

## 한국ITS학회논문지

제6권, 제3호 (2007년 12월)

pp.1~11

# 통합 대중교통망에서의 경로기반 통행배정 모형

## A Path-Based Traffic Assignment Model for Integrated Mass Transit System

신성일\*

(Seongil Shin)

이창주\*\*

(Changju Lee)

정희돈\*\*\*

(Heedon Jung)

### 요 약

2004년 7월 단행된 서울시 대중교통 개편 정책 이후 통합거리비례요금제도와 함께 대중교통카드(스마트카드) 시스템이 새롭게 도입되었다. 이렇게 도입된 대중교통카드는 개개인의 통행, 환승 정보 및 이용 수단 등의 통행 정보를 포함하고 있기 때문에 기존에 불가능하였던 경로 기반의 개인 및 대중교통의 통행 특성을 정확히 파악할 수 있다. 따라서 통합된 대중교통망에서의 대중교통 평가에 크게 활용될 수 있을 것으로 판단된다. 하지만, 아직까지 국내에서는 대중교통 평가를 시뮬레이션 및 자료 구축 등의 한계로 인하여 링크기반통행배정모형에 의존한 연구와 분석이 주를 이루고 있는 것이 현실이다. 앞에서 언급했듯이, 현재는 대중교통카드로부터 전수화된 경로 기반의 개인 및 대중교통 통행 특성 자료를 얻는 것이 가능하다. 결국 이는 기존의 링크 기반의 대중교통 분석 방안으로는 한계가 있었던 통합적 교통망 차원의 대중교통 평가를 경로 기반의 대중교통 분석으로 전환하는 데 크게 기여할 수 있으리라 판단된다.

따라서 본 연구에서는 향후 전개될 통합 대중교통 시대에 적합하며, 대중교통카드로부터 얻어진 통행 자료를 최대한 활용할 수 있는 경로 기반 통행배정 모형에 적합한 알고리즘을 제안하도록 한다. 이를 위해 본 연구에서는 기존에 연구된 경로 기반 통행배정 모형에서 선형적이지만 구현이 용이하고 안정적인 해를 도출하는 것으로 알려진 Column Generation 알고리즘을 활용하는 방안을 제시한다. 특히 본 연구는 출발지와 도착지에 탐색된 경로를 이용하여 구축된 부분 네트워크에 국부적인 균형 해법을 도출하여 전체적인 해법에 도달하게 하는 기법을 활용한다.

### Abstract

Seoul's transportation system was changed drastically starting the first of June in two thousand. This policy includes integrated distance-based fare system and public transportation card system called smart card. Especially, as public transportation card data contains individual travel, transfer and using modes information, it is possible to catch the characteristics of path-based individuals and mass transit. Thus, public transportation card data can contribute to evaluate the mass transit service in integrated public transportation networks. In addition, public transportation card data are able to help to convert previous researches and analyses with link-based trip assignment models to path-based mass transit service analysis.

\* 주저자 : 서울시정개발연구원 도시교통부 연구위원

\*\* 공저자 : 서울대학교 환경대학원 환경계획학과 석사과정(교신저자)

\*\*\* 공저자 : 교통안전공단 충북지사장

† 논문접수일 : 2007년 11월 21일

In this study, an algorithm being suitable for path-based trip assignment models is suggested and proposed algorithm can also contribute to make full use of public transportation card data. For this, column generation algorithm known to draw the stable solution is adopted. This paper uses the methodology that is to take local approximate equilibrium from partial network and expand local approximate equilibrium to global equilibrium.

**Key words :** Public transportation card data, path-based trip assignment algorithm, column generation, jacobian matrix, asymmetric cost function, off diagonal condition

## I. 서 론

### 1. 연구 배경

2004년 7월 단행된 서울시 대중교통 개편 정책 이후 통합거리비례요금제도와 함께 대중교통카드(스마트카드) 시스템이 새롭게 도입되었다. 이렇게 도입된 대중교통카드는 개개인의 통행, 환승 정보 및 이용 수단 등의 통행 정보를 포함하고 있기 때문에 기존에 불가능하였던 경로 기반의 개인 및 대중교통의 통행 특성을 정확히 파악할 수 있다. 구체적으로 대중교통카드 자료는 환승 센터 입지 선정 및 대중교통 노선 효율성 평가 등에 활용될 수 있으며, 더 나아가 버스, 지하철과 승용차 등이 통합된 대중교통망에서의 대중교통 평가에 크게 활용될 수 있다.

하지만, 아직까지 국내에서는 대중교통 평가를 시뮬레이션 및 자료 구축 등의 한계로 인하여 링크 기반통행배정모형에 의존한 연구와 분석이 주를 이루고 있는 것이 현실이다. 앞에서 언급했듯이, 현재는 대중교통카드로부터 전수화된 경로 기반의 개인 및 대중교통 통행 특성 자료를 얻는 것이 가능하다. 결국 이는 기존의 링크 기반의 대중교통 분석 방안으로는 한계가 있었던 통합적 교통망 차원의 대중교통 평가를 경로 기반의 대중교통 분석으로 전환하는 데 크게 기여할 수 있으리라 판단된다.

따라서 향후 전개될 통합 대중교통 시대에 적합하며, 대중교통카드로부터 얻어진 통행 자료를 최대한 활용할 수 있는 새로운 대중교통 분석방안이 절대적으로 필요한 시점이라 할 수 있다.

