韓國數學教育學會誌 시리즈 C
<初等數學教育>
2007. 11. 제 10권, 제 2호, 111-123

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics
Nov. 2007, Vol. 10, No. 2, 111-123

초등 수학 교과서의 규칙성과 함수 영역의 활동 고찰

권 성 룡 (공주교육대학교)

I. 서 론

7차 수학과 교육과정을 수정·보완한 새로운 교육과정이 고시(2006. 8. 29)되었다. 이번 교육과정 개정은 학생의 능력, 수준, 흥미, 적성 등을 고려한 7차 수학과 교육과정의 현장 적용 과정에서 나타난 여러 가지 문제점을 보완하면서, 주 5일 수업제와 같은 사회적인 변화에 능동적으로 대처하기 위한 것으로 해석할 수 있다.

개정된 교육과정은 기본적으로 현실에 적합한 수준별 수업 방안의 구축, 학습 내용의 적정화, 수학적 사고력 신장 강조, 수학의 가치 제고와 정의적 측면을 강조한다. 특히, 귀납적 추론 및 논리적 추론 능력, 문제해결능력, 의사소통능력의 신장과 같은 수학 활동 과정에서의 사고력 신장을 강조한다. 이와 더불어 현실 세계에서의 수학의 역할과 유용성의 인식 및 수학 학습에 대한 즐거움, 자신감, 흥미 등 긍정적인 수학적 태도를 육성하는데 중점을 두고 있다. 이는 7차 수학과 교육과정의 목표인 수학적 힘의 배양과 같은 수학적 목표를 지향하고 있음을 보여준다.

수학의 내용 영역도 이전의 7차와는 달라졌다. 7차 수학과 교육과정에서는 초등과 중등이 공통적으로 수와 연산, 도형, 측정, 문자와 식, 규칙성과 함수, 확률과 통계의 6개의 영역으로 구성되었었다. 그러나 수정된 교육과정에서는 초등의 경우 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 규칙성과 문제해결로 수정되었다:

> 제7차 수학과 교육과정에서는 국민 공통 기본 교육과정의 10년간에 대해 통일된 기준을 적용하기 위해 모든 학년에서 수학과 내용 영역을 '수와 연산', '도형', '측정', '확률과 통계', '문자와 식', '규칙성과 함수'의 6개 영역으로 구분하여 제시하고, 가능한 한 모든 단계에서 6개 영역을 다루고자 하였다. …중략…
> 반면, '규칙성과 함수'는 중·고등학교에서는 명백하게 내용을 분류할 수 있지만, 초등학교에서는 해당하는 내용이 뚜렷하지 않아 인위적으로 내용을 선정하는 경우가 많다. 또한 초등학교에서는 대수적인 의미의 문자와 식을 도입하지 않은 상태이므로, '문자와 식'에 해당하는 내용이 빈약하기 때문에 대신 '문제해결'을 '문자와 식'의 내용으로 해석하여 영역명과 실제 내용 사이에 괴리가 나타나게 되었다.(신성균 외, 2005, pp.17-18).

수학은 규칙성이나 관계에 대한 내용을 다루는 교과로, 아동은 이러한 수학을 학습함으로써 자연과 사회 속에서의 생활을 통하여 경험하게 되는 사상들로부터 그 안에 내재되어 있는 질서나 원리인 수학적 규칙성과 관계를 파악하게 되고, 따라서 이를 통하여 보다 바람직한 생활을 영위할 수 있는 정신적 능력을 얻게 된다(교육부, 1999). 따라서 초등학교 수학에서 규칙성이나 관계와 관련된 활동은 지속적으로 이루어질 필요가 있다.

패턴은 수학의 본질이며, 수학을 표현하는 언어이다(Sandefur & Camp, 2004). 수학은 패턴의 과학이라고 할 만큼 규칙성을 찾고 이를 활용하는 활동이 핵심적이다. 또 규칙성과 함수 영역에서 이루어지는 학습활동은 이후의 대수 학습을 이해하는 기초가 된다는 측면에서도 중요하다. 따라서 보다 체계적이면서도 이후의 대수 학습을 이해하는데 도움이 되는 방향으로 학습이 이루어질 필요가 있다. 이를 위해, 현재 초등학교 수학 교육과정과 교과서의 규칙성과 함수 영역의 내용을 고찰하고 보다 체계적인 학습을 위한 방안을 마련하고자 한다. 이를 위해 본 연구에서는 먼저 수학에서

* 2007년 11월 투고, 2007년 11월 심사 완료.
* ZDM 분류 : U22
* MSC2000 분류 : 97U20
* 주제어 : 규칙성과 함수, 패턴
* 이 논문은 2004학년도 공주교육대학교 교수학술연구비의 지원을 받아 수행되었음.

의 패턴의 의의를 살펴본 후, 7차 수학과 교육과정의 규칙성과 함수 영역의 활동 및 교과서 활동의 고찰을 통해 보다 효과적인 규칙성과 함수 영역의 교재구성 및 지도방안을 모색해 보고자 한다.

Ⅱ. 패턴의 과학으로서의 수학

Steen(1990)에 따르면, 수학교육분야의 핵심 문제는 수학의 기초·기본을 가르칠지의 여부가 아니라 어떤 수학적 기초·기본을 어떻게 가르칠 것인가이다. 그는 수학의 관행(practice)이 변화되면 다양한 수학 주제의 우선순위도 달라지며, 이런 변화가 학교수학의 기초·기본에 영향을 미친다고 보았다. 그렇다면 수학의 관행은 어떻게 변화되어 왔는가?

수학은 전통적으로 수와 도형에 관한 학문으로 인식되어왔다(Steen, 1990). 이런 인식은 학교수학에서 산술과 기하를 강조하는 뿌리 깊은 관행을 낳았다. Devlin(1996)에 따르면 수학의 관행은 역사적으로 여러 차례 변화를 겪어왔으며 이는 몇 개의 서로 다른 특징을 가지는 시기로 구분할 수 있다.

먼저, 이집트와 바빌로니아의 수학이 중심이 되었던 기원전 500년경까지 수학은 수에 관해 연구하는 학문이었다. 이 시기의 수학은 본질적으로 산술이었다.

기원전 500년부터 기원 후 300년까지 수학은 기하학을 연구하는 학문이었으며 그 대표적인 예가 고대 그리스의 수학이다. 이들은 연역적 논증을 도입하고 원론(Elements)을 통해 이를 체계화함으로써 수학을 학문적인 지위에 까지 올려놓게 된다.

중세를 거치며 Newton과 Liebniz가 미적분학을 발견하기까지 수학의 본질에는 큰 변화가 없었다(Devlin, 1998). 미적분학은 운동과 변화를 연구하는 분야이므로 Newton과 Liebniz 이후의 수학은 수, 도형, 운동, 변화, 공간에 대한 연구라고 할 수 있다.

18세기 중반 이후부터 수학 자체에 대한 관심이 증가하면서 오늘날 순수 수학 분야의 대부분이 이 시기에 발전되었다. 19세기 말에 이르러 수학은 수와 도형, 운동, 변화, 공간의 연구뿐만 아니라 이들을 연구하기 위해 사용되는 수학적 도구들의 연구가 되었다(Devlin, 1998).

20세기 들어 수학은 비약적인 성장과 발전을 거듭한다. Cantor의 초한수, Kovalevsky의 미분방정식, Noether의 추상대수학, Mandelbrot의 프랙탈 등이 그 예이다(Steen, 1990). 수학분야의 급속한 발전이 더 이상 연구대상으로 수학을 규정할 수 없게 만들자, 수학자들은 연구방법을 이용해서 수학의 관행을 규정하려 했고 그 결과로 얻어낸 것이 수학은 '패턴의 과학'이라는 정의이다(Devlin, 1998).

