

격변 변광성: 확률적 중력파동배경의 샘
CATACLYSMIC VARIABLES: SOURCES OF STOCHASTIC
GRAVITATIONAL WAVE BACKGROUND

송 두 중

한국천문연구원, 대전시 유성구 화암동 61-1

DOO JONG SONG

¹Korea Astronomy and Space Science Institute 61-1 Hwaam-dong, Yuseong-gu,

Daejeon, 305-348, Korea

E-mail: djsong@kasi.re.kr

(Received November 20, 2007; Accepted December 11, 2007)

ABSTRACT

On the framework of stochastic gravitational wave background(SGWB) by compact binary systems, we studied the strain spectra of SGWB produced by cosmological cataclysmic variables(CV). For this we reviewed the empirical properties of CVs by using newly published CV catalogue and calculated the cosmological densities of CVs considering the galaxy luminosity function and cosmic stellar birth rate function. Assuming the secular evolution of CVs, we calculated the time scale of CV gravitational wave(GW) radiation and derived formulae for the strain spectra of SGWB by cosmological CVs

Key words: Gravitational waves, stochastic gravitational wave background; Novae, cataclysmic variables.

1. 서론

일반상대성이론은 중력파동(GW)의 존재를 예측하고 있고, 이 시공간의 작은 주름은 우주에 널리 퍼져 있다. 이것을 확률적 중력파동배경(SGWB)이라 부른다. SGWB는 배경을 만드는 중력파동(GW) 샘이 개별적으로 구분되지 않아 통계적으로만 다룰 수 있는 것으로, 동방이고, 정상이며 가우스 분포 특성을 가진다고 생각되고 있다. SGWB는 다양한 천체물리학적 및 우주론적 GW 샘에 의해 만들어진다. 대표적인 GW 샘들로 다양한 종류의 쌍성계, 폭발하는 별들 그리고 초기우주의 상전이들이 있다.

GW 샘으로서 근접 밀집성쌍성계는 가장 잘 알려진 것들 중의 하나이고 (Thorne 1987), 특히 우리은하 속에 있는 쌍성계들의 질량, 궤도주기 및 거리들이 관측을 통해 알려짐으로써 생성되는 GW의 특성들이 잘 평가되어지고 있다.

우리은하 속에 존재하는 근접 밀집성 쌍성계(close compact star binary)는 SGWB를 만들어내어 중력파동 탐지기에 잡음으로 작용할 것이다. 그러므로 이 샘들이 만들어내는 SGWB의 특성을 알아내는 것은 GW 관측에 중요한 역할을 담당한다. 근접 밀집성 쌍성계 GW 샘으로 특히 주목 받는 것들은 백색왜성 쌍성계, 중성자별 쌍성계, 블랙홀 쌍성계 및 밀집성과 보통별로 이루어진 낮은-질량 X-선 쌍성계(LMXB) 및 격변변광성(CV) 등이 있다.

이 논문에서는 GW 샘으로서, 백색왜성과 낮은-질량 동반성으로 이루어진 CV에 초점을 맞추고, 이들이 만들어내는 우주론적 SGWB를 살펴보고자 한다. 지금까지 CV들이 만들어내는 GW 복사에 대한 연구가 있었지만 (Hils et al. 1990; Meliani et al. 2000), 우리은하에만 국한되어 있었고, 외부은하까지는 확장되지 않았다. 이를 위해 우리는 지금까지 관측과 이론적 연구를 통해 축적된 우리은하 속 CV들의 궤도뱃음변수 물리량과 CV들의 개수/수 밀도를 바탕으로, 우리은하를 벗어나 외부은하까지 확장하여, CV가 만들어내는 우주론적 SGWB 스펙트럼 꼴을 공부할 수 있는 공식을 찾아내려고 한다.

이 논문은 다음과 같이 구성된다: 제2절에서는 관측과 이론적 연구를 통해 알아낸 CV들의 물리적 특성을 종합하고, 제3절에서는 CV에 대한 선형적 지식과 별탄생율을 통한 쌍성계 형성이론을 바탕으로 우주의 CV 개수/수 밀도를 평가한다. 제4절에서는 질량윙김과 궤도 각운동량 잃음에 따른 CV의 진화를 다루고, 이를 다스리는 진화

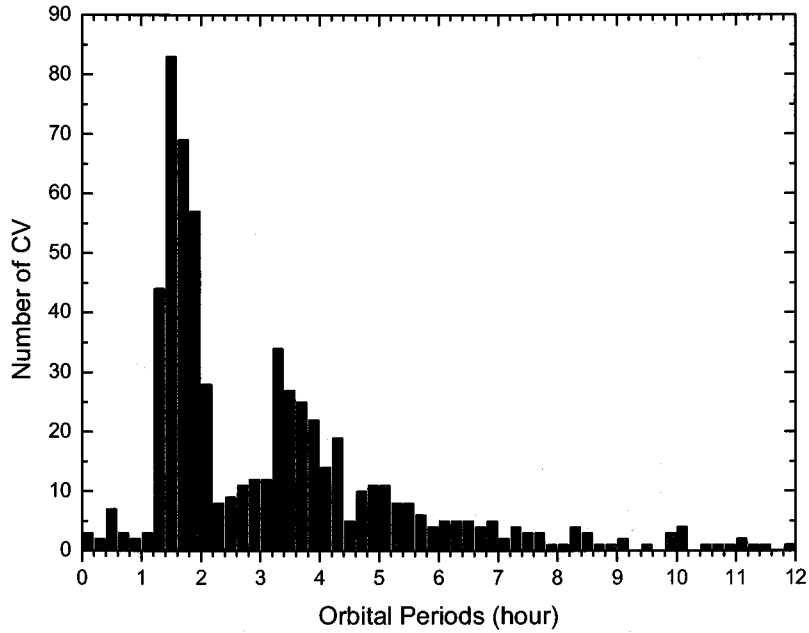


그림 1.— CV number-orbital period Distribution. Data are taken from Ritter & Kolb, (2003) (update RKcat7.7)

방정식을 살펴보고, 제5절에서는 CV의 중력파동 복사와 이에 따른 우주론적 SGWB를 평가할 수 있는 SGWB 변형 스펙트럼에 대한 공식을 제공한다. 제6절에서 평가와 결론을 요약한다.

2. 격변변광성

격변변광성(CV - cataclysmic variables)은 아주 짧은 궤도주기를 가진 근접 쌍성계로 백색왜성 주성과 낮은 질량 동반성으로 구성되어 있다. 동반성은 로쉬로브를 채워 질량넘침이 있고, 주성에 의한 질량 강착이 있다. 동반성이 될 수 있는 별은 로쉬로브를 채우고 있는 주계열 별, 적색거성, He 별 또는 주성보다 질량이 작은 백색왜성이다. 우리은하 속의 CV들은 관측을 통해 잘 목록화 되었고 (Ritter & Kolb 2003 (update RKcat7.7)), 647 개 CV들의 좌표, 겉보기 등급, 성분 별의 궤도멧음변수 및 별 특성들이 실려있다. 이 목록을 이용하면, CV들의 궤도주기 분포, 동반성의 질량과 반지름의 궤도주기에 대한 의존성, 질량비의 궤도주기 및 동반성의 질량 사이의 관계를 살펴볼 수 있다. 다음에 지금까지 많은 연구자들에 의해 알려진 CV 물리량의 특성을 다시 살펴보았다. 앞으로 별 다른 언급없이 m_1 은 CV 주성의 질량, m_2 는 동반성의 질량, $q = m_2/m_1$ 는 질량비, 그리고 a 는 CV 쌍성계의 간격으로 정의한다.

2.1. CV 주기분포

목록을 이용해 만들어진 궤도주기 막대그래프에 따른 CV 주기분포의 독특한 특성은 잘 알려져 있다 (Patterson 1984; Patterson 1998). 궤도 주기 12 시간 이상에서는 CV가 거의 관측되지 않는다 - 최대 주기. 궤도 주기 약 2 시간에서 3 시간 사이에서 관측되는 CV의 개수는 매우 적다 - 주기갭. 궤도 주기 약 78분 이하에서는 CV가 거의 관측되지 않는다 - 최소 주기. 이것은 Ritter & Kolb의 최신 CV 목록(2003-upate RKcat7.7)에 실린 647 개 CV 중에서 얻어낸, 주기 범위 1.0 h 에서 12 h 사이에 속하는, 약 620 개 CV의 개수분포 그림(그림 1)에서 더욱 명확하게 들어난다. CV 주기분포에서 보이는 최대주기, 주기갭 및 최소주기의 존재에 대해 많은 연구가 이루어져 어느정도까지 잘 설명이 되고 있다.

최대주기의 존재는 동반성-주기 관계식, CV 질량비에 상한 존재 ($q < 1$) 및 주성의 질량한계 존재($m_1 < M_{\text{COWD}} \simeq 1.2M_{\odot}$)의 복합된 작용의 결과로 나타나고, CV의 최대주기는 약 12 시간 정도가 됨을 알 수 있다

(Howell et al. 2001; Smith & Dhillon et al. 1998).

최소주기는 동반성이 되는 주계열 별의 최소 질량($m_2 \geq 0.08M_\odot$)의 존재와 축퇴별(degenerate star)의 질량-반지름 관계식($R \propto m_2^{-1/3}$)의 복합된 작용의 결과이다. CV의 진화에 따른 질량 잃음(mass loss)은 동반성의 반지름을 변화시키고, 이것은 궤도주기에 영향을 미쳐, 동반성이 주계열 별에서 축퇴별로 진화함에 따라, 궤도주기는 감소하다가 다시 증가하게 된다. 이 사이에 최소 주기가 존재한다 (Rappaport et al. 1983; Howell et al. 2001).

주기꺾의 존재는 동반성인 주계열 별이 완전한 대류별이 되는 질량 한계(약 $0.3M_\odot$)의 존재, 동반성의 질량-주기 관계 및 CV의 궤도각운동량 잃음 모형의 복합된 결과로 설명이 되고 있다. 연구에 따르면, CV 진화에 따른 궤도주기의 변화는 궤도 각운동량 잃음(angular momentum loss)에 의해 주도되고 있고, 이것은 동반성의 질량 잃음과 밀접한 관계가 있다. 주기꺾 위에서 궤도 각운동량 잃음을 자기제동 메카니즘이 주도하고, 주기꺾 아래에서는 중력파동 복사에 의해 주도된다. 동반성이 질량을 잃어서 질량 약 $0.3M_\odot$ 이 되면, 복사 심(core)과 대류층을 가진 별에서 완전한 대류별로 바뀌게 된다. 궤도 각운동량 잃음을 주도하던 자기제동 메카니즘이 갑자기 중지되고 질량 잃김은 멈춘다. 그 결과 일시적으로 CV 현상이 멈추고 관측에서 사라진다. 자기제동 중지는 동반성의 질량 약 $0.3M_\odot$ 에서 일어나고, 이것은 궤도주기 약 3 시간에 해당한다. 일시적으로 질량 잃김은 멈추었지만, 아직도 중력파동 복사에 따른 궤도 각운동량 잃음은 계속일어나서, 궤도 주기 약 2 시간이 되면 동반성의 로쉬로브는 다시 채워지고 질량 잃김은 재개되어 CV는 다시 활성화 된다. 여기서 질량 잃김이 멈춘 2 시간에서 3 시간 사이를 주기꺾이라 부른다. 중요한 것은 주기꺾 안에도 CV 들은 존재하고 있지만, 다만 관측으로 확인 되지 않을 뿐이다 (Rappaport et al. 1983; Kolb et al. 1998).

