韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 21집 제 1호, 2007. 2. 1-17

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 21, No. 1, Fed. 2007. 1-17

수학적 유망성 신장을 위한 학교와 가정을 연계한 프로그램 개발[1)]

남 승 인 (대구교육대학교)

우리 주변에는 수학영재 교육 수혜자는 아니지만 수학적으로 유망성이 있는 학생들이 많이 있다. 이들의 수학 유망성을 계발·신장시키기 위해서는 정규교육과정과 차별화된 학습 프로그램과 교육의 기회를 제공하는 것이 바람직하지만 현실적으로 한계가 있다. 학교교육과 가정교육은 상호보완적인 관계를 가질 경우 교육의 효과는 상승한다고 볼 때, 학교와 가정을 연계한 개별학습 프로그램과 집단학습 프로그램을 제공하는 것은 수학 유망성을 신장시키기 는데 기여하리라 생각한다. 따라서 본고에서는 수학적 유망성이 있는 학생들을 위해 학교와 가정을 연계한 통합·연결형 학습 프로그램의 개발과 그 활용 방안에 대해서 살펴보고자 한다.

Ⅰ. 서 론

최근 세계 각국에서는 21세기 지식 기반사회를 맞이하면서 고급 인적 자원이 국가 발전의 원동력인 동시에 주요 수단이라 인식하고, 과학기술 및 경제 발전에 필요한 고급 인재를 발굴·육성하기 위해 국가적인 차원에서 영재교육을 활발히 추진하고 있다. 이에 자극을 받은 우리나라에서도 영재교육진흥법 제정(2000)과 그 시행(2002)을 공포하고, 전국 각 지역별로 영재학급과 영재교육원을 설치하여 영재교육을 실시하고 있다. 영재교육 역사가 짧고, 행·재정적인 지원 및 일반인들의 인식 부족 등 어려운 여건 속에서 전체 학생의 3-5%를 대상으로 영재교육을 실시하는 선진국과 비교하면 극소수[2)]이긴 하지만 현재 영재교육기관에서 교육을 받는 학생들에 대한 관심과 교육적 투자는 어느 정도 이루어지고 있다고 볼 수 있다.

통계적 관점에서 전체 학생의 상위 3-5%이내인 학생을 영재성이 있는 학생들이라고 볼 때, 수학 분야에서 영재성이 있다고 볼 수 있는 약 18000여명의 학생들과 비록 이 범위에는 포함되지 않지만 잠재적 발달 가능성을 지닌 수학 유망성이 있는 학생(Promising Students)들에 대한 교육적 배려는 전혀 이루어지지 않고 있는 실정이다. 이에 따라 이들 중 일부는 학원이나 과외 등 사교육을 통하여

---

* ZDM분류 : U52
* MSC2000분류 : 97C90
* 주제어 : 수학적 유망성, 통합·연결형 접근 모델, 자기주도적 학습
1) 본 본문은 「대교교육연구소」의 학술연구비 지원을 받아 연구한 것임.
2) 2006년 9월 현재 초등학생은 전체의 약 0.44%인 17,491명, 중학생은 약 0.89%인 17967명을 대상으로 영재교육을 실시하고 있음(2006. 9월 교육부 통계)

정규교육과정과 차별화된 수월성 교육을 받고 있으나 대부분의 학습 내용은 경시대회를 대비한 문제풀이와 상급 학년 학습 내용을 조기에 이수하는 속진학습에 초점을 둠으로 해서 명목만 영재교육이지 실제적으로는 영재교육과는 방법이나 내용과는 상당한 거리가 있다.

수학적인 유망성을 지닌 학생(Mathemaically Promising Student)은 귀중한 사회적 자원이며, 과학기술분야에서 세계적인 지도력을 유지하는 데 매우 필요하다(NCTM. 1980)고 볼 때, 이들의 우수한 잠재적 능력을 발현시킬 수 있는 적절한 교육적 기회가 제공되어야 할 것이다. NCTM(1995)은 '수학적으로 유망한 학생들을 위한 과제(Task Force on Mathematically Promising Students)'라는 보고서에서 전체 학생 수 중 상위 3-5% 이내인 학생을 영재라고 분류하는 전통적인 정의를 재고할 것을 권고하면서 수학분야에서 잠재적 발달 가능성이 있는 학생들을 포함하는 보다 포괄적인 개념으로 확장할 것과 이들을 위한 교수・학습 프로그램을 개발・적용할 것을 권고하고 있다(Sheffield. 2000).

우리 주변에는 현재 영재교육 수혜자는 아니지만 수학을 이용하여 사회 및 국가발전에 기여할 자질을 가진 수학 유망성이 있는 학생들이 많이 있다. '모든 국민은 능력에 따라 균등하게 교육받을 권리를 가진다.'는 헌법 제 31조 제 ① 항의 규정을 거론하지 않더라도 교육의 본질적인 측면에서 볼 때, 수학 유망성이 있는 학생들의 잠재적 재능을 발현시키기 위해서는 정규교육과정과는 차별화된 학습 프로그램과 교육의 기회가 제공되어야 할 것이다.

성공적인 학생 교육을 위해서 학교교육과 가정교육은 공통적인 철학과 신념을 가지고 서로 협력적이고 보완적인 관계를 유지해야 한다. 학생교육에 학부모를 비롯한 가족을 참여시키려는 궁극적인 목적은 교실에서 이루어지는 교수·학습활동에 대한 이해를 바탕으로 서로 연계된 교육활동이 이루어짐으로써 학생의 인지적 능력 및 정의적 능력의 발달을 돕는데 있다. 그러나 일반적으로 학부모들은 학년을 진급할수록, 그리고 교과학습에서 재능이 엿보일수록 가정교육보다는 학교교육이나 사설교육기관에 자녀교육을 의존하려는 경향이 짙어지고 있다. 이러한 현상의 원인은 부모가 자녀를 지도할 수 있는 시・공간적인 제약과 지도 능력의 한계를 생각할 수 있으나 부모가 자녀의 학습지도에 참여할 수 있는 프로그램의 부족에서도 그 원인을 찾을 수 있을 것이다. 본고에서는 현재 영재교육 수혜자는 아니지만 앞으로 영재교육을 받을 잠재적 재능을 가진 학생, 또는 수학적으로 유망성이 있는 학생들을 위해 학교와 가정을 연계한 프로그램 개발과 활용 방안에 대해서 살펴보고자 한다.