## 2. 연구 목적

경로기반통행배정모형(PTAM: Path Based Traffic Assignment Model)은 교통망을 이용하는 이용자의 행태를 모사하여 경로통행량을 계산한다 [1-3]. 또한, 경로기반통행배정모형은 개별 기종점간에 사용된 모든 이용경로에 대한 정보를 유지하므로, 기존에 링크기반통행배정모형(LTAM: Link Based Traffic Assignment Model)에 비하여 보다 자료 분석 및 구축측면에서 다양하게 활용될 수 있다. 특히 경로가 끝나는 지점에서 부과되는 통행요금과 같은 비가산성비용(Non Additive Cost; [4])에 대한 반영이 가능하기 때문에, 경로기반통행배정모형은 교통 분야에서 시도되는 다양한 요금부과정책에 효과적인 분석 평가 모형으로 최근 활발하게 연구되고 있다 [5-8]. 따라서 경로기반통행배정모형은 최근 서울시에서 진행되고 있는 통합거리비례제도를 포함한 다양한 교통정책이 시도되는 상황에서 이를 분석하기에 적절한 분석모형으로 자리매김할 가능성이 높다.

그럼에도 최근까지 연구된 경로기반통행배정모형은 단일의 교통망을 대상으로 해의 존재여부와 수렴성을 위주로 연구되어 왔으므로 [9-12], 최근 수도권에서 전개되고 있는 통합대중교통망의 교통 분석에 적용하기에는 한계가 존재한다. 따라서 통합대중교통망에 대한 분석모형으로 활용되기 위해서는 교통망에서 발생하는 실제적인 통행특성을 포함하여 보다 대규모 교통망에 적용 가능하도록 현실성과 수행성 측면에 대한 근본적인 개선이 요구된다.

이에 본 연구는 통합대중교통망에서의 대중교통 분석을 포함한 교통투자정책을 올바르게 평가할 수

있는 경로기반 통행배정모형에 적합한 알고리즘을 제안하는 것을 목적으로 한다. 이를 위해 본 연구에서는 기존에 연구된 경로기반 통행배정모형에서 선형적(Heuristic)이지만 구현이 용이하고 안정적인 해를 도출하는 것으로 알려진 Column Generation 알고리즘[9, 12, 13]을 활용하는 방안을 제시한다. 특히 본 연구는 출발지와 도착지에 탐색된 경로를 이용하여 구축된 부분네트워크(Partial Network)에 대하여 국부적인 균형 해법(Local approximate Equilibrium)을 도출하여 전체적인 해법(Global Equilibrium)에 도달하게 하는 기법을 활용한다 [12]. 이 기법은 개별 O/D를 연결하는 경로집합으로만 형성된 링크-경로 발생행렬(Link-Path Incident Matrix)과 Jacobian Matrix에 대하여만 연산을 진행하기 때문에 비대칭비용함수(Asymmetric Cost Function)에 대한 부대각조건(Off Diagonal Condition)이 완화된다. 따라서 모형의 현실 모사성이 크게 향상된다.

## II. 모형과 알고리즘

### 1. 개요

본 연구는 서울시 통합대중교통 분석에 활용하기 위하여 비대칭 통행함수를 포함하는 다수의 통행수단 균형문제로 확대한다. 여기서 비대칭 통행함수는 다수단(Multi Mode)에서 다계층(Link Interaction)이 동시에 고려되도록 구성할 수 있으나, 본 연구에서는 다수단과 다계층을 하나의 개념으로 보았다. 분석기법으로서 개별O/D쌍을 연결하는 경로로 구축된 부분교통망의 균형해법을 추구하는 방안을 적용한다 [12].

Xu et al(2006)[9] 제시한 알고리즘은 단일수단과 대칭(Symmetric) 통행비용함수에 대하여 적용하였으나 근사적인 선형탐색(Linear Approximation)을 유도하는 과정에서 Jacobian 행렬에 대한 비대칭제약이 없다는 점에 착안하여 보다 비대칭통행비용함수에 적용되는 방안으로 알고리즘을 제안한다. 편의상 사용된 표식은 Xu et al(2006)[9]이 적용한 방법을 사용한다 [12].

### 2. 모형 및 알고리즘

#### 1) 모형

복합교통망  $G$ 에  $N$ 개의 O/D쌍과  $M$ (승용차, 대중교통)개의 교통수단이 존재한다고 정의하며 이 때 개별 O/D쌍은  $w = 1, 2, \dots, N$ 으로 나타내며, 교통수단은  $m = 1, 2, \dots, M$ 으로 나타낸다.  $d_w^m$ 은  $w$  번째 O/D쌍에서  $m$  수단의 고정된 교통 수요를 나타낸다.