CV의 궤도주기 분포는 CV 개수 평가의 중요한 자료가 된다. 그림 1을 바탕으로 궤도주기 분포함수를 알아내면, 이것은 우리은하 속 CV들의 궤도주기 스펙트럼을 제공한다. Hils, Bender & Webbink(1990)의 방법 또는 블랙홀의 유효포텐셜 풀 함수 (MTW 1973), 즉 짧은-주기 영역에서 주기분포 그림의 급격한 증가 상태를 결정하는 함수와 긴-주기 영역에서 감소 상태를 나타내는 함수의 곱이 되는 함수를 도입하여 궤도분포함수에 대한 어렵함수를 만들었다 (Hils et al. 1990). 이 논문에서는 어렵함수로 주기범위 $1.2 < P_{orb} < 12$ 시간 안에서

$$N(P_{orb}) = (1 - 1.3x^{-2.0})(0.0065 + 3.8x^{-2.7}) \\ = 0.0065 [1 - 0.0361(f/f_{CV})^{2.0}] [1 + 4.65(f/f_{CV})^{2.7}] \quad (1)$$

처럼 선택되었고, 여기서 $x = P_{orb}/(1 \text{ hr})$ 이고, $N(P_{orb})$ 는 $\int_{P_{min}}^{P_{max}} N(P)dP = 1$ 이 되도록 선택되었다. 앞으로의 응용을 위해 CV의 전형적 궤도주기 $P_{CV} = 3 \text{ hr}$ 에 상응하는 진동수 $f_{CV} = 9.26 \times 10^{-5} \text{ Hz}$ 를 도입하고 그리고 원궤도 운동하는 CV가 방출하는 GW의 진동수 $f = 2/P_{orb}$ 를 도입하여 표현한 식을 병기하였다. 이 어렵 관계식을 위해 최소주기 아래에 속하는 CV들을 제외하였고, CV들은 긴-주기에서 짧은-주기로 장기간에 걸쳐서 연속적으로 진화해간다고 가정하였다. 이 가정은 주기꺾 사이에, 광학적으로 관측되지는 않지만, 충분한 수의 CV들이 존재하고 있다는 것을 암시한다.

2.2. CV 질량 분포

Ritter & Kolb(2003)의 CV 목록에서 알아낸, 최소주기와 최대주기 사이에 속하는, 질량이 알려진 주성과 동반성의 목록을 만들고, 이를 이용하여 질량의 분포 및 질량과 궤도주기 사이의 관계를 살펴보았다 (Patterson 1998; Smith & Dhillon 1998; Meliani et al. 2000).

2.2.1. 주성의 질량 분포

Ritter & Kolb(2003)의 목록에서 얻어낸, 최소주기에서 최대주기 사이에 속하고 질량이 알려진 104 개 CV 표본을 이용하여 주성의 질량 분포 및 질량-궤도주기 관계를 살펴보았다. CV 주성의 질량에 대한 실험적 결과는, 아주 이상한 것들을 제외하면, 질량은 범위 $0.43 < m_1/M_\odot < 1.3$ 에 있고, 그 질량 평균은 $\langle m_1 \rangle \simeq 0.83M_\odot$ 와 같았다.

궤도 주기에 따른 주성 질량의 변화는 거의 없는 것 같다. 그렇지만 자세히 살펴보면, CV 주성의 질량분포에서, 최소 주기 약 78 분 이상에서 궤도주기 약 6 시간 이하에 속하는 약 88 개 백색왜성(WD)의 단순 질량 평균은 약 $0.74M_\odot$ 이고, 이와 달리 궤도주기 6시간에서 최대주기 약 12 시간에 사이에 놓이는 약 22 개의 WD의 단순 질량 평균은 약 $0.99M_\odot$ 가 되어, 약간의 변화는 존재하고 있었다. 말하자면, 긴-주기 CV들의 주성의 질량이 짧은-주기보다 질량이 큰 경향이 있다.

이러한 경향은 CV 형성에 대한 컴퓨터 수치 계산에서도 보이고 있다. Howell et al.(2001)의 연구 결과에 따르면, 궤도 주기가 짧은 CV들에서 질량이 작은 주성(헬륨 백색왜성-HeWD)과 큰 주성(탄소-산소 백색왜성-COWD)이 비슷한 빈도로 나타나지만, 주기가 긴 CV들에서는 질량이 작은 HeWD의 개수는 거의 없다. 또 Politano(1996)는, 영살-CV(ZACV) 속의 WD 분포에서, 낮은-질량 HeWD와 높은-질량의 COWD는 서로 잘 구분되어 나타나고, 질량 범위 $0.46M_{\odot}$ 과 $0.54M_{\odot}$ 사이에 질량갭의 존재를 보여주고 있다. 그의 계산에서 HeWD는 질량 범위 $0.27M_{\odot}$ 과 $0.46M_{\odot}$ 사이에 있고, COWD는 $0.54M_{\odot}$ 과 $1.4M_{\odot}$ 사이에 있다. 그렇지만, Ritter & Kolb(2003)의 목록에서 볼 수 있는 WD의 질량범위를 비교해보면, HeWD의 질량 범위에 속하는 주성의 개수가 매우 작음을 알 수 있다. 이것이 현재 수행되고 있는 CV 관측의 한계에 그 원인이 있는 지 고려해보아야할 문제이다.

2.2.2. 동반성의 질량 분포

Ritter & Kolb(2003)의 목록에서 얻어낸, 최소주기에서 최대주기 사이에 속하고 질량이 알려진 약 98 개 CV 표본을 이용하여 동반성의 질량 분포 및 질량-궤도주기 관계를 살펴보았다. CV 동반성의 질량에 대한 선행적 결과는, 대체적으로 질량 범위 $0.045 < m_2/M_{\odot} < 1.06$ 에 속하고, 그 질량 평균은 $\langle m_1 \rangle \simeq 0.40M_{\odot}$ 과 같았다.

CV 동반성의 질량분포에서, 동반성의 질량은 궤도주기와 밀접한 관계를 가지고 변화하고 있음은 잘 알려져 있는 사실이다. 최소주기에서 최대주기 사이에 속하는, 97 개 CV들 표본에서 동반성의 질량-궤도주기 관계를 살펴보면 질량이 주기에 따라 변화함을 다시 확인할 수 있고, 그 관계식은 잘 알려진

$$\frac{m_2}{M_{\odot}} = (0.066 \pm 0.005) \left(\frac{f}{f_{CV}} \right)^{-(1.38 \pm 0.09)} \quad (2)$$

가 된다 (Smith & Dhillon 1998; Meliani et al. 2000). 여기서는 앞으로 계산을 위해 멱법칙 관계식을 제공하였고, 궤도주기는 시간 단위로 재어졌다. 이 질량-궤도주기 관계식은 궤도주기가 짧아지면 동반성의 질량도 작아진다는 것을 선행적으로 보여주고 있고, 이것은 Howell et al.(2001)의 수치해석 연구로도 확인이 되고 있다.

이 질량-주기 관계식을 앞에서 설명한 궤도주기 분포와 함께 비교하면, 궤도주기 약 2 시간에서 3 시간 사이에서 주기갭에 상응하는 동반성의 “질량갭”의 존재를 명확하게 확인할 수 있다. 또한 이 질량-주기 관계식은 CV 궤도주기의 진화가 동반성의 진화와 밀접한 관계가 있음을 선행적으로 확인해주고 있다.

2.3. 질량비 분포

CV 쌍성계에 있어서 주성의 질량에 대한 동반성의 질량비, q 는 아주 중요한 한 물리량이다. CV의 진화에 따른 성분 별의 질량 변화는 자연스럽게 질량비의 변화를 가져올 것이다. 이 변화는, 밀집성 쌍성계의 GW 방출 연구의 중요한 맺음변수인 짹짹질량(chirp mass)과 같은, CV 쌍성계의 궤도 맺음변수들에 영향을 미친다.

2.3.1. 질량비-주기 관계

Ritter & Kolb(2003)의 목록에서 최소주기에서 최대주기 사이에 놓인 약 93 개 CV들의 질량비를 뽑아서 질량비 q 표본을 만들었다. 표본은 $q \leq 1.0$ 이 만족되도록 선택되었다. 질량비 범위 $0.061 \leq q \leq 1.0$ 에 속하는 CV들의 질량비 단순 평균은 $\langle q \rangle \simeq 0.47$ 이 되었다.

궤도주기에 따른 질량비 분포를 살펴본 결과, 주기 범위에 따른 표본의 질량비 범위와 평균된 질량비가 주기에 따라 선형적으로 변화함을 볼 수 있다. 이것은 Mennickent et al.(1999)이 약 43 개의 SU UMa 별들을 이용한 연구에서 알아낸 결과이고, Smith & Dhillon(1998)은, 동반성의 질량이 궤도주기와 선형 관계를 잘 이루고 있음에서, 질량비-궤도주기가 거의 선형적 관계를 가지고 있음을 보였다.

선택된 93 개 CV 표본을 이용해 질량비-주기 관계를 살펴보면, 질량비는, 약 6시간 보다 짧은-주기 영역에서 궤도주기의 선형 함수처럼 행동하고, 보다 긴-주기 영역에서는 일정한 값을 유지하고 있는 것처럼 보인다. 윗 표본에서 주기범위 1.3 시간에서 6 시간 사이에 속하고, 질량비 $0.061 < q < 1.0$ 사이에 속하는 약 71 개 CV 들의 질량비-주기 관계식을 찾아보니

$$q(P_{\text{orb}}) = (0.089 \pm 0.040) + (0.23 \pm 0.018) \left(\frac{f}{f_{CV}} \right)^{-1} \quad (3)$$

와 같았다.

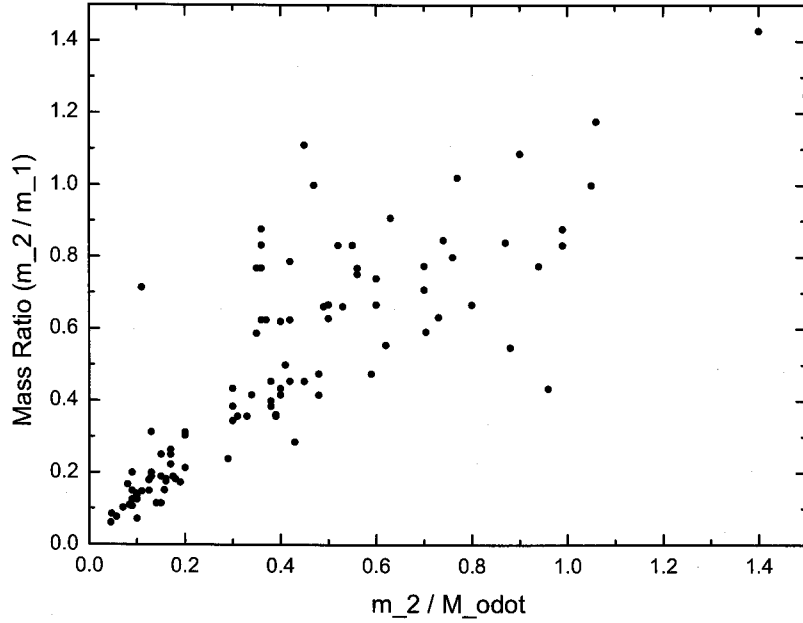


그림 2.— CV mass ratio $\frac{m_2}{m_1}$ -secondary mass relation

2.3.2. 질량비-질량 관계

질량비 q 와 주성의 질량 사이의 관계를 살펴보면, 서로 상관관계를 볼 수 없고, 이것은, 앞에서 살펴본 것과 같이, 주성의 질량이 궤도주기와 아무런 상관관계없이 분산되어 나타난 결과이다. 반면에 질량비와 동반성의 질량은 밀접한 상관관계를 보여주고 있다. 이것은 질량비의 정의에 들어가는 주성의 질량이 CV의 진화에 따른 변화가 거의 없는데 반하여 동반성의 질량은 CV의 진화와 밀접한 관계를 갖는데 그 이유가 있는 것 같다.

선택된 CV 질량비 표본에서 최소 궤도주기에서 주기 6 시간 이하에 속하는 76 개의 CV를 대상으로 질량비-동반성 질량 관계를 그림으로 그렸다. (그림 2) 그림에서 주기값에 상응하는 동반성의 질량값을 다시 확인할 수 있다. 질량비와 동반성의 질량 사이에는 선형관계가 존재하고 있는 것 같이 보이고, 주기범위 $0.2857 \text{ 시간} < P_{\text{orb}} < 6 \text{ 시간}$, 동반성 질량범위 $0.045 < m_2/M_{\odot} < 0.99$, 그리고 질량비 범위 $0.061 < q < 1.0$ 에 속하는 76 개 CV를 표본으로 찾아낸 어림 관계식은

$$q(m_2) = (0.038 \pm 0.032) + (1.24 \pm 0.099) \frac{m_2}{M_{\odot}} \quad (4)$$

와 같다.

