

순환 최소자승법을 이용한 전동기 관성과 마찰계수 추정

論 文

56-2-13

Inertia and Coefficient of Friction Estimation of Electric Motor using Recursive Least-Mean-Square Method

金 智 慧[†] · 崔 鐘 宇^{*}
(Ji-Hye Kim · Jong-Woo Choi)

Abstract - This paper proposes the algorithm which estimates moment of the inertia and friction coefficient of friction for high performance speed control of electric motor. The proposed algorithm finds the moment of inertia and friction coefficient of friction by observing the speed error signal generated by the speed observer and using Recursive Least-Mean-Square method(RLS). By feedbacking the estimated inertia and estimated coefficient of friction to speed controller and full order speed observer, then the errors of the inertia and coefficient of friction and speed due to the inaccurate initial value are decreased. Inertia and coefficient of friction converge to the actual value within several times of speed changing. Simulation and actual experiment results are given to demonstrate the effectiveness of the proposed parameter estimator.

Key Words : inertia and coefficient of friction estimation, speed observer, RLS, motor speed control

1. 서 론

고성능의 속도제어 특성을 얻기 위해서 정확하고 빠른 속도추정과 고성능의 속도제어 알고리즘은 필수적이다. 특히 짧은 샘플링시간 내에 고속의 정밀 연산을 수행할 수 있는 DSP(Digital Signal Processors)의 발달로, 고속 응답 특성을 갖춘 서보전동기 시스템에 대한 요구가 점점 증대되고 있다.

기존에는 인코더에 의해 발생하는 펄스의 수와 펄스 사이의 시간을 측정함으로써 속도를 계산하는 M/T방식이 속도 추정방법으로 많은 산업 응용분야에 적용되었다. 그러나 M/T방식은 실시간 속도가 아니라 평균속도를 측정하는 방식이므로 저속영역에서는 측정지연을 발생시켜 속도응답을 저해하는 단점이 있다. 이러한 단점 때문에 속도제어 성능을 향상시키기 위하여 관측기 이론 등의 제어이론을 적용한 속도추정방법은 많이 연구되었으며, 최근에는 저속영역에서 기존의 M/T방식보다 우수한 속도 추정 성능을 보여주는 것으로 보고되고 있다[1]. 속도제어기의 특성을 정확히 설계하기 위해서는 제어이론을 기반으로 한 속도추정법으로 정확한 속도정보를 알고 관성과 마찰계수와 같은 시스템 상수를 정확히 알아야 하며 이에 대한 많은 연구가 진행되었다[2~5].

본 논문은 전동기를 몇 번의 정역 회전만으로 실제관성과 마찰계수를 추정하는 알고리즘을 제안하였다. 속도 추정은 전차원 상태관측기를 기반으로 구현하였고, 전차원 속도관측기에서 발생하는 속도오차 신호로부터 제안된 알고리즘을

사용하여 관성과 마찰계수를 동시에 추정한다. 제안된 알고리즘의 특성을 검증하기 위하여 시뮬레이션과 실험결과를 제시하였다.

2. 본 론

2.1 기계방정식[1]

일반적인 기계방정식은 식 (1)과 같다.

$$T_e = J_m \frac{d\omega_m}{dt} + B_m \omega_m + T_L \quad (1)$$

여기서 T_e 는 토크, ω_m 는 기계각속도, J_m 는 관성, B_m 는 마찰계수, 그리고 T_L 은 부하토크이다. 부하토크의 변화는 제어기의 샘플링 주기에 비해 매우 작으므로 일정하다고 가정하여 그 미분을 '0'으로 둔다. 그러므로 식 (2)와 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{dT_L}{dt} = 0 \quad (2)$$

식 (3)은 일반적인 상태방정식이다. \mathbf{x} 는 상태변수, \mathbf{A} 와 \mathbf{B} 와 \mathbf{C} 는 시스템 행렬, \mathbf{u} 는 시스템의 입력이고 \mathbf{y} 는 시스템의 출력이다.

