

수학 교실 문화 개선을 위한 교사의 역할

박 성 선 (춘천교육대학교)

I. 서론

지난 수십 년 동안 학교 수학 교육을 개선하고자 하는 노력은 계속되었으며 앞으로도 계속될 것이다. 수학 교육을 개선하고자 하는 노력은 여러 가지 방향으로 진행되고 있다. 이를 크게 구분하자면, 수학 교수-학습 방법의 개선, 교육과정 및 교과서의 개정, 수학 수업에 필요한 교구 및 자원의 확보 등으로 요약할 수 있을 것이다.

이 중에서 특히 중요한 것은 무엇보다도 수학 교수-학습 방법의 개선일 것이다. 이에 따라 우리나라에서도 많은 수학교육자 및 교육이론가들은 수학 교수-학습을 개선하기 위한 많은 이론을 제시하고 적용하기도 하였다. 또한 7차 교육과정에서도 수학과목의 목표로서 수학적 힘의 신장을 강조하면서, 단편적 지식과 단순한 문제 풀이 위주의 수학 수업에서 탈피하여 다양한 상황에 대처할 수 있는 문제해결력 및 창의적인 수학적 사고 및 태도를 강조하였다(교육부, 2000). 그러나 이러한 노력에도 불구하고 우리의 수학 수업의 모습은 크게 개선되지 못하고 있다. 우리의 수학 수업의 모습을 크게 몇 가지로 나누어 설명하면 다음과 같다.

첫째, 행동주의 심리학을 수학 수업에 적용함으로써 수학 학습에서 개념의 이해를 통한 사고 과정보다는 계산 절차와 같은 기능을 강조하는 현상이 나타나기도 하였다. 이처럼 개념적 지식보다는 절차적 지식을 강조하는 교수 방법으로 학습한 학생은 약간이라도 과제의 특성이 바뀌면 학습한 지식을 적용하지 못

하는 문제가 있다. 이와 같은 문제점에도 불구하고 우리의 수학 교실에서는 아직도 이와 같은 교수 방법에 의해 학생들이 학습하는 현상을 볼 수 있다.

둘째, 행동주의 심리학을 바탕으로 한 수학 교육의 문제점을 보완하기 위하여, 기능보다는 수학적 개념이나 원리를 이해시켜야 한다는 주장이 대두되었다. 즉, “수학의 구조를 가르치자”는 입장에서 발견학습이 강조되면서 학생들이 수학적 개념이나 원리를 발견하게끔 해야 한다는 시도를 하였다. 그러나 많은 수학 수업에서는 개념이나 원리를 발견시키기 보다는 교사의 설명을 통한 수업이 계속되었다.

셋째, 문제해결은 우리나라의 수학과 4차 교육과정 이후 계속해서 강조되어왔다. 문제해결 수업에서 가장 강조되어야 할 점은 문제해결을 통해서 수학을 이해하는 것이다. 이러한 관점은 “수학적 개념과 기능은 문제해결 상황에서 학습되어야 한다”는 NCTM(1989)의 권고에서도 잘 나타난다. 그러나 우리의 수학과 문제해결 수업은 주로 학생들이 문제를 잘 해결하게 하는 것으로 생각되었다. 즉, 시험이나 평가에서 좋은 점수를 얻는 것이 가장 중요한 것으로 인식되었다. 이처럼 문제해결 수업에서 문제를 잘 풀게 하는 방법만을 강조하는 수업에서는 이해를 보장하지 못할 수 있다.

수학 수업을 개선하기 위해서는 어떤 주장이나 정책의 제시로 이루어지지 않는다. 수학 수업의 개선을 실현하기 위해서는 우리의 수학 교실 문화에 대한 재검토가 필요하다. 지금까지 수학 학습이 이루어지는 교실은 그저 수학 학습이 일어나는 장소로만 여기고 교실 내에서 발생하는 인지적 측면에만 초점을 맞추었다고 해도 과언이 아니다. 이 점에 대하여, Schoenfeld(1987)는 수학 수업에서는 학생들에게 수학적 사실과 절차에 대한 지식 습득만을 강조하고 있으며, 수학이 행해지는 과정에 대한 학습은 간과되고 있다고 지적하였다. 교실 안에서 교사와 학생들이 함

* 2007년 11월 투고, 2007년 11월 심사 완료.

* ZDM 분류: B52

* MSC2000 분류: 97B50

* 주제어: 수학교실문화, 수학교실문화의 개선, 수학교사의 역할.

게 참여하는 수학 교실 환경은 하나의 사회이며, 이 안에서는 독특한 학습 문화가 형성된다.

이제 소수의 학생들만이 참여하고 있고 학생들의 의견보다는 교사의 권위와 설명에 의하여 수업이 진행되는 수학 교실 문화에서 탈피하여 학생들이 능동적이고, 적극적으로 참여하는 수학 교실 문화로 바뀔 때 비로소 수학 수업의 개선은 달성될 수 있을 것이다. 앞으로 변화되어야 할 수학 교실은 학생들에게 올바른 수학관과 수학에 대한 긍정인 태도와 신념을 갖게 하고, 질문과 논의를 통하여 다양한 아이디어가 교환될 수 있는 교실 문화가 조성된 곳이어야 한다 (박성선, 2000, 2004).

수학 수업의 질을 향상시키기 위해서는 이처럼 수학 교실 문화의 개선이 필요하다. 그러나, 이러한 수학 교실 문화를 개선하는 데는 여러 가지 요인들이 작용하겠지만 이 중에서 특히 교사의 역할은 다른 무엇보다 더 중요하다고 하겠다. 수학과목의 내용이 잘 정비되고, 수업에 필요한 자료들이 구비되었다고 하더라도, 이들을 실제로 운용하는 것은 바로 교사이기 때문이다. 교육의 질은 교사의 질을 능가할 수 없다는 말은 이 점을 잘 지적한 것이라고 하겠다. Tompson (1992)에 의하면, 교사의 실제 수업은 교사의 지식과 신념에 의하여 영향을 받는다고 주장하면서 교사의 역할을 강조하였다. 다시 말해서, 수학 수업에서 교사가 어떤 역할을 하느냐에 따라 학생들의 참여의 정도가 달라지며 독특한 수학 교실 문화가 형성되고 결국에는 수학 교수-학습에 결정적인 영향을 미친다.