수학을 패턴의 연구로 규정한 수학자로 Hardy가 있다(Fried, 2004). Hardy는 'A Mathematician's Apology'에서 수학자를 다음과 같이 설명하고 있다;

> 수학자는 화가나 시인과 마찬가지로 패턴을 만드는 사람이다. 수학자가 만든 패턴이 화가나 시인의 것보다 더 영속적이라면 그 이유는 아마도 수학자는 아이디어로 패턴을 만들기 때문일 것이다(Hardy, 1992, p.84, Fried, 2004에서 재인용)

Steen(1988) 역시 수학을 패턴의 과학으로 규정하였다. 그는 수학은 자연이나 인간이 고안한 다양한 종류의 패턴을 이해하려고 하는 탐구 과학이라고 보았다. Resnik(1997)도 수학적 대상은 패턴의 일부분이므로 수학은 패턴의 과학이며, 수학적 지식은 패턴 인식과 표상에 뿌리를 두고 있다고 주장했다. 이와 같이, 수학을 패턴의 과학으로 보는 관행이 널리 퍼진 것은 이 주장이 상당부분 옳기 때문이다(Freid, 2004).

수학 관행의 이러한 변화는 수학교육을 재평가하도록 만든다. 수학의 응용분야가 확대되고 새로운 이론이 출현하면서 과학, 공학 등과 같은 타 분야에서의 수학의 역할이 커졌다. 이런 변화하는 사회에서 살아갈 학생들은 그 이전과는 다른 수학을 학습할 필요가 있다. 몇 세기 전에 규정되었던 수학의 관행에 뿌리를 둔 수학교실에서는 21세기에 살아 갈 아동들의 수학적 요구를 충족시켜줄 수 없다(Steen, 1990). 수학자들이 수학을 행하는 방법이 패턴을 찾는 것이라면 수학교실에서는 패턴을 찾는 활동을 제공할 필요가 있다. 이것이 학교수학에서 패턴과 관련된 활동을 제공해야 하는 중요한 이유이다.

Ⅲ. 패턴 찾기 활동의 의의

수학교육의 핵심목표는 수학적 사고력의 배양이다. 그러나 지금까지의 수학교육은 수학적 사고활동보다는

결과로서의 수학적 '기록'만을 전달하는데 전념해왔다는 비판을 면하기 어렵다. Freudenthal(1973)은 이런 전통적인 수학교육의 결함을 기성수학의 전달에서 기인한 것으로 보고, 사고활동으로서의 수학교육을 실현함으로써 수학교육을 개선하려고 노력하였다. 그는 완성된 수학으로서의 지식이 아닌 현실에서 출발하여 형식과 내용의 상호작용을 통한 발견과 조직화를 거쳐 만들어 가는 수학을 강조하였다. Freudenthal은 이런 수학화를 통해 수학자들이 수학적 개념, 아이디어, 구조 등을 포함하는 수학적 수단을 활용하여 현실의 경험을 조직하거나 수학적 경험을 체계화하는 것으로 보았다. 만들어 가는 수학을 위한 구체적인 방법으로 Freudenthal이 제안한 것이 안내된 재발명 방법이다. 이 방법을 통해 이미 발명된 수학을 아동 스스로 개선된 방법에 의해서 재창조해 나갈 수 있는 기회를 제공할 필요가 있다고 보았다. 이런 그의 주장은 수학자가 수학을 해 나가는 과정에서 경험하는 사고과정을 학습자의 현재의 상황에서 재경험시킬 필요가 있음을 주장한 것이다.

기본적인 수학화 활동 중 하나가 규칙과 패턴 찾기이다(정영옥, 1997). 규칙과 패턴 찾기 활동은 수학의 가장 기본적인 활동이며, 다른 수학화 활동과 마찬가지로 규칙과 패턴 찾기에서도 중요한 것은 관찰과 비교를 통한 귀납이다. 귀납이란 구체적인 예들로부터 얻어진 정보를 활용하여 일반적인 결론을 이끌어내는 추론과정을 일컫는다(O'daffer et al., 2007). 결국, 규칙성과 패턴 찾기 활동은 귀납추론과 밀접한 관련을 가진다. 이런 귀납적 추론은 수학적 추리의 본성 중 하나이다(Poincaré, 1901):

> 수학적 추리의 본성은 무엇인가? 그것은 일반 사람들이 믿고 있는 것 같이 정말로 연역적인 것인가? 깊이 연구하여 보면 전혀 그렇지 않다는 것을 알 수 있다. 여기에는 어느 정도까지 귀납적인 성질이 들어 있고, 그 성질이 있음으로 해서 많은 결과를 얻을 수 있는 것이다. 귀납법 때문에 절대적 엄밀이라고 하는 연역적 특징을 조금이라도 잃어 버리는 일이 없다(Poincaré, 김형보(역), 1901, p. 7).

한편, 귀납적 일반화의 옹호자라고 할 수 있는 Polya는 물리학과 마찬가지로 수학에서도 귀납과 관찰에 의해 일반법칙을 발견한다고 보았다:

> 관찰이란 주로 감각적인 영향을 받는 물리적인 대상에 한정된다는 통상적인 견해로 보았을 때, 일반적으로 순수 과학이라고 불려지는 수리 과학 분야에서 관찰이 매우 중요하다는 것은 대단히 모순적으로 보인다. 중략. 오늘날 우리가 알고 있는 수의 특성들은 대부분 관찰에 의하여 발견되었고, 이 사실이 진리라는 경직된 표현으로 굳어지기 훨씬 전부터 이미 널리 알려져 있었다(Polya, 이만근 외(역), 1990, p. 1).

Polya는 수학적 탐구는 논증적 추론과 개연적 추론으로 이루어진다고 보고, 수학은 전통적으로 논증과학으로 여겨지고 있음에도 불구하고 개연적 추론은 수학적 추측의 생성과 증명에 중요한 역할을 하고 있음을 강조하였다(정은실, 1995). 그는 수학적 연구의 결과는 연역적 추론인 증명에 의해 확보되지만 그 증명 또한 개연적 추론에 의해 발견된다고 보았다. 이런 관점에서 수학학습이 수학의 발견과 관련이 있다면 학생들에게 그런 기회를 제공할 필요가 있다. Polya는 일반화, 특수화, 유추를 귀납의 중요한 도구로 보았는데, 여기서 일반화란 바로 주어진 일련의 대상의 집합에 대한 관찰로부터 주어진 집합을 포함하는 보다 큰 집합에 대한 고찰로 옮아가는 일반적인 법칙을 이끌어내는 것을 말한다(정은실, 1995). Polya는 개연적 추론은 모험적이며 논쟁의 여지가 있고 잠정적이지만 우리가 세상에 관하여 배우는 새로운 것은 모두 개연적 추론과 관련된다고 보고 연역적 추론과 함께 개연적 추론도 배워야 한다고 보았다(강문봉, 1993).

수학적 사고력의 배양을 목표로 하는 수학교육은 학습자에게 수학의 본질적인 활동을 통하여 수학을 발견하고 만들어 가는 경험을 제공하는 것이 필요하다. 수학적 발견은 관찰에서 얻은 정보를 활용한 개연적 추론을 통해 이뤄질 수 있으며, 이것이 규칙성과 패턴을 찾는 활동과 밀접하게 관련되어 있음을 알 수 있다. 이처럼 수학을 '패턴의 과학'으로 보는 것은 단순히 패턴을 수학의 한 주제로 포함시키려는 것이 아니라 수학을 행하는 활동의 본질이 바로 다양한 패턴을 탐구하는 일이기 때문이다(Smith, 2001). '패턴의 과학'에는 수학을 하는 방법에 관한 아이디어가 함의되어 있다. 따라서 수학을 패턴의 과학이라고 규정했을 때, 수학을 행한다는 것은 근본적으로 패턴을 찾고 이를 기술하는 것과 관련된다. 패턴은 분명히 수학의 탐구 주제이며, 숨겨진 패턴을 찾아 밝히는 것이 바로 수학자들이 하는 일이다(Steen, 1990).