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} \end{aligned} \quad (3)$$

[†] 교신저자, 學生會員 : 慶北大 電氣工學科 碩士課程

E-mail : livemouse@hanmail.net

^{*} 正 會 員 : 慶北大 電氣工學科 教授

接受日字 : 2006年 11月 7日

最終完了 : 2006年 12月 21日

식 (1)~(2)를 상태방정식으로 표현하면 식 (4)가 된다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega_m \\ T_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B_m}{J_m} & -\frac{1}{J_m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ T_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} T_e \quad (4)$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \omega_m \\ T_L \end{bmatrix}$$

여기서 $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \omega_m \\ T_L \end{bmatrix}$, $y = \omega_m$, $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{B_m}{J_m} & -\frac{1}{J_m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$,

$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ J_m \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = [1 \quad 0]$, $u = T_e$ 이다. 식 (4)를 라플라스 변환하면 식 (5)와 같다.

$$s\omega_m = -\frac{B_m}{J_m}\omega_m - \frac{1}{J_m}T_L + \frac{1}{J_m}T_e \quad (5)$$

$$sT_L = 0$$

2.2 전차원 속도관측기

전차원 상태관측기의 일반적인 식은 식 (6)이다.

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u + \mathbf{L}(y - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}) \quad (6)$$

$$y = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}$$

여기서 $\hat{\mathbf{x}}$ 는 상태변수 \mathbf{x} 의 추정치, \mathbf{L} 은 전차원 관측기의 이득이다. 식 (4)의 상태방정식을 이용하여 전차원 속도 관측기를 구성하면 식 (7)과 같다. $\hat{\omega}_m$ 는 추정속도이고 ω_m 는 전동기의 실제속도, \hat{T}_L 는 추정부하토크, J 는 실제관성, B 는 실제마찰계수이다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\omega}_m \\ \hat{T}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\omega}_m \\ \hat{T}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} T_e + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} (\omega_m - \hat{\omega}_m) \quad (7)$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \hat{\omega}_m \\ \hat{T}_L \end{bmatrix}$$

여기에서 $[l_1 \quad l_2]^T$ 는 전차원 속도관측기의 이득벡터이고 식 (8)처럼 시스템 특성방정식의 근으로 결정한다.

$$\det[s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})] = s^2 + \left(\frac{B}{J} + l_1\right)s - \frac{l_2}{J} = 0 \quad (8)$$

식 (8)에서 원하는 특성방정식의 두 근을 α 와 β 라 두면 l_1 과 l_2 를 식 (9)과 같이 나타낼 수 있다.

$$l_1 = \alpha + \beta - \frac{B}{J}, \quad l_2 = -\alpha\beta J \quad (9)$$

그림 1은 전차원 속도관측기의 블록도이다. 전차원 속도 관측기에 실제속도와 실제토크를 입력하면 속도오차 $\Delta\omega_m$ 와 추정속도 $\hat{\omega}_m$ 를 알 수 있다.

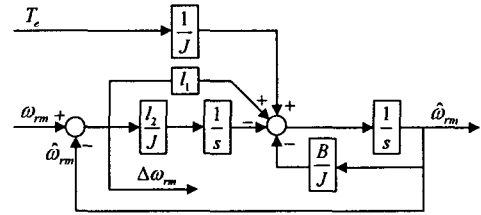


그림 1 전차원 속도관측기
Fig. 1 Full order state speed observer

2.3 순환 최소자승법을 이용한 관성마찰계수추정기 (Inertia and coefficient of friction estimator, IFE)

전체 시스템이 알고 있는 관성과 마찰계수는 실제관성 J 와 실제마찰계수 B 와 다르기 때문에 각각 추정관성 \hat{J} 와 추정마찰계수 \hat{B} 로 표기한다. 따라서 식 (7)을 수정하면 식 (10)과 같다. 마찬가지로 관측기 이득인 l_1 과 l_2 도 추정관성과 추정마찰계수로 표시된다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\omega}_m \\ \hat{T}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\hat{B}}{\hat{J}} & -\frac{1}{\hat{J}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\omega}_m \\ \hat{T}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} T_e + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} (\omega_m - \hat{\omega}_m) \quad (10)$$