따라서, 본 글에서는 최근에 논의되고 있는 수학 교실 문화 개선을 위한 교사의 역할을 논의하고자 한다. 이를 위하여 먼저, 수학 교실 문화의 중요성과 개선 방향을 제시하고, 바람직한 수학 교실 문화, 수학 교수-학습에서 가장 중요한 역할을 하는 것이 교사라고 보았을 때 수학 교실 문화 개선을 교사의 역할에 대하여 논의하고자 한다.

II. 수학 교실 문화 개선의 방향

수학 수업의 개선의 궁극적인 목적은 학생들의 수학적 이해를 증진시키고자 하는 것이다. 학생들의 이해를 증진시키기 위해서는 단편적인 계산이나 절차를

일방적인 방법으로 가르치는 것이 아니라, 추론, 논의와 같은 과정들이 포함되어야 할 것이다. 학생들이 수학 문제를 해결하고 난 후에, 어떻게 그런 결론을 얻었는지 그리고 문제에 적용한 접근방법이 왜 타당한지에 대한 자신들의 근거를 설명해 보게 하는 과정이 포함되어야 한다. 수학 교실은 학생들이 능동적이고 적극적으로 참여할 수 있는 환경으로 변화되지 않으면 안 된다. 또한, 수학 교실이 교사가 학생들에게 일방적으로 지식을 전달하는데서 탈피하여, 학생들 자신의 생각을 강조하는 학생 중심으로 바뀔 때 비로소 우리는 학생들에게서 수학적 사고를 할 수 수학자의 모습을 기대할 수 있을 것이다.

학급별로 수학에 대한 아동들의 사고를 조사해 본 결과, 수학에 대해 인식하는 태도가 학급별로 달랐다 (Schoenfeld, 1990). 이는 각 학급마다 독특한 수학 교실 문화가 형성되어 있으며, 결국에는 수학 교과에 대한 태도에 큰 영향을 미친다는 것을 의미하는 것이다.

Silver(1994)는 수학 교실을 수학적 아이디어에 대한 의사소통이 풍부하게 일어나는 곳으로써, 교사와 학생이 진정으로 수학적 실행에 참여하는 장소이어야 한다고 주장하였다. 이것은 학생들이 서로 공개된 방법으로 협동해서 공부하고 수학적 사고와 추론이 이루어지는 장소가 되어야 한다는 점을 지적한 것이다. 이런 긍정적인 교실 문화가 정착된다면 학습의 효과는 당연히 커질 것이며, 더 나아가 종합적인 사고력 신장 및 학습에 대한 태도 자체의 변화까지도 일으킬 수 있다.

전평국(1999, 2000)은 수학 교실은 학생들이 능동적이고 적극적으로 참여할 수 있는 환경으로 변화되지 않으면 안되며, 교실 문화는 교사 중심이 아닌 학생 중심으로 전환되어야 한다고 하면서 변해야 할 수학 교실 문화를 다음과 같은 두 가지 측면에서 논의하였다.

첫째, 수학을 행하는 교실이다. 수학을 행한다는 것은 학생들이 수학적 탐구에 적극적이고 능동적으로 참여하여 수학적 지식을 획득하는 것을 말한다. 교사 중심의 수학 교실에서는 수학을 행할 수 있는 문화로 설정되지 못할 것이다. Romberg(1992)는 수학을 아는 것과 행하는 것과의 차이를 음악을 아는 것과 음악을 행하는 것에 비유하면서 다음과 같이 설명하였다:

우리가 음악을 배운다는 것과 음악을 행하는 것은 다르다. 음악을 알고 수행할 때 음악을 행하는 것이다.

마찬가지로 수학에서 수에 관한 개념, 방정식을 푸는 방법 등을 배울 수 있지만, 그것은 수학을 행하는 것이 아니다. 수학을 행하는 것은 문제를 풀고, 추상화하고, 만들고, 증명하는 것 등이 포함되어야 한다(p. 61).

교사가 학생들에게 수학적 사고의 과정 및 방법을 직접 가르치기는 어렵다. 수학적 사고는 그러한 수학적 사고가 형성된 공동체 내에서 오랜 기간 동안에 획득되는 것이다. Lampert(1990)는 수학 수업에서는 학생들이 자신의 주장을 제시하고 다른 학생들의 주장에 대하여 질문을 하고 논의할 수 있는 문화의 형성이 중요함을 지적하였다. 이러한 수학 교실 문화를 통하여 학생들은 마치 수학자가 된 것처럼 자신의 주장과 가설을 제시하게 된다는 것이다. 이러한 문화에서는 수학적 논의의 주도적 인물은 교사가 아니라 학생들이다. Schoenfeld가 “무엇인가를 생각해내는 것(figuring it out)이 수학적 활동의 전부이다(1988, p.87)”라고 지적했듯이, 수학 교실 문화도 역시 ‘무엇인가를 생각해내는 것’이 가능한 것이어야 한다.

수학을 행한다는 것은 학생들이 수학적 지식을 탐구를 통해서 획득하는 것을 의미한다. 이러한 점에서 교사 중심의 수학 교실에서는 수학을 행할 수 있는 문화가 되지 못한다. 수학을 행하는 교실은 학생들의 능동적이고 적극적인 참여가 가능한 교실 문화가 형성될 때 가능하다.

