

## 길들이기 과정을 고려한 변속기용 기어의 접촉피로 수명 해석

문길환<sup>1)</sup> · 이상돈<sup>1)</sup> · 조용주<sup>2)</sup>

부산대학교 정밀기계공학과<sup>1)</sup> · 부산대학교 기계공학부<sup>2)</sup>

### The Contact Fatigue Life Analysis of Transmission Gear considering Running-in

Kilhwan Moon<sup>1)</sup> · Sangdon Lee<sup>1)</sup> · Yongjoo Cho<sup>\*2)</sup>

<sup>1)</sup>Precision and Mechanical Engineering, Pusan National University, Busan 609-735, Korea

<sup>2)</sup>Department of Mechanical Engineering, Pusan National University, Busan 609-735, Korea

(Received 26 January 2007 / Accepted 9 March 2007)

**Abstract** : Surface pitting is a major failure mode for gears. The contact fatigue life analysis of transmission gear considering running-in process is presented in this paper. Surface roughness change of rolling test is used in a life analysis. Contact stresses are obtained by contact analysis of a semi-infinite solid based on the use of influence functions; the subsurface stress field is obtained using rectangular patch solutions. Mesoscopic multiaxial fatigue criterion which can yield satisfactory results for non-proportional loading is then applied to predict fatigue damage. Suitable counting method and damage rule were used to calculate the fatigue life of random loading caused by rough surface. The life analysis considering running-in is in good agreement with the experimental results.

**Key words** : Life analysis(수명해석), Contact fatigue(접촉피로), Rough surface(표면 거칠기), Running-in(길들이기)

#### Nomenclature

- C : fatigue life, cycles
- P : load, N
- R<sub>a</sub> : centerline average roughness,  $\mu\text{m}$
- $\sigma$  : stress,  $\text{N/m}^2$

#### Subscripts

M, N : contact point

### 1. 서론

차량 변속기용 기어는 차량의 동력전달을 위한 가장 중요한 부품이며, 기어 파손의 주요 원인인 피

팅 손상이 중요하게 고려된다. 기어의 접촉 피로수명에 관한 연구는 대부분 실험적 기법에 의존해 왔으나, 다양한 조건에 대한 수명해석을 통해 접촉 피로수명 예측이 필요한 것이다.

접촉 피로에 관한 연구는 Way<sup>1)</sup>에 의하여 처음으로 실험적 접근이 이루어졌으며, Tallian<sup>2)</sup>에 의해 폭넓은 연구가 진행되었다. Dufourg<sup>3)</sup>는 칩탄질화처리된 기어의 접촉피로 손상을 금속학적 관점에서 연구하였으며, 접촉 피로 균열은 표면에서 시작한다는 사실을 밝혀냈다. Batista<sup>4)</sup>는 2차원 표면 거칠기를 고려하여 기어의 피로 수명을 예측하는 수치적 모델을 제시한 바 있다. 그 외에도 다양한 연구자들에 의해 구름접촉 피로 현상에 대한 연구가 진행되었다.<sup>5)</sup>

거친 표면의 3차원 접촉상태, 예를 들어 돌기의

\*Corresponding author, E-mail: yjcho@pusan.ac.kr

영향을 고려한 구(Sphere)의 표면 아래는 다축 비비례(Multi-axial non-proportional), 불규칙 하중(Variable loading)을 겪는다고 할 수 있다. 따라서 불규칙 하중을 등가된 규칙하중의 조합으로 변화시키기 위해 적절한 카운팅 법(Counting Method)을 적용하여야 한다. 그 후에 균열의 시작을 예측하기 위해 다축 비비례 하중에 적절한 다축 피로 이론을 적용하여야 한다.

재료 내부에서 가장 큰 응력이 작용하는 결정의 전위 수준에서 제시된 이론은 공학적으로 실용적이지 못하다. 많은 피로 모델 중에서, Papadopoulos<sup>6)</sup>가 제시한 Mesoscopic fatigue criterion은 피로문제에 Mesoscopic 물리량을 이용해 접근할 수 있게 하여 다축 비비례 하중에서도 적절한 예측을 하는 것으로 나타났다.

본 연구에서는 계산된 수명해석과 실제 기어를 이용한 수명시험과의 결과와의 차이를 줄이기 위해 표면 거칠기 변화에 따른 표면 돌기의 소성변형을 실험적인 방법을 통해 구하고 이를 해석에 반영하고자 한다.

## 2. 표면 거칠기 변화 실험

### 2.1 표면 형상 data의 획득

기어 표면 거칠기를 접촉 피로수명해석에 고려하기 위해 실제 수명 시험용 기어의 표면 거칠기 형상 데이터를 획득하고, 분석하였다.

Photo. 1은 측정기에 사용된 Taylor Hobson사의 표면 형상 측정기의 사진이다. z 방향 즉, 돌기의 높이 방향으로 1nm 수준까지 측정이 가능하며, y 방향으로는 1 $\mu$ m의 이송이 가능한 table을 이용함으로써 정밀한 수준의 거친 표면 형상 데이터를 획득하였다.