초등학교 수학의 경우, 학습자가 연역적 추론에 능숙하지 않은 아동이라는 점을 감안한다면 다양한 사례의 관찰과 탐구를 통해 규칙성과 패턴을 찾아내는 귀납적 활동을 적극적으로 활용하는 것이 필요하다. 패턴을 찾기 위해서는 비교와 대조가 필요하다. 즉, 변하지 않는 특징을 찾기 위해서는 다양한 사례를 비교해야 하고 변화하는 특징을 찾기 위해서는 많은 경우를 대조해야만 한다.

남승인(2000)은 수학교육에서 패턴의 역할을 다음의 몇 가지로 들고 있다. 먼저, 수학교과에 대한 올바른 인식을 갖게 한다. 수학의 발생적 측면에서 보면, 수학의 개념, 원리, 법칙 등은 다양한 현상을 관찰, 분류, 실험, 실측 등의 구체적인 활동에 대한 반영적 추상화를 통해서 그들이 갖고 있는 공통적인 속성(규칙성)을 도출해 낸 산물이다. 따라서 규칙성의 탐구는 수학을 만드는 과정인 동시에 도구이며, 탐구를 통하여 얻어진 산출물이 바로 수학이다.

둘째, 문제해결력을 향상시킨다. 수학교육의 가장 중요한 목표 중 하나가 수학적 문제해결력의 향상이다. 문제해결 전략 중 '규칙성 찾아 해결하기'는 Polya (1957), Lester(1978) Lenchner(1983)와 같은 많은 연구자들이 주장하는 효과적인 전략 중 하나이다. 또한 규칙의 이해는 수학적 사고를 풍성하게 할 뿐만 아니라 학생이 스스로 추상적 사고를 통한 문제해결자가 되도록 돕는다(National Council of Teachers of Mathematics, 1993). 따라서 규칙성의 이해는 문제해결을 위한 발견술인 동시에 규칙성을 찾는 경험은 수학적 아이디어를 개발하는 강력한 도구의 하나이다.

셋째, 수학적 추론능력을 향상시킨다. 규칙성을 찾는 활동은 주어진 사례로 부터 공통인 규칙이나 성질을 찾아내어 일반화하는 것인바, 이는 귀납적 추론의 본질이다. 규칙의 탐구를 통해 일반화한 것을 가설로 설정하고, 이를 확인하기 위해 반례를 찾고, 궁극적으로는 연역적 추론을 통한 증명으로 이어질 수 있다. 따라서 규칙성 찾기는 귀납적 추론을 활성화시키며 동시에 연역적 추론을 통한 증명의 필요성도 인식할 수 있게 돕는다.

Ⅳ. 대수 학습과 패턴

패턴과 규칙성 찾기 활동은 그것이 수학의 본질적인 활동과 밀접히 관련된다는 것 외에도 수학적으로 중요한 주제인 대수[1]를 학습하는데 기초가 된다는 점에서 중요하다.

전통적으로 대수는 기호조작을 위한 규칙으로 인식되어 왔기 때문에, 추상적이고 가르치기 어렵다는 오해와 더불어 고등수학을 학습할 중등학생들에게 가르칠 내용이라고 생각해 왔었다. 그러나 수학의 역사를 살펴보면, 대수는 수학의 초석이었음을 알 수 있다 (Greenes et al., 2001). 또한 대수는 현대수학의 핵심적인 부분인 동시에 응용분야가 광범위하다. 따라서 대수와 대수적 사고는 교육의 초기부터 모든 학생들이 학습해야 할 기초이다(Greenes et al., 2001). 이런 측면에서 보면, 미국수학교사협의회(NCTM)에서 발간한 'Principles and Standards for School Mathematics (2000)'에서 대수가 핵심적인 주제로 등장한 것은 놀라운 일이 아니다:

> 대수는 방정식을 해결하는 일반적인 방법에 관한 연구로부터 기원되었다. 대수 규준은 함수를 포함하는 양들 간의 관계, 수학적 관계를 표현하는 방법, 변화의 분석을 강조한다. …중략…. 대수를 유치원에서 시작하여 지속되는 교육과정 영역으로 볼 때, 교사는 중학교 이후의 대수 교육을 위한 좀 더 체계적인 준비를 위해 학생들이 굳건한 이해와 경험의 토대를 마련하도록 도울 수 있다. 예를 들면, 패턴에 대한 체계적인 경험은 함수에 대해 이해할 수 있게 하며, 수와 수의 성질에 대한 경험은 이후에 학습하게 될 기호나

---

1) 대수가 무엇인지를 규정하는 것은 쉽지 않지만 일반적으로 대수는 다음과 같은 것을 포괄하는 것으로 여겨졌다 (Wheeler, 1996, p. 319). 첫째, 대수는 상징체계이다. 상징(symbol)은 여러 가지 기호(sign)들을 말하는데, 우리는 흔히 이런 기호를 통해 대수의 존재를 인식한다. 그러나 대수는 단순히 상징체계가 아니며 그 이상의 것이라 할 수 있다. 둘째, 대수는 계산법이다. 문제에 대한 수치적 해를 계산하는 것이 대수의 가장 기본적이면서도 중요한 사용법의 하나이다. 그러나 대수는 역시 계산법 이상의 것이라 할 수 있다. 셋째, 대수는 표상체계이다. 대수는 다양한 상황과 경험들을 수학화하는데 중요한 역할을 한다. 그러나 대수는 표상체계 이상의 것이라 할 수 있다. 한편, Kaput(1999)은 현대수학을 분석하여 대수의 다섯 가지 측면을 다음과 같이 기술하고 있다. 첫째, 대수는 패턴을 일반화하고 형식화한 것이며, 산술 추론과 양적 추론을 일반화한 것이다. 둘째, 구문론에 따라 (기호를) 조작하는 형식주의이다. 셋째, 대수는 계산과 관계로부터 추상된 구조에 관한 연구이다. 넷째, 대수는 함수, 관계 등에 관한 연구이다. 다섯째, 대수는 모델링 언어이면서 동시에 현상을 통제하는 언어이다.

대수식의 기초가 된다(p. 37).

대수학습의 중요성에 비춰볼 때, 학습의 초기부터 체계적인 준비가 필요하다. 문제는 어떤 경험을 제공하는 것이 이후 대수학습을 위한 적절한 기초가 되는가이다. Kaput(1999)은 대수는 패턴을 일반화하고 형식화한 것이며, 산술적인 추론과 양적 추론을 일반화한 것으로 보았다. 이런 관점에서 보면 패턴과 관련된 활동은 대수 학습의 기초를 제공할 수 있다. 대수적으로 사고하기 위해서는 패턴, 관계, 함수를 이해하고, 수학적 상황과 구조를 분석하여 대수 기호로 나타낼 수 있어야 하며, 수학적 모델을 이용하여 양적인 관계를 표현하고 이해할 수 있어야 하며, 다양한 상황에서 발생하는 변화를 분석할 수 있어야 한다(NCTM, 2000).

NCTM은 대수 학습을 위한 체계적인 경험의 제공을 위해 'Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics'(1989)에서부터 패턴, 함수, 대수를 관련짓기 위한 노력을 해 왔다. 그러나 패턴, 함수, 대수를 지도하는 학교 급이 다르기 때문에 이들을 관련지어 지도하기란 쉽지 않다. 초등교사는 패턴과 관련된 다양한 활동을 제공하지만 패턴이 이후의 학생들의 수학적 성장, 특히 함수와 어떤 관련성을 가지는지 알지 못한다. Smith(2001)는 전통적으로 패턴, 함수, 대수는 교육과정에서 분리되어 지도되었음을 인식하고 이들을 개념적으로 연계하여 지도하는 방법을 고안하였는데, 이는 패턴, 함수, 대수의 정적인 면(stasis)과 동적인 면(change)을 동시에 고려하여 서로 관련짓는 것이다. 그는 먼저 패턴을 현재 상태와 이를 반복 및 확장시키는 변화의 두 가지로 특징지었다. 패턴의 이러한 반복 및 확장 가능성을 고려할 때, <그림 1>과 같이 패턴과 수를 함께 활용함으로써 반복과 확장이 가능한 대상인 함수를 만들 수 있다고 보았다.