제안된 알고리즘의  $k$  번째 반복수행과정에서,  $P_w^{m^k}$ 를 생성된 경로집합 ( $|P_w^{m^k}|$  개)으로  $P^{m^k} = U_{w=1}^N P_w^{m^k}$ 이고  $G^{m^k}$ 를  $P^{m^k}$ 의 모든 경로에 의해 확장된 부분교통망(Partial Network)이라고 하면, 경로 통행량벡터

$$f_w^{m^k} = \left[ f_{w_1}^{m^k} \ f_{w_2}^{m^k} \ \cdots \ f_{w_{|P_w^{m^k}}|}^{m^k} \right]^T \text{와 요소 } f_{w_p}^{m^k} \text{는 경로}$$

$p$ 의 교통량 ( $p \in P_w^{m^k}$ )이다. 따라서 식 (1)과 같이 계산된다.

$$d_w^m = \sum_{pl}^{p_w^m}, \quad w=1, 2, \dots, N; \quad m=1, 2, \dots, M \quad (1)$$

$w$ 와  $m$ 에 대하여 생성된 경로에 대하여  $L \times |P_w^m|$ 의 링크경로발생행렬(link path incidence matrix)  $A_w^{m^k}$ 를 구축한다. (L은 G의 링크수)  $A^{m^k} = [A_1^{m^k} \ \cdots \ A_w^{m^k} \ \cdots \ A_N^{m^k}]$ , 이 경우  $A_w^{m^k}$ 는  $w$ 와  $m$ 에서 도출된 링크 경로행렬이다.  $x_l^{m^k}$ 를  $m$ 의 링크통행량 벡터(L\*1)이라고 하면 링크  $l$  ( $l = 1, 2, \dots, L$ ) 상의  $m$  수단 통행량을  $x_l^{m^k}$  이면,

단  $m$  의 균형조건은 다음과 같다.

$$x^{m^k} = A^{m^k} \cdot f^{m^k} \quad (2)$$

이 경우  $f^{m^k} = \begin{bmatrix} \cdots & f_{w_1}^{m^k} & f_{w_2}^{m^k} & \cdots & f_{w_{|P_w^{m^k}|}}^{m^k} & \cdots \end{bmatrix}^T$  통행비용

을 계산하기 위해서, 링크  $l$ 에서  $m$  수단  $k$  번째

통행비용을  $\tilde{C}_l^{m^k}$  라 정의하고,  $\tilde{C}_l^{m^k}$  집합

$\tilde{C}^{m^k} CR^L$  (L차원)의 원소로 한다. 이때  $\tilde{C}_l^{m^k}$ 는 연속적으로 미분 가능한 함수  $g_l^m(\cdot)$ 에 대하여  $x^k$ 를 통하여 계산된다.

$$\begin{aligned} \tilde{C}_l^{m^k} &= g_l^m(x^k), \quad l=1,2,\dots,L; \quad m=1,2,\dots,M \\ x^k &= \sum_m x^{m^k}, \quad g_l = \sum_m g_l^m(x^k) \end{aligned} \quad (3)$$

$L \times L$  의 비대칭 Jacobian 행렬  $J^k = \left[ \frac{\partial g_i}{\partial x_j^k} \right]$  이 양정(positive definite)으로 구축되었다고 가정한다.

$C_w^{m^k} = \begin{bmatrix} c_{w_1}^{m^k} & c_{w_2}^{m^k} & \cdots & c_{w_{|P_w^{m^k}|}}^{m^k} \end{bmatrix}^T$  를 경로비용-벡터라

고 하면,  $c_{w_p}^{m^k}$  는  $w$  O/D 상에서  $m$  수단에 의해 구성된 경로  $p$ 의 사용자 비용(user cost)이다.

이때  $p=1, 2, \dots, |P_w^{m^k}|, \quad w=1, 2, \dots, N; \quad m=1, 2, \dots, M$  과 같고 따라서 식 (4)가 계산된다.

$$C_w^{m^k} = (A_w^{m^k})^T \tilde{C}^{m^k}, \quad w=1,2,\dots,N; \quad m=1,2,\dots,M \quad (4)$$

개별 O/D  $w$ 에 대하여 경로  $p \in P_w^{m^k}$ 에 대한 수

$$C_{w_p}^{m^k} - \lambda_w^{m^k} \begin{cases} = 0 & \text{if } f_{w_p}^{m^k} > 0 \\ \geq 0 & \text{if } f_{w_p}^{m^k} = 0 \end{cases}, \quad p=1,2,\dots,|P_w^{m^k}|; \quad (5)$$

$w=1, 2, \dots, N; \quad m=1, 2, \dots, M$

이 경우  $\lambda_w^{m^k}$ 는 인식변수(indicator)로서 O/D 쌍  $w$ 의 수단  $m$ 의 최적통행비용을 나타내며 교통망이 균형상태에 도달하기 전에는 알려져 있지 않다. 위의 균형조건은 “주어진 O/D쌍  $w$ 에서 교통수단  $m$ 을 이용하여 도착지(D)까지 사용된 통행비용은 최소 통행비용이다”는 것을 의미한다.

## 2) 알고리즘

교통망의 균형 상태를 도출하기 위한 알고리즘의 개략적인 진행과정은 크게 다음의 3단계 과정으로 요약된다.

단계 1. 복합교통망  $G$ 에서 O/D쌍  $w$ 와  $m$  수

단의 최적경로  $P_w^{m^k}$ 를 탐색하여 새로운 경로이면 추가

단계 2. 부분 복합수단교통망  $G^{m^k}$ 의 균형 상태를 도출

단계 3.  $G^{m^k}$ 가 균형 상태에 도달한 후 경로집합  $P^{m^k}$ 에서 통행량이 0인 경로는 삭제

알고리즘은 이 과정에서 추가되거나 삭제되는 경로가 없을 때까지 3단계 수행과정을 반복한다.

