

# 모멘트 정합 방법(Moments Matching Method)을 이용한 전기철도 급전시스템의 고조파 평가

論 文

56-1-1

## Harmonics Assessment for an Electric Railroad Feeding System using Moments Matching Method

李 俊 敬\* · 李 丞 燮\*\* · 金 鎮 吾†  
(Jun-Kyong Lee · Seung-Hyuk Lee · Jin-O Kim)

**Abstract** - Generally, an electric railroad feeding system has many problems due to the different characteristics in contrast with a load of general three-phase AC electric power system. One of them is harmonics problem caused by the switching device existing in the feeding system, and moreover, the time-varying dynamic loads of rail way is inherently another cause to increase this harmonics problem. In Korea power systems, the electric railroad feeding system is directly supplied from the substation of KEPCO. Therefore, if voltages fluctuation or unbalanced voltages are created by the voltage and current distortion or voltage drop during operation, it affects directly the source of supply. The trainloads of electric railway system have non-periodic but iterative harmonic characteristics as operating condition, because the electric characteristic of the electric railroad feeding system is changed by physical conditions of the each trainload. According to the traditional study, the estimation of harmonics has been performed by deterministic way using the steady state data at the specific time. This method is easy to analyze harmonics, but it has limits in some cases which needs an assessment of dynamic load and reliability. Therefore, this paper proposes the probabilistic estimation method, moments matching method(MMM) in order to overcome the drawback of deterministic method. In this paper, distributions for each harmonics are convolved to obtain the moments and cumulants of TDD(Total Demand Distortion), and this can be generalized for any number of trains.

For the case study, the electric railway system of IAT(Intra Airport Transit) in Incheon International Airport is modeled using PSCAD/EMTDC dynamic simulator. The raw data of harmonics for the moments matching method is acquired from simulation of the IAT model.

**Key Words** : Moments, cumulants, moments matching method(MMM), harmonics, Total Demand Distortion(TDD), Monte-Carlo simulation(MCS)

### 1. 서 론

기존의 전력시스템에서 과형은 공통 결합 지점(PCC: Point of Common Coupling)을 측정함으로써 얻을 수 있고, 그들의 주파수 성분들은 신호처리를 이용해서 다룰 수 있다. 이러한 과정을 통하여 얻어진 결과를 이용하여 THD(Total Harmonic Distortion), TDD(Total Demand Distortion), 전압 플리커(Voltage Flicker) 등의 여러 종류의 지수를 통해 고조파 평가를 하게 된다. 이렇게 측정을 통하여 고조파를 평가하는 방법을 결정론적 고조파 평가방법이라고 할 수 있다. 이와는 달리 본 논문에서 사용되는 확률론적인 방법은 전기철도 차량의 운행이력을 바탕으로 한 운행시 발생하는 고조파 전류이력을 이용하여 고조파를 평가하는 방법이라 할 수 있다. 결정론적인 방법을 이용할 경우 측정 장비를 통하여 얻어진 결과를 이용하여 특정 시점에 대한 분석이 용이하다는 장점을 가지고 있지만 연속적인 고조파의 평가 시

관측 장비의 한계와 비용적인 문제점을 가지고 있다. 또한 각 고조파에 대한 결정론적인 계산은 정상상태(Steady state)에서 고려되는 것이며 계통 및 변전소에 영향을 미치는 고조파에 의한 장애 역시 정상상태로 평가된다. 전기철도 차량과 같이 시간에 따라 변하는 동적부하(Dynamic Load)인 경우 연속적인 처리를 필요로 하므로 결정론적인 방법은 한계를 지닌다. 따라서 본 논문에서 제시할 확률론적 접근 방법은 전기철도차량의 경우 수십 회 또는 수백회의 전기철도 차량의 운행이력 데이터를 바탕으로 계산된 확률 모델링을 통하여 특정 전류의 분포 확률을 알 수 있고, 차량 한 편성의 운행뿐만 아니라 다수의 차량으로 확장에도 용이하다는 장점과 함께 동적부하인 철도차량의 고조파 분석에 적절한 방법이라 할 수 있다.

본 논문에서는 전력품질 평가의 일환인 고조파 평가를 위한 지수 TDD를 확률론적으로 용이하게 계산하기 위한 방법으로 모멘트 정합 방법(MMM: Moments Matching Method 또는 Method of Moments)에 대해 제안하고 있다. 전기철도 급전시스템에 전기철도차량이 운행했을 경우 발생하는 각 차수 고조파의 크기에 대한 확률밀도함수(PDF)를 이용하여 각 차수 고조파의 6차까지의 모멘트를 계산하였고, 이를 이용하여 확률밀도함수(PDF)를 생성하는 2가지의 변환 방법인 The Gram-Charlier Series of Type A와 Edgeworth's

\* 正 會 員 : 漢陽大學校 電氣工學科 博士課程  
\*\* 正 會 員 : 漢陽大學校 電氣工學科 博士課程  
† 교신저자, 正會員 : 漢陽大學校 電氣工學科 正教授 · 工博  
E-mail : jokim@hanyang.ac.kr  
接受日字 : 2006年 8月 10日  
最終完了 : 2006年 10月 17日

Form of The Type A Series를 이용하였다.