□○▷ □○▷ □○▷ □○▷

1 2 3 4

<그림 1> 반복패턴과 수의 결합

패턴과 수를 결합함으로써 수에 해당하는 패턴은 무엇이며 이를 확장했을 때 어떤 것이 올 것인지를 탐구할 수 있다. 예를 들면, 한 단위의 그림이 증가할 때 전체 도형의 개수는 어떻게 변화되는지를 탐구할 수 있다. 이 과정에서 아동들은 '단위가 하나 증가하면 도형의 개수는 3개씩 늘어난다.'와 같은 함수관계를 표현하는 나름대로의 방법을 고안해 낼 수 있다. Smith (2001)는 이와 같이 패턴과 수를 대응시켜서 만들어진 함수는 초등학교 저학년에서 탐구할 수 있다고 보았다.

이후에 곱셈과 나눗셈을 학습하게 되면 "9개의 단위에 포함된 전체 도형은 몇 개인가?"와 같은 질문을 할 수 있고, 이에 대해 3을 9번 더하거나, 3의 9배인 3×9를 하거나, 도형의 개수는 항상 단위의 3배이므로 9단위에 해당하는 도형의 수는 3×9라고 답할 수 있다. 처음의 두 반응은 변화의 관점이고 세 번째 반응은 대응의 관점이다. 어떤 관점을 가지건 각각은 과정이나 패턴을 말로 일반화하는 것이다. Smith(2001)은 해결과정이 서로 다른데도 불구하고 같은 답을 얻게 된다는 것을 어떻게 알 수 있는지 왜 그런지에 대해서 토론하게 함으로써 아동들이 서로 다른 수준에서 일반화할 수 있는 기회를 제공하는 것이 필요하다고 보았다.

	□○▷	□○○▷	□○○○▷
단위 수:	1	2	3
도형의 개수:	3	7	12

<그림 2> 점증패턴과 수의 결합

<그림 2>의 활동은 고학년을 위한 활동으로 활용할 수 있다. 이 패턴에는 두 단계의 덧셈이 포함되어 있다. 첫 번째는 이전의 단위에 정사각형을 하나 더하는 것이고 두 번째는 이 새로운 단위를 도형배열에 더하는 것이다. 초등학생은 합의 관점에서 이 패턴을 분석할 수 있다. 단위 수가 7일 때 전체 도형의 개수는 "사각형 7개와 삼각형 7개, 그리고 (1+2+3+4+5+6+7)개의 원"이다.

앞의 예에서 살펴본 것처럼, 초등학생의 경우 현재 상태와 변화를 관련짓는 다양한 활동을 할 수 있다. 이런 활동들은 대수와 함수에 대한 기초를 제공할 뿐 아니라 산수연산을 일반화하는데도 도움이 된다. 또 변수개념의 활용과 반드시 관련되는 것은 아니지만 대수적 사고 및 추론과는 관련된다. 즉, 학생들은 상황의 맥락에서 반복되는 연산을 찾아서 이런 연산을 어떻게 반복해야 하며 그 결과는 어떻게 찾아내고 설명해야 하는지를 고민하게 된다. 교실에서는 아동이 설명한 규칙을 간략하게 나타내는 방법으로 변수를 도입할 수

있고, 이는 반복되는 연산을 표현하는 수단으로도 활용된다.

상황을 기술하는데 변수를 이용하게 됨으로써 초등학교 학생들은 대수와 관련된 활동을 자연스럽게 할 수 있다. 학년이 올라가면 학생들은 활동의 일부분으로 또는 다른 학생이 활용하는 변수의 용례를 듣고 모방함으로써 직접적으로 변수를 다루게 된다(Smith, 2001).

대수능력은 이후의 수학학습을 위한 기초로서 중요하다. 따라서 모든 학생들은 대수를 학습해야 하다. 대수학습의 기초가 되는 수학적 사고는 초등학교 저학년에서부터 오랜 시간에 걸쳐서 개발된다. 계산을 하면서 이용한 성질을 설명하고 정당화할 수 있는 수준까지 산수를 이해하기 위해서는 학생들이 대수의 기초를 학습해야만 한다. 그러나 산수학습은 대수학습의 기초를 제공해주지 못하는 것이 현실이다. 학생들에게 산수는 계산일뿐이기 때문에 계산을 가능케 하는 수의 성질에 대해서 깊이 생각하지 않는다. 결과적으로 대수학습에서 방정식을 풀거나 식을 간단히 할 때 이용하는 절차가 산수에서 이용했던 수의 성질을 바탕으로 하고 있다는 것을 학생들은 알지 못한다.

산수가 초등수학교육과정의 핵심적인 부분임은 재고의 여지가 없다. 그렇지만 이를 어떻게 가르치고 배웠는지에 대해서는 되돌아 볼 필요가 있다. 대수학습을 위해서 관련된 아이디어들은 통합해서 지도하는 것이 필요하다. 산수를 대수와 인위적으로 분리하는 것은 수학에 대한 효과적인 사고방법을 학생에게서 빼앗는 것이며 이후의 대수학습을 더 어렵게 만드는 원인이기 때문이다.

V. 내용분석

7차 초등학교 수학과 교육과정의 규칙성과 함수영역은 여러 생활 장면에서 규칙을 찾을 수 있고, 이를 문제 해결에 적용할 수 있도록 하였다(교육부, 1998). 본 절에서는 7차 초등학교 수학과 교육과정에 규정된 규칙성과 함수 영역의 활동 내용을 고찰하여 학년별 연계성 및 타 영역과의 연계성을 살펴보려고 하였다. 이를 위해서 '규칙성과 함수'영역의 목표, 지도상의 유의점, 심화과정의 내용을 교육과정 해설서를 바탕으로 조사하였다. 또 초등학교 1-가에서 6-나까지의 교과서를 분석하여 교육과정 내용이 실제로 초등학교 수학과 교과서에 어떻게 반영되었는지를 살펴보았다.

교육과정에 제시된 각 단계별 규칙성과 함수 영역의 내용을 정리하면 <표 1>과 같다.