Ⅱ. 수학적으로 유망한 학생들의 특성

수학적 유망성(잠재적 발달가능성)이 있는 학생(Mathematically Promising Students)이란 '수학 분야에서 성공할 잠재적 가능성을 가지고 있는 학생으로, 미래사회에 지도자가 되어 창의적으로 문제를 해결할 수 있는 능력을 가진 학생(Sheffield. 2003)'으로 정의하고 있다. 이 정의는 전통적으로 몇 개의 표준화된 능력검사에서 상위 3~5%라고 정의되어졌던 (수학)영재에 대한 개념의 범위를 확대한 것이다. 수학 유망성이 있는 학생과 성취수준이 높은 학생은 여러 가지 면에서 차이가 있지만 그

것을 명확히 구별하는 것은 어렵다. 이들 사이의 차이에 대해 확실성은 약하지만 유망성이 있는 학생은 추론하는 능력, 어려운 문제를 해결하는 능력, 복잡한 이론과 그들 사이의 상관관계를 이해하고 통합할 수 있는 능력이 있다. 반면 성취 수준이 높은 학생은 교과서 수준의 학습에 대한 이해력이 높으며, 계산력이 뛰어나고 여러 영역에서 풍부한 지식과 기능을 가지고 있다. 또 수학 영재나 유망성이 있는 학생은 특정한 영역에서 탁월한 재능과 창의력이 뛰어나다면, 성취 수준이 높은 학생은 다재다능하며 기억력은 우수하지만 고차적인 사고력이나 어려운 문제에 대한 도전정신과 과제에 대한 집착력이 부족하다(Flournoy. M. 1996).

Kruteski(NCTM. 1987에서 재인용)를 비롯한 많은 연구자들은 수학적 재능을 가진 학생들은 종종 어려서(7-8세)부터 수학적으로 사고하는 방식(frame of mind)이 엿보이며, 이후 점차 논리적으로 사고하고, 추상적인 것을 다룰 수 있으며, 수학적 상징(기호)을 통한 사고와 빠른 추론력, 익숙하지 않는 문제를 능숙하게 해결 할 수 있는 능력이 있다고 보고 있다. 그리고 그들은 보통 수준 이상의 수학 창의성과 창의력을 가지고 있는 것은 사실이지만 비범할 정도로 뛰어난 재능을 갖고 있는 것은 오해이며, 몇 가지 항목에서 평범한 학생들에 비해 약간의 차이점만 있는 경우가 대부분이라고 주장하고 있다. 어느 한 학생이 수학 유망성이 있는지의 여부는 짧은 시간에 1-2가지 사례로 판단할 수는 없다. 따라서 수학 유망성을 예측하는 지표를 이용하여 일정한 기간동안 관찰과 조사・면담 등을 다양한 방법을 통해 그 가능성을 판단해야 한다. 다음의 항목들은 수학적으로 유망한 학생들이 갖고 있는 일반적인 특성으로 이 중 몇 가지 항목에서 두드러진 성향을 보이는 학생은 수학 유망성이 있다고 보겠다.

◆ 수학적 사고의 특성(Mathematical Frame of Mind)
- ◇ 다양한 상황에서 수학을 인식하고 이를 구조화하고 일반화하는 능력이 있다.
- ◇ 규칙성을 빨리 인지하고, 확장하고 새로운 규칙성을 창조할 수 있다.
- ◇ 정보를 조직하고 기준에 따라 선별하고 범주화하는 능력이 우수하다.
- ◇ 간단한 수학적 개념에 대해 깊이 이해하며, 풍부한 수학적 감각을 가지고 있다.
- ◇ 과제 해결을 위한 계획을 수립하는데 시간이 걸리더라도 결론을 이끄는 시간은 단축할 수 있다.

◆ 형식화하고 일반화하는 특성(Mathematical Formalization and Generalization)
- ◇ 몇 개의 사례로부터 문제의 구조를 일반화하고 형식화할 수 있다.
- ◇ 주어진 정보로부터 적절한 추론을 할 수 있으며, 이를 문제해결에 활용할 수 있다.
- ◇ 양과 공간의 관계에 대해 논리적이고 상징적(추상적)으로 생각할 수 있다.
- ◇ 적절한 증거와 다른 설득력 있는 주장(논쟁)을 할 수 있다.

◆ 수학적 창의력(Mathematical Creativity)
- ◇ 정보를 융통성있게 처리한다. 즉 문제해결 과정과 결과를 다양하게 표현・전환・처리할 수 있다.
- ◇ 독창적인 문제 해결력. 즉 남다른 방법과 전략을 이용하여 문제를 해결하려고 한다.

◇ 유창성. 즉 정보를 다양하게 해석하고 표현하고 활용할 수 있다
◇ 주어진 정보나 추론 결과를 간결·명료하게 표현하고 설명할 수 있다.

◆ 수학적 호기심과 인내심(Mathematical Curiosity and Perseverance)
◇ 수학적인 연결성에 대한 호기심으로 "왜", "만약~라면"이란 질문을 자주 한다.
◇ 어려운 문제를 해결하기 위한 노력과 끈기는 있으나 반복적인 학습은 싫어한다.
◇ 지적 호기심이 많고 상상력이 아주 풍부하며 새로운 문제에 도전의식이 강하다.
◇ 흥미있는 과제나 활동에 대해 시간을 제한하는 것에 불만을 갖는다.
◇ 문제의 표면적인 것을 넘어서서 깊이 탐구하며, 처음 문제를 푼 후에도 계속 탐구하려고 한다.

그러나 계산의 정확성과 신속성, 공식과 사실에 대한 우수한 기억력, 공간적 능력 등은 수학수업에서는 유용할지도 모르나 수학적 유망성이 있는 학생들이 갖고 있는 특성이라고 할 수는 없다(sheffield, 2000).