사례연구에서는 인천국제공항청사 IAT 경전철 급전시스템 모델링으로 발생 고조파를 PSCAD/EMTDC 시뮬레이션 결과를 이용하여 본 논문에서 제안한 모멘트 정합 방법 [4-8]을 이용한 TDD 계산 결과를 보이고, Monte-Carlo Simulation (MCS)의 계산[1-3,9] 결과와 비교하였다. 그림 1은 모멘트 정합 방법 계산과정의 순서도를 보여준다.

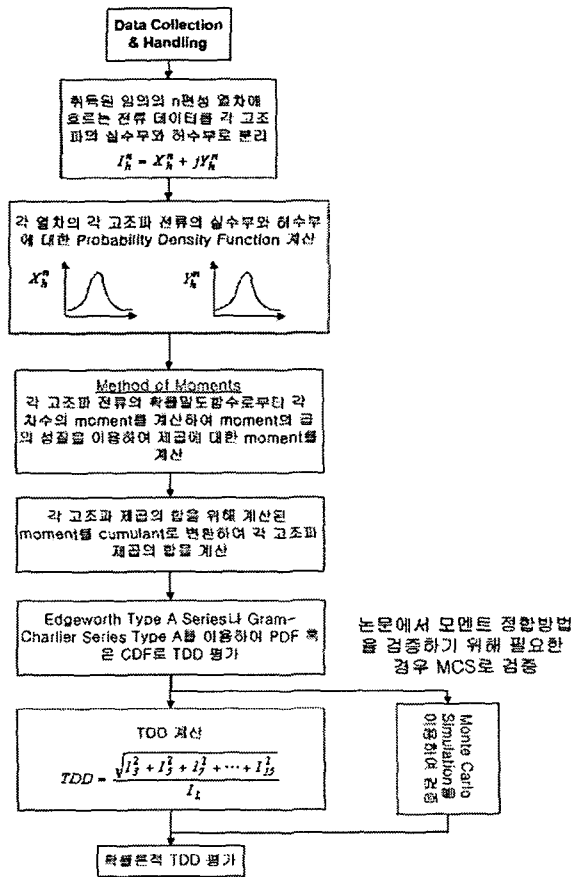


그림 1 모멘트 정합 방법의 계산과정 순서도  
Fig. 1 Flowchart of moments matching method

본 논문에서는 모멘트(Moments)와 큐물런트(Cumulants)의 정의, 모멘트와 큐물런트와의 관계 그리고 모멘트와 큐물런트의 성질을 이용하여 확률분포를 계산하는 방법, 사례연구와 결론 순으로 기술하였다.

## 2. 모멘트(Moment)와 큐물런트(Cumulants)

### 2.1 모멘트(Moment)

Stieltjes 적분에 의한 임의의 점  $a$ 에 관한  $n$ 차 모멘트는 식 (1)과 같이 정의된다.

$$m_n = \int_{-\infty}^{\infty} (x-a)^n dF \quad (1)$$

어느 특정한 확률분포의  $n$ 번째 모멘트를 알고 있을 경우, 그 확률분포의 수렴하는 함수를 만들어 낼 수가 있다.

### 2.2 큐물런트(Cumulants)

모멘트는 임의의 상황에서 측정된 확률분포의 고유성에 대해 유용한 기술적인 상수의 형태를 갖는다. 그러나 모멘트가 어떠한 상황에서 최상의 형태이거나 목적에 반드시 부합되는 형태는 아니다. 이론적인 견지에서 좀 더 유용한 모멘트와는 또 다른 상수의 형태로써 큐물런트(Cumulants)가 있다.

확률변수  $X$ 의  $j$ 번째 큐물런트(Cumulant)는 다음 식 (2)와 같이 정의된다. 또한, 식 (2)에서  $k_0 = 0$  이다.

$$k_j = \Phi_X^{(j)}(s)|_{s=0} \quad (j \geq 1) \quad (2)$$

### 2.3 모멘트와 큐물런트와의 관계(Relations Between Moments and Cumulants)

모멘트 생성함수(Moments Generating Function)와 큐물런트 생성함수(Cumulants Generating Function)의 함수 관계는 다음 식 (3)과 같이 표현된다.

$$\phi^{(1)}(s) = \Phi^{(1)}(s) \cdot \phi(s) \quad (3)$$

식 (3)의  $j$  번째 미분은 아래 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} \phi^{(j)}(s) &= \sum_{r=0}^{j-1} \binom{j-1}{r} \phi^{(j-r)}(s) \phi^{(r)}(s) \\ &= \phi^{(j)}(s) \phi(s) + \sum_{r=1}^{j-1} \binom{j-1}{r} \phi^{(j-r)}(s) \phi^{(r)}(s) \end{aligned} \quad (4)$$

이와 같이 모멘트와 큐물런트 사이의 반복적 관계(Recurrence Relationships)는 아래 식 (5)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} m_1 &= k_1 \\ m_j &= m_j + \sum_{r=1}^{j-1} \binom{j-1}{r} k_{j-r} m_r \quad (j \geq 2) \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)는 식 (6)처럼 등가화 된다.

$$\begin{aligned} k_1 &= m_1 \\ k_j &= m_j - \sum_{r=1}^{j-1} \binom{j-1}{r} k_{j-r} m_r \quad (j \geq 2) \end{aligned} \quad (6)$$

특히,  $k_2 = m_2 - m_1^2 = \sigma^2$ 이 된다.