<표 1> 규칙성과 함수 영역의 내용

단계	내 용
1-가	목표: 생활주변에서 간단하고 규칙적인 배열을 찾아보고 그 규칙을 찾을 수 있다.
	지도상의 유의점: 규칙에서 이용되는 물체의 속성은 크기, 위치, 방향, 색깔 등 학생들의 경험과 관련된 범위에서 간단한 것을 다룬다.
	[1] 규칙 찾기 ① 생활 주변의 여러 가지 물체나 무늬 등의 규칙적인 배열에서 그 규칙을 찾을 수 있다. [심화과정] ① 여러 가지 무늬에서 규칙을 찾아 설명할 수 있다.
1-나	목표: 사물이나 무늬, 수 배열표에서 규칙을 찾을 수 있다.
	지도상의 유의점: 수 배열표에서 규칙을 찾는 색칠하기, 붙이기, 빈 칸 채우기 등 다양한 활동을 통하여 전개한다.
	[1] 규칙 찾기 ① 사물이나 무늬 등의 규칙적인 배열에서 규칙을 찾고, 자신이 정한 규칙에 따라 다시 배열할 수 있다. ② 100까지 수 배열표에서 가로, 세로 등으로 배열된 수의 규칙을 찾을 수 있다.
2-가	목표: 물체나 무늬의 다양한 변화 규칙을 알 수 있으며, 수 배열표에서 뛰어 세는 규칙을 찾을 수 있다.
	지도상의 유의점: 수 배열표에서 규칙을 찾는 다양한 활동을 통하여 곱셈구구의 기초 경험이 되게 한다.
	[1] 규칙 찾기 ① 물체나 무늬의 다양한 변화의 규칙을 찾아 설명할 수 있다. ② 1~100까지 수 배열표에서 뛰어 세는 규칙을 찾을 수 있다. [심화 과정] ① 부분적으로 주어진 수 배열표에서 숨겨진 수를 찾을 수 있다.
2-나	목표: 곱셈표에서 여러 가지 규칙을 찾을 수 있다.
	지도상의 유의점: 학생 스스로 다양한 규칙을 찾아보게 한다.
	[1] 규칙 찾기 ① 곱셈표에서 여러 가지 규칙을 찾을 수 있다. [심화 과정] ① 규칙을 이용하여 12×12의 곱셈표를 완성한다.
3-가	
3-나	목표: 주어진 도형에서 규칙을 정해 여러 가지 무늬를 꾸밀 수 있다.
	지도상의 유의점: 무늬꾸미기에서 사용하는 도형은 배열 방법에 따라 다양한 무늬가 나타날 수 있는 것으로 한다.
	[1] 규칙 찾기 ① 스스로 규칙을 정하여 한 가지 도형으로 여러 가지 무늬를 꾸밀 수 있다. [심화 과정] ① 두 가지 종류의 도형으로 여러 가지

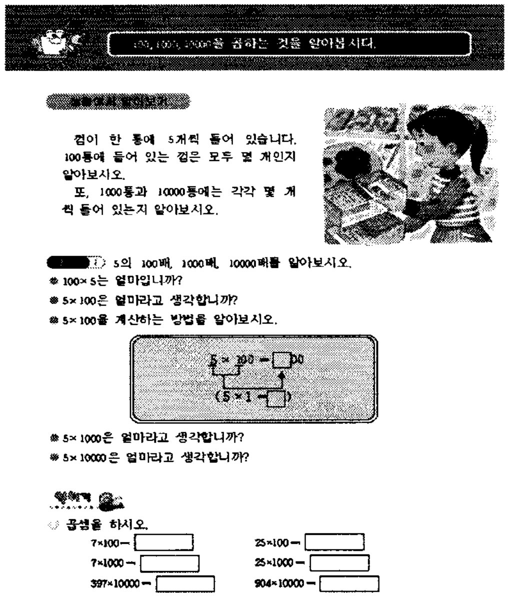
	무늬를 꾸밀 수 있다.
4-가	목표: 규칙을 찾아 수로 나타내고 설명할 수 있다.
	지도상의 유의점: 규칙 알아맞추기 놀이는 간단한 연산이 적용되는 경우로 한다.
	[1] 규칙 찾기 ① 다양한 변화의 규칙을 수로 나타내고 설명할 수 있다. ② 규칙 알아맞히기 놀이를 통하여 규칙을 추측하고 말이나 글로 표현할 수 있다. [심화 과정] ① 수로 나타낸 다양한 변화의 규칙을 다시 구체물로 배열할 수 있다.
4-나	목표: 간단한 대응표에서 대응 규칙을 찾을 수 있다.
	지도상의 유의점: 대응규칙은 말로 설명하는 수준에서 지도한다.
	[1] 규칙과 대응 ① 간단한 대응표를 통하여 대응을 이해하고, 그 규칙을 설명할 수 있다. [심화 과정] ① 두 양 사이에서 대응 규칙을 찾아 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
5-가	목표: 무늬를 여러 가지 방법으로 옮겨서 새로운 무늬로 만들 수 있다.
	지도상의 유의점: 무늬 만들기에서 사용되는 도형은 배열 방법에 따라 다양한 무늬가 나타날 수 있는 것으로 한다.
	[1] 규칙적인 무늬 만들기 ① 한 가지 무늬를 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 방법을 이용하여 새로운 무늬를 만들 수 있다. [심화 과정] ① 두 가지 종류의 무늬를 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 방법을 이용하여 새로운 무늬를 만들 수 있다.
5-나	
6-가	목표: 두 수량 사이의 비와 비율의 의미를 이해하고, 비율을 여러 가지 방법으로 나타낼 수 있으며, 비례식을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
	지도상의 유의점: 실생활의 장면을 들어 지도하고, 여러 가지 비율 사이의 관계는 강조하지 않는다. 비례식은 간단한 경우에 한하여 지도한다.
	[1] 비와 비율 ① 두 수량 사이의 비와 비율의 의미를 이해하고 비율을 여러 가지 방법으로 나타낼 수 있다. ② 생활에서 비율을 나타내는 방법으로 할푼리와 백분율을 알게 하고, 이를 활용하여 생활문제를 해결할 수 있다. [2] 비례식 ① 비의 값이 같은 두 비를 등식으로 나타낸 것을 비례식이라고 하고, 비례식의 성질을 이해할 수 있다. [심화 과정] ① 실생활에서 여러 가지 비율의 예를 찾아보고, 이와 관련된 문제를 해결할 수 있다.
6-나	목표: 대응 관계를 식으로 나타낼 수 있다.
	지도상의 유의점: 대응 관계 지도는 생활 장면의 예를 통하여 지도한다. 연비와 비례배분은 간단한 경우에 한하여 지도한다.
	[1] 규칙과 대응 ① 두 수의 대응 관계를 □, △를 사용하여 식으로 나타낼 수 있다. [심화 과정] ① 식으로 나타낸 대응 관계를 보고, 문제를 만들어 해결할 수 있다.

규칙성과 함수 영역은 7차에서 신설된 영역으로 '규칙 찾기 활동'을 강조한다. 이는 수학 교과의 기본적인 성격인 동시에 학습자가 갖춰야 할 기본적인 수학적 능력이기 때문이다:

> 수학은 규칙성이나 관계에 대한 내용을 다루는 교과로, 아동은 이러한 수학을 학습함으로써 자연과 사회 속에서의 생활을 통하여 경험하게 되는 사상들로부터 그 안에 내재되어 있는 질서나 원리인 수학적 규칙성과 관계를 파악하게 되고, 따라서 이를 통하여 보다 바람직한 생활을 영위할 수 있는 정신적 능력을 얻게 된다(교육부, 1998, p. 16).

규칙성과 함수 영역의 설정 취지로 볼 때, 초등학교 아동에게는 지속적으로 규칙성과 관계에 관한 내용을 다룰 경험을 제공하는 것이 필요하다. 7차 수학과 교육과정과 교과서의 '규칙성과 함수'관련 내용을 살펴본 결과, 다음과 같은 사실을 알 수 있었다.

첫째, 수학적 탐구 방법으로서의 규칙성 찾기 활동보다는 학습 주제로서의 규칙성 찾기 활동에 초점을 맞추고 있다. 앞에서 언급한 것과 같이, '수학은 패턴의 과학'이라는 규정은 수학자들이 연구방법을 이용해서 수학의 관행을 규정한 것이다. 따라서 이는 근본적으로 수학적 탐구 방법으로서의 규칙성 찾기를 의미한다.