단계2의 경로 집합  $P^{m^k}$ 에 의해 확장된  $G^{m^k}$ 의 균형을 도출에 대하여 살펴보면,  $G^{m^k}$ 에서 사용된 경로  $P_w^{m^k}, w=1, 2, \dots, N, m=1, 2, \dots, M$ 에 대해

할당된 수요의 평균을 배정하면, 균형점이 오차범위 내에 도달할 때까지 재배정과정(reassignment process)을 수행하는 방안이다.

재배정과정에서 특정  $w, m$ 에 대하여 경로 비용  $C_w^{m^k} = [C_{w_1}^{m^k} \ C_{w_2}^{m^k} \ \dots \ C_{w_{|P_w^{m^k}|}}^{m^k}]^T$  를 계산하고 식 (6)에 의해 평균통행비용(average user cost)을 계산한다.

$$\lambda_w^{m^k} = \frac{1}{|P_w^{m^k}|} \sum_{p=1}^{|P_w^{m^k}|} C_{w_p}^{m^k} \quad (6)$$

경로 간에 재배정되는 교통량의 차이벡터,  $\delta\bar{C}_w^{m^k} = [\bar{\lambda}_w^{m^k} - C_{w_1}^{m^k} \ \bar{\lambda}_w^{m^k} - C_{w_2}^{m^k} \ \dots \ \bar{\lambda}_w^{m^k} - C_{w_{|P_w^{m^k}|}}^{m^k}]^T$  를 계산하는 위해서는, 재배정과정에서 사용자비용이  $\bar{\lambda}_w^{m^k}$  보다 큰 경로의 통행량을  $\bar{\lambda}_w^{m^k}$  보다 적은 방향으로 배정량의 차이를 전환한다.  $\delta_w^{m^k}$  를 경로 통행량의 변화량(adjustment) 집합으로 다음과 같이 정의하면,

$$\delta_w^{m^k} = \{\delta f_w^{m^k} = [\delta f_{w_1}^{m^k} \ \delta f_{w_2}^{m^k} \ \dots \ \delta f_{w_{|P_w^{m^k}|}}^{m^k}]^T \left| \sum_{p=1}^{|P_w^{m^k}|} \delta f_{w_p}^{m^k} = 0 \right. \},$$

$\delta f_{w_p}^{m^k} + f_{w_p}^{m^k} \geq 0 \quad \forall p$  } 를 구하는 문제는 경로  $p \in P_w^{m^k}$  의 통행 비용  $C_{w_p}^{m^k}$  가 극사적으로  $\bar{\lambda}_w^{m^k}$  와 동일하도록 탐색 가능한  $\delta f_w^{m^k}$  를 구하는 것이다. 따라서 O/D  $w$ 의 수단  $m$ 의 경로 통행비용이 국부적인 균형 상태(local Equilibration)에 도달하게 된다.

이 때 국부적인 균형점에 도달하기 위해서 다음의 최적화 문제 해법 도출이 필요하다.

$$\min_{\delta f_w^{m^k}} \| (A_w^{m^k})^T J^k A_w^{m^k} \delta f_w^{m^k} - \delta \bar{C}_w^{m^k} \| \quad (7)$$

이 경우  $\|\bullet\|$  는 Euclidean Norm  $(A_w^{m^k})^T J^k \bar{A}_w^{m^k}$  은 양정이므로 해를 구하기 위해 다양한 방안이 적용될 수 있다.

본 연구에서는 LU 분해법(LU Decomposition)

을 적용하여  $\delta f_w^{m^k}$  의 해를 도출했다. 따라서 경로 통행량은 식 (8)과 같다.

$$f_{w_p}^{m^k} = f_{w_p}^{m^k} + \delta f_{w_p}^{m^k}, \quad \forall P \in P_w^{m^k} \quad (8)$$

이 과정에서와 같이  $w$  O/D쌍의  $m$  수단으로 연결하는 새로운 경로의 통행량이 도출되면, 링크통행벡터( $x^{m^k}, x^k$ ), 링크비용벡터( $\tilde{C}^{m^k}, \tilde{C}^k$ ), Jacobian 행렬  $J^k$  가 계산되며, 다음 O/D쌍으로 동일한 계산을 수행한다. 이 때  $G^{m^k}$  가 균형상태 도달 후,  $P^{m^k}$  에서 통행량이 없는 경로는 탈락시킨다. 이 재배정 과정은 다음의 수렴조건을 만족할 때까지 계속된다.

$$\sum_{w=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{p=1}^{|P_w^{m^k}|} |\delta f_{w_p}^{m^k}| / d_w < \varepsilon; \quad \varepsilon$$

은 오차항 수렴 조건이 만족하는 상황에 대하여 새로 추가된 경로  $P^{m^k}$  의 포함여부와 연계시키는 과정에 대한 설명으로서, 우선 전체교통망  $G$ 에 대하여  $w$  O/D쌍과  $m$  수단으로 도착하는 최적통행경로를 탐색한다. 탐색된 최적경로의 비용이 기존최적경로 비용  $\lambda_w^{m^k}$  와 비교하여 작으면  $P_w^{m^k}$ 에 포함시키고 ( $w = 1, 2, \dots, N; m = 1, 2, \dots, M$ ) 추가되는 경로가 존재하지 않으면, 교통망의 전체균형에 도달했음을 나타낸다.