### 3. 모멘트와 큐물런트를 이용한 확률분포함수 구현

모멘트 정합 방법(Moments Matching method 또는 Method of Moments)을 이용하면 임의의 확률분포의 최소한 4차까지 모멘트를 알고 있을 경우 확률분포의 근사화된 수학적 표현을 구현하는 것이 가능하다. 그러나 관측된 데이터가 모집단으로부터의 무작위(Random)적인 샘플일 경우 모멘트 정합 방법은 단지 모집단의 모멘트를 추정하는 것에 불과하며, 모집단의 모수를 효과적으로 추정하지는 못한다. 이러한 경우 좀 더 정확한 모집단의 모수 추정을 위해서는

최대 우도(Maximum Likelihood)를 이용한 방법을 사용하는 것이 더욱 효과적이다.

다음 소절에서는 모멘트 정합 방법을 위해 수학적으로 푸리에 급수(Fourier's Series 또는 Trigonometrical Functions)나 테일러 급수(Taylor's Series)와 같은 급수의 전개식을 이용하여 확률분포함수를 구현하는 방법을 기술하도록 하겠다.

### 3.1 Chebyshev-Hermite 다항식

식 (7)과 같은 표준 정규분포  $\alpha(x)$ 를 정의하고, 미분을  $D$  라면 식 (8)과 같이 정의한다.

$$\alpha(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} \quad (7)$$

$$D = \frac{d}{dx} \quad (8)$$

그러면 식 (7)의 표준 정규분포를  $x$ 에 대해 각 미분한 것은 식 (9)와 같다.

$$D\alpha(x) = -x\alpha(x) \quad (9)$$

$$D^2\alpha(x) = (x^2 - 1)\alpha(x)$$

$$D^3\alpha(x) = (3x - x^3)\alpha(x)$$

식 (9)의 결과는 명백하게  $\alpha(x)$ 를 곱한  $x$ 의 다항식이 된다. 결국 식 (9)와 다음 식 (10)에 의해 정립된  $H_r(x)$ 를 Chebyshev-Hermite 다항식으로 정의한다.

$$(-D)^r \alpha(x) = H_r(x)\alpha(x) \quad (10)$$

Chebyshev-Hermite 다항식  $H_r(x)$ 는  $x$ 의 자유도  $r$ 의 함수이고,  $x^r$ 의 계수는 1이고,  $H_0 = 1$ 이다. 따라서 식 (11)이 성립한다.

$$\begin{aligned} \alpha(x-t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2 + tx - \frac{1}{2}t^2\right) \quad (11) \\ &= \alpha(x) \exp\left(tx - \frac{1}{2}t^2\right) \end{aligned}$$

식 (11)은 테일러의 이론을 적용하면 식 (12)와 같이 정리된다.

$$\alpha(x-t) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j}{j!} t^j D^j \alpha(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{t^j}{j!} H_j(x) \alpha(x) \quad (12)$$

식 (12)에서와 같이  $H_r(x)$ 는  $\exp\left(tx - \frac{1}{2}t^2\right)$ 에서  $t^r/r!$ 의 계수로 정의된다. 따라서  $H_r(x)$ 는 식 (13)과 같은 전개식으로 표현된다.

$$H_r(x) = x^r - \frac{r[2]}{2 \cdot 1!} x^{r-2} + \frac{r[4]}{2^2 \cdot 2!} x^{r-4} - \frac{r[6]}{2^3 \cdot 3!} x^{r-6} + \dots \quad (13)$$

Chebyshev-Hermite  $H_r(x)$  다항식의 관계를 표현한 식 (14)를  $r \geq 1$ 에서  $x$  대해서 미분하면 식 (15)와 같다.

$$\exp\left(tx - \frac{1}{2}t^2\right) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{t^j H_j(x)}{j!} \quad (14)$$

$$\frac{d}{dx} H_r(x) = r H_{r-1}(x) \quad (15)$$

식 (14)는 일반적으로  $r \geq j$ 에 대해 식 (16)과 같이 표현된다.

$$D^j H_r(x) = r[j] H_{r-j}(x) \quad (16)$$

또한 식 (14)를  $r \geq 2$ 에서  $t$ 에 대해서 미분하면 식 (17)과 같다.

$$H_r(x) - x H_{r-1}(x) + (r-1) H_{r-2}(x) = 0 \quad (17)$$

식 (16)과 식 (17)로부터 식 (18)을 얻을 수 있다.

$$\frac{d^2 H_r(x)}{dx^2} - x \frac{dH_r(x)}{dx} + r H_r(x) = 0, \quad (r \geq 2) \quad (18)$$

### 3.2 The Gram-Charlier Series of Type A

어떤 확률밀도함수가  $\alpha(x)$ 의 미분계수에 대한 급수로 전개될 수 있다고 가정한다면 식 (19)와 같이 정의될 수 있다.