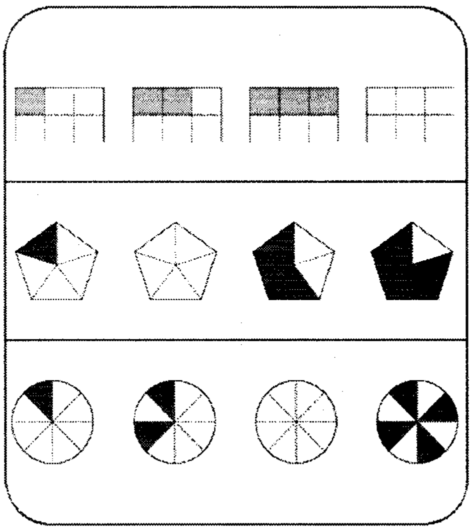


<그림 3> 4-가 2단원(p. 22)

그러나 교육과정에 제시된 '규칙성과 함수'영역의 활동은 대부분 특정 주제를 수학적으로 탐구하기 위한 수단이기보다는 규칙찾기 자체를 목적으로 하는 활동이다. 특정 주제의 탐구를 목적으로 하는 규칙찾기는 탐구의 수단으로 이용되는 것인 반면 규칙찾기 자체를 목적으로 하는 것은 규칙찾기를 수학적 주제로 도입하는 것을 의미한다. 예를 들면, <그림 3>과 같이, 곱셈에서 십의 거듭제곱이 승수인 곱을 탐구하는 것은 이후의 다양한 곱셈에서의 곱을 얻기 위한 수단으로서의 활동이다. 이런 탐구를 통해 곱셈의 기본적인 구조를 이해할 수 있다.

반면, <그림 4>의 활동은 등분할을 통해 분수개념을 처음 도입하는 단원에서 제공된 활동이다. 그러나 그림에 제시된 활동은 등분할 분수를 이해하는 핵심적인 활동으로 보기 어려울 뿐만 아니라 이후의 분수활동을 위한 기초활동으로 보기도 어렵다. 단순히 등분할 분수와 규칙찾기를 물리적으로 결합한 것에 지나지 않는다. 이런 경우가 바로 규칙찾기 자체를 목적으로 하는 활동이라고 볼 수 있다.

● 그림은 규칙에 따라 분수를 나타낸 것입니다. 규칙에 알맞게 그림에 색칠하시오.



<그림 4> 3-가 7단원(p. 104)

또 수학을 행하는 것과 관련된 문제해결 방법으로서의 규칙성 찾기는 '문자와 식'영역에서 일부분으로만 다뤄지고 있을 뿐이다. 탐구 방법으로서의 규칙성 찾기 활동을 강조하기 위해서는 패턴에 관한 교수에서 패턴을 통한 교수로 나아가야 한다(남승인, 2000). 학습자의 탐구를 통한 만들어 가는 수학을 경험시키기 위해서는 수학 탐구 방법으로서의 규칙성 찾기 활동을 강조할 필요가 있다. 새로운 수학적 아이디어를 탐구할 때, 관련된 다양한 사례를 제시하고 이들의 조사를 통해 수학적 패턴을 찾음으로써 새로운 아이디어를 이해할 수 있는 귀납적 추론의 경험이 제공되어야 한다. 이는 교수방법과 관련되기 때문에 교육과정에서 보다 명확한 규정하고 더불어 교과서에 반영해야한다.

둘째, '규칙성과 함수' 영역의 활동이 체계적으로 조직되어 있지 못하다. NCTM(2000)은 교육과정은 단순한 활동의 집합체 이상이어야 함을 주장한다:

> 교육과정은 수학적으로 중요한 내용을 일관(coherent)되게 다루어야 하며, 학년별로 명확히 규정되어 있어야 한다 (p.14).

일관되어야 한다는 말은 다양한 수학적 아이디어가 서로 연계되어야 할뿐 아니라 지식과 이해를 심화하도록 상호 의존해야 한다는 것을 의미한다. 그러나 <표 1>에서 알 수 있는 것과 같이, 규칙성과 함수영역의 내용은 학년별로 어떤 방식으로 조직되었는지 알기 어렵다. 예를 들면, 1학년과 2학년에서 다뤄지는 물체와 무늬의 패턴은 어떤 차이가 있고 어떤 관련성을 가지는지 알기 어렵다. 또 수패턴과 도형패턴이 학년별로 교차하여 다루어지고 있어서 학년별 계열성을 찾기 어렵다. 이는 서경혜(2003, p. 168)의 연구에서도 지적된 바 있다. 따라서 학년별 영역별 연계성을 바탕으로 체계적으로 조정될 필요가 있다. 이를 통해 학습자가 수학에서의 패턴찾기 활동을 경험하고 그 중요성을 깨닫도록 해야 한다.

셋째, 규칙성 찾기 활동의 도입맥락이 자연스럽지 못하다. 교과서의 패턴관련활동은 앞에서 언급한 것과 같이 두 가지로 요약된다. 첫 번째는 특정 수학적 주제를 탐구하기 위한 수단으로서의 패턴찾기 활동이며 두 번째는 주제학습을 끝낸 후 이를 소재로 활용하여 패턴찾기 자체를 목적으로 하는 경우이다. 전자는 패턴찾기 활동이 주제학습의 중요한 부분이므로 관련성

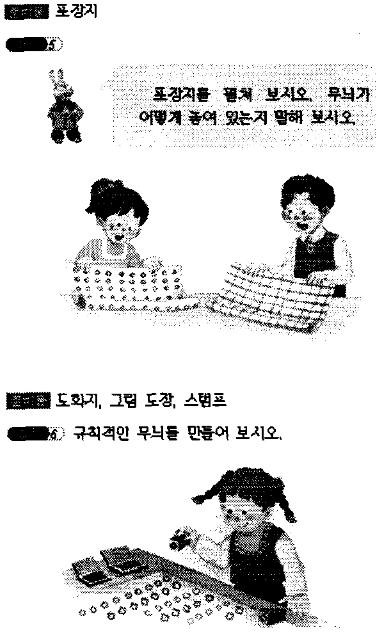
이 자연스럽다. 그러나 후자의 경우는 그렇지 못하다. 주제학습내용과 패턴찾기 활동의 관련성을 맺으려는 의도 때문에 패턴관련활동의 도입이 자연스럽지 못한 경우가 대부분이다.

1-가 3단원에서는 상자모양, 기둥모양, 공모양을 살펴본 후 <그림 5>에 제시된 도입활동으로 규칙찾기가 제시된다. 앞에서 학습한 상자모양, 기둥모양, 공모양을 규칙적으로 배열하여 이후에 올 모양을 알아보는 활동으로, 세 가지 부류의 모양을 시각적으로 식별하여 규칙을 찾고 이후의 패턴을 예측한다는 의미에서 좋은 활동이라고 할 수 있다. 그런데 <그림 5>의 활동처럼 앞에서 학습한 것과 전혀 관련이 없는 활동이 갑자기 왜 도입되는지 학습자가 이해하기 어렵다.

<그림 5> 1-가 3단원(p. 42)

또 이후에 제시되는 활동에서도 <그림 6>과 같이 상자모양, 기둥모양, 공모양과는 관계없는 포장지에서의 규칙적인 무늬와 관련된 활동이 제시되어있다. 이는 앞에서 학습한 내용과의 관련성을 맺으려는 의도와도 맞지 않는다.

이런 경향은 이후에도 지속적으로 나타난다. 이런 이유로 패턴찾기 활동이 타 영역과 어떤 관련성을 갖는지를 알기 어렵다는 비판을 받는다.