3차원 표면 조도 측정기를 이용하여 획득한 표면 거칠기 형상을 데이터 필터링을 통해 표면 거칠기 성분을 추출함과 동시에 파라미터 분석을 통해 다양한 표면 거칠기 파라미터를 계산할 수 있다.

### 2.2 실험 장치 및 시편

기어의 작동 cycle에 따른 표면 돌기들의 변형을 정확하게 측정하기 위해서는 실제 기어표면을 이용하여야 하지만, 표면 측정의 어려움, 미끄럼마찰의

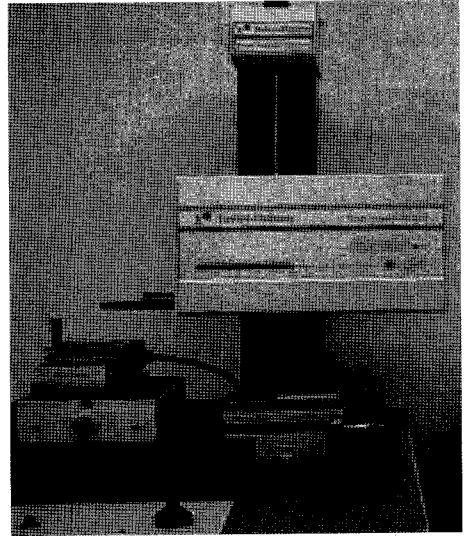


Photo. 1 Stylus Surface profilometer

발생문제 등의 이유로 수명 시험용 기어와 동일한 재질과 열처리를 한 롤러시편을 제작하고<sup>7)</sup> 구름 피로 시험기를 통하여 시험 전과 각 사이클 실험 후의 표면형상 데이터를 획득하였다. 작동 사이클에 따른 표면 거칠기의 변화실험에 사용된 장비는 RNB社의 구름마찰 시험기로 Photo. 2에 장비의 전체사진 및 시험부의 사진을 나타내었다. 이 장비를 통해 수명시험조건과 동일한 하중, 윤활 조건에서 실험을 실시하였으며, 기어 피치전상의 접촉 조건인 순수구름 상태(no-slip)로 실험하였다.

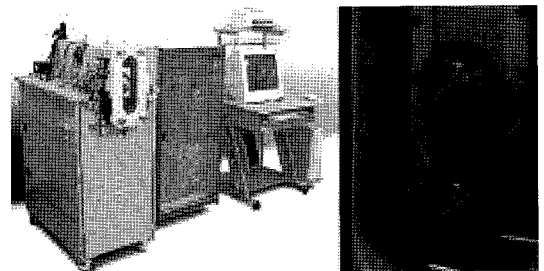
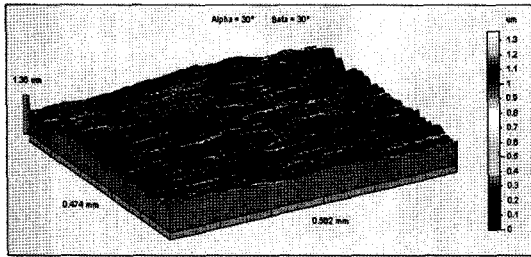


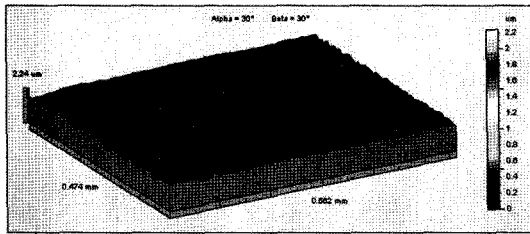
Photo. 2 Rolling contact wear tester (RC-106)

### 2.3 실험 결과 및 분석

Fig. 1은 각각 실험 전과 실험 후에 측정된 구름 시편의 3차원 표면 거칠기 형상이다. 그림에서도 확인할 수 있듯이 표면의 돌기들이 많이 평탄화된 것을 알 수 있다.

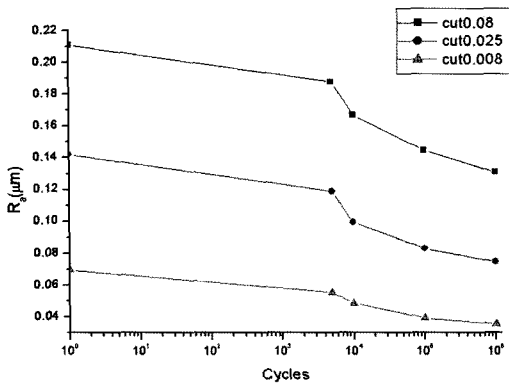


(a) 3-D Surface profile before test

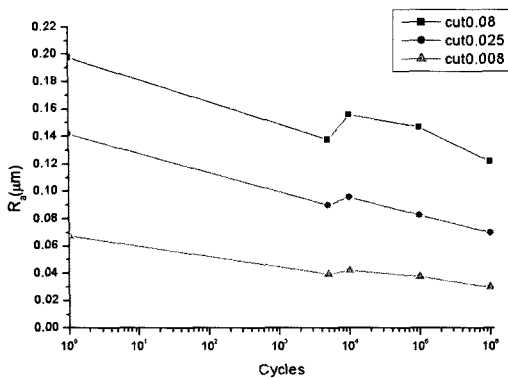


(b) 3-D surface profile after 106 cycle

Fig. 1 3-D surface profile of rolling test specimens



(a) P = 2000 N (400Nm)