$$f(x) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j H_j(x) \alpha(x) \quad (19)$$

Chebyshev-Hermite  $H_r(x)$  다항식의 직교성을 이용하면 결국  $c_r$ 은 식 (20)와 같이 정의된다.

$$c_r = \frac{1}{r!} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) H_r(x) dx \quad (20)$$

식 (13)로부터  $H_r(x)$ 의 값을 대치하면 식 (21)과 같다.

$$c_r = \frac{1}{r!} \left\{ m_r - \frac{r[2]}{2 \cdot 1!} m_{r-2} + \frac{r[4]}{2 \cdot 2!} m_{r-4} - \dots \right\} \quad (21)$$

따라서 식 (19)를 전개식의 형태로 정식화하면 식 (22)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} f(x) &= \alpha(x) \left\{ 1 + \frac{1}{2}(m_2 - 1)H_2 + \frac{1}{6}m_3H_3 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{24}(m_4 - 6m_2 + 3)H_4 + \dots \right\} \quad (22) \end{aligned}$$

만일  $f(x)$ 가 규준화 된 급수라면 식 (22)는 식 (23)처럼 표현된다.

$$f(x) = \alpha(x) \left\{ 1 + \frac{1}{6} m_3 H_3 + \frac{1}{24} (m_4 - 3) H_4 + \dots \right\} \quad (23)$$

### 3.3 Edgeworth's Form of The Type A Series

$H_r(x)\alpha(x)$  항에 대해 푸리에 변환을 고려해 볼 경우 식 (24)로부터 식 (25)을 얻을 수 있다.

$$\sqrt{(2\pi)} \alpha(t) = e^{-\frac{1}{2}t^2} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx \quad (24)$$

$$\sqrt{(2\pi)} \frac{d^r}{dt^r} \alpha(t) = (-1)^r \sqrt{2\pi} H_r(t) \alpha(t) \quad (25)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} i^r x^r \frac{e^{itx}}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

그러므로  $x^r \alpha(x)$ 의 변환은  $i^r \sqrt{(2\pi)} H_r(t) \alpha(t)$ 이 된다. 역으로 식 (26)이 성립된다.

$$x^r \alpha(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-itx} i^r \sqrt{(2\pi)} H_r(t) \alpha(t) dt \quad (26)$$

$x$ 와  $t$ 를 바꾸면 식 (27)처럼 정리된다.

$$\sqrt{(2\pi)} (-i)^r t^r \alpha(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ixt} H_r(x) \alpha(x) dx \quad (27)$$

$t$ 의 부호를 바꾸면  $H_r(x)\alpha(x)$ 의 변환은  $\sqrt{(2\pi)} i^r t^r \alpha(t)$ 가 된다. 식 (28)과 같은 표현식을 고려해 볼 경우 특성함수는 식 (29)와 같다.

$$\{exp(k_r D^r)\} \alpha(x) \quad (28)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} exp(k_r D^r) \alpha(x) dx \quad (29)$$

$$= \sqrt{2\pi} \alpha(t) exp\{k_r (-it)^r\}$$

유사한 방법에 의해 식 (30)의 특성함수는 식 (31)과 같다. 여기서  $a = m$ (평균)을  $b = \sigma^2$ (분산)을 의미한다.

$$exp\left\{-\frac{k_1 - a}{1!} D + \frac{k_2 - b}{2!} D^2 - \frac{k_3}{3!} D^3 + \frac{k_4}{4!} D^4 \dots\right\} \alpha(x) \quad (30)$$

$$\sqrt{2\pi} \alpha(t) exp\left\{\frac{k_1 - a}{1!} it + \frac{k_2 - b}{2!} (it)^2 + \frac{k_3}{3!} (it)^3 + \dots\right\} \quad (31)$$

좀 더 일반적인 형태를 살펴보면  $\alpha(x)$ 를 정규화 되지 않은 형태  $\beta(x)$ 로 생각하면 확률분포는 식 (32)로 정의되고, 식 (33)의 특성함수는 식 (34)와 같다.

$$\beta(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(x-m)^2/\sigma^2} = \alpha\{(x-m)/\sigma\}/\sigma \quad (32)$$

$$exp\left\{-\frac{k_1 - a}{1!} D + \frac{k_2 - b}{2!} D^2 - \frac{k_3}{3!} D^3 + \frac{k_4}{4!} D^4 \dots\right\} \beta(x) \quad (33)$$

$$\sqrt{2\pi} \alpha(t\sigma) e^{im't} exp\left\{\frac{k_1 - a}{1!} it + \frac{k_2 - b}{2!} (it)^2 + \frac{k_3}{3!} (it)^3 + \dots\right\} \quad (34)$$

만일 확률밀도함수를 정규화 시킨다면  $k_1 = 0, k_2 = 1$ 이고 다음 식 (35)처럼 표현된다.

$$f(x) = exp\left\{-k_3 \frac{D^3}{3!} + k_4 \frac{D^4}{4!} - \dots\right\} \alpha(x) \quad (35)$$