### 3) 알고리즘의 이슈

#### (1) 다수단과 다계층의 동시고려

다수단에서 다계층을 고려하는 균형문제로 확장하기 위해서는 다음의 조건을 만족하는 균형 상태를 국부적으로 도출하여 전체 균형 해에 접근하는 방안이 2.2절과 동일하게 시도된다.

$$\begin{aligned} C_{w_p}^{m_j} - \lambda_w^{m_j} & \begin{cases} = 0 & \text{if } f_{w_p}^{m_j} > 0 \\ \geq 0 & \text{if } f_{w_p}^{m_j} = 0 \end{cases}, \quad p=1, 2, \dots, |P_w^{m_j}|; \\ w &= 1, 2, \dots, N; \quad m = 1, 2, \dots, M \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 교통망  $G$ 에 포함된  $j$ 는 계층수를 나타낸다.

#### (2) Jacobian 행렬의 구축방법

2절의 Jacobian 행렬의 계산은 동일링크에서 다수의 교통수단이 존재하여 개별수단의 통행함수에 상호영향을 미치는 상황에 대한 반영이 요구된다. 다른 링크의 교통량 영향발생은  $\partial \alpha_j^k$ 의 편미분

$J^k = \left[ \frac{\partial g_i}{\partial x_j^k} \right]$ 에 그대로 반영이 가능하여  $L \times L$  행렬로 구축되기 용이하다. 그러나 동일링크에서 다수교통수단을 고려하는 일반적인 방법은 링크를 통과하는 개별 수단을 교통망의 링크처럼 고려하는 방안이다. 이 경우  $J^k$ 는  $(LM \times LM)$ 의 확장된 행렬로 표현된다. 따라서 링크경로발생행렬  $A_w^{m^k}$ 는  $(LM \times 1)$ 로 계산 되어야 한다.

#### (3) 환승과 교차지점에서 링크통행함수의 고려

사례연구에서 나타나겠지만, 본 연구에서는 환승에서 발생하는 저항을 상수항으로 처리하였다. 따라서 Jacobian 행렬을 구축하는 과정에서 소거되므로 행렬에는 링크통행 변화 특성만 고려되어도 해의

수렴에는 문제가 없다. 하지만 환승과 교차지점이 통행함수로서 정의되는 경우 링크에서 발생하는 환승특성이 반영되도록 Jacobian 행렬을 구축해야 한다.

## III 사례연구

### 1. 일반화비용과 네트워크

연구에서 적용되는 통합교통망의 통행시간함수에 대한 가정은 다음과 같다.

- 도로상의 승용차와 버스의 통행은 종속적 통행 함수관계이나, 통행우선권이 큰 궤도상의 지하철 통행은 독립된 통행시간함수
- 대중교통 수단 간의 환승은 환승이동과 환승대기비용으로서 상수 적용
- 대중교통요금은 통합거리비례제를 기반으로 시간비용으로 환산된 수치를 적용 [14]
- 대중교통 내 혼잡은 편의상 지하철에 한정

개별경로의 통행시간은 다음 식 (10)과 같다.

$$C_p^m = \sum_{a(n)} C_a^n(\bullet) \cdot \delta_{ap}^n + \sum_{a(n)b(m)} \Delta_{ab}^{nm} \cdot \delta_{abp}^{nm} + F_p \quad (10)$$

여기서 X: 링크통행량 벡터

$C_p^m$ : 수단  $m$ 의 경로  $p$ 의 통행시간

$C_a^n(\bullet)$ : 수단  $n$ 의 링크  $a$ 의 통행시간 함수

$\Delta_{ab}^{nm}$ : 수단  $n$ 에서 수단  $m$ 으로의 환승(이동+대기)시간

$F_p$ : 시간가치로 환산된 경로  $p$ 의 요금(분)

$\delta_{ap}^n$ : 수단  $n$ 이 경로  $p$ 에 존재하는 링크  $a$ 의 포함여부(0,1)

$\delta_{abp}^{nm}$ : 수단  $n$ 에서 수단  $m$ 으로 환승이 발생하는 경우(링크  $a$ 에서 링크  $b$ 로) 환승  $a, b(m, n)$ 의 포함여부(0,1)

개별수단의 링크통행시간 함수는 혼잡과 차내

용량을 고려하여 BPR 함수를 변형하여 적용하였다.

$$C_a^{\text{승용차}} = T_a^{\text{승용차}} \left( 1 + 0.15 \left( \frac{\alpha_1 \cdot X_a^{\text{승용차}} + \alpha_2 \cdot X_a^{\text{버스}}}{\text{Cap}_a^{\text{(버스+지하철)}}} \right)^4 \right)$$

$$C_a^{\text{버스}} = T_a^{\text{버스}} \left( 1 + 0.15 \left( \frac{\alpha_1 \cdot X_a^{\text{승용차}} + \alpha_2 \cdot X_a^{\text{버스}}}{\text{Cap}_a^{\text{(버스+지하철)}}} \right)^4 \right) \quad (11)$$

$$C_a^{\text{지하철}} = TT_a^{\text{지하철}} + \beta_1 \left( \frac{X_a^{\text{지하철}}}{CCap_a^{\text{(지하철)}}} \right)^4$$

여기서

$\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ 은 각각 파라메타 (1, 2, 0, 5)

$T_a^m$  :  $m$  수단의 링크  $a$  자유통행시간(분)

$TT_a^m$  :  $m$  수단의 링크  $a$  통행시간(거리/표정속도)(분)

