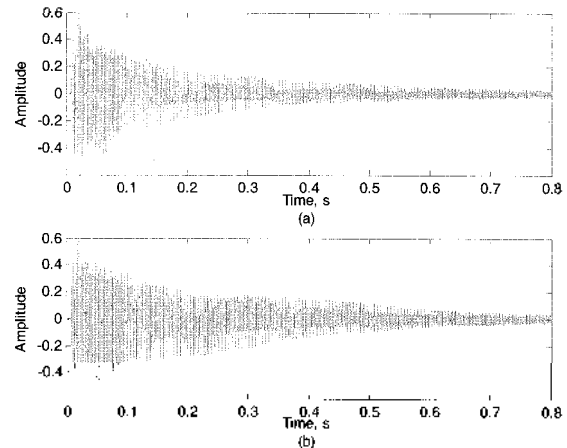


그림 9. 5번 현에 대한 원음과 합성음의 파형  
Fig. 9. Waveform of (a) original sound and (b) synthesized sound of the 5th string.

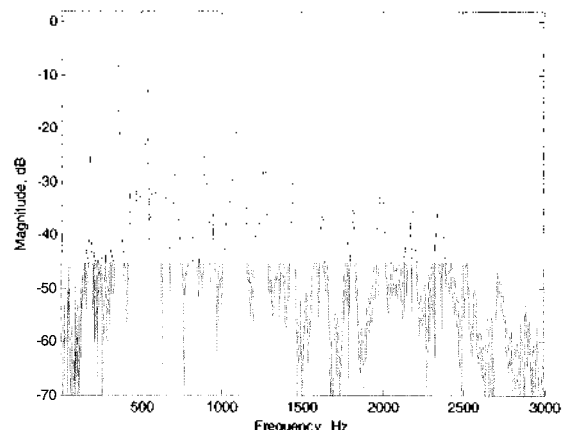


그림 10. 5번 현에 대한 원음(점선)과 합성음(실선)의 주파수 응답  
Fig. 10. Frequency responses; dotted line is the original sound and solid line is the synthesized sound of the 5th string.

=0.976로서 가야금의 루프필터 차단 주파수 범위인  $-1 < a_1 \leq -0.321$ 을 만족하는 값이다 [9]. 합성 결과는 그림 9에서 보듯이 합성음의 릴리즈 (release) 부분이 원음보다 약간 길게 나타나는데, 이는 현의 모델의 입력 신호인 여기 신호를 만드는 과정에서 발생한 문제라고 볼 수 있다. 그림 10은 원음과 합성음의 스펙트럼을 비교한 것으로 3kHz까지를 확대하여 나타낸 것이다. 합성음의 스펙트럼이 원음과 매우 유사함을 알 수 있다.

## VI. 결론

본 논문에서는 일차 선형 적합성을 이용한 안족 모델과 이를 포함한 현의 모델에 대해 살펴보았다. 안족 모델은 주파수 적합성, 장력 적합성, 리키 적분기를 이용한 적합성을 나누어 구현, 비교하였고, 각각의 모델은 일차 선형 적합성에 의해 파라미터로 나타내었다. 이들은 모두 측정된 주파수를 바탕으로 구현되어 실제 가야금의 조율 방법과 결과를 잘 묘사할 수 있는데, 특히 리키 적분기를 이용한 안족 모델이 최대 7,754Hz, 평균 2,472Hz의 오차로 가장 우수한 성능을 보였다. 일반적인 현의 모델은 지연 라인의 길이는 원하는 기본 주파수를 입력하여 결정하게 되는데 이 경우 실제 악기를 조율하는 방식을 묘사할 수 없다. 이러한 방식은 합성음의 결과만을 고려한다면 아무런 문제가 없으나 실제 전자 악기를 구현하여 연주할 경우를 고려한다면 조율 방식에 대한 문제가 발생한다. 이에 본 논문에서는 안족 모델을 현의 모델에 추가하여 실제 악기의 조율 방식을 묘사할 수 있도록 현의 모델을 개선하였다. 제안한 현의 모델은 안족을 가진 현악기 즉, 거문고나 아쟁의 물리적 모델링에 공동으로 적용할 수 있다. 향후 제안한 모델을 응용한 전자 악기 개발에 대한 연구가 필요할 것이다.

## 감사의 글

이 논문은 2007년도 정부 (과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (R01-2005-000-10671-0)

## 참고 문헌

1. Curtis Roads, *The Computer Music Tutorial*, (The MIT press, London, 1996)
2. K. Karplus and A. Strong, "Digital Synthesis of Plucked String and Drum Timbres." *Computer Music Journal*, 7 (2), 43-55, 1983.
3. J. O. Smith, "Music Applications of Digital Waveguides," Technical Report STAN-M-39, CORMA, Department of Music, Stanford University, Stanford, California.
4. N. H. Fletcher and T. D. Rossing, *The Physics of Musical Instruments*, (Springer-Verlag, New York, 1991)
5. 조상진, 정의필, "산조 가야금의 물리적 모델링", *한국음향학회지*, 23 (7), 521-531, 2004.
6. J. O. Smith, "Physical Modeling using Digital Waveguides," *Computer Music Journal*, 16 (4), 74-91, 1992.
7. T. I. Laakso, V. Välimäki, M. Karjalainen, and U. K. Laine, "Splitting the Unit Delay - Tools for Fractional Delay Filter Design," *IEEE Signal Processing Magazine*, 13, 30-60, 1996.
8. V. Välimäki, J. Huopaniemi, M. Karjalainen, and Z. Jánosy, "Physical Modeling of Plucked string Instruments with Application to Real-Time Sound Synthesis," *Journal of Audio Engineering Society*, 44 (5), 331-353, 1996.
9. 조상진, 정의필, "개선된 산조 가야금의 물리적 모델링을 이용한 오른손 주법의 음 합성," *한국음향학회지*, 25 (8), 362-369, 2006.

## 저자 약력

### • 조 상 진 (Sangjin Cho)

한국음향학회지 제23권 7호 참조

### • 정 의 필 (Uipil Chong)

한국음향학회지 제23권 7호 참조