2.4. 동반성의 반지름

지금까지 살펴본 궤도주기 분포, 질량 분포 및 질량비 분에서 알아낸 선형적 관계식에 덧붙여, CV의 진화 연구와 앞으로의 계산에 매우 중요한 물리량으로, 동반성의 반지름과 궤도주기 및 그 질량 사이에 존재하는 관계식이 있다. 여기에 대한 많은 연구 결과가 있고, 이 논문에서는 Smith & Dhillon(1998)이 이끌어낸 반지름-주기 관계식

$$\frac{R}{R_{\odot}} = (0.131 \pm 0.031) \left(\frac{f}{f_{\text{CV}}} \right)^{-(1.18 \pm 0.04)} \quad (5)$$

과 반지름-질량 관계식

$$\frac{R}{R_{\odot}} = (0.91 \pm 0.09) \left(\frac{m_2}{M_{\odot}} \right)^{0.75 \pm 0.04} \quad (6)$$

을 이용한다.

3. 우주 속의 격변변광성

현재까지 관측과 계산을 통한 우리은하 속 CV들의 개수, 수밀도 및 탄생율에 대한 많은 연구가 행해져 왔고, 좋은 결과가 얻어졌다 (Patterson 1984; Ritter & Burkett 1986; Politano 1996; Yungelson et al. 1997; Hurley et al. 2002).

외부은하 속에도 많은 수의 CV들이 존재하고, 이들은 우리은하에서와 같은 방법으로 진화해간다고 생각한다. 그러면, 우리은하에서 평가된 자료를 바탕으로 우주 속의 CV들의 개수/수밀도를 평가할 수 있을 것이다. 이를 위해 두 가지 방법을 생각할 수 있는데, 하나는 CV 관측 자료에서 알아낸 우리은하 속의 선형적 CV 물리량과, 우주 속의 외부은하의 수밀도를 평가할 수 있는, 은하 광도함수를 결합시켜 우주 속의 CV 개수/수밀도를 평가하는 것이다. 다른 하나는, 지금까지의 연구 결과로 알려진, 우주론적 별 탄생율을 이용하여 쌍성계의 형성과 진화를 통해 CV 개수/수밀도를 평가하는 것이다.

3.1. 선형적 CV-개수 주기 관계식을 이용해 계산된 우주 속의 CV 수밀도

관측을 통해 선형적으로 평가된 결과와 이론적 계산을 통해 얻어진 결과를 이용하여 우리은하 속의 CV 개수/수밀도를 평가하고, 이를 기준으로 Schechter의 외부은하 광도함수를 이용해 평가된 은하의 수밀도를 이용하여 우주론적 CV의 개수/수밀도를 평가한다.

3.1.1. 우리은하 속의 CV 개수/수밀도

Ritter & Kolb(2006)의 CV 목록에서 얻어진 개수-주기 막대 그림을 사용하여 우리은하 속에 있는 CV들의 개수 스펙트럼 분포함수를 알아낼 수 있다. 이를 위해 우리는 은하 속의 CV들은 모두 주기갭 위의 긴-주기 쌍성계들이 각운동량 잃음 통하여 주기갭 아래의 짧은-주기 쌍성계로 연속적으로 진화하여 간다고 생각한다. 이것은 주기갭 안에도, 비록 광학적으로 관측은 되지 않지만, 많은 CV들이 존재하고 있다는 것을 암시한다. 이 가정 아래서 우리는 선형적으로 얻어진 개수-주기 분포를 나타내는 어림함수를 Hils et al.(1990)의 방법에 따라, 주기범위 $1.2 < P < 12$ 시간 안에서, 식 (1)과 같이 나타내었다.

현재까지 알려진, 관측 자료를 바탕으로 한 선형적 결과와 컴퓨터 시뮬을 통한 연구로 알아낸, 우리은하 속의 CV 개수는 약 2.53×10^7 개이고, 수밀도는 어림잡아 범위 $2 \times 10^{-5} \text{pc}^{-3} < \rho_{CV} < 2 \times 10^{-4} \text{pc}^{-3}$ 안에 있는 것으로 알려지고 있다 (Ritter & Burkert, 1986; Politano, 1996; Yungelson et al., 1997; Hurley et al., 2002). 우리은하 속에 N_{CV} 개의 CV가 있다면, 식 (1)을 이용하면, 우리 은하 속의 CV 개수 스펙트럼, $N_{CV}^{Gal}(f)$ [(# of CV)/Hz]는

$$\begin{aligned} N_{CV}^{Gal}(f) &= N_{CV} N_{CV}(f) \\ &= 0.0065 N_{CV} [1 - 0.0361(f/f_{cv})^{2.0}] [1 + 4.65(f/f_{cv})^{2.7}] \end{aligned} \quad (7)$$

처럼 어림할 수 있다. 여기서 f 는 $f = 2/P$ 로 정의된 중력파동의 진동수이다.

3.1.2. 광도함수를 이용한 외부은하 개수/수밀도

외부은하의 개수/수밀도를 계산하기 위해, 은하의 K-밴드 관측을 통해 얻어낸, 적색이동에 따라 진화하는 Schechter 광도함수를 도입한다 (Schechter 1976; Drory et al. 2003; Cole et al. 2001):

$$\Phi(L_K, z) dL_K = \frac{\Phi_*}{L_K^*} \left(\frac{L_K}{L_K^*} \right)^\gamma e^{-L_K/L_K^*} dL_K \quad (8)$$

여기서 L_K 는 K-밴드 광도이고, Φ_* 및 L_K^* 는 각각

$$\Phi_*(z) = \Phi_*(0)(1 + \mu z), \quad L_K^* \propto 10^{-0.4M_K^*}, \quad M_K^*(z) = M_K^*(0) + \nu z \quad (9)$$

처럼 정의되었다. 윗 식의 상수들은 각각 $\Phi_*(0) = (1.16 \pm 0.10) \times 10^{-2} h^3 / \text{Mpc}^3$ 및 $M_K^*(0) = -23.39 + 5 \log h \pm 0.05$ 이고, 지수 γ 와 곱수들은 각각 $\gamma(z) = -1.09 \pm 0.06$, $\mu = -0.25 \pm 0.05$, $\nu = -0.53 \pm 0.07$ 과 같은 값을 가진다는 것이 알려져 있다.

식 (8)에 주어진 광도함수를 이용하면, 적색이동 범위 $[z, z + dz]$ 안에 있는 광도 L_{\min} 보다 밝은 외부은하의 수 밀도, $n_{\text{gal}}(z)$ 는

$$n_{\text{gal}}(z) = \int_{L_{\min}}^{\infty} \Phi(L_K, z) dL_K \quad (10)$$

에서 평가되어지고, 상응하는 개수는 $dN(z) = n_{\text{gal}}(z) \frac{dV}{dz} dz$ 에서 계산되어진다.

Drory et al.(2003)은 K-밴드 관측 자료를 바탕으로 외부은하의 광도함수를 도출함에 있어서 은하의 최소 겉보기 등급을 $m_{\min} = 18.7$ 로 선택하였다. 이 겉보기 등급에 상응하는 절대등급은 $M_{\min} = -20.2$ 이고, 이를 받아들여 우리는 외부은하 수밀도 계산을 위한 절대등급의 적분 한계를 -20.2 보다 밝은 은하로 한정한다. 앞으로의 계산을 위해 절대등급 $M_{\min} = -20.2$ 에 상응하는 K-밴드 광도는 $L_{\min} \propto 1.2 \times 10^8 \text{erg/sec}$ 가 되고, 절대등급 $M_K^*(0) = -23.39$ 는 광도 $L_K^*(0) \propto 2.3 \times 10^9 \text{erg/sec}$ 에 해당한다. 이 적분 한계를 이용하면, 평가되는 은하의 수밀도는

$$n_{\text{gal}}(z) = (3.20 \times 10^{-2} h^3) (1 - 0.25z) 10^{-0.01908z} e^{-10^{-0.212z}} \quad (11)$$

과 같다.

3.1.3. 우주 속의 CV 수밀도

앞에서 기술한 것과 같이 우리은하 속의 CV 개수 스펙트럼 $N_{CV}^{\text{Gal}}(f)$ 는 식 (7)에서 평가된다. 이것을 우주론적 CV 수밀도 계산의 기준값으로 사용한다. 우리은하 속의 선형적 CV 개수를 이용하면, 선택된 적색이동의 범위까지 계산되는 우주 속의 CV 수밀도, $n_{CV}^U(f, z)$ [(# of CV)/(Mpc³ Hz)]는 관계식

$$\begin{aligned} n_{CV}^U(f_r, z) &= N_{CV}^{\text{Gal}}(P) n_{\text{gal}}(z) \\ &= (8.10 \times 10^5 h^3) (1 - 0.25z) 10^{-0.01908z} e^{-10^{-0.212z}} \\ &\quad \times [1 - 0.0361 \left(\frac{f_r}{f_{CV}} \right)^{2.0}] [0.0065 + 0.0302 \left(\frac{f_r}{f_{CV}} \right)^{2.7}] \end{aligned} \quad (12)$$

에서 평가할 수 있다. 주의할 것은 CV의 GW 진동수 f_r 은 적색이동 z 에 위치한 GW 샘의 정지틀에서의 값이므로 관측자의 관성틀에서 계산되어질 때 상응하는 적색이동 값을 고려에 넣어야 한다. 말하자면, $f_r = 2/P = (1+z)f_{ob} = (1+z)f$ 가 성립한다.

3.2. 우주론적 별탄생을 이용해서 계산된 우주 속의 CV 수밀도

우주론적 별 탄생율의 토대 위에서 계산된, CV 쌍성계의 선조가 되는, 영살-주계열(zero age MS - ZAMS) 쌍성계 탄생율에서 영살-CV 쌍성계의 탄생율 밀도를 평가한 후, 여기서 CV의 형성율을 계산해낸다. 계산된 CV 형성율의 현재 값으로, 선형적 및 컴퓨터 시뮬을 통해 평가된, 우리은하 속의 CV 형성율을 기준 값으로 삼는다.

3.2.1. 영살-주계열(ZAMS) 쌍성계 탄생율 밀도

지금까지의 연구 결과에 따르면 (Hurley et al. 2002; Farmer & Phinney 2003), ZAMS 쌍성계 탄생율, $\dot{\rho}_b$ [(# of binary)/yr Mpc³]는 우주의 별 탄생율을 이용하면

$$\dot{\rho}_b = \frac{2}{21} \dot{\rho}_* \xi(m_1) \delta m_1 \delta q \frac{\delta f}{f} = \dot{\rho}_b(f) \delta f \quad (13)$$

와 같다는 것이 알려져 있다. 여기서 $\dot{\rho}_*$ [$h M_{\odot} \text{yr}^{-1} \text{Mpc}^{-3}$]는 우주의 별 탄생율, $f = 2/P^{-1}$ 은 GW 진동수, $\xi(m)$ 은 Salpeter 초기질량함수이고, q 는 쌍성계의 질량비이고, 마지막으로 $\dot{\rho}_b(f)$ 는 ZAMS 쌍성계 탄생율 스펙트럼이다. 우리는 여기서 우주의 별 탄생율로, Cole et al.(2001)이 추정된 공식,

$$\dot{\rho}_* = (0.0166) \frac{1 + 11.133 z}{1 + (z/1.9474)^{2.6316}} \quad (14)$$

을 사용하였고, 틀맞춤된 Salpeter 초기질량함수 $\xi(m) = (0.17 M_{\odot}^{0.35}) m^{-2.35}$ 를 사용하였다 (de Araujo et al. 2000).

3.2.2. 영살-CV(ZACV) 탄생을 밀도와 CV 형성을 밀도

ZAMS 쌍성계가 CE 단계를 거쳐서 CV의 대부분을 구성하는 진화되지 않은 동반성을 가질려면 주성의 질량은 적어도 동반성의 4 배 이상이 되어야만 하고, Politano(1996)에 따르면, ZACV의 질량비가 0.28보다 작아야만 CV로 진화할 수 있다. 또한 ZAMS 쌍성계가 백색왜성을 주성으로 가진 ZACV로 진화하기 위해서는 주성의 질량이 범위 $0.8M_{\odot} < m_1 < 8M_{\odot}$ 에 있어야만 한다. 그러면 $\dot{\rho}_{ZACV}(f)[(\# \text{ of ZACV})/(\text{yr Mpc}^3 \text{ Hz})]$ 로 정의된 영살-CV의 탄생율은 식 (13)과 (14)에서,

$$\dot{\rho}_{ZACV}(f) = (7.27 \times 10^{-5} h) \frac{1 + 11.133 z}{1 + (z/1.9474)^{2.6316}} \frac{1}{f} \quad (15)$$

과 같음을 알아낼 수 있다.