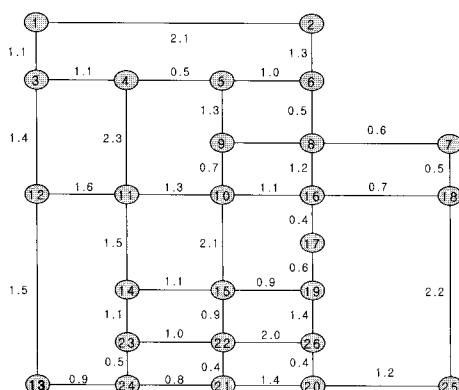
$\text{Cap}_a^m$  :  $m$  수단의 링크  $a$  용량

$CCap_a^m$  :  $m$  수단의 내부용량

본 연구에서 적용된 통합교통망은 버스, 지하철, 승용차수단으로 구성되었으며 링크 146개 노드 26개로 <그림 1>, <그림 2>와 같다.

## 2. 모형의 검증

3가지 사례를 통해 알고리즘을 검증한다. 우선 다계층통행배정 결과를 통해 알고리즘의 동등성



<그림 1> 승용차 교통망

<Fig. 1> Passenger Car Network

(Equivalence)을 살펴보고, 승용차와 대중교통수요를 분리하는 경우와 통합하는 경우를 통하여 현실적용에 대한 가능성을 검토한다.

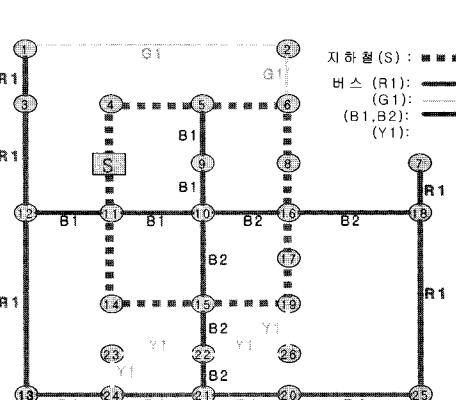
### 1) 다 계층(수단) 통행배정 결과

총4개 O/D쌍 (1→10, 3→18, 4→15, 5→25)에 대하여 승용차교통망을 대상으로 알고리즘을 수행한 결과에서 5→25에 5000 통행이 3개의 통행계층에 각각 1000, 2000, 2000이 배정된 결과는 <표 1>과 같

<표 1> 다계층 통행배정 결과치  
<Table 1> Results of Multi-Class Traffic Assignment

O→D	계층	통행량	통행시간	경로(노드순서)
5→25	1	691.0	30.7	5→6→8→7→18→25
		215.1	30.7	5→9→10→16→18→25
		93.9	30.7	5→6→8→16→17→19→26→20→25
	2	767.1	20.5	5→6→8→7→18→25
		318.0	20.5	5→4→3→12→13→24→21→20→25
		89.0	20.5	5→9→10→16→17→19→26→20→25
		480.9	20.5	5→9→10→16→18→25
		345.0	20.5	5→6→8→16→17→19→26→20→25
		655.1	15.4	5→6→8→7→18→25
		330.5	15.4	5→4→3→12→13→24→21→20→25
	3	388.7	15.4	5→6→8→16→17→19→26→20→25
		162.4	15.4	5→9→10→16→17→19→26→20→25
		463.3	15.4	5→9→10→16→18→25
4개 O/D		-	-	-

<수렴조건: 0.0001>



<그림 2> 대중 교통망

<Fig. 2> Mass Transit Network

## 통합 대중교통망에서의 경로기반 통행배정 모형

다. 계층1은 3개, 계층2는 5개, 계층3은 5개의 경로가 각각 생성되었으며, 계층별로 경로의 통행비용은 같다. 따라서 균형모형의 균형조건이 만족됨을 알 수 있다.

### 2) 승용차와 대중교통수요의 분리적용: 다 수단

승용차와 대중교통의 수단별 통행량을 승용차와

대중교통이 상호 영향을 미치는 교통망에서 수요배정 중 가장 일반적인 방법은 승용차와 대중교통의 수단별 통행량을 분리해서 적용하는 방안이다. 이에 본 연구에서 제안한 알고리즘의 활용성을 검증하기 위하여 승용차와 대중교통 수요의 분리에 대한 사례 연구를 실시하였다. <그림 1>, <그림 2>의 통합교통망의 15개의 O/D쌍에 대하여 승용차는

<표 2> 승용차와 대중교통수요의 분리적용: 다수단 결과

<Table 2> Separate Application of Passenger and Mass Transit Demand: Multimodal Results

O→D	수단	경로 통행량	비용	요금(100원)			환승시간 (분)	거리 (Km)	경로(노드순서)
				기본	환승	합증			
1→26 (3개)	승용차 (2500)	2500.0	16.3	-	-	-	-	7.5	1C→3C→12C→13C→24C→21C→20C→26
	대중교통 (2500)	2222.9	59.9	6	2	1	16.5	7.5	1G1→2G1→6S→8S→16S→17S→19Y1→26
		277.1	59.9	6	0	0	10.0	8.4	1R1→3R1→12R1→13R1→24Y1→23Y1→22Y1→26
14개 O/D							-	-	