## 4. 인천국제공항청사 IAT 경전철 급전시스템을 이용한 사례연구

사례연구에서는 그림 1과 같은 순서로 현재 건설 중인 인천국제공항청사 IAT 경전철 급전시스템의 발생 고조파를 PSCAD/EMTDC로 모델링하고, 그 시뮬레이션 결과를 이용하여 본 논문에서 제안한 모멘트 정합 방법을 이용한 TDD 계산 결과를 보이고, MCS의 계산 결과와 비교하였다. 또한 전기철도차량이 2대인 경우 만에 대해 사례연구 하였다. 차량 대수가 여러 대로 증가하여도 TDD 평가방법은 동일하기 때문에 여러 대에 대한 경우는 본 논문에서는 언급하지 않았다. 기존의 확률론적 고조파 평가방법[1-3]인 확률변수의 상관관계가 없다(통계적으로 독립)는 가정으로 발생하는 각 차수 고조파의 벡터합과 MCS를 이용한 TDD 평가 기법은 확률의 대수학적 기법을 사용하지 못할 뿐만 아니라, 전기철도차량의 대수가 증가하면 각 차량의 고조파를 상승적분으로 서로 다른 확률밀도 함수를 결합시켜야 하는 번거로운 단점을 지니고 있었으나, 본 논문에서 제안한 모멘트 정합 방법(Moments Matching Method)으로 확률변수의 큐물런트를 이용하여 확률적 덧셈을, 확률적인 곱셈 및 제곱근의 형태는 모멘트를 이용하여 계산 속도를 향상시켰다. 따라서 식 (36)의 결정론적 TDD 계산의 변수가 확률변수화 되어 확률론적 TDD 평가시 사용되는 모든 확률변수의 계산 자체가 모멘트 정합 방법에서 대수학적으로 가능한 것이다.

$$TDD = \left( \sqrt{\sum_{h=2}^{50} I_h^2} \right) / I_L \quad (36)$$

확률통계적으로 4차 이상의 모멘트를 사용하면 근사적으로 확률변수의 확률밀도함수를 생성하는 것이 가능하다. 본 논문에서는 6차까지의 모멘트를 이용하여 확률론적 TDD 평가를 실시하였다. 식 (3)을 이용한 표 1의 모멘트 계산 결과는 모멘트 정합 방법에 적용하기 위한 중요한 자료이다.

지면한정으로 각 차수 고조파 전류의 크기에 대한 확률밀도함수(PDF)를 계산하는 과정은 참고문헌 [9]를 참고하기 바란다. 각 차수 고조파의 모멘트와 큐물런트의 관계식 식 (38)을 이용하여 각 차 큐물런트를 계산하면 표 2의 결과를

얻게 된다. 또한 정의와 같이 1차 큐물런트( $k_1$ )는 표 2의 각 고조파의 평균값인 1차 모멘트( $m_1$ )와 동일함을 확인할 수 있다. 또한 전기철도 급전시스템에서 전기철도차량 운행에 따라 발생하는 고조파 전류는 중심극한정리(CLT)에 의해 정규분포를 따른다고 가정하였다.

표 1 인천국제공항청사 IAT 시스템에 2편성의 전기철도 차량이 운행했을 경우 발생하는 각 고조파의 계산된 모멘트(1~6차)

Table 1 Calculated moments for generated harmonic currents in IAT feeding system

고조파 차수	1차부터 6차까지 계산된 모멘트	
3	$m_1 = 32.5965854$ $m_2 = 1240.5390061$ $m_3 = 53535.6022021$	$m_4 = 2571275.1968379$ $m_5 = 13548351.950154$ $m_6 = 7740023496.92738$
5	$m_1 = 58.2367534$ $m_2 = 3907.5641983$ $m_3 = 292486.2749514$	$m_4 = 24005865.5359613$ $m_5 = 2133676991.02813$ $m_6 = 203354790539.631$
7	$m_1 = 45.1293488$ $m_2 = 2360.7922265$ $m_3 = 138647.8657823$	$m_4 = 8974481.8268335$ $m_5 = 632170625.030286$ $m_6 = 47949304054.8171$
9	$m_1 = 13.7151285$ $m_2 = 221.112055$ $m_3 = 4066.9037847$	$m_4 = 83638.8429041$ $m_5 = 1894426.2836029$ $m_6 = 46640943.5634329$
11	$m_1 = 18.0769056$ $m_2 = 383.7567635$ $m_3 = 9290.1147479$	$m_4 = 251287.6968045$ $m_5 = 7475956.985015$ $m_6 = 241530432.604078$
13	$m_1 = 20.3465669$ $m_2 = 478.3593498$ $m_3 = 12635.0347512$	$m_4 = 368385.3936747$ $m_5 = 11700444.4976935$ $m_6 = 400775748.279402$
15	$m_1 = 12.4675609$ $m_2 = 181.3000844$ $m_3 = 2990.7154917$	$m_4 = 54883.1466422$ $m_5 = 1104278.1451126$ $m_6 = 24082441.2945101$

계산된 모멘트와 큐물런트로부터 확률밀도함수(PDF)를 생성할 수 있는 2가지 방법에 대해 앞 에서 기술하였다. 이를 인천국제공항청사 IAT 경전철 급전시스템의 확률론적 TDD 평가에 적용하기 위하여 표 1과 표 2의 모멘트와 큐물런트를 이용하였고, PDF를 생성하는 2가지의 변환 방법인 The Gram-Charlier Series of Type A(식 (23))와 Edgeworth's Form of The Type A Series(식 (35))를 이용하였다. 그림 2는 이 두 가지 변환방법을 이용하여 각각의 TDD의 PDF의 생성 결과를 보여준다.