둘째, 수학적 의미가 협상되고 조정될 수 있는 교실이다. 수학적 개념이나 원리가 교사에 의하여 일방적으로 절대적 진리인양 학생에게 전달된다면, 학생들은 자신들의 독창적인 아이디어를 생각해낼 수 없게 될 것이다. 따라서, 수학적 의미가 수학적으로 참인가에 대한 논쟁을 통하여 그 의미가 협상되고 조정되는 사회적 활동이 수학 교실에서도 이루어져야 한다. 이와 같은 활동은 학생들에게 보다 창의적인 아이디어를 개발할 수 있는 기회를 제공하며, 학생들 간에 서로의 아이디어를 교환함으로써 개인이 갖고 있던 아이디어를 수정·보완하는 기회를 제공한다. 전통적 관점에서 볼 때, 수학 학습은 주로 정해진 법칙과 절차를 학습하는 것이었기 때문에, ‘무엇인가를 생각해내는 것’은 법칙이나 절차를 적용하는 것보다 소홀히 취급되었다. 일반적으로 수학은 “잘 구조화된 교과”로 알려져 있지만, Resnick(1988)은 대조적으로 수학을 “덜 구조화된

교과”로 보고 다음과 같이 지적하였다. 우리 학생들은 수학 명제가 한 가지 이상으로 해석될 수 있으며, 그러한 해석은 매우 개인적인 것이기 때문에 논의와 논쟁의 대상이 될 수 있다는 것을 알게 할 필요가 있다(p.33). 즉, 수학 교실은 수학에 대한 논의가 진행되는 문화적 공동체이어야 한다.

이상을 요약해 보면, 학생들이 수학자가 수학을 탐구하듯이 수학을 행하고, 이 과정에서 수학적 의미가 협상되고 조정될 수 있는 수학 교실 문화가 형성될 때 수학 수업의 개선은 이루어질 것이다. 이런 수학 교실 문화의 모습을 구체적으로 제시하면 다음과 같다(NCTM, 1991).

- 지적인 도전과 수학적 논의를 이끌 수 있는 과제가 제공되어야 한다.
- 수학 교실은 각각의 학생들을 단순히 모아 놓은 집단이 아닌 수학 공동체이어야 한다. 이러한 수학 교실에서 학생 개개인의 주장이나 가설이 수학적으로 참인가에 대한 논의와 논쟁이 가능한 문화가 형성되어야 한다.
- 수학을 일련의 고정된 규칙과 절차의 구성으로 보는 전통적인 관점을 탈피하여, 추론과 탐구를 통하여 수학적 아이디어를 생각해 낼 수 있는 충분한 시간이 제공되어야 한다.
- 수학 수업은 기계적으로 정답을 구하는 것이 아니라 추측하고, 발견하고, 문제를 해결하는 것이어야 한다.
- 논리적 증거에 의하여 학생들의 아이디어를 검증하고 평가할 수 있는 기회가 제공되어야 한다. 즉, 학생들의 수학적 아이디어에 대한 평가는 교사의 권위에 의한 것이 아니라 학생들의 추론과 수학적 논증에 의해서 이루어져야 한다.

III. 수학 교실 문화 개선을 위한 교사의 역할

1. 수학 교실 문화 형성에서 교사의 중요성

수학 교실 문화를 형성하는데 있어서 교사의 역할은 지대하다고 할 수 있다. 결국, 우리가 추구해야 하

는 바람직한 수학 교실 문화는 앞에서 제시한 바와 같이, 학생들이 능동적이고 협력적으로 수학 수업에 참여를 통하여 수학적 지식을 이해하고 수학적 탐구를 하게 하는 교사의 노력에 의해서 가능한 것이다. 이를 위하여 교사의 역할에 초점을 맞추어 수학교실 문화를 분석한 예를 제시하고자 한다. Kazemi(1998)는 수학 수업에서 학생들의 수학적 활동을 안내하고 개념적 사고를 촉진하기 위하여 교사가 해야 할 것들 네 가지로 제시하였다. 첫째, 교사의 설명은 단순히 문제를 해결하는데 필요한 단계의 요약이 아닌 논의로 발전시켜야 한다. 둘째, 교사는 학생들의 오류는 문제를 재개념화하고 모순을 인식하고 대안적인 전략을 탐구하기 위한 기회로 활용해야 한다. 셋째, 다양한 전략들 간의 관계에 대한 논의를 통하여 수학적 사고를 발전시킬 수 있는 있어야 한다. 넷째, 협동 학습에서 학생 개개인의 책임과 더불어 수학적 논의를 통한 합의의 과정을 이끌어야 한다.

이러한 분석 기준을 가지고 두 수업을 비교해 보면으로써 두 교실의 학생들의 수학적 참여에서 질 차이가 나타나는데 이는 수학 교실 문화의 차이이며 결국에는 교사의 차이에 의한 것임을 보이고자 한다.

Kazemi의 연구에서, C교사와 A교사 수업의 주제는 모두 분수의 동치개념과 분수의 덧셈에 관한 것이었다. 제시된 문제는 다음과 같았다. “9의 초코렛이 있는데 8명이 똑같이 나누어 먹으려고 한다. 한 사람당 얼마나 먹을 수 있는가?”

C교사와 A교사의 수업 모두에서 학생들은 소집단으로 나뉘어져 있고 소집단별로 필요한 자료들이 펼쳐져 있다. 학생들은 활동을 즐기면서 참여하고 있는

것처럼 보였다. 각각의 소집단은 문제를 해결하기 위하여 조금씩 다른 전략을 발견하였고, 두 교사 모두 학생들의 대화에 참여하기도 하고, 그 대화를 들으면서 가끔은 멈추어서 문제를 어떻게 풀었는지 설명하도록 하기도 하였다.