Ⅲ. 수학 유망성을 신장시키기 위한 프로그램 모형

일반적으로 많은 학생들은 제시된 문제에 대해 단순히 답을 얻는데 만족하고 문제에 대해 좀더 깊이있게 발전적으로 생각하지 않으려는 경향이 있다. 이러한 방식은 보통 수준의 학생들이 선호하는 방식으로 수학 유망성이나 영재성이 있는 학생들에게는 지적 자극이나 도전의식을 약화시킬 가능성이 있다. 수학자들은 진정한 수학의 시작은 문제를 해결한 후부터 시작한다고 말하고 있다(Krulik. S and Rudnick,J.A. 1994). 예컨대, 문제 해결 절차나 결과에 대해 왜 그렇게 되었는지를 반성·음미해 보고, 또다른 대안적인 알고리즘이나 전략을 구상해 보거나 문제 해결 경험을 확장·적용할 장면을 생각해 보는 등 문제 해결 이후의 활동이 수학 유망성을 신장시키는 데 매우 중요하게 작용한다. 수학적으로 유망한 학생들을 위한 프로그램은 낮은 수준의 사고력이 요구되는 단순하면서 양적으로 풍부한 주제보다는 고차적인 사고력을 자극할 수 있는 질적으로 높은 수준의 주제를 다룸으로써 학생들에게 도전 의식을 느끼게 할 필요가 있다. 즉 수학적으로 유망한 학생들에게는 속진학습을 통한 지식의 양적 증대도 필요하지만 심화학습을 통한 질적 증대에 더 초점을 둘 필요가 있다. 그것은 '간단한 것에 대해 깊이 생각하는 것이 복잡한 것에 대해 얕게 생각하는 것보다 더 가치가 있기 때문이다(Ross. A, Sheffield. 2003에서 재인용). 수학 유망성이 있는 학생은 보통 수준의 학생들보다 추론력이나 창의적인 문제 해결력, 원리·법칙에 대한 일반화·형식화하는 능력 등 여러 가지 면에서 앞선다. 따라서 이들의 정의적·인지적 특성을 고려하여 교실 수업을 통해 이루어진 학습 내용과 이를 확장·심화시킨 내용, 그리고 가정과 학교를 연계하여 자기주도적으로 탐구할 수 있는 경험과 기회를 제공하는 것은 수학 유망성 발현에 도움이 될 것이다.

1. 프로그램 개발을 위한 이론적 기저

유망성을 신장시키기 위한 프로그램은 다양한 철학적 신념과 교육적 이론에 기원을 두고 있다. 연구자가 제안하는 프로그램은 Flournoy(1996)가 중심이 되어 연구한 결과를 바탕으로 제안한 영재교육 관련이론에 '연결이론'을 첨가하여 수학 유망성을 신장시키기 위한 프로그램 개발의 이론적 기저로 삼았다. 이를 5가지로 요약하면 다음과 같다.

• 연결 이론(Connection theory). 인지적 기술이나 전략은 관련 영역에 대한 구조화된 지식이 풍부할 때 가장 유용하다. 따라서 학생들에게 제공되는 프로그램 내용과 범위는 정규교육과정 내용 및 수준과 연계성을 고려하여 구성한다. 예컨대, 사다리꼴의 넓이를 구하는 공식을 등변사다리꼴을 이용했다면 부등변사다리꼴을 이용하여 그 공식을 유도하게 한다든지, 직사각형의 넓이를 구하는 공식을 이용하여 삼각형이나 평행사변형의 넓이를 구하는 공식을 유도해 보도록 한다.

• 특성 이론(Trait theory). 수학 유망성이 있는 학생의 개별·공통적인 특성은 수학적 사실에 대해 지적 호기심과 탐구 의욕이 매우 높기 때문에 이에 부응하는 차별화된 학습 경험을 제공한다. 따라서 내용 구성은 단순한 계산이나 공식을 적용하여 해결하는 문제보다는 추론력, 창의력, 문제해결력 등을 포함한다. 예컨대, 주어진 게임을 이용하여 학습에서 게임 규칙을 변형하여 새로운 게임을 창안하도록 하든가, 사칙 연산의 원리를 이용하여 식충산을 해결하도록 한다.

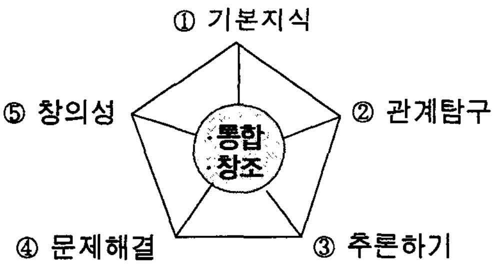
• 보상 이론(Compensation theory). 정규 교육과정에 포함되지는 않았지만 포함시킬 필요성이나 가치가 있는 내용, 또는 정규 교육과정 내용을 보완할 필요성이 있는 내용을 포함시킴으로서 귀중한 학습 경험을 할 수 있다. 따라서 정규교육과정보다 폭넓고 새로운 다양한 사례와 활동을 제공한다. 예컨대, 곱셈의 원리로 격자, 러시아 농부가 이용한 알고리즘, 2의 거듭제곱을 이용한 알고리즘 등 전통적인 알고리즘이나 대안적 알고리즘을 이용하거나 창안해 보도록 한다.

• 확장 이론(Extension theory). 교실 수업 내용을 적용할 수 있는 대상은 교실 밖에 존재한다. 따라서 수학의 가치와 유용성을 느끼도록 하기 위해서 학습 내용을 실생활 문제 해결에 다양하게 활용할 수 있는 기회를 제공하며, 상위 개념이나 원리·법칙과 연계할 수 있도록 한다. 예컨대, 합동인 정다각형을 이용하여 정규 테셀레이션(reguler)으로부터 반정규 테셀레이션(semireguler)이나 준정규 테셀레이션(demireguler)에서 학생 개인별 능력에 따라 비정규 테셀레이션(nonreguler)까지 구성할 수 있도록 한다.

• 도전 이론(Challenge theory). 정규교육과정의 내용을 좀 더 깊게 다루거나 그 이상으로 확장하여 새롭고 다양한 주제나 간학문적 아이디어를 연결·통합하는 심화학습 내용을 제공하여 지적 도전감을 가지도록 한다. 예컨대, 평면을 이용한 테셀레이션으로부터 입체도형을 이용한 테셀레이션을 구성할 수 있는 아이디어를 발상해 보도록 하거나 실험·관찰을 통하여 도형의 합동 변화에서 닮음변환, 사영변환, 아핀변환, 위상변환에서 가변성과 불변성을 탐구하도록 한다.

2. 프로그램 모델

수학 유망성을 개발하기 위한 모델의 하나로 <그림 1>과 같은 통합/연결형 접근모델을 제안한다. 이 모델은 속진학습보다는 심화학습과 관련성이 깊은 것으로 교실에서 이루어진 수업 내용과 가정학습, 그리고 교실 수업을 통해 이해한 개념과 원리·법칙을 실생활 문제 해결과 연결하여 교사의 지시나 통제에서 벗어나 학생이 자기주도적 학습의 기회를 제공하는 데 있다. 그리고 정기적인 집단학습을 통하여 개별학습 내용을 발표·토론하는 기회를 통하여 학습 내용을 통합·정리하고, 이를 바탕으로 창의적 사고를 자극하는 새로운 주제에 대한 학습 기회를 제공함으로써 수학 유망성을 신장시킬 수 있다.