두 가지 PDF 생성의 결과를 보면 Edgeworth's form of the type A series는 확률밀도함수의 첨밀도가 the Gram-Charlier series of type A 보다 높으며 데이터의 범위도 60에서 115 사이로 좁다. 이는 MCS를 이용하여 인천국제공항청사 IAT 경전철 급전시스템의 TDD 평가의 도수분포함수(Frequency Distribution)의 추세(Trend)를 확인해 보면 두 가지 급수(Series)의 차이를 명확하게 발견할 수 있다. 그림

3과 같이 the Gram-Charlier series of type A가 더욱 정확한 결과임을 MCS 결과의 추세로 파악할 수 있다.

— : Gram-Charlier Expansion  
 ..... : Edgeworth Type A Series

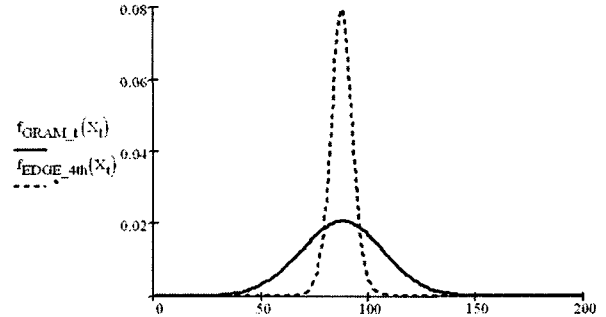


그림 2 The Gram-Charlier expansion과 Edgeworth's form of the type A series를 이용한 인천국제공항청사의 TDD의 PDF

Fig. 2 PDF of TDD using the Gram-Charlier expansion and Edgeworth's form of the type A series in IAT feeding system

표 2 인천국제공항청사 IAT 시스템에 2편성의 전기철도 차량이 운행했을 경우 발생하는 각 고조파 전류의 계산된 큐물런트(1~6차)

Table 2 Calculated cumulants for generated harmonic currents in IAT feeding system

고조파 차수	1차부터 6차까지 계산된 큐물런트	
3	$k_1 = 32.5965854$ $k_2 = 178.0016264$ $k_3 = 1493.7708105$	$k_4 = 17667.483398$ $k_5 = 113739.6007686$ $k_6 = -1649716.877288$
5	$k_1 = 58.2367534$ $k_2 = 516.0447517$ $k_3 = 4816.8804409$	$k_4 = 81422.0438384$ $k_5 = 8651.7895393$ $k_6 = -116986890.314453$
7	$k_1 = 45.1293488$ $k_2 = 324.1341034$ $k_3 = 2850.9279287$	$k_4 = 35772.5540074$ $k_5 = 555838.4962912$ $k_6 = -47512234.1063232$
9	$k_1 = 13.7151285$ $k_2 = 33.0073052$ $k_3 = 128.924672$	$k_4 = 661.1402952$ $k_5 = 3047.3756981$ $k_6 = -58899.4453559$
11	$k_1 = 18.0769056$ $k_2 = 56.9822474$ $k_3 = 292.8545455$	$k_4 = 1867.4890245$ $k_5 = 6623.3761418$ $k_6 = -178214.1424599$
13	$k_1 = 20.3465669$ $k_2 = 64.3765652$ $k_3 = 282.3800576$	$k_4 = 1684.0240323$ $k_5 = 3934.6121047$ $k_6 = 155.9369202$
15	$k_1 = 12.4675609$ $k_2 = 25.8600096$ $k_3 = 85.523159$	$k_4 = 332.1577626$ $k_5 = 1062.5223758$ $k_6 = -7799.2087502$

MCS를 이용한 TDD 도수분포함수인 그림 3에서 데이터가 존재하는 영역은 대략 40에서부터 180 부근이며 이는 Edgeworth's form of the type A series는 데이터 범위가 60에서 115 정도이며, the Gram-Charlier series of type A의 데이터 범위는 40에서 155 정도로 MCS를 이용한 TDD의 도수분포의 분포와 유사하다. 실제로 MCS를 이용한 TDD의 누적확률분포(CDF)와 모멘트를 이용한 the Gram-Charlier series of type A의 CDF의 비교는 그림 4에 나타내었다.