그러나, C교사와 A교사 모두 문제 해결에 가치를 두고 그들의 교실에 동일한 사회적 규범을 확립하였다 할지라도, 수학을 사용하는 학생들의 참여에는 다음과 같은 점에서 중요한 질적 차이가 있었다.

가. 교사의 설명은 단순한 요약이 아닌 수학적 논의로 이끌었는가?

다음의 에피소드를 보면, Sarah, Jasmine, 그리고 C교사 사이의 대화는 똑같이 나누는 과제에서 개념에 초점을 두고 있다. C교사는 Sarah에게 분할 전략의 이유를 설명하도록 하고, Jasmine이 말로 설명할 때, 그림과 연결하여 분수의 합을 쓰도록 하였다. 그러나 A교사 교실에서는 질적으로 다른 상호작용이 나왔다. 학생들의 전략을 설명하게 하는 방식은 비슷하지만 교실 대화에 대한 수학적 내용은 달랐다. Raymond는 문제를 해결하기 위해 자기가 수행한 단계에 대한 절차를 요약하여 설명하고 있다. A교사는 학생들이 분할 전략을 선택한 이유를 정당화하도록 하지 않고, “이렇게 생각하는 사람?” 또는 “이해했어요?” 식의 손을 들게 하는 질문이나 ‘예’, ‘아니오’로 대답하는 질문을 하였다. A교사는 학생들이 활동에 참여하면서 이해했는지를 알아보려고 했지만 그런 질문으로 학생 사고에 대한 어떤 정보도 얻을 수 없었다.

| C교사 | A교사 |
|---|--|
| <p>문제 해결에서 사용한 단계만이 아니라, 수학적 이유와 연결되어 Sarah와 Jasmine에게 분할 전략을 선택한 이유를 설명하도록 하였다.</p> <p>Sarah: 처음의 4개를 반으로 잘랐어요. [미란은 OHP 위에서 정사각형을 반으로 자른다.]</p> <p>C교사: 왜 반으로 잘랐는지 설명할 수 있겠니?</p> <p>Sarah: 왜냐하면 반으로 만들면 넷 넷 해서 반이 8개가 되잖아요.</p> <p>C교사: 반이 8개, 반이 8개 있다는 것은 무슨 뜻인데?</p> <p>Sarah: 그러면 한 사람이 반씩 가지게 되잖아요.</p> <p>C교사: 그래, 각각 한사람이 반씩 가지는구나. [미란은 각각의 사람에 대하여 1부터 8이라고 적는다.]</p> <p>Sarah: 그러면 5개의 땅콩 과자가 남아 있고, 미란이 하고 지는 그것을 8개로 만들었어요.</p> <p>C교사: 좋아, 그래서 8로 나누었던 말이지. 다시 한 번 왜 8로 나누었는지 설명할 수 있겠니?</p> <p>Sarah: 그건 아주 쉬워요. 왜냐하면 모든 사람들은 ... 각자 반씩 갖고, [Jasmine을 보고] 그러면 얼마지?</p> <p>Jasmine: [조용히] $\frac{5}{8}$.</p> <p>교사: 선생님은 왜 8개로 나누었는지 잘 모르겠구나.</p> <p>Jasmine: 왜냐하면 8개로 해야 한 사람이 각각 $\frac{1}{8}$씩 가질 수 있어요. 각각의 땅콩 과자에서 $\frac{1}{8}$ 말이죠.</p> <p>C교사: 좋아. 각각의 땅콩 과자에서 $\frac{1}{8}$. 우리에게 그것이 무슨 의미인지 보여줄 수 있어?</p> <p>[Jasmine은 8개로 나눈 땅콩 과자 5개의 각각에 대하여 $\frac{1}{8}$에 빗금을 칠한다.]</p> <p>Jasmine: [빗금 친 $\frac{1}{8}$을 가리키며] 한 사람이 이만큼을 가질 수 있어요...</p> <p>C교사: 아, 각각의 땅콩 과자 중에서 말이지?</p> <p>Sarah: 각각의 땅콩 과자 중에서 한 사람이 $\frac{1}{8}$을 가져요.</p> <p>C교사: $\frac{1}{8}$. 좋아. 그래서 똑같이 나누면 얼마씩 갖게 되지?</p> <p>Sarah, Jasmine: 반하고 8분의 5요.</p> <p>C교사: 내가 너희들이 한 것을 볼 수 있도록 OHP위에 그것을 써볼래?</p> <p>[Jasmine은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$을 OHP 위에 쓴다.]</p> | <p>교사는 12개의 정사각형을 칠판에 그렸다.</p> <p>[철수는 땅콩 과자 4개를 반씩 나누었다.]</p> <p>A교사: 자 우리에게 ... 큰 소리로 설명해 주겠니?</p> <p>Raymond: 한 사람이 한 개씩 갖고, 나는 그들에게 반개씩을 줍니다.</p> <p>A교사: 그러면 한 사람이 얼마씩 갖게 되지?</p> <p>Raymond: 한 개와 이분의 일을 갖습니다.</p> <p>A교사: 이분의 일?</p> <p>Raymond: 아뇨, 한 개와 이분의 일.</p> <p>A교사: 한 사람이 한 개와 이분의 일을 갖는다는 것을 말하고 있구나, 이해가 되니?</p> <p>[학생들로부터 일제히 “예”가 나온 후, 다른 문제로 넘어간다.]</p> |

나. 학생들의 오류에 대한 교사의 반응은 어떠한가?

C교사는 활동에 대한 수학적 이유를 강조하여 학생들의 해가 옳았다는 것을 증명하기 위한 기회를 주었다. 또 교사가 옳고 그름을 평가하기보다는 다른 학생들이 틀린 해에 대하여 말할 수 있도록 하였다. 단지 학생들 사이에 혼동이 생길 때 학생들의 지식을 사용하여 생각하도록 도와줄 수 있는 질문을 하였다.