<수렴조건: 0.0001>

<표 3> 시나리오1: Nothing

<Table 3> Scenario1: Nothing

O→D	수단	경로 통행량	비용	요금(100원)			환승시간 (분)	거리 (Km)	경로(노드순서)
				기본	환승	합증			
1→26 (4개)	대중교통 (2261.1)	221.5	42.6	6	0	0	10.0	8.4	1R1→3R1→12R1→13R1→24Y1→23Y1→22Y1→26
		2039.6	42.6	6	2	1	16.5	7.5	1G1→2G1→6S→8S→16S→17S→19Y1→26
	승용차 (2738.8)	426.4	42.6	-	-	-	-	10.2	1C→3C→4C→11C→14C→15C→22C→21C→20C→26
		2312.4	42.6	-	-	-	-	7.5	1C→3C→12C→13C→24C→21C→20C→26
14개 O/D							-	-	

<버스환승시간: 5분, 버스대기시간: 5분>

<표 4> 시나리오2: Do (버스의 환승시간과 배차간격축소)

<Table 4> Scenario2: Do (Reduction of Transfer Time and Headway of Bus)

O→D	수단	경로 통행량	비용	요금(100원)			환승시간 (분)	거리 (Km)	경로(노드순서)
				기본	환승	합증			
1→26 (3개)	대중교통 (4736.0)	1931.0	42.3	6	0	0	3.5	8.4	1R1→3R1→12R1→13R1→24Y1→23Y1→22Y1→26
		2805.0	42.3	6	2	1	10.0	7.5	1G1→2G1→6S→8S→16S→17S→19Y1→26
	승용차 (264.0)	264.0	42.3	-	-	-	-	10.2	1C→3C→4C→11C→14C→15C→22C→21C→20C→26
14개 O/D							-	-	

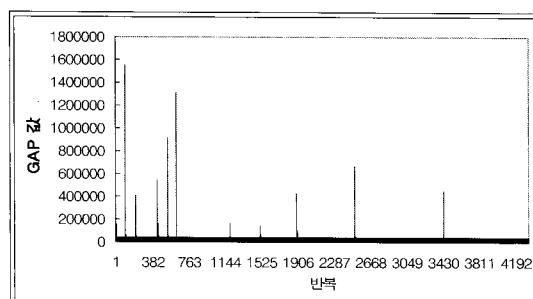
<버스환승시간: 3분, 버스대기시간: 1분30초>

2500, 버스와 지하철로 구성된 대중교통에 2500을 각각 배분하였다. <표 2>는 배정결과에서 1→26의 O/D쌍에 대한 결과를 중심으로 도출한 것이다. 총 3개의 경로가 생성되었으며(승용차1, 대중교통2) 2개의 대중교통경로의 통행시간은 같다. 대중교통의 첫 번째 이용경로를 보면, 버스와 지하철을 포함한 환승통행과 2번째는 버스와 버스의 환승통행이 발생했다. 버스의 환승이 이루어진 경우 기본요금으로만 통행했고, 지하철수단이 이용되는 경우 환승요금과 함께 할증요금도 함께 부과된 것을 파악할 수 있다.

비대칭통행비용함수에 대한 제안된 알고리즘의 수렴성을 검증하기 위하여 수렴조건 0.0001을 적용하여 반복회수에 따른 Gap 값을 도출하였다. <그림 3>와 같이 Gap 값은 0으로 거의 수렴하는 것으로 나타나고 있으며, 10개의 지점에서 수치가 급격하게 증가하는 것으로 나타난다. 이러한 현상은 경로의 수가 증가함에 따라 계산된 경로교통량을 적용하지 않고 각각의 경로에 평균적인 통행량을 다시 배정하여 경로의 통행시간이 동일하게 계산되도록 재배정 과정에서 나타나는 현상이다.

### 3) 승용차와 대중교통수요의 통합적용: 수단분담 통행배정

대중교통의 효용이 어느 정도 증진하면, 승용차의 수요가 대중교통으로 이전되는가에 대한 평가는



<그림 3> Gap Value 와 알고리즘 반복 (4332)  
<Fig. 3> Iterations of Gap Value and Algorithm (4332)

대중교통을 육성하기 위하여 시행되는 정책의 효과를 평가하는데 결정적인 역할을 한다. 이러한 상황을 재현하기 위해서는 승용차와 대중교통의 수요를 통합하여 효용에 따라 통행수단을 선택하도록 해야 한다.

이러한 경우 일반적으로 승용차와 대중교통의 효용이 동일하다는 판단에 의해 통행배정이 결정되기 때문에 수단분담과 함께 통행배정이 동시에 이루어지게 된다.

이에 본 연구에서는 승용차와 대중교통 수요의 통합 적용에 대한 사례 연구를 실시하였다. 총 15개 O/D쌍에 대하여 승용차와 대중교통의 통행수요를 적용하여 각각 통행비용에 따라 수단분담과 통행배정이 이루어지도록 하며, 특히 대중교통의 환승시설 및 여건에 대한 개선을 수단분담과 통행배정 상에 반영하기 위하여 2개의 시나리오(Nothing, Do)를 구분하여 수행하였다. 시나리오1(Nothing)은 버스환승 환승시간과 대기시간을 모두 5분으로 적용하였으며, 시나리오2(Do)는 버스 환승시간은 3분, 버스 대기시간은 1분 30초로 축소하여 적용하였다. 이에 대한 결과는 <표 3>과 <표 4>에 나타나있다. 도출된 결과에서 1→26의 5000 통행이 승용차와 대중교통을 선택하여 통행하는 행태를 나타내고 있음을 알 수 있다. 또한, 시나리오1과는 달리 시나리오2에서는 승용차를 이용하는 통행이 현저히 줄어듦을 알 수 있고, 이 통행은 대중교통으로 전환됨을 볼 수 있다. 따라서 본 사례 연구를 통해 환승시설을 개선하는 경우 승용차 통행이 대중교통수단으로 전환되고 있음을 살펴볼 수 있다.