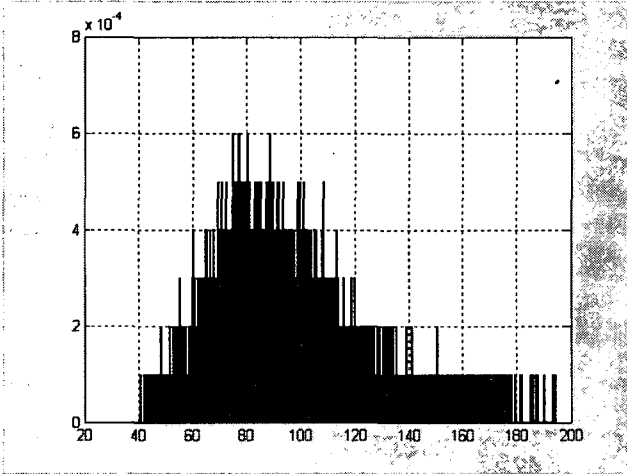


그림 3 MCS를 이용한 인천국제공항청사 IAT 경전철 급전 시스템의 TDD 도수분포(막대그래프)

Fig. 3 Frequency distribution of TDD using MCS

그림 4에서 보는 바와 같이 Edgeworth's form of the type A series의 결과보다 the Gram-Charlier series of type A의 TDD 확률밀도함수 생성 결과가 더 해석적인 기법인 MCS TDD 계산결과에 가까우며, 이는 the Gram-Charlier series of type A를 이용한 PDF 생성이 더 정확함을 의미한다. 또한 그림 5는 그림 4의 결과 중 the Gram-Charlier series of type A의 변환 결과와 MCS의 결과만을 비교하여 가로축을 데이터의 수 대신 0부터 1의 값으로 표현되는 TDD 평가 지수값으로 나타낸 것이다.

표 3 MCS를 이용한 Summation Method와 모멘트 정합 방법의 결과 비교

Table 3 Comparison of results summation method with MCS and moments matching method

IEEE-519 기준에 의거한 확률	확률변수의 벡터합을 이용한 MCS 계산결과	모멘트 정합 방법(Moments Matching Method)	오차(Error)
TDD	98.02 [%]	98.45 [%]	0.4592 [%]

표 3은 모멘트 정합 방법을 이용한 인천국제공항청사 IAT 시스템의 확률론적 TDD 평가는 확률변수의 벡터합을 이용한 MCS 확률론적 TDD 결과와 비교된 것이다. 그림 5는 전체 고조파 전류에 대한 PDF를 이용하여 계산된 전체 고조파 전류에 대한 인천국제공항청사 IAT 경전철 급전시

스템 TDD의 누적밀도함수로써 전체 확률 1을 기준으로 0.98이 IEEE 기준 허용범위 0.2(20 [%])내에 포함됨을 알 수 있고, 모멘트 정합방법을 이용한 결과는 0.9845(98.45 [%])가 IEEE 기준 허용범위 안에 포함되었다.

— : Gram-Charlier Expansion  
 — : Edgeworth Type A Series  
 — : MCS

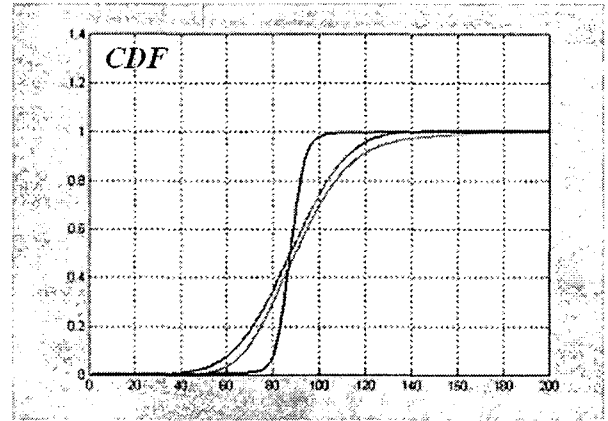


그림 4 Gram-Charlier, Edgeworth 그리고 MCS의 누적분포함수의 비교

Fig. 4 CDF of TDD using MCS, the Gram-Charlier expansion and Edgeworth's form of the type A series in IAT feeding system

— : Gram-Charlier Expansion  
 — : MCS

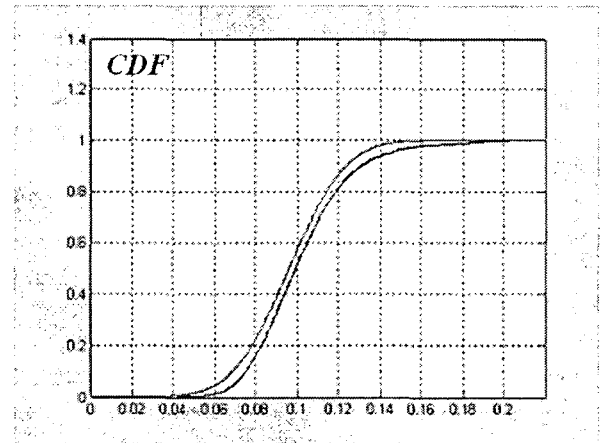


그림 5 Gram-Charlier와 MCS의 누적분포함수의 비교

Fig. 5 Comparison of CDF of the Gram-Charlier expansion and MCS

본 장에서는 시스템의 고조파를 평가하는 기존의 결정론적 지수인 TDD를 확률론적으로 계산함에 있어 좀 더 빠르고 정확한 평가를 수행할 수 있는 방법을 제안하였다.