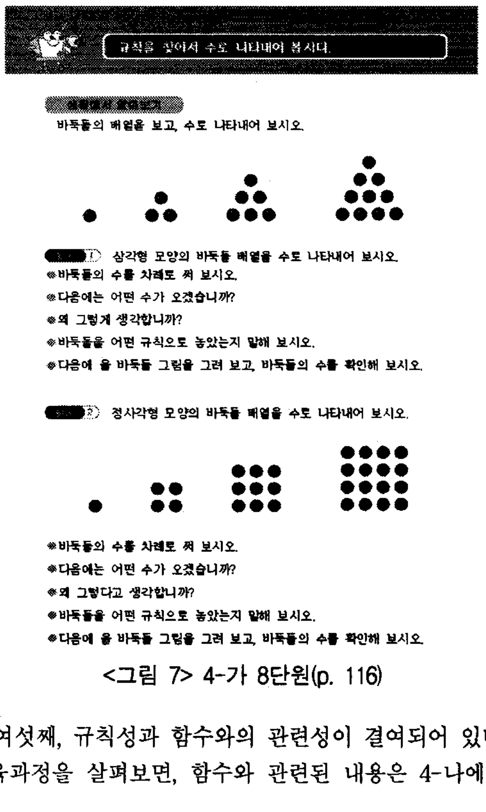


<그림 6> 1-가 3단원(p. 45)

넷째, 규칙성과 관련된 활동이 지속적으로 이뤄지고 있지 못하다. 규칙성과 관계를 탐구하는 활동은 수학의 핵심적인 활동이므로 초등학교 수학학습 전반에서 지속적으로 이뤄질 필요가 있다. 특히 초등학교에서 만들어가는 수학을 경험시키기 위해서는 더욱 그렇다. 그러나 앞의 표에서 알 수 있는 것과 같이, 교육과정의 3-가와 5-나 단계에서는 '규칙성과 함수' 관련 내용이 포함되어 있지 않다. 또한 문제해결방법으로서의 규칙성 찾기도 3-나 이전에는 다뤄지지 않는다. 패턴탐구는 수학적 주제이기 보다는 수학의 과정적 측면에 가깝기 때문에 전 학년을 통해서 지속적으로 이뤄져야 한다. 미국의 Everyday Mathematics를 보면, 규칙성과 함수와 관련된 개념들이 유치원과정부터 소개되어 6학년에 이르기까지 지속적으로 심화·확대됨을 알 수 있다(서경혜, 2003). 따라서 1학년에서부터 6학년에 이르기까지 규칙성과 관련된 활동이 학년간의 연계성을 바탕으로 지속적으로 이뤄질 필요가 있고 이를 통해 학

습자가 수학을 행하는 기본적인 과정으로서의 패턴탐구를 경험해야만 한다.

다섯째, ‘규칙성과 함수’와 관련된 독립된 단원이 부족하다. 교과서 단원 중 ‘규칙성과 함수’의 독립된 단원이라고 할 수 있는 것은 5-가 2단원. 무늬 만들기 뿐이다. 이 단원에서는 옮기기, 뒤집기, 돌리기를 활용한 다양한 무늬 만들기 활동이 제시되어 있다. 독립단원의 부족이 문제가 되는 것은 패턴관련활동의 다양성이 부족하기 때문이다. 신성균 외(2005)는 초등학교의 경우, ‘규칙성과 함수’에 해당하는 내용이 뚜렷하지 않아 인위적으로 내용을 선정하는 경우가 많다고 지적한 바 있다. 그러나 초등수학에서 탐구할 수 있는 패턴관련 활동은 매우 다양하다. 다만 7차 교과서의 경우 규칙성과 관련된 별도 단원이 거의 없기 때문에 단원에서 다룰 수 있는 규칙성 관련 활동이 크게 제약을 받는다. 따라서 규칙성과 관련된 다양한 활동을 제공할 수 있도록 별도의 독립된 단원으로 구성하는 것이 효과적이다.



<그림 7> 4-가 8단원(p. 116)

여섯째, 규칙성과 함수와의 관련성이 결여되어 있다. 교육과정을 살펴보면, 함수와 관련된 내용은 4-나에서 대응표에서의 대응규칙 찾기가 소개되고 나머지는 6학년에서 소개된다. 이전의 규칙성 관련 활동과 함수관련 활동이 거의 별개로 다뤄지고 있다.

‘규칙성과 함수’ 영역은 규칙성과 관련된 다양한 활동을 통해 함수와의 관련성을 맺고 더 나아가 이후에 학습할 함수 및 대수에 대한 기본적인 이해를 제공하기 위해 설정되었다. 그러나 초등의 경우, 변수를 본격적으로 도입하는 것이 어려우며, 중학교에서 갑자기 변수와 함수를 도입하는 것 또한 바람직하지 않다. 따라서 패턴과 함수의 관련성을 강화하는 활동을 많이 제공하여 이후에 학습할 함수 및 대수학습의 기초를 다질 수 있도록 돕는 것이 필요하다.

<그림 7>의 활동은 규칙성 관련 활동과 함수 관련 활동의 연계 가능성을 보여준다. 앞에서 언급한 것과 같이, 반복패턴이나 점증패턴을 수와 함께 제시함으로써 함수와 관련지을 수 있다.

활동 1의 경우, 변화되는 규칙을 찾은 후 이를 확장하여 10, 20, 30번째 모양에 포함된 수 등을 탐구하도록 함으로써 항의 수와 포함된 바둑돌 수를 관련짓도록 할 수 있다. 이를 좀 더 심화하여 n번째 모양에 포함된 바둑돌 수를 생각해 보게 함으로써 일반화의 기회를 제공할 수 있다. 활동 2의 경우도 마찬가지로 각 그림에 항의 번호를 붙임으로써 대응관계를 생각하도록 하고 이를 확장하여 5, 15, 25번째 그림에 포함된 바둑돌 수를 찾아보게 한다. 더 나아가 n번째 그림에 포함된 바둑돌 수를 구하는 방법을 찾아보게 함으로써 일반화의 기회를 제공하고 이를 수식으로 표현하게 할 수 있다.

Ⅵ. 결 론

규칙성과 함수 영역은 우리 주변의 다양한 현상들을 탐구하고 현상 이면에 숨겨진 구조를 파악함으로써 이를 수학적으로 기술할 수 있는 기회를 제공한다. 이런 활동은 수학자들이 수학을 탐구하는 가장 큰 이유 중 하나이며 또한 그 방법이기도 하다. 초등학교 수학에서 규칙성 찾기와 관련된 활동을 강조하는 것 또한 수학학습의 초기에서 부터 학습자의 능동적인 귀납적 추론 경험을 제공할 필요가 있기 때문이다.

7차 초등학교 수학과 교육과정에서는 규칙성과 함수 영역을 설정하여 다양한 패턴찾기 활동을 제공하고

있다. 패턴찾기 활동은 아동에게 귀납적 추론을 통해 수학을 탐구하는 방법을 경험하게 하며, 다양한 현상의 구조를 이해하고 예측할 수 있게 하며, 이후에 학습하게 될 함수 및 대수의 기본적인 이해를 가능케 한다는 측면에서 중요하다. 그러나 7차 교육과정과 교과서에 구현된 규칙성과 함수 영역의 활동을 살펴보면 이런 목표를 달성하기 위해서는 개선되어야 할 부분들이 있다.

첫째, 수학적 탐구를 위해 규칙성을 찾는 활동을 강조할 필요가 있다. 교과서의 활동을 살펴보면, 규칙성 탐구 자체를 목적으로 활동과 다른 주제의 탐구를 위해 규칙성을 찾는 활동으로 구분할 수 있다. 수학을 하는 방법으로서의 규칙성 탐구는 후자에 해당한다. 예를 들면, 자연수 계열의 이해를 위해 수 배열표에서의 규칙성을 탐구하는 활동이 여기에 해당한다. 다른 수학적 주제의 탐구를 위해 규칙성을 찾는 경험은 이후에 접하게 될 새로운 주제를 탐구하는 방법을 제공해줄 수 있다.

둘째, 규칙성과 함수 영역의 도입취지를 살리기 위해서는 내용과 활동이 체계적으로 구성되어야 한다. 규칙성 찾기 활동은 수학을 탐구하는 방법과 관련된다. 따라서 다른 영역의 활동과 어떻게 연계되며, 학년별 활동은 서로 어떤 관련성을 가지는지를 명확하게 제시하여 이를 심화·발전시키는 것이 필요하다. 예를 들면, Everyday Mathematics에서는 1학년 과정에서 규칙을 이용하여 수를 세고 홀수, 짝수의 수 규칙성이 소개된다. 2학년에서는 1학년 과정에서 다루었던 것을 한 번 더 다룬 후 자리값, 배와 반 등의 수 규칙들과 덧셈, 뺄셈, 곱셈표에서의 여러 가지 규칙이 소개된다. 3학년에서는 덧셈과 뺄셈의 관계, 곱셈과 나눗셈의 관계 등 연산 간의 관계를 탐구한다(서혜경, 2003). 이처럼 학년별로 어떤 내용을 다루고 어떤 연계성을 가지며, 이는 타 영역의 학습내용과 어떤 관련성이 있는지가 드러나도록 제시하는 것이 필요하다.