C교사는 $\frac{6}{8}$ 과 $1\frac{1}{8}$ 이 같지 않은 이유를 말할 수도 있었지만, 학생들이 왜 다른지에 대한 개념적 이유를 말하도록 함으로써 오류를 통해 탐구하도록 했다. 잘못 발표한 학생에게만 잘못을 오류에 대해서 탐구하게 하지 않고 전체적으로 참여하게 했다. 이러한 오류는 또한 학급 전체가 수학적 개념을 탐구하기 위한 기회를 제공하고 분수의 동치와 면적을 이용하여 분수의 덧셈을 이해시키기 위한 기회를 제공하였다. 특히, 학생들과 C교사 어느 누구도 학생의 잘못을 알아 보거나 망신을 주지 않았다. 학생들과 교사 사이의 상호 존경하는 분위기는 학생들로 하여금 개념적인 이해에 전념하도록 하게 해 주었다.

반면 A교사는 학생들의 오류에 대하여 다르게 대처하였다. A교사는 한 학생이 잘못 말한 것이 옳지 않은 이유에 대해 생각해 보도록 하지 않았다. 대신에 교사 자신이 질문하고 대답을 하였으며, 그 학생이 혼동한 것에 대해서 개념적으로 사고해 보게끔 하는 분위기를 만들지도 않았다. 또 “땅콩 과자가 1개가 아니고 2개 있으니까 그런 거야”라는 부연 설명이 필요한 말을 하면서도 아무런 보충 설명도 하지 않고 있다. 이처럼, $\frac{1}{6}$ 과 $\frac{1}{12}$ 가 의미하는 것에 관해서 조원들이 개념적 사고를 하게 하는 기회가 제한되고 그림과 수적 표현의 연결 기회에서도 제한적이었다.

C교사와 A교사 모두 학생들의 오류에 대하여 허용적이었지만, 학생들이 오류를 통하여 개념적으로 탐구하도록 압력을 가하는 데는 서로 다르게 반응하였다. A교사는 오류를 통하여 학생들의 개념적 사고를 유발하지 못하였지만, C교사는 학생들의 오류를 수학적 논의를 위한 출발점으로 삼았다고 할 수 있다.

다. 전략들 간의 유사점이나 차이점을 비교하여 전략들 간의 관계를 이해시켰는가?

두 교실의 학생들은 함께 활동하고, 전략을 공유하려 노력하는 점 뿐 아니라 해결 방법 등에 있어서도 비슷하였다. A교사의 수업에서는 비수학적인 관점에서 논의가 제한적으로 이루어지면서 유사한 전략들이 차례차례 나타났다. 예를 들어, 한 팀은 종이 땅콩 과자를 잘라서 조각을 붙이고, 다른 팀은 해당되는 땅콩 과자에 색을 칠하였다. 이 모두에서 분할 전략이라는 측면에서 같은데도 불구하고, 학생들은 이 전략들은 표현을 다르게 했기 때문에 서로 다른 것으로 보았다. 그러나 C교사의 교실에서는 학생들에게 처음에 관찰한 것 이상을 하도록 압력을 가했으며 전략들 사이의 유사점과 차이점을 반영하도록 하였다.

라. 소집단 활동 또는 전체 논의에서 개개인의 책임과 합의를 강조하였는가?

탐구 수업에서 학생들은 해석과 해결 방법을 공유하고 새로운 이해를 구성하기 위하여 협동 활동을 한다. C교사와 A교사 모두 개인적인 책임과 합의를 강조하지만 중요한 차이가 있었다. C교사는 학생들에게 학생들로 하여금 소집단 해결 방법에 기여하도록 하고 관련된 수학을 이해하는 것을 확실히 하도록 하였다. 만일 학생들이 답에 합의되지 않으면 답을 수학적으로 증명하도록 하고, 합의에 도달할 때까지 활동을 하도록 격려했다. 학생들이 활동하면서 다른 학생의 말을 듣지 않을 때에는 학생들이 해를 증명해야만 한다는 점과 각 조원들이 학생들 앞에서 해결 방법에 대한 이유를 발표하도록 준비해야만 된다는 점을 주지시켰다. 그 결과 활동에서의 역할 분담이 보다 공정하였다. 학생들은 다른 사람의 생각을 듣고 그것을 활용하기 전에 그것의 적절성을 평가하였다. 반면에, A교사는 “파트너와 함께 작업”하거나 “함께 작업하는 것을 기억”하기 위한 일반적인 지시를 뛰어넘는 협동을 설명하거나 논의하는 것은 아니었다. 개인적 책임이나 합의가 전체 논의의 주제로 나타나지 않았다. 소집단 활동에서 전형적으로 한 사람에 의해 활동의 대부분이 완결되었다.

위의 Kazemi(1998)의 연구 결과와 관련하여 우리나라 초등학교 4학년의 수학교실문화를 분석한 박성진·조영미(2002)의 연구 결과를 비교해 보더라도 교사의

역할이 매우 중요함을 알 수 있다. 이 연구에서도 Kazemi(1998)의 분석틀을 적용하였는데 다음과 같은 연구 결과를 얻을 수 있었다. 결과적으로 박성선·조영미(2002)의 연구에서 나타난 교사의 역할은 Kazemi(1998)의 연구에서 나타난 A교사의 역할과 유사하였다. 첫째, 수학적 정당화와 관련해서 교사는 학생들에게 자신의 주장을 설명할 기회를 많이 주는 편이었으며, 학생이 어떤 답을 했을 때도 그 이유를 설명하게 하는 발문을 많이 하는 경향을 보였다. 둘째, 학생들의 오류에 대해서는 대체로 포용적이었으나 그러한 오류를 더 발전된 방향으로 논의를 진행시키지 못하였다. 셋째, 교사는 기본적으로 수학문제해결에는 여러 가지 방법이 있을 수 있다는 생각을 가지고 있으며, 학생들에게 다양한 방법을 찾아보게 하지만 여러 방법들 간의 유사점이나 차이점에 대해서는 비교하는 기회를 주지 않았다. 넷째, 책임과 합의 측면에서 교사와 학생들 사이에 약속된 규범이 존재하기는 했으나, 수학수업에서 요구되는 수학적 의미가 논의되고 합의되는 과정이 발견되지 않았다.