식 (10)을 라플라스 변환하면,

$$s\hat{\omega}_m = -\frac{\hat{B}}{\hat{J}}\hat{\omega}_m - \frac{\hat{T}_L}{\hat{J}} + \frac{T_e}{\hat{J}} + l_1(\omega_m - \hat{\omega}_m) \quad (11)$$

$$s\hat{T}_L = l_2(\omega_m - \hat{\omega}_m)$$

이다. 식 (5)와 식 (11)로부터 속도오차($\Delta\omega_m = \omega_m - \hat{\omega}_m$)를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta\omega_m = (1 - \frac{J}{\hat{J}}) \frac{s^2}{s^2 + (l_1 + \frac{\hat{B}}{\hat{J}})s - \frac{l_2}{\hat{J}}} \omega_m + (\frac{\hat{B}}{\hat{J}} - \frac{B}{J}) \frac{s}{s^2 + (l_1 + \frac{\hat{B}}{\hat{J}})s - \frac{l_2}{\hat{J}}} \omega_m \quad (12)$$

속도오차 $\Delta\omega_m$ 는 고역통과필터(High Pass Filter)와 대역 통과필터(Band Pass Filter)의 합으로 이루어져 있고 간단히 표현하면 식 (13)과 같다.

$$\Delta\omega_m = a \cdot f_1(\omega_m) + b \cdot f_2(\omega_m) \quad (13)$$

여기서 각각의 변수는 다음과 같다.

$$a = 1 - \frac{J}{\hat{J}}, \quad b = \frac{\hat{B}}{\hat{J}} - \frac{B}{\hat{J}} \quad (14)$$

$$f_1(\omega_m) = L^{-1} \left(\frac{s^2}{s^2 + (\hat{l}_1 + \frac{\hat{B}}{\hat{J}})s - \frac{l_2}{\hat{J}}} \omega_m \right), \quad f_2(\omega_m) = L^{-1} \left(\frac{s}{s^2 + (\hat{l}_1 + \frac{\hat{B}}{\hat{J}})s - \frac{l_2}{\hat{J}}} \omega_m \right) \quad (15)$$

식 (15)에서 입력의 형태라고 볼 수 있는 고역통과필터(High Pass Filter)와 대역통과필터(Band Pass Filter)를 통과한 속도 $f_1(\omega_m)$ 와 $f_2(\omega_m)$, 출력의 형태라고 볼 수 있는 속도오차 $\Delta\omega_m$ 를 알고 있으므로 최소자승법을 이용하면, 입출력 사이의 상수인 관성과 마찰계수의 정보를 포함하고 있는 a 와 b 를 알 수 있다. a 와 b 를 알아내기 위하여 순환 최소자승법을 사용한다.

본 논문은 최소자승법 중 구배법(Gradient Method)을 사용하였으며 구배법의 일반적인 식은 다음과 같다[6].

$$\begin{aligned} \mathbf{z}[n+1] &= \mathbf{z}[n] + \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}[n] \cdot \mathbf{e}[n] \\ \mathbf{e}[n] &= \mathbf{y}[n] - \mathbf{x}^T[n] \cdot \mathbf{z}[n] \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 $\mathbf{x}[n]$ 는 입력, $\mathbf{y}[n]$ 는 출력, $\mathbf{z}[n]$ 는 입출력 사이의 상수이고 $\mathbf{e}[n]$ 는 $\mathbf{z}[n]$ 를 포함한 오차이며 \mathbf{K} 는 이득이다. 각 변수들을 본 논문에 적용하면 다음과 같다. 여기서 k_J 는 관성추정이득, k_B 는 마찰계수 추정이득이다.

$$\begin{bmatrix} a[n+1] \\ b[n+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a[n] \\ b[n] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_J & 0 \\ 0 & k_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(\omega_m) \\ f_2(\omega_m) \end{bmatrix} (\Delta\omega_m - a[n]f_1(\omega_m) - b[n]f_2(\omega_m)) \quad (17)$$

a 와 b 는 필터를 거친 속도정보 $f_1(\omega_m)$ 와 $f_2(\omega_m)$ 에 의해 실시간으로 갱신된다. a 와 b 는 식 (14)에 나타나있듯이 관성과 마찰계수의 정보를 포함하고 있으므로, 식 (18)처럼 관성과 마찰계수를 추정하는 식으로 변형할 수 있다.

$$\hat{J}[n+1] = \hat{J}[n] - a[n] \cdot \hat{J}[n], \quad \hat{B}[n+1] = \hat{B}[n] - b[n] \cdot \hat{J}[n] \quad (18)$$

식 (18)를 보면 실시간으로 갱신하는 a 와 b 에 의해 추정 관성과 추정마찰계수도 갱신된다. 갱신되는 추정관성과 추정마찰계수를 속도제어기와 전차원 속도관측기에 케환하면, 초기에 잘못된 관성과 마찰계수를 입력하여 생기는 속도오차를 줄여나감으로써 실제관성과 실제마찰계수를 찾을 수 있다.