셋째, 부자연스런 규칙성 찾기 활동의 도입맥락을 개선하기 위해서는 규칙성 찾기와 관련된 독립된 단원을 구성하는 것이 필요하다. 예를 들면, 2-가 3단원. 도형과 도형 움직이기에서는 평면도형의 옮기기, 돌리기, 뒤집기와 관련된 활동을 한 후 규칙찾기 활동에서는 컴퓨터와 계산기 그림을 이용한 점증패턴을 제시한 후 다음 그림을 찾도록 하고 있다. 그러나 독립된 단원으로 구성할 경우, 다양한 소재를 활용한 다양한 패턴을 탐구할 수 있는 기회를 제공함으로써 보다 다양한 규칙성관련 활동을 학습자에게 제공할 수 있다.

넷째, 이후에 학습한 함수 및 대수와의 관련성을 살려 지도하는 것이 필요하다. 규칙성과 함수영역에서 다뤄지는 활동 중 함수와 관련된 내용도 포함되어 있다. 다만 이전에 이뤄졌던 규칙성관련 활동과의 관련성이 결여되어 있다. 따라서 패턴찾기 활동과 함수 관련 활동의 연결성을 강화할 수 있는 활동을 제공해야 한다. 그 방안 중 하나가 모양패턴과 수 패턴을 결합하는 방법이다. 또 단순히 다음에 올 모양이나 수를 생각하는 것에서 규칙을 일반화할 수 있는 기회를 제공할 수 있는 과제를 제공하는 것이 필요하다. 이런 경험을 통해 자연스럽게 두 양 사이의 관계를 말이나 글로 표현하고 더 심화시켜 수식으로 표현할 수 있도록 돕는 것이 필요하다.

수학은 사고력의 배양을 목표로 하는 교과이다. 완성된 수학적 지식의 전달을 통해서는 수학적 사고력을 기르기 어렵다. 학습자가 수학을 행하는 방법을 터득하도록 유용한 경험을 제공하는 것이 필요하다. 이런 측면에서 초등학교에서의 규칙성 찾기 활동은 학습자에게 다양한 일상에서의 현상을 경험하고 이를 비교·분석함으로써 현상 이면에 숨겨진 구조를 발견하고 표현할 수 있는 기회를 제공할 수 있다. 보다 성공적인 학습경험을 위해서는 풍성한 학습경험을 제공해 줄 체계적인 준비가 요구된다. 또한 규칙을 찾는 활동이 수학을 행하는 기본적인 방법임을 깨달을 수 있도록 학습의 과정에서 학습자 스스로 규칙을 찾을 수 있는 기회를 제공하는 것이 필요하다. 이는 수학교실에서의 올바른 문화의 형성과 밀접한 관련을 가진다.

참 고 문 헌

강문봉 (1993). Lakatos의 수리철학의 교육적 연구, 서울대학교 대학원 박사학위논문.

교육부 (1998). 초등학교 교육 과정 해설(Ⅳ)-수학, 과학, 실과-, 대한교과서주식회사.

남승인 (2000). 수학적 사고력 신장을 위한 규칙성 영역의 학습 자료 개발. 과학·수학 교육연구, **23**, pp.91-121.

서경혜 (2003). 한국과 미국의 초등학교 수학 교과서

비교 분석 연구: 규칙성과 함수를 중심으로. 교육과학연구, **34(1)**, pp.163-180.

신성균 외 (2005). 수학과 교육과정 개정 시안 연구. 연구보고 CRC 2005-4, 한국교육과정평가원.

정영옥 (1997). Freudenthal의 수학화 학습-지도론 연구, 서울대학교 대학원 박사학위논문.

정은실 (1995). Polya의 수학적 발견술 연구, 서울대학교 대학원 박사학위논문.

Devlin, K. (1996). *Mathematics: The science of patterns: The search for order in life, mind and the universe.* W. H. Freeman & Company.

________. (1998). *The language of mathematics: Making the invisible visible.* W. H. Freeman & Company.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Fried, M. N. (2004). Mathematics as the science of patterns, *Convergence.* The Mathematical Association of America.

Greenes, C.; Cavanagh, M.; Dacey, L.; Findell, C. & Small, M. (2001). *Naviting through algebra in prekindergarten-grade 2. Principles and Standards for School Mathematics Navigations Series.* Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Kaput, J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In E. Fennema & T. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* pp.133-155, Mahwah, NJ: Erlbaum.

Lenchner, G. (1983). *Creative problem solving in school mathematics.* Boston, MA: Hougton Miffilin Co.

Lester, F. K. (1978). Mathematical problem solving in the elementary school: Some education and psychological considerations. In L. L. Hatfield & D. A. Bardbard(Eds.), *Mathematical problem solving: Paper from a research workshop.* Columbus, Ohio: ERIC/SMEAC.

National Councils of Teachers of Mathematics (1993). Curriculum and evaluation standards for school mathematics, Addenda Series, Grades K-6, Patterns. Reston, VA: Author.

________ (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: Author.

________ (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA: Author.

O'daffer, P.; Charles, R.; Cooney, T.; Dossey, J. & Schielack, J. (2007). *Mathematics for elementary school teachers(4th ed.).* Pearson Education, Inc.

Poincaré, H. (1901). *La science et L'Hypothésis.* 김형보 역(1983). 과학과 가설. 서울: 단대출판부.

Polya, G. (1990). *Mathematics and plausible reasoning, vol. 1.* Princeton University Press. 이만근, 최영기, 정병기, 홍갑주, 김민정(역). 수학과 개연추론 - 1권: 수학에서의 귀납과 유추 -. 서울: 교우사.

Resnik, M. D. (1997). *Mathematics as a science of patterns.* Oxford University Press.

Sandefur, J. & Camp, D. (2004). Patterns: Revitalizing recurring themes in school mathematics. *Mathematics Teachers* **98(4)**, p.211.

Smith, E. (2001). Stasis and change: Integrating patterns, function, and algebra through the k-12 curriculum. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Shifter(Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* pp. 136-150, Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

Steen, L. A. (1988). The science of patterns. *Science*, 240, 611-616.

________. (1990). Patterns. In Lyn Arthur Steen(Ed.), *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy.* Washington, NW: National Academy Press.

Wheeler, D. (1996). Backwards and forwards: Reflections on different approaches to algebra. In N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee(Eds.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* pp.317-326, Kluwer Academic Publishers.

An Investigation of Patterns and Functions in Elementary School Mathematics Textbooks

Kwon, Sungyong
Gongju National University of Education
E-mail: xenolord@gjue.ac.kr

The purpose of this study was to examine contents and activities of patterns and functions in the 7th national curriculum for elementary school mathematics and textbooks developed based on it. Through examination, several conclusions were drawn as follow. First, pattern need to be introduced as a way of doing mathematics not as a subject of mathematics. Finding patterns is one of the most important mean to do mathematics. Second, activities for patterns and functions must be organized coherently. Coherent means that mathematical ideas are linked to and build on one another so that students' understanding and knowledge deepens and their ability to apply mathematics expands. Third, independent lessons for patterns and functions are needed. In these lessons, various activities need finding patterns can be introduced to help students understand mathematics. Fourth, the linkage between patterns and functions should be strengthened.

* ZDM Classification: U22
* 2000 Mathematics Subject Classification: 97U20
* Key Words: pattern and function, pattern