<그림 1> 통합/연결형 접근모델

이 모델에서 도형 외부에 있는 ①-⑤까지의 활동은 개별학습 주제로 정규교육과정과 연계한 학습 프로그램을 학생이 자기주도적으로 학습하되 필요에 따라 학부모 및 가족과 함께 해결하도록 한다. 그리고 도형 내부의 '통합·창조'는 교사와 함께 이루어지는 집단학습 주제로 개별학습 과제에 대해 발표와 토론의 기회를 통하여 그 내용을 확인·점검·통합하고, 이를 바탕으로 보다 고차적이고 창의적인 사고를 유발할 수 있는 과제 해결(창의적 산출물 포함)을 통하여 수학적 유망성을 신장시키는 유형의 프로그램이다. 주제별 과제 해결은 개인별 학습 능력에 따라 어느 주제부터 시작하여도 관계없으나 기본 지식부터 번호순으로 학습을 진행할 것을 권고한다. 각 주제별 학습 내용에 대해 좀더 자세히 살펴보면 다음과 같다.

- **기본 지식** : 이 주제는 교실 수업을 통하여 학습한 내용을 회상·확인하고 정리하는 것과 관련된다. 즉 교과서 각 단원별 기본적인 개념이나 원리·법칙을 확인·정리하는 단계이다. 따라서 개념적 지식과 절차적 지식에 대한 복습문제 및 실생활과 관련된 적용문제를 포함하고 있다.

- **관계 파악** : 이 주제는 학습한 개념이나 원리·법칙들 사이의 관계를 파악하고 이들을 연결·통합하는 단계이다. 따라서 제시된 문제는 개념 및 원리(알고리즘 포함)사이의 유사성과 차별성을 인식하고 각각이 활용되는 사례 및 이를 적용하여 문제를 해결하도록 한다.

- **추론하기** : 이 주제는 이전에 학습한 원리·법칙이나 전략 새로운 장면의 문제해결에 얼마나 유용하게 활용되는지를 예측·확인하고, 기존의 원리나 전략을 보완·확장하거나 새로운 원리나 전략의 탐구·창안하는 단계이다. 추측한 것을 바탕으로 구한 답의 정당성을 보증하기 위하여 문제해결과정을 합리적이고 조리있게 설명하는 일, 추측한 것을 수정하여 새로운 규칙이나 전략을 탐구하는 일, 각각의 규칙이나 전략에 대해 논리적으로 설명하는 일이 이 단계에서 이루어진다.

● **문제해결** : 이 주제는 보다 고차적인 사고가 요구되는 도전적인 문제를 제시하여 이전에 학습한 지식이나 기능을 종합·통합하는 심화학습 단계이다. 따라서 제시된 문제는 하나의 개념이나 원리보다는 그 이상의 원리·법칙을 통합·적용하여 해결할 수 있는 문제 장면과 다양한 전략을 이용하여 해결할 수 있는 문제 및 탐구형 문제로 구성한다.

● **창의성** : 이 주제는 이전에 학습한 지식과 경험을 통합·재구성하여 이미 알려진 전통적인 아이디어나 방법이 아닌 보다 참신하면서도 효율적이고, 다양한 방식으로 문제를 해결할 수 있는 능력을 기르는 데 초점을 두고 있다. 독창적인 아이디어를 기대하지만 사고의 융통성이나 유창성과 정교성을 기르는 데 더 관심을 두고 효율적이거나 새롭고 다양한 알고리즘 및 전략을 고안·적용할 수 있는 문제 장면을 다루게 된다.

● **통합·창조** : 이 주제는 집단학습 단계로 교사와 함께 토론을 통하여 이전 단계까지 이루어진 개별학습 내용을 종합·정리 및 통합하고 이를 바탕으로 창의적인 산출물[3)]을 만들거나 확장하는 데 초점을 둔다. 학생들은 개별, 또는 소집단 활동을 통하여 독창적인 문제 해결이나 문제를 찾고 만드는 활동을 통하여 영재교육원에서 학습하는 내용과 연계할 수 있는 수준까지 이르게 된다.

본 프로그램은 5개 주제의 개별학습 내용을 연결·통합하여 집단학습을 통해 창의적인 산출물을 만드는 것으로 구성되어 있다. 정규교육과정과 연계된 각 주제별 활동 내용은 일종의 포트폴리오의 성격을 띠고 있음으로 해서 개개인의 학력진보 상황. 즉 수학 유망성이 신장되는 상황을 파악할 수 있을 뿐만 아니라 개인별로 제공된 피드백과 그 효과를 파악할 수 있으며, 자기주도적인 학습 태도를 기르고 가정교육과 학교교육의 협력 체제를 유지할 수 있다.

Ⅳ. 프로그램 개발 원칙 및 내용 구성

수학 창의성은 “수학적 문제 상황에서 기존의 지식과 경험을 바탕으로 정형화된 틀을 벗어나 주어진 문제를 다양한 방식으로 분석하여 문제의 요소들이나 수학적 아이디어들을 새로운 방식으로 결합하여 결과를 얻는 것(신현용, 한인기 1999).」이라고 볼 때, 수학 유망성을 개발·신장시키기 위한 프로그램은 정규교육과정과의 연결성을 간과해서는 안될 것이다. Flournoy(1996)는 보통 수준의 학생뿐만 아니라 수학적으로 재능이 있는 학생들을 위한 교육과정으로 수준별 교육과정을 적용할 것을 권고하고 있다. 여기서 말하는 수준별 교육과정이란 수학 영재성이나 유망성이 있는 학생을 위하여 질적으로나 양적으로 특별한 프로그램을 개발·적용하는 방법도 고려할 대상이지만 학생들의 요구, 흥미, 능력을 고려하여 정규 교육과정의 내용을 보완·확장한 프로그램 개발에 더 많은 비중을 둔다.. 본 프로그램의 개발 원칙과 내용 구성 및 전개는 다음과 같다.

---

3) 유형의 산출물을 기대하기도 하지만 교과의 특성상 무형의 산물인 새롭거나 효율적이거나 간결한 문제 해결 전략이나 증명 방법 및 과정 등.