식 (15)의 결과로 형성된 N_{ZACV} 개의 ZACV 중에서 일정한 몫만이 CV로 진화한다고 생각하면, GW 샘이 되는 CV가 되는 비율을

$$\dot{\rho}_{CV} = \frac{N_{CV}}{N_{ZACV}} \dot{\rho}_{ZACV} = \frac{N_{CV}}{N_{ZACV}} \dot{\rho}_{ZACV}(f) \delta f = \dot{\rho}_{CV}(f) \delta f$$

처럼 정의할 수 있다. 여기서 N_{CV} 최종적인 CV의 개수이다. 앞으로의 계산을 위해 여기에 상응하는 우주 속의 CV 형성율 밀도, $\dot{n}_{CV} [(\# \text{ of ZACV})/(\text{yr Mpc}^3)]$ 를

$$\dot{n}_{CV} = f_r \dot{\rho}_{CV}(f_r) = (7.27 \times 10^{-5} h) \frac{N_{CV}}{N_{ZACV}} \frac{1 + 11.133 z}{1 + (z/1.9474)^{2.6316}} \quad (16)$$

와 같이 정의한다.

4. 격변변광성의 진화

선조 쌍성계의 주성이 만든 공통 껍질(CE) 단계를 지나 CE를 막 축출하였을 때 원-CV(pre-CV) 단계가 시작되고, 이 단계는 동반성이 그것의 로쉬로브를 막 채울 때 ZACV 단계로 접어든다. 막 채워진 영살-CV의 로쉬로브가 넘침이 시작되어 주성에 의한 물질 강착이 이루어지어서 임계질량을 넘어서면 최초의 신성 폭발이 이루어진다. 신성 폭발 후 살아남은 ZACV 동반성의 연속적인 로쉬로브 넘침과 주성에 의한 질량 강착은 하늘에 CV 현상을 보여주면서 CV 단계로 접어든다. 하늘에 나타나는 고전적 신성과 난장이 신성은 같은 CV가 보여주는 서로 다른 현상이다 (Shara et al. 2007).

연속되는 동반성에서 주성으로의 질량 옮김은 CV의 진화를 다스린다. CV의 진화는 궤도주기의 감소와 동반성 질량의 변화로 나타난다. CV 궤도주기의 진화는 궤도 각운동량 잃음을 통하여 평가할 수 있고, 지금까지의 연구 결과에 따르면, CV들은 높은 질량 옮김율(높은- \dot{m} ; $\dot{m} \sim 10^{-9} M_{\odot}/\text{yr}$)에서 낮은 질량 옮김율(낮은- \dot{m} ; $\dot{m} \sim 10^{-11} M_{\odot}/\text{yr}$)로 진화해 간다 (Patterson 1984; Politano 1996).

높은- \dot{m} 의 CV 진화 단계는 동반성의 질량이 약 $0.3M_{\odot}$ 이상인 범위에 속하고, 궤도 각운동량 잃음은 자기제동(magnetic braking - MB)에 의해 주도되고 있는 것으로 알려져 있다 (Verbunt & Zwaan 1981). 낮은- \dot{m} 진화 단계에서, CV 동반성의 질량은 $0.3M_{\odot}$ 보다 작아서 완전한 대류별이 되고, 따라서 자기 다이노모가 없어져서 자기장이 사라지고 자기제동은 작동을 멈춘다. 이 단계의 각운동량 잃음을 주도하는 것은 쌍성계의 중력파동 복사이다 (Faulkner 1971).

4.1. CV 각운동량 잃음 모형

CV의 진화는 궤도 각운동량을 잃음을 통하여 평가할 수 있다. CV 쌍성계의 총 각운동량은 궤도 각운동량과 성분별의 스핀 각운동량으로 구성되어 있다. 총 각운동량의 변화는, 앞에서 기술한 것과 같이, 동반성의 질량이 완전 대류별의 한계 질량보다 큰 경우의 자기제동 모형(MB)과 작은 경우의 중력파동 복사 모형(GW) 및 여기에 덧붙여 CV 쌍성계 밖으로 쌍성계 밖으로 질량 잃음에 따른 각운동량 잃음으로 나누어 살펴볼 수 있다. 앞으로 계산의 전개에 필수적인 CV 쌍성계의 궤도 각운동량은

$$\begin{aligned} J_{orb} &= \frac{c^5}{G} \left(\frac{GM_c}{c^3} \right)^{5/3} \omega^{-1/3} \\ &= (6.22 \times 10^{51} \text{ erg sec}) \left(\frac{M_c}{M_{\odot}} \right)^{5/3} \left(\frac{\omega}{\omega_{CV}} \right)^{-1/3} \end{aligned} \quad (17)$$

와 같다. 여기서 ω 는 CV 쌍성계의 궤도 각속도, ω_{CV} 는 CV의 대표 각속도로 $\omega_{CV} = 2\pi/(3 \text{ hr})$ 로 선택되었으며, M_c 는 밀집성 쌍성계의 짝 짝 질량으로

$$M_c = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}} = m_1 \frac{q^{3/5}}{(1+q)^{1/5}} \quad (18)$$

로 정의되었다.

4.1.1. 중력파동 복사 모형

궤도 운동하는 모든 밀집성 쌍성계는 GW를 복사하고, 이에 따른 각운동량 잃음을 궤도 각운동량 J_{orb} 와 비교하여 적어보면,

$$\begin{aligned} \dot{J}_{GW} &= -\frac{32}{5} J_{orb} \left(\frac{GM_c}{c^3} \right)^{5/3} \omega^{8/3} \\ &= -(2.12 \times 10^{-17} \text{ sec}^{-1}) J_{orb} \left(\frac{M_c}{M_\odot} \right)^{5/3} \left(\frac{\omega}{\omega_{CV}} \right)^{8/3} \end{aligned} \quad (19)$$

와 같다는 것이 알려져 있다 (Landau & Lifshitz 1951; Paczynski 1967).

4.1.2. 자기제동 모형

CV 동반성의 질량이 약 $0.3M_\odot$ 보다 큰 경우, 가장 유력한 각운동량 잃음 메카니즘은 자기제동(MB)이다. 자기제동 모형은 Schatzman(1962)에 의해 제안된 후, 널리 받아들여졌고, MB에 따른 각운동량 잃음율은

$$\begin{aligned} \dot{J}_{MB} &= -(3.41 \times 10^{37} \text{ erg}) \left(\frac{m_2}{M_\odot} \right) \left(\frac{R_2}{R_\odot} \right)^4 \left(\frac{\omega}{\omega_{CV}} \right)^3 \\ &= -(5.49 \times 10^{-15} \text{ sec}^{-1}) J_{orb} \left(\frac{m_2}{M_\odot} \right) \left(\frac{R_2}{R_\odot} \right)^4 \left(\frac{M_c}{M_\odot} \right)^{-5/3} \left(\frac{\omega}{\omega_{CV}} \right)^{10/3} \end{aligned} \quad (20)$$

과 같다는 것이 알려져 있다 (Verbunt & Zwaan 1981; Rappaport et al. 1983).

4.1.3. 쌍성계 밖으로 질량 잃음에 따른 각운동량 잃음

GW 복사와 MB 모형에 의한 각운동량 잃음에 덧붙여, CV 쌍성계 밖으로 질량 잃음이 있을 경우, 이 질량들도 각운동량을 옮겨가는 것으로 생각되고 있다. CV 동반성으로부터 주성으로의 질량 옮김 맺음변수를 $\beta = -\dot{m}_1/\dot{m}_2$ 처럼 정의하면, 쌍성계로부터 질량 방출에 따른 각운동량 잃음율이

$$\dot{J}_{\dot{m}}/J_{orb} = \alpha(1-\beta)(1+q) \frac{\dot{m}_2}{m_2} \quad (21)$$

와 같다는 것이 알려져 있다 (Rappaport et al. 1983). 여기서 α 는 쌍성계 밖으로 질량 잃음에 따른 각운동량 잃음 맺음변수이고, $\alpha = 0$ 이면 각운동량 잃음이 없다.

4.2. CV 각운동량 잃음에 따른 궤도 진화

장기적인 CV 쌍성계의 진화를 각운동량 잃음에 따른 궤도 진화 측면에서 살펴본다. 이를 위해 CV 쌍성계의 총 각운동량과 이것의 시간 변화율을 보여주는 수식을 계산하여 식 (19), (20) 및 (21)에 주어진 각운동량 잃음율과 비교하여 궤도 주기의 진화를 주도하는 방정식, 곧 궤도주기 진화방정식을 이끌어낸다.

이를 위해 먼저 CV 쌍성계의 총 각운동량을 살펴보면, 이것은 궤도 각운동량과 두 성분별 곧 주성과 동반성의 스핀 각운동량의 합이 된다. 주성과 동반성의 스핀 각운동량은, 비록 로쉬로브를 채우고 있을 지라도, 궤도 각운동량의 수 퍼센트에 지나지 않는다. 그러므로, 큰 어림에서, 쌍성계의 총 각운동량을 궤도 각운동량만으로 선택해도 결과에 큰 영향을 미치지 않는다. 그래서 그 어림을

$$J_{tot} = J_{orb} + J_1 + J_2 \simeq J_{orb} \quad (22)$$

처럼 선택한다. 여기서 J_1 및 J_2 는 각각 주성과 동반성의 스핀 각운동량이다. 주목할 것은 CV와 같은 근접 쌍성계에서 조석힘 동시화(synchronization)는, 주성과 동반성의 각속도 각각 ω_1 과 ω_2 에 대해 관계식 $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ 가 성립함을 보장한다.

식 (22)에서, 총 각운동량 변화율은 바로 $\dot{J}_{tot} \simeq \dot{J}_{orb}$ 과 같이 쓸 수 있고, 이것과 식 (19), (20) 및 (21)에 주어진 각운동량 잃음율의 합에서

$$\dot{J}_{orb} \simeq \dot{J}_{GW} + \dot{J}_{MB} + \dot{J}_{\dot{m}} \quad (23)$$

이 됨을 알 수 있다 (Ritter & Burkert 1986). 이 식에 들어가는 궤도 각운동량 잃음율, \dot{J}_{orb} 은, 식 (17)에서

$$\dot{J}_{orb}/J_{orb} = [(1 - \beta q) - \frac{1}{3}(1 - \beta)\frac{q}{1+q}] \frac{\dot{m}_2}{m_2} - \frac{\dot{\omega}}{\omega} \quad (24)$$

가 됨을 곧 바로 알 수 있다.

앞에서 설명한 것과 같이, 쌍성계의 궤도 진화는 로쉬로브가 채워진 동반성의 질량 옮김과 밀접한 관계가 있다. 동반성이 질량을 잃음에 따라 로쉬로브 반지름도 시간에 따라 진화한다. 이를 기술하는 진화 방정식은 잘 알려진 로쉬로브 반지름-궤도 간격 사이의 관계식 (Paczynski 1967)

$$\frac{R_L}{a} = 0.46 \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^{1/3} \quad (25)$$

에서 계산되어지고

$$-\frac{2\dot{\omega}}{3\omega} = (\zeta_L - \frac{2}{3}\frac{q}{1+q}) \frac{\dot{m}_2}{m_2} \quad (26)$$

과 같다. 여기서 $\zeta_L = \frac{\partial \ln R_L}{\partial \ln m_2}$ 로 정의 되었다.

CV 쌍성계의 궤도주기 진화 방정식은 궤도 각운동량 잃음율 식 (23)에 궤도 각운동량의 변화율 식 (24)와 동반성의 로쉬로브 변화율 식 (26) 및 식 (19), (20) 및 (21)에 주어진 GW 복사, 자기제동 및 쌍성계 질량 잃음에 따른 각운동량 변화율을 대입하고 정리하면, 우리가 도입한 어림의 한계 안에서,

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\omega}}{\omega} = & 3\{\bar{A}_{GW} \left(\frac{M_c}{M_\odot} \right)^{5/3} \left(\frac{\omega}{\omega_{CV}} \right)^{8/3} \\ & + \bar{A}_{MB} \left(\frac{m_2}{M_\odot} \right) \left(\frac{R_2}{R_\odot} \right)^4 \left(\frac{M_c}{M_\odot} \right)^{-5/3} \left(\frac{\omega}{\omega_{CV}} \right)^{10/3}\} / \bar{\Psi}(q) \end{aligned} \quad (27)$$

과 같다는 것을 알 수 있다. 여기서 $\bar{\Psi}(q)$ 는

$$\bar{\Psi}(q) \simeq 1 + 2[(1 - q\beta) - \frac{1}{3}(1 - \beta)\frac{q}{1+q} - \alpha(1 - \beta)(1 + q)] / (\zeta_L - \frac{2}{3}\frac{q}{1+q}) \quad (28)$$

로 정의되었고, 결수(coefficient)들은 각각 $\bar{A}_{GW} = 2.12 \times 10^{-17} \text{ sec}^{-1}$ 이고 $\bar{A}_{MB} = 5.46 \times 10^{-15} \text{ sec}^{-1}$ 와 같다. 참고로 식 (27)의 결수 비 $\bar{A}_{MB}/\bar{A}_{GW} = 2.58 \times 10^2$ 가 되어, 특별한 사건이 없는 한, 자기제동이 CV의 궤도 진화를 주도할 것임을 짐작할 수 있다.