그림 2는 순환 최소자승법을 이용한 관성마찰계수추정기의 블록도이다. 순환 최소자승법(RLS)을 포함한 관성마찰계수추정기에 전동기의 실제속도 ω_m 와 전차원 속도관측기로부터의 속도오차 $\Delta\omega_m$ 를 입력하면 관성과 마찰계수가 추정된다. 그림 3은 제안된 알고리즘을 포함한 전체 시스템의 블록도이다.

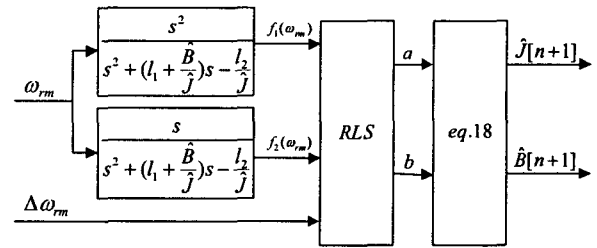


그림 2 제안된 순환 최소자승법을 이용한 관성마찰계수추정기
Fig. 2 Proposed IFE using RLS

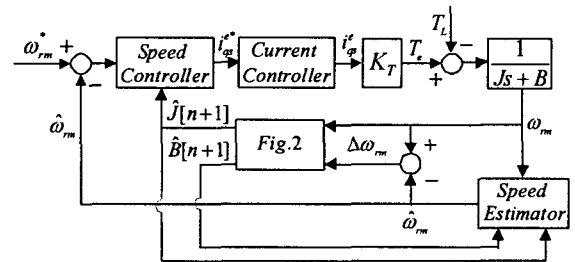


그림 3 제안된 알고리즘을 포함한 전체 시스템
Fig. 3 Overall system including proposed algorithm

3. 시뮬레이션 및 실험

3.1 실험 시스템 구성

제안된 제어기의 특성을 검증하기 위하여 시뮬레이션과 실험을 하였다. 실제관성과 실제마찰계수는 실험에 사용할 전동기를 오프라인으로 구동시켜 측정하고 계산한 결과를 실제값으로 설정하였다. 전동기를 구동시켜서 가감속 실험과 정상상태 실험을 하여 관성과 마찰계수를 측정된 값은 각각 $0.0016[kgm^2]$, $0.0012[kgm^2/s]$ 이다. 시뮬레이션과 실험에 사용할 제원을 정리하면 표 1과 같다.

표 1 영구자석동기전동기의 정격 및 상수
Table 1 Ratings and parameters of permanent magnet synchronous motor

정격 출력	1[kW]
정격 토크	9.82[Nm]
정격 속도	1000[rpm]
관성 J	0.0016[kgm ²]
마찰계수 B	0.0012[kgm ² /s]

시뮬레이션과 실험의 샘플링시간은 $100\mu s$ 이고, 전류제어기의 주파수 대역은 $\omega_c = 1000[rad/s]$ 로 두었다. 속도 제어기는 PI제어기를 사용하였으며 주파수 대역은 $\omega_{sc} = 100[rad/s]$ 이다. 전차원 속도관측기의 극점은 $\alpha = \beta = 200[rad/s]$ 으로 설정하였다. 순환 최소자승법의 이득은 시뮬레이션과 실험에서 파라미터 추정특성을 보며 설정하였다. 무부하 조건에서 정지된 전동기를 1초 후에 구동시켰고, 0.5초

마다 전동기의 속도가 $\pm 1000 [rpm]$ 으로 정역 회전하도록 하였다.