1. 프로그램 개발 원칙

본 프로그램은 교실에서 이루어지는 정규교과 학습 진도와 병행하여 학습할 수 있도록 구성하되 적용 대상은 수학에 대한 학습 의욕과 호기심 등 정의적 특성 및 추론력과 문제해결력 등 인지적 특성이 보통 수준의 학생들보다 앞선 상위 15-20%의 학생을 대상으로 개발하였다. 그리고 프로그램의 유형은 개별학습 과제와 집단학습 과제의 두 가지 유형으로 개발한다. 개별학습 과제는 각 가정에서 학생이 스스로 제시된 주제나 문제를 해결하는 형태로서 자기주도적 학습을 원칙으로 하되 가족의 참여를 포함한다. 집단과제는 개별학습 주제를 기저로 하여 동일한 주제에 대해 개별·소집단별 탐구활동과 토론을 통하여 창의적인 산출물을 만드는데 있으며, 프로그램 개발 원칙은 다음과 같다.

- 모든 학습자의 자기 주도적 학습이 이루어지도록 구성한다.
- 학교교육과 가정교육을 연계할 수 있는 활동을 포함하도록 한다.
- 학생들의 인지적 측면과 정의적 측면이 균형을 이루도록 한다.
- 정규 교육과정 내용과 활동을 바탕으로 한 심화학습이 이루어지도록 한다.
- 논리·수렴적 사고보다는 창의·확산적 사고 및 창의적 문제해결력을 기르도록 한다.
- 수학의 내적인 연결성뿐 아니라 간학문적인 내용과 활동이 포함되도록 한다.

2. 내용 구성

(1) 개별학습

- 수학에 대한 흥미와 호기심을 자극할 수 있는 장면을 제공하였다.
- 활동 내용은 정규교육과정에서 학습한 개념과 원리·법칙을 근간으로 구성한다.
- 조사, 실험, 조작 등 활동주의적 관점에서 탐구활동이 이루어지도록 구성한다.
- 주제에 따라 가정학습을 지원하기 위한 지도 방법 및 참고자료를 안내한다.
- 주제별 탐구활동을 지원하기 위한 과제 해결 방법과 관련 정보를 상세히 안내한다.
- 개별활동뿐 아니라 가족이 공동으로 해결할 수 있는 유형의 문제를 포함하다.
- 개인차를 고려하고 창의적 사고를 경험할 수 있도록 개방형 과제의 비중을 높인다.
- 개인별 능력과 흥미에 따라 다양한 유형의 창조적인 산출결과가 나오도록 구성한다.
- 매 주제별 학습활동에 대한 성취도를 알아보기 위한 평가 문항을 제시한다.
- 평가는 음미·반성의 기회 제공을 위해 학생이 자율적으로 할 수 있도록 모범 답안을 제시한다.
- 문제 장면은 실생활과 관련된 문제 장면을 제시하여 수학의 가치와 유용성을 느끼게 한다.

(2) 집단학습

- 정규교육과정 내용과 이전 5단계까지의 학습 내용을 통합하여 구성한다.

- 과제는 유형·무형의 창의적인 산출물을 생산할 수 있는 내용으로 구성한다.
- 과제 해결은 개별 활동과 소집단 활동을 병행하되 의사소통의 기회를 최대화한다.
- 개인차를 고려하여 개별. 또는 소집단별 본 과제에 대한 심화학습 과제를 포함한다.

3. 프로그램 활용

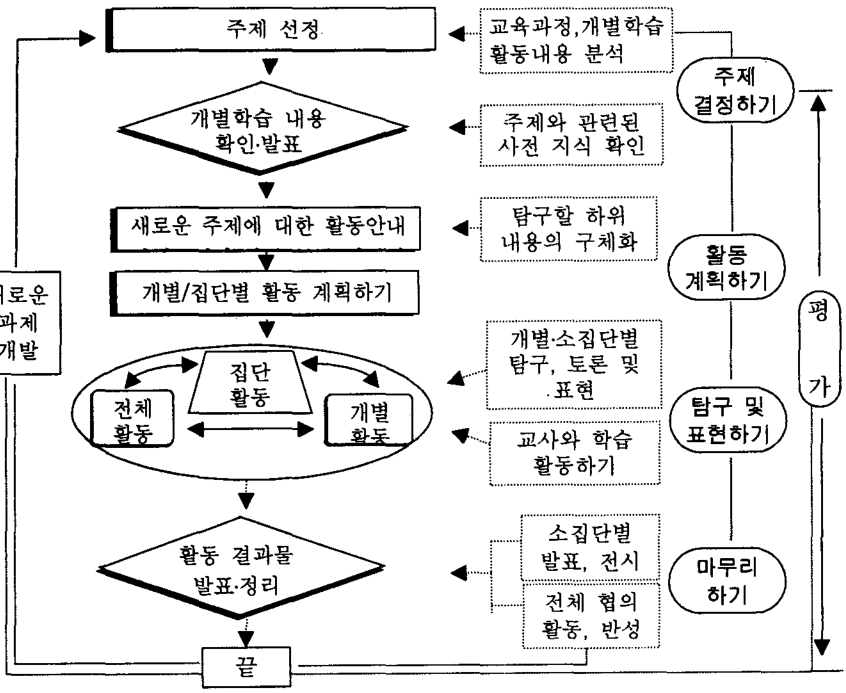
수업의 유형은 강의식, 토론식, 개별지도, 실험과 관찰, …등 다양하며, 학생들이 선호하는 개인별 학습 유형도 다양하다. Stewart(1981, Coleman에서 재인용)의 연구에 의하면 자기주도적 학습, 토론식 학습, 강의식 학습, 프로젝트식 학습 등 4가지 유형 중 보통 수준의 학생들은 뒤의 2가지 유형을 선호하는 반면 영재성이 있는 학생들은 앞으로 2가지 유형을 좋아하는 것으로 나타났다. 본 프로그램은 이들 4가지 유형 중 학생들의 특성을 고려하여 강의식 학습을 제외한 3가지 학습 유형을 혼합하여 운영하도록 한다. 특히 자기주도적으로 이루어지는 개별학습을 강화하여 학생 스스로 자신의 학습을 조절·통제함으로 해서 학습에 대한 자율성과 책임감을 갖도록 한다. 그 구체적인 방법은 다음과 같다.

(1) 개별학습

- 정규 교과 학습 진도와 병행하여 학생이 개별로 과제를 수행한다.
- 학습 습관 형성 및 수학적 사고를 지속하기 위하여 매일 한 과제씩 해결하도록 한다.
- 과제의 평가는 자기평가를 원칙으로 하되 필요한 경우 가족공동으로 평가하도록 한다.
- 과제 해결에 필요한 참고 도서 및 Web사이트 등의 정보를 제공한다.
- 가족의 참여나 협력이 필요한 사항은 '가정 통신문'이나 '홈페이지'를 통해 정보를 제공한다.
- 개별 해결을 지원하기 위해 '홈페이지' 및 E-mail를 통하여 개별, 또는 집단지도를 한다.