CV 궤도 진화의 시간눈금은 궤도 진화방정식에서 정의되는데 바로

$$\tau_{CV}^{-1} \equiv \frac{\dot{\omega}}{\omega} \quad (29)$$

가 된다.

5. CV의 GW 복사와 SGWB

잘 알려진 바와 같이, 밀집성 쌍성계인 한 CV가 주성의 질량 m_1 및 동반성의 질량 m_2 이고 궤도 각속도 ω 로 원궤도 운동하고 있다고 생각하면, CV 중력파동 복사의 광도는

$$L_{GW} = \frac{32}{5} \frac{c^5}{G} \left(\frac{GM_c}{c^3} \right)^{10/3} (\pi f)^{10/3} = (7.58 \times 10^{30} \text{ erg/sec}) \left(\frac{M_c}{M_\odot} \right)^{10/3} \left(\frac{f}{f_{CV}} \right)^{10/3} \quad (30)$$

와 같다 (Peters & Mathews 1963). 이 식을 위해 $\omega_{CV} = 2\pi f_{CV}$ 를 도입하였고, f 및 f_{CV} 는 각각 중력파동의 진동수 및 CV의 특성 궤도진동수이다. 원궤도 운동인 경우 궤도 각속도와 GW의 진동수 사이에는 관계 $\omega = \pi f$ 가 성립한다.

5.1. CV GW의 진동수 진화

잘 알려진 바와 같이, CV는 각운동량 잃음에 따라 긴 궤도주기에서 짧은 궤도주기로 진화해 간다. 이것은 CV가 회전-낙하(in-spiral) 운동하고 있다는 것을 말해주고, 앞에서 본 것과 같이, CV 궤도주기는 진화방정식 식 (27)의 다스림을 받고 있다.

따라서 궤도주기 P 로 원궤도 운동하는 CV의 GW 진동수 $f = 2/P$ 도 궤도주기 진화방정식에 따른 CV의 궤도주기에 따라 결정되고, CV의 일생동안 방출되는 GW도 긴 진동수에서 짧은 진동수로 진화하고, 그 시간눈금은

$$\tau_{GW}^{-1} \equiv \frac{\dot{f}}{f} = -\frac{\dot{P}}{P} = \frac{\dot{\omega}}{\omega} \quad (31)$$

처럼 정의된다. 식 (27)을 이용하면, GW 복사의 시간눈금은 바로

$$\begin{aligned} \tau_{GW}^{-1} &= \frac{\dot{\omega}}{\omega} \\ &= (1.0 \times 10^{-17} \text{ sec}^{-1}) \left(\frac{M_c}{M_\odot} \right)^{5/3} \left(\frac{f}{f_{CV}} \right)^{8/3} \\ &\quad \times \left\{ 1 + 1.63 \times 10^2 \left(\frac{m_2}{M_\odot} \right) \left(\frac{R_2}{R_\odot} \right)^4 \left(\frac{M_c}{M_\odot} \right)^{-10/3} \left(\frac{f}{f_{CV}} \right)^{2/3} \right\} / \bar{\Psi}(q) \end{aligned} \quad (32)$$

와 같다.

5.2. CV가 기여하는 SGWB 스펙트럼

제3장에서 평가된 우주론적 CV를 이용하면, CV가 기여하는 SGWB의 변형(strain) 스펙트럼 $S_h(f)$ 를 통해서 평가할 수 있다. 이를 위해 잘 알려진 우주의 SGWB의 특성 물리량들 곧 변형 스펙트럼 $S_h(f)$, 특성 진폭(characteristic amplitude) $h_c(f)$ 및 견준 에너지다발(specific energy flux) $F_f(f)$ 사이에 성립하는 관계식

$$\frac{\pi c^2}{2G} f^3 S_h(f) = \frac{\pi c^2}{4G} f^2 h_c^2(f) = \frac{1}{c} f F_f(f) \quad (33)$$

을 도입한다 (Allen 1996; Maggiore 2000).

CV가 기여하는 변형 스펙트럼을 평가하기 위해 지구에서 수신되는 GW의 견준 에너지다발 F_f 를 먼저 평가하는 것에서 시작한다. 지구에서 관측되는 한 CV의 GW 다발을 F_{single} 이라하면, 한 CV가 방출하는 총에너지 $\frac{dE}{d \ln f}$ 사이에는 관계식

$$F_{\text{single}}(f) = \frac{1}{4\pi d_L^2} f^{-1} \left(\frac{dE}{d \ln f} \right) \quad (34)$$

가 성립한다. 여기서 d_L 은 GW 샘까지의 광도거리이다. 덧붙여 CV의 탄생율, R_{CV} 는 탄생율 수밀도 \dot{n}_{CV} 를 이용하면

$$dR_{CV} = \dot{n}_{CV} \frac{dV}{dz} dz \quad (35)$$

로 정의할 수 있다. 여기서 dV 는 적색이동 범위 dz 에 상응하는 부피 원소이다.

식 (34)와 (35)를 이용하면, 적색이동 범위 dz 사이에 있는 우주론적 CV가 만들어내고 지구에서 수신되는 SGWB의 견줄 에너지밀도 스펙트럼, $F_f(f)$ 는 공식

$$F_f(f) = \int F_{\text{single}}(f) dR_{CV} \quad (36)$$

에서 평가되어진다는 것이 알려져 있다 (Schneider et al. 2000; de Araujo et al. 2000; Phinney 2001; Enoki et al. 2004). 이것을 이용하면, $[0, z_{\text{max}}]$ 사이에 있는 우주론적 CV가 만들어내는 SGWB의 변형 스펙트럼 $S_h(f)$ 는 식 (33)에 주어진 관계식과 식 (36)을 비교하여 얻어지는 공식

$$\begin{aligned} S_h(f) &= \frac{G}{\pi c^3} \frac{2c}{H_0} f^{-2} \int_0^{z_{\text{max}}} dz (1+z)^{-7/2} \{ [L_{GW}(f_r) \tau_{GW}(f_r)] (f_r^{-1} \dot{n}_{CV}) \} |_{f_r=(1+z)f} \\ &= \frac{G}{\pi c^3} \frac{2c}{H_0} f^{-2} \int_0^{z_{\text{max}}} dz (1+z)^{-7/2} \left\{ \frac{1}{f_r} L_{GW}(f) [f_r n_{CV}^U(f)] \right\} |_{f_r=(1+z)f} \\ &= \frac{2G}{\pi c^3} f^{-2} \int_0^{z_{\text{max}}} dz \left\{ \frac{c}{f_r} [L_{GW}(f_r) \tau_{GW}(f_r)] \right\} |_{f_r=(1+z)f} N_{CV}(z) \end{aligned} \quad (37)$$

을 이용해 평가할 수 있다. 여기서 $n_{CV}^U(f) = \frac{dn_{CV}}{df}$ 는 우주 속의 CV 수밀도 스펙트럼, N_{CV} 는 우주 속의 CV 개수로 $N_{CV}(z) = \frac{1}{c} \dot{n}_{CV} \left(\frac{1}{4\pi d_L^2} \frac{dV}{dz} \right)$ 로 정의되었고, \dot{n}_{CV} 는 우주 속의 CV 탄생율이다. 공식 (37)을 유도하기 위해 관계식 $\dot{n}_{CV} = \dot{f} \frac{dn_{CV}}{df} = \tau_{GW}^{-1} \frac{dn_{CV}}{d \ln f}$ 및 평편한 프리이드만 시간공간에서 얻어지는 관계식 $\left(\frac{1}{4\pi d_L^2} \frac{dV}{dz} \right) = \frac{c}{H_0} (1+z)^{-7/2}$ 이 사용되었다. 또 이 공식에 샘의 정지틀 속에서 진동수 범위 f_r 과 $f_r + df_r$ 사이에서 방출된 중력파동의 총방출 에너지 $\frac{dE_{GW}}{df_r} df_r$ 가 관측자의 틀에서 계산되도록 위 적분이 행해졌고, 여기서 f_r 은 우주론적 정지틀에서 중력파동의 진동수(곧 방출 될 때의 진동수) 그리고 f 는 이에 상응하는 관측되는 진동수를 나타낸다. 둘 사이에는 적색이동을 매개로 관계식 $f_r = (1+z)f$ 이 성립한다.

5.2.1. 선형적 수밀도를 이용한 CV SGWB의 변형 스펙트럼

선형적 CV 수밀도, 곧 식 (7)과 (12) 및 한 CV가 방출하는 GW 광도 식 (30)을 식 (37)의 두번째 식에 대입하고 정리하면, CV가 기여하는 SGWB의 변형 스펙트럼을 평가할 수 있는 공식은

$$\begin{aligned} S_h(f) &= (2.30 \times 10^{-42} \text{ Hz}^{-1}) \left(\frac{f}{f_{CV}} \right)^{4/3} \int_0^{z_{\text{max}}} dz N_{CV}^U(M_c, f, z), \\ N_{CV}^U(M_c, f, z) &= (1+z)^{-1/6} \left(\frac{M_c}{M_\odot} \right)^{10/3} \\ &\quad \times [1 - 0.0361(1+z)^2 \left(\frac{f}{f_{CV}} \right)^2] [1 + 4.65(1+z)^{2.7} \left(\frac{f}{f_{CV}} \right)^{2.7}] \\ &\quad \times (1 - 0.25z) 10^{-0.01908z} \exp(-10^{-0.212z}) \end{aligned} \quad (38)$$

가 됨을 알 수 있다.

5.2.2. 우주의 별 탄생율을 이용한 CV SGWB의 변형 스펙트럼

식 (16)에 정의된, 우주론적 별탄생율에서 이끌어낸, CV 탄생율을 이용하면, 식 (37)의 첫 번째 공식에서 SGWB의 변형 스펙트럼을 평가할 수 있다. 이 식의 적분인자를 구성하는 $L_{GW}(f) \tau_{GW}(f)$ 는 한 CV가 방출하는 GW의 총에너지 량으로 $\frac{dE}{d \ln f} = L_{GW}(f) \tau_{GW}(f)$ 로 정의되고, [Enoki & Nagashima (2006)] 식 (30)과 (32)를 이용하면

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d \ln f} &= (2.08 \times 10^{41} \text{ erg}) \left(\frac{M_c}{M_\odot} \right)^{5/3} \left(\frac{f}{f_{CV}} \right)^{2/3} \\ &\quad \times \left\{ 1 + 1.63 \times 10^2 \left(\frac{m_2}{M_\odot} \right) \left(\frac{R_2}{R_\odot} \right)^4 \left(\frac{M_c}{M_\odot} \right)^{-10/3} \left(\frac{f}{f_{CV}} \right)^{2/3} \right\}^{-1} \bar{\Psi}(q) \end{aligned} \quad (39)$$

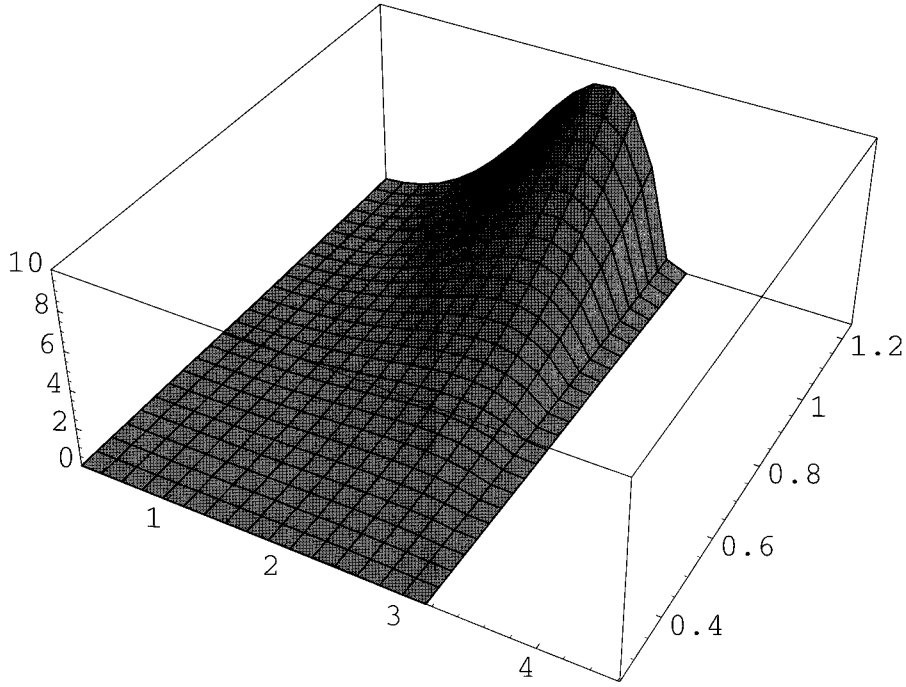


그림 3.— $S_h(f)/(10^{-42} \text{ Hz}^{-1})$ of SGWB for the CVs in redshift range $0 \leq z \leq 1.2$

가 된다.