시뮬레이션은 매트랩-시뮬링크 (MATLAB-Simulink)를 사용하였다. 실험은 TI사의 TMS320VC33 DSP 보드와 $1[kW]$ 영구자석동기전동기를 사용하였다. M/T방식으로 측정된 전동기의 속도와 각 상에서 측정된 전류는 DSP 보드

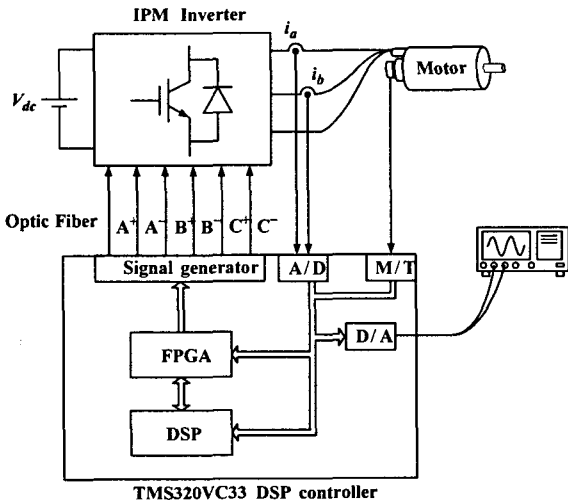


그림 4 실험 구성도
Fig. 4 Experimental system setup

내부에 있는 A/D 컨버터를 거친 후, DSP 칩에서 연산된다. 이 연산된 정보들은 D/A 컨버터를 거쳐서 오실로스코프로 측정된다. 그림 4에 전체 실험 구성도를 나타내었다.

3.2 시뮬레이션과 실험 결과

시뮬레이션을 통하여본 논문에서 제안한 알고리즘의 특성을 확인한다. 그림 5는 시뮬레이션 결과이다. 초기에 추정관성과 추정마찰계수를 각각 실제값의 4배 ($\hat{J} = 4J = 6.4 \times 10^{-3} [kg \cdot m^2]$)와 0.8배 ($\hat{B} = 0.8B = 0.96 \times 10^{-3} [kg \cdot m^2 / s]$)로 설정한 모의결과가 그림 5(a)이고, 실제값의 0.1배 ($\hat{J} = 0.1J = 0.16 \times 10^{-3} [kg \cdot m^2]$)와 1.8배 ($\hat{B} = 1.8B = 2.16 \times 10^{-3} [kg \cdot m^2 / s]$)로 설정한 시뮬레이션 결과가 그림 5(b)이다. 그리고 그림 6은 시뮬레이션과 같은 조건에서 그림 4에서 나타난 실험 구성도로 실험을 한 결과이다.

그림 5와 그림 6에 나타나듯 전동기의 속도가 바뀔 때마다 관성과 마찰계수의 추정이 이루어지고 수변의 전동기 속도 변화 이내에 추정관성과 추정마찰계수 모두 실제값으로 수렴함을 볼 수 있다. 추정관성과 추정마찰계수가 실제값으로 수렴함으로써 초기에 발생했던 속도오차 $\Delta\omega_m$ 가 빨리 줄어들고 실제속도 ω_m 의 응답특성이 향상되었다.



그림 5 초기 추정관성과 초기 추정마찰계수가 (a) $\hat{J} = 4J, \hat{B} = 0.8B$, (b) $\hat{J} = 0.1J, \hat{B} = 1.8B$ 일 때 시뮬레이션 결과 (상단부터 : 지령속도, 실제속도, 추정속도, 추정속도오차, 추정관성, 추정마찰계수)

Fig. 5 Simulation results in case of initial estimated inertia and initial estimated coefficient of friction are (a) $\hat{J} = 4J, \hat{B} = 0.8B$, (b) $\hat{J} = 0.1J, \hat{B} = 1.8B$ (from the top : reference speed, actual speed, estimated speed, estimated speed error, estimated inertia, estimated coefficient of friction)