(2) 집단학습

- 개별학습 내용을 소집단별 발표·토론하여 아이디어를 공유하도록 한다.
- 교사와 함께 개별학습 내용을 종합·정리하도록 한다.
- 이전에 학습한 내용을 바탕으로 개별, 또는 집단별로 새로운 과제를 수행한다.
- 개별·소집단별로 창의적인 산출물을 만들고, 이를 발표·전시하여 아이디어를 공유하도록 한다.
- 집단학습 과제 개발과 활용과정을 순서도로 나타내면 다음 그림과 같다.



Ⅶ. 결 론

국가적 차원에서 인재 양성을 위하여 영재교육 시행령이 공포(2002)됨에 따라 지역별 차이는 있으나 전체 초등학생의 약 0.4%가 교육의 혜택을 받고 있다. 그러나 우리 주변에는 영재교육을 받지는 못하지만 수학적 사고력이나 창의적 문제 해결력이 뛰어난 학생, 즉 수학 유망성을 지닌 학생을 많이 볼 수가 있다. 여러 연구(Vaughn, 1991 ; Fowler, 1995;Porter, 1999. Koshy 2002에서 재인용)에 의하면 '어린 시기에 학생들에게 제공되는 외부의 적절한 자극은 학습 습관형성 및 잠재적 학습력 신장에 강력한 영향을 미친다.'고 볼 때, 수학 유망성이 있는 학생 교육에 좀 더 관심을 가질 필요가 있다. 그것은 이들에게 적절한 학습의 기회가 제공되지 않는다면 그들의 수학 유망성은 약화되거나 소멸될 가능성이 있기 때문이다. 그러나 현행 학교 운영 체제에서는 이들의 특성을 고려한 학습 프로그램을 제공하고 지도할 수 있는 교육적 배려를 제공하기는 어려운 실정이다.

학생교육은 가정과 학교가 긴밀한 협력체계를 유지할 때, 즉 교사와 부모가 같은 철학을 공유하면서 학생의 소질과 흥미와 능력과 관련된 정보를 공유함으로써 학생들은 건전하게 성장할 것이라는 관점에서 교실 수업 내용과 연계한 가정학습 프로그램을 제공하는 것은 수학 유망성을 개발하고 신장시키는 데 기여하리라 생각된다. 이러한 취지에서 본고에서는 수학 유망성을 신장시키기 위한 방안의 하나로 통합/연결형 접근모델을 제안한다. 이 모델은 정규 교육과정 내용을 포함・강화한 심화

학습과 관련성이 깊은 프로그램으로 교실에서 이루어지는 학습 내용과 가정학습, 그리고 교실 수업을 통해 이해한 개념과 원리·법칙을 실생활 문제 해결과 연결하여 교사의 지시나 통제에서 벗어나 학생이 자기주도적 학습의 기회를 제공하는 데 있다. 본 프로그램의 구성은 주 5회의 개별학습과 주 1회의 집단학습으로 운영하도록 구성하였다. 개별학습은 학생 스스로 과제를 해결하는 것을 원칙으로 하되 가족과 협력 체계를 유지할 수 있도록 구성하였으며, 집단학습은 개별학습 내용을 발표·토론하는 기회를 통하여 학습 내용을 통합·정리하고, 이를 바탕으로 창의적인 산출물을 생산하거나 창의적 사고를 자극하는 새로운 주제에 대한 학습 기회를 제공함으로써 수학 유망성을 신장시킬 수 있을 것이다. 또한 학생들의 학습 상황이 누가적으로 기록·보존됨으로써 학생의 진보 상황을 정확하게 파악할 수 있고, 즉시에 적절한 피드백을 제공할 수 있으며, 가정과 학교의 협력 체제를 유지할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

남승인 (2002). 초등 수학영재아 지도를 위한 학습자료 개발, 한국수학교육회지 시리즈 F <수학교육 학술지> 7. pp.55-74.

_____ (2002). 수학적 유망성이 있는 학생을 위한 프로그램 개발. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 19. pp.543-556.

신헌용·한인기 (1999). 수학 영재의 창의성 신장을 위한 방향 모색, 청람 수학교육 8, pp.15-443. 한국교원대학교 수학교육 연구소.

Coleman, L. J. (1985). *Schooling the Gifted*, Addison-wesley Publishing Company. Canada

Koshy. V. (2002). *Teaching Gifted Children 4-7.* David Fulton Publishers. London

Flournoy. M. (1996). *Meeting the Challenge;*A Guidebook for Teaching Gifted Students. California Assocation for the Gifted. 5777W. Century Blvd., Suite 1670

Gosfield M.(1998). *The Challenge of Raising your Gifted Child,* California Assocation for the Gifted. 5777W. Century Blvd., Suite 1670

Krulik. S and Rudnick,J.A. (1994). Reflect… forBetter Problem Solving and Reasoning. *Arithmetic Teacher*. NCTM

Middleton,J.A and Spaias,A. S.(2002). *Findings from Reseacch on the Motivation in Mathematics Education; What Matters in Coming to Value Mathematics*, Lessons Learned from Research. NCTM

NCTM. (1987). *Providing Oppertunities for the Mathematically*. Gifted, K-12. pp.120-124. NCTM.

Sheffield, L. J. (2000). *Extending the Challenge in Mathematics*. Corwin press, Inc

Willoughby, S. S.(2000). *Learning Mathematics for a new Century*. 2000 Yearbook. NCTM

Development Connecting Program to help to study in School and in Home for Increase of Mathematically Promising

Nam, Seung In
Daegu National University of Education

There are many students around us, who are mathematically promising but have not taken some instructions with a program for the gifted. Providing a certain opportunity for them to take a differentiate program from one given normal students in a regular classroom has some limitations. If ever, offering a learning program developed with the connection of regular curriculum can lead them to reveal their potential. I think it is desirable that the effect of the program is more increasing when study in school keeps a reciprocal relationship to study in home for increasing the students' promising. In this paper, it is discussed to develop and implement the teaching·learning program for the integration and connection of school and home for the Mathemaically Promising Students.