이상의 두 연구에서 관찰된 교사의 수업은 수학 교실 문화의 형성에서의 교사의 역할이 얼마나 중요한지를 보여주고 있다. 수학 교실 문화 개선이라는 측면에서 한 교실의 수학 수업 문화의 형성과 발달은 수학 교수-학습의 질과 밀접한 관련이 있다. 따라서 학생들로 하여금 수학적으로 탐구하는 과정에 참여해서 수학을 행하게 하는 수학 문화 형성이 중요하며, 이를 위해 교사는 학생들의 수학적 탐구에 적극적으로 개입해야 한다. 즉, 교사는 수학적으로 풍부한 과제를 제시하고 학생들로 하여금 새로운 아이디어를 제시하고 수학적 논의를 하도록 요구해야 한다.

2. 수학 교실 문화 개선을 위한 교사의 역할

수학교사가 수학, 수학 교수-학습에 대하여 어떤 신념 및 관점을 갖고 있는가는 가르칠 내용의 선정 및 교수 방법에 영향을 미친다(Baroody & Coslick, 1998). 따라서 교사의 수학에 대한 관점, 수학 학습, 수학 수업에 대한 관점에 대하여 살펴볼 필요가 있다. 이들 세 가지 관점은 서로 밀접하게 관련되어 있다. 즉, 교사가 갖고 있는 수학관은 수학 학습에 대한 관점에 영향을 미치고 결국에는 수학 수업의 방법에 영향을 미

치게 된다. 교사의 수학관, 수학 학습, 수학 수업에 대한 논의는 다음의 세 가지 관점으로 나누어 논의할 수 있을 것이다(Ernest, 1988).

첫째, 연관성이 없는 기본 기능으로서의 수학관을 갖고 있는 교사는 수학이란 사회적으로 유용한 사실, 공식, 절차들을 모아 놓은 것으로 생각한다. 따라서 정해진 절차나 기능을 익히는데 이해는 별로 중요한 것이 못된다. 이러한 수학관을 갖게 되면 수학 학습은 기계적으로 암기하는 것으로 생각된다. 즉, 수학을 고립되고, 의미 없고, 불변적인 지식이나 절차, 공식으로 보고 있으며, 학생들을 분별력없고 무기력한 존재로 생각하기 때문에, 학생들의 머리 속을 잡다한 지식으로 채워놓고자 하는 관점이다. 이러한 관점을 갖고 있는 교사는 학생들에게 암기를 강요하는 주입식 수업을 할 것이며 학생들의 의견보다는 교사의 권위가 강조될 것이다.

둘째, 기능과 개념이 밀접하게 연결된 수학관을 갖고 있는 교사는 수학이란 방법과 이유를 알아야 하는 교과로 생각한다. 따라서 기본적인 기능을 알기 위해서는 이해를 먼저 해야 한다고 생각한다. 그러나 여전히 수학은 고정된 지식의 조직체이고 학생들은 그것을 그대로 이해하면 된다고 생각한다. 이해로서의 수학 학습관에서는 수학이 기능과 개념의 연결망이라고 한다면 수학 학습은 수학적인 사실, 절차, 규칙, 공식에 대한 개념적인 기초나 근거를 이해해야 한다는 것이다. 수학적 개념이나 원리를 이해시키기 위하여 교사는 학생들의 지식 정도와 흥미를 고려하여 의미있게 기억하도록 하는 안내자의 역할을 하게 된다. 그러나 학생들의 이해는 높아졌지만 여전히 수학적 지식은 학생들에게 강제로 부과되고 있으며, 수학적 지식의 구성에 있어서 학생들은 수동적 역할을 할 뿐이다.

셋째, 사고 방법으로서의 수학관을 갖고 있는 교사는 수학을 우리의 세계를 이해하고 지식을 확장하려는 노력으로 보고 있다. 즉, 창의적으로 사고하고, 패턴을 찾고, 논리적으로 사고하고, 다양한 문제를 해결하기 위한 탐구의 과정으로 수학을 보고 있다. 수학이 탐구의 과정이라고 한다면 수학 학습은 수학적 탐구를 수행하는데 필요한 문제해결 전략이나 추론 능력과 같은 사고 과정을 개발하는 것이어야 한다. 이러한 수학 수업에서 교사는 학생들이 탐구해야 할 과제를 선택하고, 해결 전략을 고안하고, 논의를 조정할 수 있도록 학생

들은 도와주는 안내자의 역할을 한다. 이 수업 방법에서 중요한 점은 학생들이 자신의 이해와 절차를 구성한다는 점이다.

우리가 추구하고 있는 수학 교육 개선의 방향에 부합하는 교사는 이 중에서 세 번째의 수학관을 갖고 있는 교사이다. 전통적 관점과 달리, 최근 지향하고 있는 수학 교육은 고립된 정보를 단순히 모아 놓은 것을 학생들에게 전달하는 것이 아니라, 상호 관련된 개념들을 탐구하는 과정이다. 이 탐구의 과정을 통하여 문제해결력, 추론능력, 의사소통 능력을 기를 수 있다. 이러한 수학적 탐구가 이루어지기 위해서는 두 가지 요건을 만족해야 한다. 즉, 학생들은 수학을 직접 행하게 하고, 수학적 공동체에 참여하도록 해야 한다.