식 (37)의 적분인자 속의 $f^{-1}\dot{n}_{CV}$ 는 우주 속의 CV 형성을 수밀도 스펙트럼으로 생각할 수 있고, 식 (16)에 주어진 별탄생율에서 이끌어낸 우주 속의 CV 형성을 밀도 스펙트럼 $\dot{\rho}_{CV}$ 를 이용하여, 스펙트럼 $f_r^{-1}\dot{n}_{CV} = \dot{\rho}_{CV}$ 로 둔다. 식 (16)과 식 (39)를 식 (37)의 첫번째 공식에 대입하고 정리하면, 우주 속의 CV가 만들어내는 SGWB의 변형 스펙트럼 $S_h(f)$ 는 공식

$$\begin{aligned}
 S_h(f) &= (1.16 \times 10^{-43} \text{ Hz}^{-1}) \frac{N_{CV}}{N_{ZACV}} \left(\frac{f}{f_{CV}} \right)^{-7/3} \int_0^{z_{\max}} dz N_{CV}^*(q, M_c, f, z), \\
 N_{CV}^*(q, M_c, f, z) &= (1+z)^{-23/6} \left(\frac{M_c}{M_\odot} \right)^{5/3} \bar{\Psi}(q) \\
 &\quad \times \left\{ 1 + 1.63 \times 10^2 (1+z)^{3/2} \left(\frac{f}{f_{CV}} \right)^{2/3} \right. \\
 &\quad \left. \cdot \left(\frac{m_2}{M_\odot} \right) \left(\frac{R_2}{R_\odot} \right)^4 \left(\frac{M_c}{M_\odot} \right)^{-10/3} \right\}^{-1} \\
 &\quad \times \frac{1 + 11.133z}{1 + (z/1.9474)^{2.6316}} \tag{40}
 \end{aligned}$$

에서 평가할 수 있다.

6. 평가 및 결론

앞 장에서 이끌어낸 공식 식 (38)과 식 (40)을 이용하여 CV가 제공하는 SGWB의 변형 스펙트럼 $S_h(f)$ 또는 특성 진폭 $h_c(f)$ 를 평가한다. 먼저 선형적 은하 속 CV 수밀도를 이용한 $S_h(f)$ 는, 공식 (38)을 살펴보면, 적분인자에 꺾꺾질량이 포함되어 있음을 볼 수 있다. 꺾꺾질량은 식 (18)에서 볼 수 있는 것과 같이 주성의 질량 m_1 과 질량비 q 의 함수이다. 식 (3)에 주어진 질량비-궤도주기 관계식을 이용하여 꺾꺾질량을 GW 진동수의 함수로 표현하고,

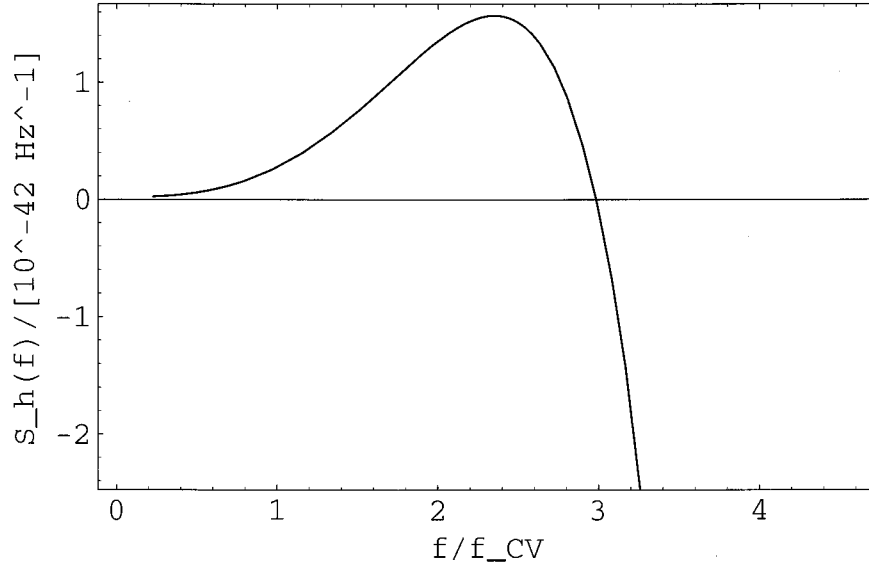


그림 4.— $S_h(f)/(10^{-42} \text{ Hz}^{-1})$ of SGWB for the CVs in redshift range $0 \leq z \leq 1.2$.
The mass of primary is fixed at $m_1 = 0.74M_\odot$

이것을 (38)의 적분인자에 대입하고 정리하면, 변형 스펙트럼 $S_h(f)$ 를 평가할 수 있는 적분

$$\begin{aligned}
 S_h(f) &= (2.30 \times 10^{-42} \text{ Hz}^{-1}) \left(\frac{m_1}{M_\odot} \right)^{10/3} \left(\frac{f}{f_{CV}} \right)^{4/3} \int_0^{1.2} dz N_{CV}^U(f, z), \\
 N_{CV}^U(f, z) &= (1+z)^{-1/6} \frac{(0.089 + 0.233(1+z)^{-1}(f/f_{CV})^{-1})^2}{(1.089 + 0.233(1+z)^{-1}(f/f_{CV})^{-1})^{2/3}} \\
 &\quad \times [1 - 0.0361(1+z)^2 \left(\frac{f}{f_{CV}} \right)^2] [1 + 4.65(1+z)^{2.7} \left(\frac{f}{f_{CV}} \right)^{2.7}] \\
 &\quad \times (1 - 0.25z) 10^{-0.01908z} \exp(-10^{-0.212z})
 \end{aligned} \tag{41}$$

을 얻어낼 수 있다. 적색이동에 대한 적분의 윗 한계를, Drory et al.(2003)에 따라, $z_{\max} \simeq 1.2$ 로 선택하였다. 식 (41)의 적색이동에 대한 적분이 완료되면 SGWB의 변형 S_h 는 CV 주성의 질량 m_1 과 GW 진동수 f 의 스펙트럼이 남는다. 변형 스펙트럼의 주성의 질량에 대해 간단한 관계식 $S_h(m_1) \propto m_1^{10/3}$ 으로 질량의 증가에 따라 변형의 크기가 증가함을 알 수 있다.

GW 진동수 f 에 대한 스펙트럼은, 식 (41)의 수치 적분을 통해 알아보면, 그림 3에 주어진 것과 같다. 이 그림은 적색이동 범위 $0 \leq z \leq 1.2$ 에 속하는 CV들에 대해 계산된 것으로, GW 진동수 범위 $2.1 \times 10^{-5} \text{ Hz} \leq f \leq 2.8 \times 10^{-4} \text{ Hz}$ 와 주성의 질량범위 $0.25 < m_1/M_\odot < 1.25$ 에 대한 SGWB 변형 $S_h(f)/(10^{-42} \text{ Hz}^{-1})$ 에 대한 것이다. 여기서 선택한 질량 범위는 제2장에서 보인 관측에서 얻어진 한계와 Politano(1996)가 CV 형성 연구를 통해 제공한 한계를 조합한 것이다. 그림에서 x -축은 $f/(f_{CV} = 9.26 \times 10^{-5} \text{ Hz})$ 로 나타낸 GW 진동수, y -축은 주성의 질량 m_1/M_\odot , 그리고 z -축은 10^{-42} Hz^{-1} 로 맞춤된 변형 스펙트럼 $S_h(f, m_1)$ 을 나타낸다.

그림 3에서 볼 수 있는 특징은 GW 진동수 $f \sim 2.96 \times 10^{-4} \text{ Hz}$ 부근에서 나타나는 현상이다. 이 점을 지나면 변형 $S_h(f, m_1)$ 은 모두 음의 값을 가지게 되어 물리적이지 않다. 이것은, 제2장에 주어진 것과 같이 CV 주성의 평균 질량을 $m_1 = 0.74M_\odot$ 로 고정하고 평가된 GW 진동수에 대한 변형 스펙트럼의 꼴을 살펴보면 명확하다. (그림 4 참조) 말하자면, GW 진동수 약 $2.96 \times 10^{-4} \text{ Hz}$ 곧 $f/f_{CV} \sim 3$ 부근에서 스펙트럼의 값이 양에서 음으로 바뀔 수 있다. 이것은 Hils et al.(1990)의 방법에 따라 선택된 어림함수 식 (1)이 큰 값의 GW 진동수 및 적색이동에 대해 급격하게 큰 음의 값으로 변화함에 그 원인이 있다. 따라서 관측을 바탕으로 한 주기분포함수를 선택함에 있어서 이 단점을 극복해야 할 것이다. 그렇지만, 아직도 아주 낮은 적색이동에 속하는 CV들이 기여하는 SGWB 변형 스펙트럼을 어느 정도까지 평가할 수 있음이 확인되고 있다.

식 (41)에서 얻어지는 스펙트럼 $S_h(f)$ 를 이용하면, 중력파동 탐지 실험에 널리 이용되고 있는 SGWB의 특성

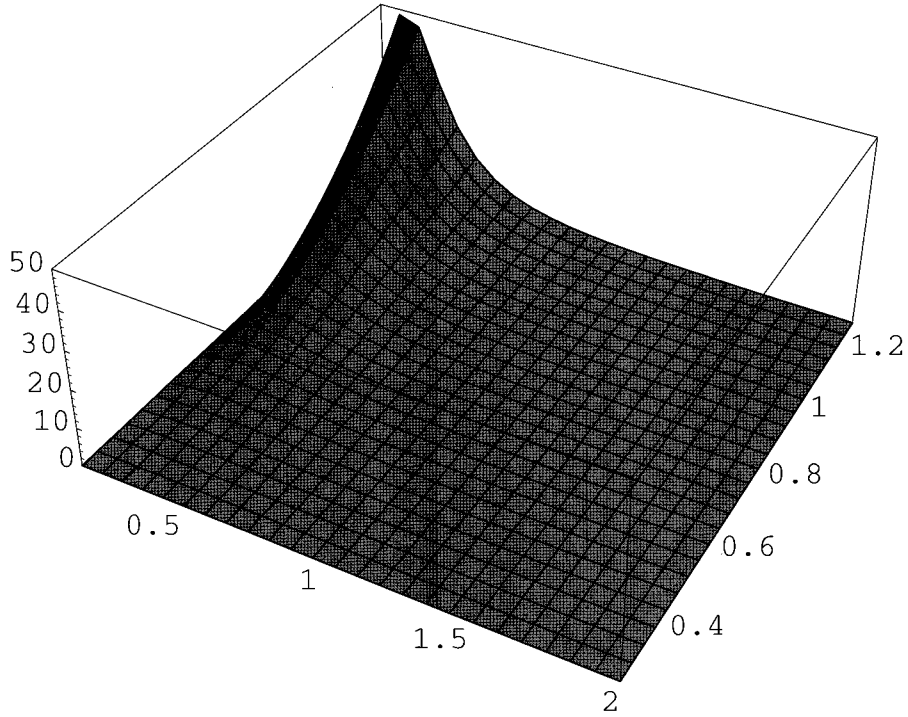


그림 5.— $S_h(f)/(10^{-43} \text{ Hz}^{-1})$ of SGWB for the CVs above the period gap and in redshift range $0 \leq z \leq 4$

진폭 $h_c(f)$ 를 알아낼 수 있다. 두 스펙트럼 사이의 관계는 식 (33)에서 $h_c(f) = \sqrt{2fS_h(f)}$ 가 되고, 식 (41)의 수치 값을 이용하면, $S_h(f) \sim 10^{-42} \text{ Hz}^{-1}$ 정도가 되어, 차원이 없는 특성 진폭은 $h_c(f) \sim 10^{-23}$ 정도가 됨을 평가할 수 있다. 이와 같이 정성적으로 평가된 값은 Meliani et al.(2000)이 우리은하 속의 CV들에 평가한 결과와 비교할 수 있는 정도이다.