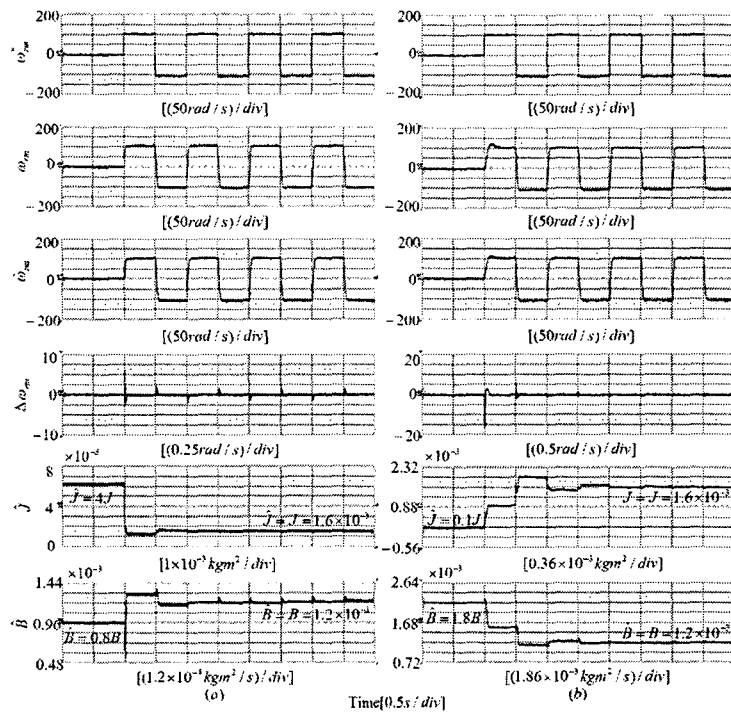


그림 6 초기 추정관성과 초기 추정마찰계수가 (a) $\hat{J}=4J, \hat{B}=0.8B$, (b) $\hat{J}=0.1J, \hat{B}=1.8B$ 일 때 실험 결과 (상단부터 : 지령속도, 실제속도, 추정속도, 추정속도오차, 추정관성, 추정마찰계수)

Fig. 6 Experimental results in case of initial estimated inertia and initial estimated coefficient of friction are (a) $\hat{J}=4J, \hat{B}=0.8B$, (b) $\hat{J}=0.1J, \hat{B}=1.8B$ (from the top : reference speed, actual speed, estimated speed, estimated speed error, estimated inertia, estimated coefficient of friction)

4. 결 론

참 고 문 헌

본 논문은 관성오차와 마찰계수오차의 정보를 포함하고 있는 속도오차 신호를 관측함으로써 관성과 마찰계수를 동시에 추정하는 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 순환 최소자승법을 이용한 관성마찰계수추정기이다. 추정된 관성과 마찰계수를 속도제어기와 전차원 속도관측기에 궤환함으로써 부정확한 파라미터 초기값으로 인한 관성과 마찰계수와 속도의 오차들을 줄여나간다. 시뮬레이션과 실험을 통하여 전동기가 수번의 정역 회전으로 관성과 마찰계수가 실제값에 수렴함을 보임으로써 제안한 알고리즘의 우수한 특성을 보였다.

감사의 글

본 연구는 산업자원부 지원에 의하여 기초전력연구원(과제번호: R-2005-B-109)주관으로 수행된 과제입니다.

- [1] 설승기, 전기기기 제어론, 도서출판 홍릉과학출판사, pp. 96~104, 2005.
- [2] Robert D. Lorenz and Keith W. Van Patten, "High-Resolution Velocity Estimation for All-Digital, ac Servo Drives," IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 27, no. 4, pp. 701~705, July/Aug., 1991.
- [3] Kouetsu Fujita and Katsumasa Sado, "Instantaneous Speed Detection with Parameter Identification for ac Servo Systems," IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 28, no. 4, pp. 864~872, July/Aug., 1992.
- [4] F.Schutte, S.Beineke, A.Rolfsmeier, and H.Grotstollen "Online Identification of Mechanical Parameter Using Extended Kalman filters," IAS Proc., pp. 501, 1997.
- [5] J.-W. Choi, S.-C. Lee and H.-G. Kim, "Inertia identification algorithm for high-performance speed control of electric motors," IEE Proceedings- Electric Power Applications, vol. 153, no. 03, pp. 379~386, May 2006.
- [6] P.E.Wellstead and M.B.Zarrop, Self-tuning Systems, JOHN WILEY&SONS, pp. 96~102, 1991.

저 자 소 개



김 지 혜 (金 智 慧)

1983년 1월 9일생. 2005년 경북대 전자전기컴퓨터학부 졸업. 2005년 동대학원 전기공학과 석사과정.

Tel : 053-940-8515

Fax : 053-940-8615

E-mail : livemouse@hanmail.net



최 중 우 (崔 鐘 宇)

1969년 2월 25일생. 1991년 서울대 전기공학과 졸업. 1993년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1996년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박). 2001년~현재 경북대 전기공학과 부교수

Tel : 053-950-5515

Fax : 053-940-8615

E-mail : jwchoi@ee.knu.ac.kr