* ZDM Classification : U52
* MSC2000 Classification : 97C90
* Key Word : Mathematically Promising, Learning program for the integration and connection., self-directed learning

부 록

4-가. 단원 1. 큰 수

◆ **주제 설정 배경 :** 4학년은 십진기수법 자리값의 개념적 이해를 마무리 하는 단계이다. 4학년에서는 다섯 자리 이상의 수에 대한 자리값의 개념을 바탕으로 수를 바르게 읽고 쓰도록 한다. 그리고 뛰어세기를 통해서 수 계열을 학습하고, 주어진 수들의 대소를 비교하는 것을 학습하게 된다. 본 주제는 큰 수를 학습하는 과정에서 자리값의 개념을 명확히 이해하고 수 감각을 개발하는데 목적을 두고 있다. 이를 위하여 교과서의 학습 내용을 바탕으로 한 수를 여러 가지로 표현하고, 주어진 양을 어림수로 나타내는 과정에서 창의적인 사고력과 수학적인 추론력, 직관력 및 논리적인 사고력을 기른다. 또한 일상 생활에서 이러한 수들이 어떻게 사용되는지를 알아봄으로써 수에 대한 수 감각을 풍부히 하고 수를 능숙하게 다루는 능력을 길러주고자 한다.

◆ 소주제별 활동 내용

구분	차시	행동영역	수 업 내 용 및 활 동	준비물
가정 학습	1	기본지식	일상 생활에서 만, 억, 조 단위의 수가 사용되는 경우를 찾아봄으로써 수 감각을 개발하고자 한다. 만, 억, 조의 단위를 도입하고 이러한 수들의 상대적인 크기를 인식하며 한 수를 여러 가지 방법으로 표현하는 것을 학습하게 된다. 또 신문이나 잡지, 인터넷 검색을 통해 큰 수가 사용되는 경우를 찾아보게 한다.	신문. 지폐. 동전
	2	관계파악	자리값이 같은 큰 수가 주어졌을 때 각 자리값의 숫자를 비교하면서 수의 크기를 이해하도록 한다.	
	3	추론	뛰어세기 활동을 통해서 규칙적으로 수를 세는 방법을 학습하고 수직선에서 주어진 수들 사이의 관계를 이용하여 특정한 위치가 나타내는 수를 어림하는 방법을 학습하게 된다.	
	4	문제해결	여러 가지 어림 전략을 사용해서 대상의 수를 어림하는 방법을 학습하게 된다. 이때 전체를 작은 부분으로 나누어 부분의 수를 어림한 후 주어진 양을 어림하는 방법을 사용한다.	자
	5	창의성	1억원을 여러 가지 지폐나 동전(10000원, 1000원, 100원, 10원)으로 바꾸고 실제 돈의 크기를 이용하여 1억원을 탐구하면서 큰 수에 대한 수 감각을 개발한다.	자, 계산기
집단 학습	6	통합/창조	신문 기사의 타당성을 확인하는 활동을 통해서 큰 수에 대한 수 감각을 개발한다. 100억원을 만원짜리 지폐로 바꾸었을 때 무게를 계산함으로써 이 금액을 한 사람이 옮길 수 있는 무게인지를 알아본다.	OHP, PPT. 계산기

◇ <u>[기본 지식] 주제명 : 큰 수 알아보기</u>

<목표> 일상생활에서 사용되는 만, 억, 조 단위의 수를 이해한다.

<준비물> 신문. 지폐. 동전

♠ 만에 대해서 알아봅시다.

1. 만, 십만, 백만, 천만이 어떤 수인지 알아봅시다.

[예] 10000은 다음과 같이 여러 가지 방법으로 나타낼 수 있습니다.

1000원	1000원	1000원	1000원	1000원
1000원	1000원	1000원	1000원	1000원

1000원짜리 지폐 10장은 __원입이다. 이것은 __원, 또는 __원이라 쓰고, _원 또는 __원이라고 읽습니다.

돈을 이용하여 10000이 어떤 수인지 알아보면, 1000이 __인 수, 100이 __인 수, 10이 __인 수, 1이 __인 수입니다.

① 만원짜리 지폐를 이용하여 만보다 큰 수를 나타내어 보시오.

	수	읽기	수를 나타내는 방법
만원짜리 10장			
만원짜리 100장			
만원짜리 1000장			

2. 억에 대해서 알아봅시다.

① 1억, 10억, 100억, 1000억이 어떤 수인지 알아봅시다.

1억	10억	100억	1000억
·1000만이 __인 수	·1억이 __인 수	· 10억이 __인 수	·100억이 __인 수

3. 신문이나 잡지, 인터넷 등 일상생활에서 만, 억, 조와 같은 큰 수가 사용된 기사를 찾아서 정리하여 보시오.

찾은 기사 붙이기	내용 요약	사용된 수

◇ [관계 파악] 주제명 : 수의 크기 비교하기

<목표> 자리 값을 통해 큰 수의 크기를 이해한다.

♠ 큰 수의 크기를 비교하여 봅시다.

1. 다음은 어떤 세 수의 크기를 비교하여 >, <로 나타낸 것입니다.

7㉠3746 < ( ) < 7㉡0495

(1) ㉠에 써 넣을 수 없는 숫자를 말하시오. 그리고 그 이유를 설명해 보시오.

(2) ㉡에 써 넣을 수 없는 숫자를 말하시오. 그리고 그 이유를 설명해 보시오.

(3) ㉠에 숫자 '1'을 써 넣었을 경우, ㉡에는 어떤 숫자를 써 넣을 수 있습니까?.
또 이때 ( ) 안에 들어갈 수 있는 수 중에서 가장 큰 수와 가장 작은 수는 각각 어떤 수입니까?.

(4) ㉡에 숫자 '1'을 써 넣었을 경우, ㉠에는 어떤 숫자를 써 넣을 수 있습니까?.
또 이때 ( ) 안에 들어갈 수 있는 수 중에서 가장 큰 수와 가장 작은 수는 각각 어떤 수입니까?

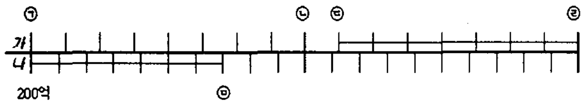
(5) ( )안에 가장 여러 개의 수가 들어갈 수 있으려면 ㉠과 ㉡에는 어떤 숫자를 써 넣어야 합니까?

◇ [추론] 주제명 : 뛰어세기

<목표> 수들 사이의 관계를 이용해 수직선의 위치를 어림할 수 있다.

♠ 수직선에서 뛰어세기를 하여 보시오.

1. 다음 수직선에서 *가*의 눈금은 한 칸에 1억을 나타내고, *나*의 눈금은 한 칸에 8000만을 나타냅니다. *가*와 *나* 수직선에서 색칠된 부분의 길이를 알아보시오.



① ㉡과 ㉣의 위치에 있는 수는 각각 얼마를 나타냅니까?

② 수직선 *가*에서 색칠된 부분의 길이는 얼마입니까?