우주의 별 탄생율을 이용한 CV SGWB의 변형 스펙트럼은 식 (40)에서 평가할 수 있는데, 간단히 살펴보면, 그 적분인자가 동반성의 질량과 반지름에 더하여 질량비의 함수로 주어지는 짹짹질량과 $\bar{\Psi}(q)$ 로 이루어졌음을 알 수 있다. 식 (28)에 주어진 $\bar{\Psi}(q)$ 를 좀더 단순화 하기 위해, 동반성으로부터 질량옴김은 모두 주성에 강착된다고 생각한다, i.e., 질량옴김 맺음변수를 $\beta = 1$ 로 둔다. 한편 활동 CV는 동반성의 로쉬로브가 채워져 있고, 이 경우 로쉬로브의 반지름과 동반성의 반지름 사이에는 어림 관계 $R_L \simeq R_2$ 가 성립한다. 그러면, $\zeta_L \simeq \frac{d \ln R_2}{d \ln m_2}$ 로 어림할 수 있고 그 값은, Smith & Dhillon(1998)의 멱법칙 맞춤식 식 (6)에서, $\zeta_L \simeq \frac{3}{4}$ 이 됨을 알 수 있다. 이것들을 이용하면, 식 (40) 속의 $\bar{\Psi}(q)$, 곧 식 (28)은

$$\bar{\Psi}(q) \simeq 1 + 2(1 - q) / \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3} \frac{q}{1 + q} \right) \quad (42)$$

와 같이 q 만의 함수가 됨을 알 수 있다.

식 (3)에 주어진 선형적 관계식을 이용하여, 질량비 q 의 함수인 짹짹질량 식 (18) 및 식 (42)를 GW 진동수의 함수로 바꾼 관계식, 식 (2)와 (5)에 주어진 동반성의 질량-궤도주기 관계식과 동반성 반지름-궤도주기 관계식 그리고 주성의 질량 $m_1 = 0.74M_\odot$ 을 식 (40)에 대입하고 정리하면, 변형 스펙트럼 $S_h(f)$ 를 평가할 수 있는 공식

$$S_h(f) = (3.66 \times 10^{-41} \text{ Hz}^{-1}) \frac{N_{CV}}{N_{ZACV}} \left(\frac{m_1}{M_\odot} \right)^5 \left(\frac{f}{f_{CV}} \right)^{3.1} \int_0^4 dz N_{CV}^*(m_1, f, z),$$

$$N_{CV}^*(m_1, f, z) = (1 + z)^{0.77} \frac{[0.089 + 0.233(1 + z)^{-1}(f/f_{CV})^{-1}]^3}{1.089 + 0.233(1 + z)^{-1}(f/f_{CV})^{-1}}$$

$$\times \frac{-1.30 - 0.762(1 + z)(f/f_{CV}) + 32.9(1 + z)^2(f/f_{CV})^2}{0.233(1 + z)(f/f_{CV}) + 9.09(1 + z)^2(f/f_{CV})^2}$$

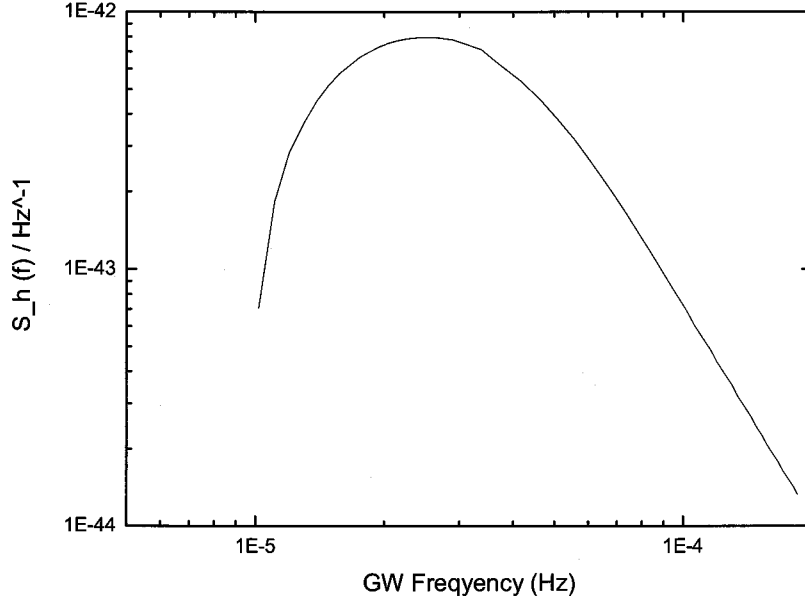


그림 6.— $S_h(f)/(10^{-43} \text{ Hz}^{-1})$ of SGWB for the CVs above the period gap and in redshift range $0 \leq z \leq 4$.
The mass of primary is fixed at $m_1 = 0.74M_\odot$

$$\begin{aligned} & \times \frac{1 + 11.133z}{1 + (z/1.9474)^{2.6316}} \\ & \times [1 + 3.15 \times 10^2 \left(\frac{m_1}{M_\odot}\right)^{10/3} (1+z)^{4.6} \left(\frac{f}{f_{CV}}\right)^{5.43} \\ & \quad \frac{(0.089 + 0.233(1+z)^{-1}(f/f_{CV})^{-1})^2}{(1.089 + 0.233(1+z)^{-1}(f/f_{CV})^{-1})^{2/3}}]^{-1} \end{aligned} \quad (43)$$

을 얻어낼 수 있다. 적색이동에 대한 적분의 윗 한계를 Cole et al.(2001)에 따라 $z_{\max} \simeq 4$ 로 선택하였다.

잘 알려진 것과 같이, CV 궤도주기 분포에 나타나는 주기갭과 여기에 연결된 동반성의 질량갭은, CV 진화 단계에서 동반성의 질량 약 $0.3M_\odot$ (이것은 궤도주기 약 3 시간에 해당)에서 일어나는 것으로 생각되는 자기제동 중지 에 의한 것이다 (Rappaport et al. (1983)). 동반성의 질량이 약 $0.3M_\odot$ 에 도달하면, 자기제동은 멈추고, 이 단계에서 부터 CV 진화는 GW 복사에 의해 지배되는 것으로 생각되고 있다. 이것을 이용하면, 식 (43)에 주어진 CV가 만드는 SGWB 변형 스펙트럼을 두 단계로 나누어, 곧 궤도주기 범위 $P_{\text{orb}} > 3$ 시간 및 $P_{\text{orb}} < 3$ 시간으로 나누어 평가할 수 있다. 앞으로의 계산에서 $N_{CV} \sim N_{ZACV}$ 로 어림하였다.

주기갭 위, 곧 궤도주기 범위 $P_{\text{orb}} > 3$ 시간에 속하는 (GW 진동수 $f < 1.85 \times 10^{-4}\text{Hz}$ 보다 작은) CV의 진화는 자기제동에 의해 지배되고 있다. 그렇지만, 아직도 GW 복사에 의한 영향도 존재하고 있다. 그래서 식 (43)에 주어진 SGWB 변형 스펙트럼을 바로 이용할 수 있다. 적색이동 범위 $0 \leq z \leq 4$ 에 속하는 CV들에 대해, 식 (43)을 이용하여 GW 진동수 범위 $1.0 \times 10^{-5}\text{Hz} < f \leq 1.85 \times 10^{-4}\text{Hz}$ 와 주성의 질량범위 $0.25 < m_1/M_\odot < 1.25$ 를 선택하여 SGWB 변형 $S_h(f)/(10^{-43} \text{ Hz}^{-1})$ 에 대한 수치 해석을 수행하여 그 결과를 그림 5에 그렸다. 앞에서와 같이 x -축은 $f/(f_{CV} = 9.26 \times 10^{-5}\text{Hz})$ 로 나타낸 GW 진동수, y -축은 주성의 질량 m_1/M_\odot , 그리고 z -축은 10^{-43} Hz^{-1} 로 맞춤된 변형 스펙트럼 $S_h(f, m_1)$ 을 나타낸다.

그림 5에서 볼 수 있는 것은 주성의 질량에 따라 $S_h(f, m_1)$ 이 증가하고, 이 현상은 낮은 GW 진동수에서 두드러지고 있다. 이것은 주성의 질량을 $m_1 = 0.74M_\odot$ 로 둔 단면을 보여주는 그림 6에서 명확하게 확인할 수 있다. 그림 6의 x -축은 GW 진동수 그리고 y -축은 $S_h(f)/\text{Hz}^{-1}$ 을 나타낸다. 식 (43)에서 평가된 스펙트럼 $S_h(f)$ 의 크기는 약 $10^{-42}/\text{Hz}^{-1}$ 정도이므로, 상응하는 차원이 없는 SGWB의 특성 진폭 $h_c(f)$ 의 크기는 $h_c(f) \sim 10^{-23}$ 정도가 된다.

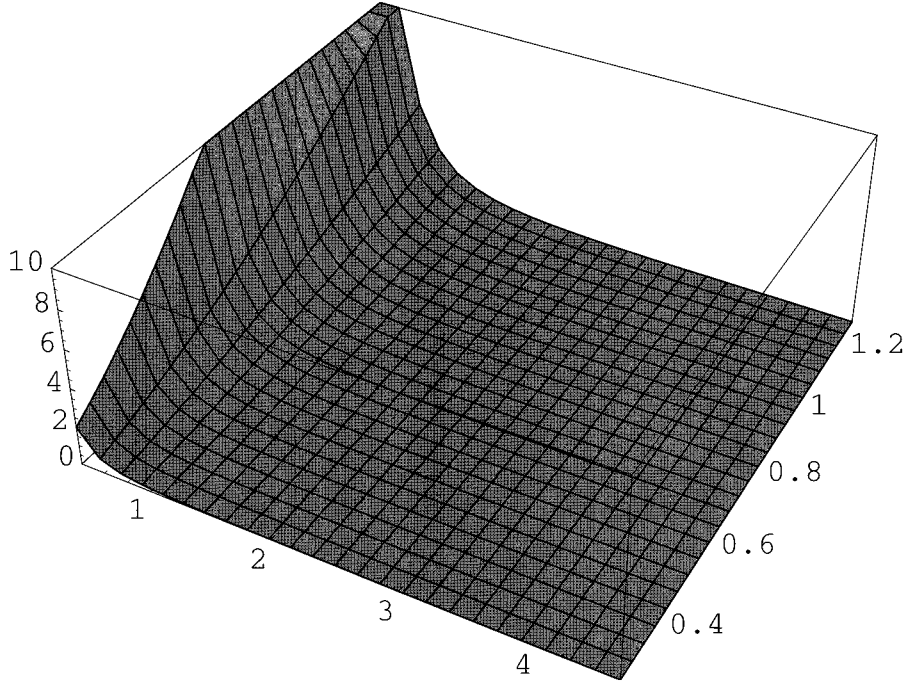


그림 7.— $S_h(f)/(10^{-43} \text{ Hz}^{-1})$ of of SGWB for the CVs below the period gap and in the redshift range $0 \leq z \leq 4$

주기범위 $P_{\text{orb}} < 3$ 시간에 속하는 (GW 진동수 $f > 1.85 \times 10^{-4} \text{ Hz}$ 보다 큰) CV의 진화는 GW 복사에 의해 지배되고 있다고 생각한다. 그러면 이 범위에 속하는 CV들이 만드는 SGWB의 변형 스펙트럼 $S_h(f)$ 는, 식 (43)에서 자기제동에 의한 각운동량 잃음 부분을 제외시킨, 공식

$$\begin{aligned}
 S_h(f) &= (1.16 \times 10^{-43} \text{ Hz}^{-1}) \frac{N_{CV}}{N_{ZACV}} \left(\frac{m_1}{M_\odot} \right)^{5/3} \left(\frac{f}{f_{CV}} \right)^{-7/3} \int_0^4 dz N_{CV}^*(f, z), \\
 N_{CV}^*(f, z) &= (1+z)^{-23/6} \frac{0.089 + 0.233(1+z)^{-1}(f/f_{CV})^{-1}}{[1.089 + 0.233(1+z)^{-1}(f/f_{CV})^{-1}]^{1/3}} \\
 &\quad \times \frac{-1.30 - 0.762(1+z)(f/f_{CV}) + 32.9(1+z)^2(f/f_{CV})^2}{0.233(1+z)(f/f_{CV}) + 9.09(1+z)^2(f/f_{CV})^2} \\
 &\quad \times \frac{1 + 11.133z}{1 + (z/1.9474)^{2.6316}} \quad (44)
 \end{aligned}$$

에서 평가할 수 있다.