수학을 행하는 것은 기계적으로 내용을 외우고, 학습지의 문제를 푸는 것을 의미하지 않는다. 수학을 한다는 것은 규칙 찾기, 기설 설정 및 검증, 자료에 대해 추론하기, 문제를 해결하기, 수학적 아이디어에 대하여 논의하기와 같은 활동을 의미한다(Lappan & Briars, 1995; Lappan & Schram, 1989; Resnick, 1989). 학생들을 공동체에 참여시키는 것은 학생들에게 자신의 아이디어를 제시하고 설명해 보게 하는 기회를 제공하는 것이다. 수학적 내용을 학습하는 것과 더불어 수학적 탐구과정에 참여해야 한다. 수학적 탐구 과정에 참여하는 것은 수학자들이 수학을 하듯이 학생들이 수학을 하는 것이다. 수학 공동체 내에서 구성원들 간의 다양한 논의를 통하여 수학이 구성되는 과정을 경험하게 해야 한다.

이상과 같이 변화되는 수학 교실 문화의 형성에서 가장 중요한 역할과 책임은 교사에게 있다고 할 수 있다. 따라서, 여기서는 수학 수업 개선을 위한 수학 교실 문화의 형성에 있어서 수학 교사의 역할을 다음과 같이 정리하고자 한다.

첫째, 수학교사는 학생들의 수준, 경험 등을 고려하여 수학적 이해를 증진시킬 수 있는 유의미한 수학 과제를 제시해야 한다. 여기서 유의미한 과제라는 것은 학생들의 호기심을 유발하고 수학적 추론, 문제 해결, 의사소통을 유발시킬 수 있는 것이어야 한다.

둘째, 수학 교사는 학생들의 이해를 강조하는 수학 교실 문화를 만들어야 한다. 수학 교실은 단편적 지식이나 기능들을 습득하는 것이 아니라, 탐구를 통해서 수학을 이해하고 수학을 구성할 수 있는 곳이어야 한

다. 수학 수업의 논의에서 수학 교사는 학생들의 사고를 유발하고 적극적으로 참여할 수 있도록 논의를 이끌어야 한다. 수학 수업에서 활동의 주체는 학생들이지만 이를 촉진하고 논의를 유발시키는 것은 교사의 역할이다.

셋째, 수학 수업 논의에서 수학 교사는 학생들이 다른 사람의 의견을 경청하고 그에 반응하는 수업 논의가 되도록 해야 한다. 학생들은 자신의 의견을 주장할 때 정당한 증거와 논리에 의존하여 하도록 해야 하며, 다른 사람의 주장에 대해서도 타당한 논리로 반박하도록 해야 한다.

넷째, 수학 수업의 논의를 강화하기 위하여 수학 교사는 학생들로 하여금 다양한 매체 및 교구를 사용하도록 장려하고 이를 적극 수용해야 한다.

다섯째, 수학 교사는 학생들의 수학적 탐구와 논의가 잘 이루어질 수 있는 학습 환경을 만들어 주어야 한다. 학생들의 독창적인 아이디어를 존중하고 높이 평가해야 하며 이를 발전시킬 수 있도록 해야 한다.

여섯째, 수학 교사는 자신의 교수-학습 방법을 평가하고 반성하기 위하여 다양한 정보를 수집해야 한다. 학생들의 수학적 지식, 기능, 성향에 대하여 조사해야 하며 이를 이후의 수학 수업에 반영해야 한다.

결국, 교사의 역할은 지식을 학생들에게 전달하는 기존의 관점에서 보다 적극적인 역할을 담당해야 한다. 여기서 적극적 역할을 하라는 의미는 학생들의 수학적 이해와 구성에서 중요한 역할을 해야 한다는 것이다. 다시 말해서, 교사 위주의 수업을 의미하는 것은 아니라, 학생들이 능동적이고 적극적으로 수업에 참여하도록 이끌어야 한다는 것이다.

V. 결론

최근 수학교육을 개선하고자 하는 노력이 많이 일어나고 있는데, 그 중에서 수학 교수-학습 방법과 관련하여 수학 교실 문화의 개선이 중요한 이슈로 등장하고 있다. 특히, 학생들이 학습하는 교실을 하나의 사회로 보았을 때, 구성원들 간의 상호 작용 및 수업 분위기와 같은 문화적 요인은 개개인의 학습에 영향을 미친다. 전통적으로 수학 교실 문화에서 학생들은 수동적인 역할을 해왔지만, 최근에는 수업에 적극적

이고 능동적으로 참여하는 역할을 강조하고 있다.

이러한 시도로서 본 글에서는 바람직한 수학 교실 문화의 모습을 두 가지로 제시하였다. 하나는 학생들이 수학을 탐구활동을 통하여 행하는 것이고, 다른 하나는 수학적 논의를 통하여 수학을 학습하는 것이다. 즉, 우리가 추구해야 할 수학 교실 문화는 학생들은 마치 수학자들이 하듯이 수학적 문제를 다양한 관점에서 해결하여 보고, 이를 발표하고 논의함으로써 자신의 생각을 더 발전시킬 수 있는 것이다. 이러한 수학 교실 문화를 형성하기 위해서는 교사의 역할이 중요하다. 이를 위하여 수학교사는 학생들에게 적절한 수학 과제를 제시해야 하고, 수학 내용을 개념적으로 탐구하게 하고, 탐구의 과정에서 구성원들 간의 질의, 응답을 통한 논의를 활성화시켜야 한다.

수학 교실 문화의 개선에 있어서 교사의 역할이 중요하다는 점을 인정할 때, 현재 논의되고 수학 교실 문화의 개선이 실현되려면 교사의 전향적인 노력이 필수적이다. 이러한 노력 가운데 중요한 것이 바로 교사의 지식과 신념에 관한 것일 것이다. 교사의 신념과 지식은 수업 중 교사의 의사결정에 영향을 미치고 결국에는 수학 교실 문화에 영향을 미친다.