전기철도차량의 모든 운행상황이 고려된 경우 전력공급회사(우리나라의 경우 한국전력공사) 측면에서 받을 수 있는

고조파 영향에 대해 TDD 지수를 이용하여 확률적으로 평가할 수 있는 방법을 기술하였다. 또한 이러한 평가를 MCS를 이용한 기존의 확률변수 벡터합의 방법과 모멘트 정합방법(Moments Matching Method)을 제시하고 현재 2단계 건설 중인 인천국제공항청사의 IAT 경전철 급전시스템에 적용해 보았다.

### 5. 결 론

확률론적 TDD 평가에 사용되는 MCS를 이용한 벡터합 방법은 계산과정의 복잡성과 확률변수의 벡터적 합이라는 해석적인 방법으로 수학적 복잡성을 지니고 있으며 본 논문에서는 이러한 단점을 보완하고자 각 고조파 전류의 크기를 확률변수로 한 MCS(Monte-Carlo Simulation)를 통해 IAT 시스템의 확률론적 TDD(Total Demand Distortion)를 평가하였다. 사례연구에서는 인천국제공항청사 IAT 급전시스템에 2편성의 전기철도차량이 운행됐을 경우 발생하는 각 차수 고조파의 크기에 대한 확률밀도함수(PDF)를 이용하여 각 차수 고조파의 6차까지의 모멘트를 계산하였고, 이 결과를 이용하여 확률론적 TDD 평가를 실시하였다.

확률변수의 모멘트와 큐물런트를 이용하여 확률적인 대수학 연산을 할 수 있는 모멘트 정합 방법(Moments Matching Method 또는 Method of Moments)을 제시하고 이를 통해 전기철도차량의 고조파 발생에 대한 확률론적 평가방법의 신뢰성을 입증하였다.

### 참 고 문 헌

[1] D. Castaldo, D. Gallo, R. Langella and A. Testa, "Harmonic Voltages: Probabilistic Modeling for Compatibility Analysis," 8th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, pp. 789-795, 12-16 September 2004.

[2] A. Cavallini and G. C. Montanari, "Stochastic Evaluation of Harmonics at Network Buses," IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 10, No. 3, pp. 1606-1613, July 1995.

[3] R. E. Morrison and A. D. Clark, "Probabilistic Representation of Harmonic Currents in AC Traction Systems," IEE Proceedings, Vol. 131, No. 5, pp. 181-189, September 1984.

[4] Won Hyo Yoon and Soon Heung Chang, "Systematic Bayes Prior-Assignment by Coupling the Mini-Max Entropy and Moment-Matching Methods," IEEE Trans. on Reliability, Vol. 43, No. 2, pp. 279-287, June 1994.

[5] D. F. Anastasakis, N. Gopal, S. Y. Kim and L. T. Pillage, "On the Stability of Moment-Matching Approximations in Asymptotic Waveform Evaluation," 29th ACM/IEEE Design Automation Conference, pp. 207-211, 1992.

[6] G. W. Cran, "Moment Estimators for the 3-Parameter

Weibull Distribution," IEEE Trans. on Reliability, Vol. 37, No. 4, pp. 360-362, October 1998.

[7] Lorenzo Codecasa, Dario D'Amore, Paolo Maffezzoni and William Batty, "Analytical Multipoint Moment Matching Reduction of Distributed Thermal Networks," IEEE Trans. on Components and Packaging Technologies, Vol. 27, No. 1, pp. 87-95, March 2004.

[8] Qingjian Yu and Ernest S. Kuh, "Exact Moment Matching Model of Transmission Lines and Application to Interconnect Delay Estimation," IEEE Trans. on Very Large Scale Integration(VLSI) Systems, Vol. 3, No. 2, pp. 311-321, June 1995.

[9] 송학선, 이준경, 이승혁, 김진오, 김형철, "철도계통 고조파 분석에 확률론적 방법 적용," 대한전기학회 하계 학술대회 논문집, 대한전기학회, 평창, 2005.7.18-20, pp. 214-216.

## 저 자 소 개

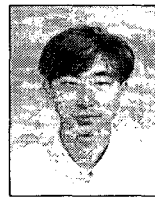


### 이 준 경 (李 竣 敬)

1962년 1월 29일생. 1993년 서울산업대학교 전기공학과 졸업(학사). 2001년 한양대학교 전기공학과 공학석사. 2006년 한양대학교 전기공학과 공학박사.

Tel : 02-2220-0347

E-mail : jklee7788@naver.com



### 이 승 혁 (李 丞 赫)

1974년 8월 3일생. 2003년 한양대학교 전기공학과 공학석사. 2003년~현재 한양대학교 전기공학과 박사수료.

Tel : 02-2220-0347

E-mail : leesh93@hanyang.ac.kr



### 김 진 오 (金 鎭 吾)

1956년 1월 17일생. 1980년 2월 서울대학교 전기공학과 졸업(학사). 1983년 2월 동 대학원 전기공학과 석사. 1991년 12월 Texas A&M대학교 전기공학과 공학박사. 현재 한양대학교 전자전기공학부 정교수.

Tel : 02-2220-0347

Fax : 02-2297-1569

E-mail : jokim@hanyang.ac.kr