적색이동 범위 $0 \leq z \leq 4$ 에 속하는 CV들에 대해, 식 (44)를 이용하여 GW 진동수 범위 $3.7 \times 10^{-4} \text{ Hz} < f \leq 4.3 \times 10^{-4} \text{ Hz}$ 와 주성의 질량범위 $0.25 < m_1/M_\odot < 1.25$ 를 선택하여 SGWB 변형 $S_h(f)/(10^{-43} \text{ Hz}^{-1})$ 에 대한 수치 해석을 수행하여 그 결과를 그림 7에 그렸다. 앞에서와 같이 x -축은 $f/(f_{CV} = 9.26 \times 10^{-5} \text{ Hz})$ 로 나타낸 GW 진동수, y -축은 주성의 질량 m_1/M_\odot , 그리고 z -축은 10^{-43} Hz^{-1} 로 맞춤된 변형 스펙트럼 $S_h(f, m_1)$ 을 나타낸다. 식 (44)에서 주성의 질량에 따른 변형 스펙트럼의 변화는 $S_h(f, m_1) \propto m_1^{5/3}$ 와 같고, 이것은 그림 속의 낮은 GW 진동수에서 두드러진다.

GW 진동수에 대한 변형 스펙트럼 $S_h(f)$ 는, 주성의 질량을 $m_1 = 0.74M_\odot$ 으로 고정했을 때 얻어지는 그림 7의 단면의 곡선을 그린 그림 8이 잘 보여주고 있다. GW 진동수가 낮은 영역에서 더 큰 값의 $S_h(f)$ 를 가지고, 그 크기는 약 $10^{-42}/\text{Hz}^{-1}$ 정도이다. 여기에 상응하는 SGWB의 특성 진폭의 크기는 $h_c(f) \sim 10^{-23}$ 정도임을 알 수 있다.

지금까지 우리는 우리은하 속 CV 관측에 토대를 둔 선형적 결과와 CV 쌍성계 형성에 따른 이론적 연구결과에 토대를 두고 우주론적 CV들이 만들어내는 SGWB의 변형 스펙트럼을 계산하였다.

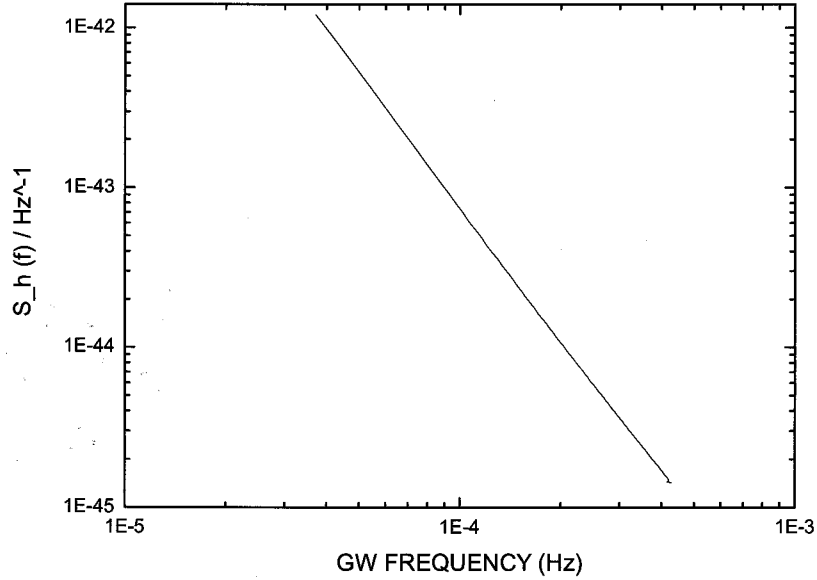


그림 8.— $S_h(f)/(10^{-43} \text{ Hz}^{-1})$ of SGWB for the CVs below the period gap and in redshift range $0 \leq z \leq 4$.
The mass of primary is fixed at $m_1 = 0.74M_\odot$

관측된 CV 목록을 이용하여 CV 쌍성계의 궤도 뱃음변수들을 다시 살펴 본 결과, 잘 알려진 주기갭에 상응하는 동반성의 질량갭이 존재함을 보았고, 이것은 CV 쌍성계의 장기적인 진화가 동반성 질량의 진화와 밀접한 관계가 있음을 알려주고 있다. 이것을 바탕으로 CV 쌍성계가 장기적으로 긴-주기에서 짧은-주기 쌍성계로 서서히 진화해간다고 생각하고서 CV 쌍성계의 진화를 주관하는 궤도진화방정식을 유도하였다.

CV 궤도진화방정식은 회전하면서 나가는 CV들이 방출하는 GW의 시간눈금을 정의할 수 있게 해준다. GW 방출의 시간눈금은 CV 쌍성계의 각운동량 잃음에, 곧 중력파동에 의한 각운동량 잃음, 자기제동에 의한 각운동량 잃음 및 전체적인 질량 잃음에 따른 각운동량 잃음의 종합된 효과로 계산되어짐을 보였다.

우주 속의 CV들이 기여하는 SGWB를 평가하기 위해, 우주 속의 CV 수밀도를 평가하였고, 선형적으로 알려진 CV 쌍성계의 궤도뱃음변수의 물리량과 GW 방출의 시간눈금을 이용하여 CV SGWB를 계산할 수 있는 변형 스펙트럼에 대한 공식을 수립하였고 또 그 어림을 평가하였다. 평가된 우주론적 CV가 기여하는 SGWB의 특성 진폭의 크기 $h_c(f) \sim 10^{-23}$ 는, 식 (41), (43) 및 (44)에서 볼 수 있는 것과 같이, 주성의 질량 곧 밀집성 쌍성계의 꺾꺾 질량의 크기에 크게 영향을 받고 있음을 알 수 있다. 비교를 위해 질량이 약 $10^7 M_\odot$ 가 되는 합체하는 초블랙홀 쌍성계가 만들어내는 SGWB의 특성 진폭을 살펴보면 약 $h_c(f) \sim 10^{-16}$ 정도 됨이 알려져 있다 (Enoki et al. 2004).

ACKNOWLEDGMENT

본 연구는 한국천문연구원 기본연구비 지원을 통해 수행된 결과입니다.

참고문헌

- Allen, B., 1996, The stochastic gravity-wave background: sources and detection, gr-qc/9604033
Cole, S. et al., 2001, The 2dF galaxy redshift survey: near-infrared galaxy luminosity functions, MNRAS, 326, 255

- Coward, D. M., Burman, R. R., & Blair, D. G., 2001, The stochastic background of gravitational waves from neutron star formation at cosmological distances, *MNRAS*, 324, 1015
- de Araujo, J. C. N., Miranda, O. D., & Aquiar, O. D., 2000, Stochastic background of gravitational waves, *astro-ph/0004395*
- Drory, N., et al., 2003, The Munich Near-Infrared Cluster Survey. II. The K-Band Luminosity Function of Field Galaxies to $z \sim 1.2$, *ApJ*, 595, 698
- Enoki, M., Inoue, K. T., Nagashima, M. & Sugiyama, N., 2004, Gravitational Waves from Supermassive Black Hole Coalescence in a Hierarchical Galaxy Formation Model, *astro-ph/0404389*
- Enoki, M. & Nagashima, M., 2006, Gravitational Waves from Supermassive Black Hole Coalescence in a Hierarchical Galaxy Formation Model, *astro-ph/0609377*
- Farmer, A. J. & Phinney, E. S., 2003, The Gravitational Wave Background from Cosmological Compact Binaries, *astro-ph/0304393*
- Faulkner, J., 1971, Ultrashort-Period Binaries, Gravitational Radiation, and Mass Transfer. I. The Standard Model, with Applications to WZ Sagittae and Z Camelopardalis, *ApJ*, 170, L99
- Hils, D., Bender, P. L. & Webbink, R. F., 1990, Gravitational radiation from the Galaxy, *ApJ*, 360, 75
- Howell, S. B., Nelson, L. A., & Rappaport, S., 2001, An Exploration of the Paradigm for the 2-3 Hour Period Gap in Cataclysmic Variables, *ApJ*, 550, 897
- Hurley, J. R., Tout, C. A., & Pols, O. R., 2002, Evolution of binary stars and the effect of tides on binary populations, *MNRAS*, 329, 897
- Kolb, U., King, A. R., & Ritter, H., 1998, The cataclysmic variable period gap: still there, *MNRAS*, 298, L29
- Landau, L. & Lifshitz, E., *The Classical Theory of Fields*, Addison-Wesley Pub. Co. (1951)
- Maggiore, M., 2000, Gravitational Wave Experiments and Early Universe Cosmology, *gr-qc/9909001*
- Meliani, M. T., de Araujo, J. C. N., & Aguiar, O. D., 2000, Cataclysmic variables as sources of gravitational waves, *A&A*, 358, 417
- Mennickent, R. E., Matsumoto, K., & Arenas, J., 1999, The orbital period of the dwarf nova HS Virginis, the revised Po-Ps relation and the “superhump” mass ratio distribution of SU UMa stars, *A&A*, 348, 466
- MTW: Misner, C. W., Thorne, K. S., & Wheeler, J. A., 1973, *Gravitation*, Freeman, San Francisco
- Paczynski, B., 1967, Evolution of Close Binaries. II., *Acta Astronomica*, 17, 1
- Patterson, J., 1984, The evolution of cataclysmic and low-mass X-ray binaries, *ApJS*, 54, 443
- Patterson, J., 1988, Late Evolution of Cataclysmic Variables, *PASP*, 110, 1132
- Peters, P. C. & Mathews, J., 1963, Gravitational Radiation from Point Masses in a Keplerian Orbit, *PhRv*, 131, 435
- Phinney, E. S., 2001, A Practical Theorem on Gravitational Wave Backgrounds, *astro-ph/0108028*
- Politano, M., 1996, Theoretical Statistics of Zero-Age Cataclysmic Variables, *ApJ*, 465, 338
- Rappaport, S., Verbunt, F., & Joss, P. C., 1983, A new technique for calculations of binary stellar evolution, with application to magnetic braking, *ApJ*, 275, 713
- Ritter, H. & Burkett, A., 1986, The mass spectrum of the white dwarfs in cataclysmic binaries, *A&A*, 158, 161
- Ritter, H. & Kolb, U., 2003, Catalogue of cataclysmic binaries, low-mass X-ray binaries and related objects (Seventh edition), *A&A*, 404, 301
- Schatzman, E., 1962, A theory of the role of magnetic activity during star formation, *AnAp*, 25, 18
- Schechter, P., 1976, An analytic expression for the luminosity function for galaxies., *ApJ*, 203, 297
- Shara, M. et al., 2007, An ancient nova shell around the dwarf nova Z Camelopardalis, *Nature*, 446, 159

- Smith, D. A. & Dhillon, V. S., 1998, The secondary stars in cataclysmic variables and low-mass X-ray binaries, MNRAS, 301, 767
- Thorne, K. S., 1987, in *Three Hundred Years of Gravitation*, Cambridge University Press
- Verbunt, F. & Zwaan, C., 1981, Magnetic braking in low-mass X-ray binaries, A&A, 100, L7
- Yungelson, L., Livio, M., & Tutkov, A., 1997, On the Rate of Novae in Galaxies of Different Types, ApJ, 481, 127