## V. 결 론

새롭게 전개되는 통합 대중교통시대에서 보다 실제적인 교통정책과 통행현상을 설명할 수 있는 평가모형의 구축이 요구되는 상황이다. 기존의 링크기반통행배정모형은 비선형적인 요금체계, 비대칭함수의 강한 제약에 의한 통행현상의 설명부족, 대중교통카드 자료가 지원하는 경로의 상세한 정보

누락 등의 문제가 존재한다. 경로기반 균형통행배정모형은 실제 개인의 경로기반 행태의 현실모사성이 뛰어나다는 측면에서 이러한 문제를 극복할 수 있는 대안이 될 수 있으며, 대중교통카드 자료와 더불어 향후 전개될 대중교통체계의 평가를 위한 수요 예측 모형으로 자리매김할 수 있다고 판단된다.

또한, 본 연구는 경로기반배정모형에 부분네트워크균형기법을 적용하여 대중교통요금에 대한 반영과 비대칭통행 함수 제약에 의한 해의 수렴성 문제를 극복할 수 있는 가능성을 제시하였다. 본 연구가 향후 전국단위의 대중교통체계 통합에 있어서 대중교통 카드 자료와 함께 대중교통 서비스 평가를 비롯한 여러 분야에서 활용되기를 기대해본다.

## 참고문헌

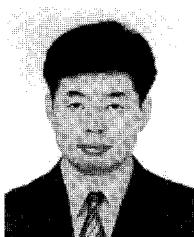
- [1] 강승모, 권용석, 박창호, "Conjugate Gradient 법을 이용한 경로기반 통행배정 알고리즘의 구축," *대한교통학회*, 제18권, 제5호, pp. 99~107, 2000. 10.
- [2] S. Lawphongpanich and D. W. Hearn, "Simplical decomposition of the asymmetric traffic assignment problem," *Transportation Research B*, vol 18, no. 2, pp. 123 ~133, April 1984.
- [3] T. Larsson and M. Patriksson, "Simplicial decomposition with disaggregated representation for the traffic assignment problem," *Transportation Science*, vol. 26, pp. 4~17, April 1991.
- [4] S. A. Gabriel and D. H. Bernstein, "The traffic equilibrium problem with nonadditive path costs," *Transportation Science*, vol. 31, no. 4, pp. 337~348, Aug. 1995.
- [5] 권용석, "고속도로 통행요금체계 결정을 위한 수요관리방안 연구," *대한교통학회지*, 제21권, 제3호, pp. 7~14, 2003. 06.
- [6] H. K. Lo, C. Y. Yip, and Q. K. Wan, "Modeling transfers and nonlinear fare structure in multi-modal network," *Transportation Research B*, vol. 33, no. 5, pp. 149~170, Feb. 2003.
- [7] H. Yang, H. Zhang, and Q. Meng, "Modelling private highways in networks with entry exit based toll charges," *Transportation Research B*, vol. 38, no. 3, pp. 191~213, March 2004.
- [8] X. Zhang and H. Yang, "The optimal cordon based network congestion pricing problem," *Transportation Research B*, vol. 38, no. 6, pp. 517~537, July 2004.
- [9] S. C. Defermos and F. T. Sparrow, "The traffic assignment problem for a general network," *J. Research of the National Bureau of Standards Series B*, vol. 73B, no. 2, pp. 91~118, 1969.
- [10] A. Chen, D. H. Lee, and R. Jayakrishnan, "Computational study of state of the art path based traffic assignment algorithms," *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 59, pp. 509~518, July 2002.
- [11] D. H. Lee, Y. Nie, and A. Chen, "A conjugate gradient projection algorithm for the traffic assignment problem," *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 37, pp. 863~878, April 2003.
- [12] M. H. Xu, W. H. K. Lam, H. Shao, and G. F. Luan, "A heuristic algorithm for network equilibration," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 174, pp. 430~446, March 2006.
- [13] T. Leventhal, G. Nemhauser, and L. Trotter Jr, "A column generation algorithm for optimal traffic assignment," *Transportation Science*, vol. 7, pp. 168~176, May 1973.
- [14] 조종석, 환승과 운행시간스케줄을 고려한 통합교통망의 동적 K경로탐색알고리즘, 서울대 박사학위논문, 2006. 08.

저자소개

신 성 일 (Shin, Seongil)

2001년 : 위스콘신주립대학교 교통공학 박사

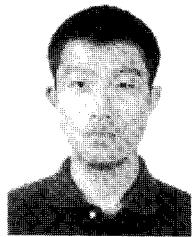
2002년~현재 : 서울시정개발연구원 도시교통연구부 연구위원



이 창 주 (Lee, Changju)

2007년 2월 : 아주대학교 환경도시공학부 교통공학과 학사

2007년 3월~현재 : 서울대학교 환경대학원 환경계획학과 석사과정



정 희 돈 (Jung, Heedon)

1989년 : 중앙대학교 대학원 경영학과 석사

2005년 : 명지대학교 대학원 경영학과 박사

2005년~현재 : 교통안전공단 충북지사 지사장