③ 수직선 *가*에서 ㉢의 위치에 있는 수는 얼마를 나타냅니까?.

④ 수직선 *나*에서 색칠된 부분의 길이는 얼마입니까?.

⑤ 수직선 *나*에서 ㉤의 위치에 있는 수는 얼마를 나타냅니까?.

⑥ 두 수직선에서 ㉢과 ㉤ 사이의 거리는 얼마입니까?.

2. 다음 수직선에서 빈 칸에 들어갈 수를 어림하여 보시오.

① 수직선의 처음과 끝은 각각 얼마입니까?

② 수직선에서 점이 찍힌 위치를 설명하여 보시오.

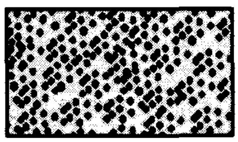
③ 수직선에서 빈 칸에 들어갈 수는 약 얼마라고 생각합니까?.

3. 다음 수직선의 빈 칸에 들어갈 수를 어림해 보고, 어떻게 구하였는지 설명하여 보시오.

◇ [문제 해결] 주제명 : 큰 수 어림하기

<목표> 여러 가지 어림전략을 사용해서 주어진 양을 어림수로 나타낼 수 있다.

♠ 다음 그림은 지난 어린이날 놀이공원의 모습을 항공사진으로 찍은 것입니다. 그림에서 하나의 점은 사람 한 명을 나타낸다고 합니다. 놀이공원에 모인 사람의 수를 알아보시오.



1. 놀이공원에 모인 사람의 수를 추측하여 보시오.

① 놀이공원에 모인 사람의 수는 약 몇 명이라고 생각합니까?. ② 왜 그렇게 생각합니까?

③ 놀이공원에 모인 사람의 수를 알 수 있는 방법에는 어떤 것이 있는지 적어 보시오.

2. 놀이공원에 모인 사람은 모두 몇 명인지 다음과 같은 방법으로 알아보시오.

① 놀이공원의 가로의 길이와 세로의 길이를 자로 재어 보시오. 각각 얼마입니까?

② 위의 그림을 크기가 같은 몇 개의 부분으로 나누어 보시오. 모두 몇 개로 나누었습니까?

③ 몇 개의 부분으로 나눈 것 중 한 부분을 선택하여 점의 수를 세어 보시오. 모두 몇 개입니까?

④ 한 부분에 들어있는 점의 수를 이용하여 전체 점의 수를 구하여 보시오. 모두 몇 개라고 할 수 있습니까?

⑤ 놀이공원에 모인 사람은 약 몇 명이라고 할 수 있습니까?

⑥ 위와 같은 방법으로 무엇을 알 수 있습니까?

3. 다른 방법으로 놀이공원에 모인 사람의 수를 알아보시오.

◇ [창의성] 주제명 : 1억원에 대해서 알아보기]

<목표> 1억원을 탐구하면서 큰 수에 대한 수 감각을 가진다.

<준비물> 30cm 자, 계산기

♠ 1억원에 대해서 알아봅시다.

1. 1억원을 금액이 다른 돈으로 바꾸어 봅시다. 몇 장. 또는 몇 개와 바꿀 수 있습니까?

① 돈 종류	1만원짜리	1000원짜리	100원짜리	10원짜리
장수	장	장	개	개

② 1억원을 다른 지폐나 동전으로 바꾸는 방법에 대해 더 생각하여 봅시다.

3. 1억원을 다른 지폐나 동전으로 바꾼 후 한 줄로 늘어놓았을 때의 길이를 알아봅시다.

① 다른 지폐나 동전으로 바꾼 1억원을 한 줄로 늘어놓았을 때의 길이를 알아보는 방법에 대해 써 보시오.

② 실제 지폐의 가로의 길이와 동전의 지름의 길이를 자로 재어보시오. (두 변의 길이 중 더 긴 쪽을 가로로 합니다.)

③ 1억원을 여러 가지 지폐나 동전으로 바꾼 후 한 줄로 늘어놓았을 때의 길이가 얼마인지 알아보시오. (계산기 사용하여 계산합니다.)

④ 100원짜리 동전으로 바꾸었을 때의 1억원의 길이는 생활 주변의 어느 정도의 길이와 비슷한지 인터넷을 통해 찾아봅시다.

지 폐	가 로
10000원	
1000원	

동 전	지 름
100원	
10원	

	cm	km
10000원짜리		
1000원짜리		
100원짜리		
10원짜리		

◇ [집단학습] 주제명 : 100억원의 비밀

<목표> 100억원에 대한 양감을 익히고 적절한 근거를 들어 주어진 수의 타당성을 검증할 수 있다.

<준비물> 계산기

♠ 다음 글을 읽고 문제를 해결하여 봅시다.

어느 은행에 오늘 아침 강도가 들었다. 강도는 한 명으로, 가방 하나에 돈을 넣어 달아났다고 한다. 은행에서는 강도가 훔쳐간 돈이 모두 만원 짜리 지폐로, 약 100억원이라고 보고하였다. 그러나 방송국에서는 은행 강도가 훔쳐간 이 돈이 혼자서 운반하기에는 너무 큰 액수라고 의심을 하였지만 증명할 증거가 없었다. 그래서 방송국에서는 지금 은행의 보고가 사실인지 거짓인지 증명할 수 있는 방송 기사를 보낼 사람을 찾고 있다. 은행의 보고가 사실인지를 조사해 보고, 이 사건에 대해 발견한 점을 방송국에 보낼 방송 기사로 작성하시오.

1. 위의 글을 읽어봅시다.
2. 위의 글을 읽고 알 수 있는 사실들을 발표해 봅시다.
3. 은행의 보고가 사실인지, 거짓인지 추측하여 봅시다. 또 왜 그렇게 생각하는지 이야기하여 봅시다.
4. 100억원을 10000원짜리로 바꾸면 어느 정도 되는지 알아보는 방법에 대해 이야기하여 봅시다.

[조별 학습]

1. 100억원의 무게를 이용하여 은행의 보고가 사실인지, 거짓인지 확인하는 방법을 생각하여 봅시다.(단, 1kg=1000g입니다.)

지폐의 종류	1000원	5000원	10000원
한 장의 무게(g)	1.03g	1.09g	1.1g

2. 각 조에서 생각한 내용에 대해 발표해 봅시다.

[개별 학습]

1. 지금까지의 활동을 바탕으로 은행의 보고가 사실인지, 거짓인지를 판단하고, 이것을 뒷받침하는 근거를 들면서 방송 기사를 써 봅시다.

2. 자신이 쓴 방송 기사를 발표하여 봅시다.