수학 교사의 교과적 지식과 관련하여, 수학 교사는 수학에 대하여 잘 알아야 할 뿐만 아니라 학생들의 수학적 사고에 대해서도 잘 알아야 한다. 수학과에 대한 내용 지식은 수업 중 발문, 과제의 선정, 수업 방법, 학생 평가 등에 매우 중요한 영향을 미친다. 특히, 수학적 내용 지식이 풍부한 교사는 그렇지 못한 교사와 비교했을 때, 수학과 교수-학습에 있어서 질문과 논의를 강조하는 경향이 더 강하였다. 따라서, 수학 교실 문화를 개선하기 위한 노력이 달성되기 위해서는 교사 스스로 수학적 지식에 풍부한 소양이 있어야 한다.

교사의 수학적 지식과 더불어 교사의 수학 수업 방식에 영향을 주는 것은 교사의 신념이다. 즉, 수학 교과, 수학 학습, 수학 수업 방법에 대하여 교사가 갖고 있는 생각에 따라서 수학 수업의 모습은 달라진다. 수학 교실 문화 개선을 위해서 교사는 수학, 수학 학습, 수학 수업 방법에 대하여 기존과 다른 새로운 마인드를 가져야 한다.

본 글에서는 최근 논의가 활발한 수학 교실 문화 개선에 있어서 교사의 역할에 대하여 논의하였다. 수

학 교실 문화 개선의 핵심은 학생들이 수학 수업에 보다 개방적이고 적극적이며 창의적으로 참여할 수 있는 교실 환경을 만들어주자는 것이다. 이러한 수학 교실 문화 개선에서 교사의 역할 중요다는 점에서, 교사들 스스로 수학 교육 개선의 방향을 충분히 이해하고 그것에 부합하도록 철저한 준비하면, 수학 교실 문화 개선을 이루어질 것으로 보인다.

참 고 문 헌

- 교육부 (2000). 수학과 교육과정, 서울: 대한교과서주식회사.
- 박성선 (2000). 문제해결 학습을 위한 수학 교실 문화, 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>, 4(2), pp.105-110, 서울: 한국수학교육학회.
- 박성선 (2004). 수학교육 연구 공동체를 통한 수학 교사의 전문성 신장, 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>, 8(1), pp.13-22, 서울: 한국수학교육학회.
- 박성선·조영미 (2002). 초등학교 수학수업에 나타난 수학교실문화 분석, 교육과학연구, 33(1), pp.65-83.
- 전평국 (1999). 제 7차 수학과 교육과정에 따른 교수-학습 방법, 제 23회 한국초등수학교육연구회 초등수학교육세미나.
- 전평국 (2000). 수학 교실 문화: 어떻게 바뀌어야 하는가?, 한국수학교육학회지 수학교육워크숍 2, pp.1-6.
- Baroody, A. J. & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Ernest, P. (1988). *The impact of beliefs on the teaching of mathematics*, Paper presented at 6th meetings of the International Group for the Study of the Psychology of Mathematics Education, Budapest, Hungary.
- Kazemi, E. (1998). Discourse that promote conceptual understanding. *Teaching Children Mathematics*, 4(7), 410-414.
- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal* 27, pp.29-63.

- Lappan, G. & Briars, D. (1995). How should mathematics be taught? In I. Carl(Ed.), *Seventy-five years of progress: Prospects for school mathematics* pp.131-156, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lappan, G. & Schram, P. W. (1989). Communication and reasoning: Critical dimensions of sense making in mathematics. In P. R. Trafton & A. P. Shulte(Eds.), *New directions for elementary school mathematics*(1998 Yearbook, pp.14-30). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- NCTM(1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- NCTM (1989). *Curriculum and evaluation Standards for school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Resnick, L. B. (1988). Treating mathematics as an ill-structured discipline. In R. I. Charles & E. A. Silver(Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* pp.32-60, Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Romberg, T. (1992). Perspectives on scholarship and research methods. In D. A. Grouws(Ed.), *Handbook of research on teaching and learning* pp.49-64, New York: Macmillan.
- Schoenfeld, A. H. (1987). *Cognitive science and mathematics education*. Hillsdale, Nj: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schoenfeld, A. H. (1988). What's all the fuss about metacognition? In A. H. Schoenfeld(Ed.), *The Cognitive science and mathematics education*. Hillsdale, Nj: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schoenfeld, A. H. (1990). Problem solving in context(s). In R. I. Charles & E. A. Silver(Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving*. Reston, VA: Lawrence Erlbaum Associates.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics* 14(1), pp.19-28.
- Tompson, A. (1992). Teacher's belief and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* pp.127-146, New York: Mcmillan.

The Role of Teachers in Reform the Culture of Mathematics Classroom

Park, Sungsun

Chuncheon National University of Education, Chuncheon 200-703, Korea.

E-mail: starsun@cnue.ac.kr

There were a lot of attempt to reform mathematics education. These may include reforms of teaching and learning methods, development of mathematics curriculum and textbooks, materials and resources for teaching. But the most important thing is reform of teaching and learning method. The teaching and learning in mathematics is related with culture of mathematics classroom. Thus the culture of mathematics classroom plays a critical role in the learning of mathematics. Although there is consensus what desirable culture of mathematics classroom is, the role of teachers is important to make desirable culture of mathematics classroom. So, this paper suggested the role of teachers in reforming the culture of mathematics classroom. Avoiding from routine and technical teaching, the teachers should play active role in constructing mathematical understanding of students.

* ZDM Classification: B52

* 2000 Mathematics Subject Classification: 97B50

* Key Words: culture of mathematics classroom, role of teachers, reform of teaching and learning method