(b) P = 3000 N (500Nm)

Fig. 2 Ra on each cycles

Fig. 2는 두 가지 하중조건(2000N, 3000N)에서 실험 전과 각 cycle 후의 표면 거칠기 파라미터( $R_a$ )를 분석한 결과 그래프이다. 시편의 부위를 지정하여 실험 전, 5000 cycle 후,  $10^4$  cycle 후,  $10^6$  cycle 후 표면 거칠기 형상을 측정하였다. Fig. 2에서 두 하중 조건 모두에서 실험이 진행되어감에 따라 표면 거칠기 파라미터 값이 낮아짐을 알 수 있다. 또한 중요한 점은 대부분의 표면 돌기 평탄화가 실험 초기에 발생한다는 점이다. 이는 일반적인 기계부품과 같이 구름마찰실험에서도 길들이기(running-in) 과정이 발생한다는 것을 의미한다.

### 3. 피로 수명

표면 거칠기 변화 실험을 통해 획득한 3차원 표면 형상 데이터를 피로해석을 통하여 피로수명을 예측하였다.

#### 3.1 접촉 해석

##### 3.1.1 접촉표면응력

두 탄성체에서 작용하는 수직과 수평 하중은 Fig. 3과 같으며, 물체는 등방성이며 균질한 거동을 보인다고 가정한다. 이 때 접촉면의 압력분포는 사각조각표면에 작용하는 균일한 분포하중에 의한 변위의 해를 이용하여 두 탄성체 사이의 접촉문제를 수식적으로 해석한다. Fig. 3에서와 같이 비접합 탄성체의 접촉영역은 탄성체의 다른 크기에 비해 매우 작으므로 두 탄성체는 반무한체로 생각할 수 있다.

##### 3.1.2 표면아래응력

임의의 형상을 갖는 접촉면을 균일한 분포하중이 작용하는 사각조각 표면들로 이산화한다. 하중이 작용하는 반무한체 표면을 미소 사각요소로 나누어, 각 미소 요소의 수직, 접선 분포하중을 사각요소 중심에 작용하는 미소 집중 하중으로 등가시킨다. 각각의 사각요소에 작용하는 집중하중으로 인한 탄성체 내 응력 성분은 Love<sup>8)</sup>와 Cho et al.<sup>9)</sup>의 변위해를 통해 계산할 수 있다. 따라서 응력은 전체 표면의 미소 요소로부터의 영향을 중첩함으로써 구할 수 있다.

#### 3.2 피로 해석

##### 3.2.1 Mesoscopic fatigue criterion

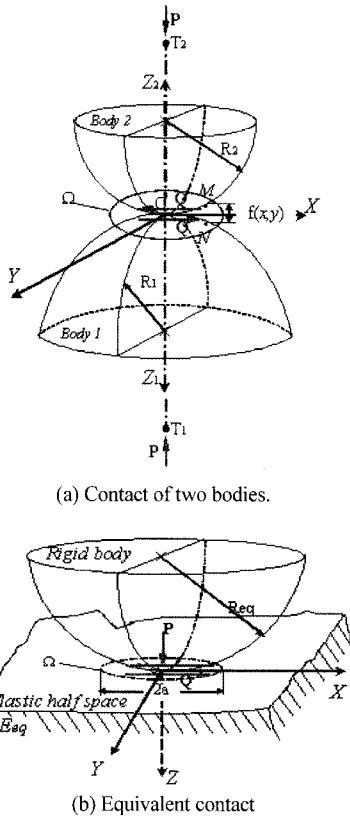


Fig. 3 Contact of two non-conformal bodies

Papadopolous는 Mesoscopic 피로 이론을 제시하기 위해 고주기 피로하중을 받는 재료의 결정 수준에서는 변형량과 응력이 Lyn-Taylor 조건을 만족한다고 가정하였다. 이러한 가정에 근거하여 거시적 관점에서의 물리량(응력, 변형량)과 미시적 관점에서의 물리량 사이의 관계를 규명하였다.

재료의 피로한도는 소성 슬립이 발생하는 결정의 탄소성 거동에 따라 결정된다. 반복 하중에 의하여 결정이 Elastic shakedown 상태에 도달하게 되면 재료는 무한 수명을 가지게 되는 반면 Plastic shakedown이 발생하게 된다면 결정은 유한 수명 후 피로 균열이 시작된다고 할 수 있다.

결정의 상기와 같은 거동은 결정의 축적된 소성 변형량(Accumulated plastic strain)에 의하여 구분 지을 수 있으며, 축적된 소성 변형량은 분해 전단응력(Resolved shear strain)과 비례관계에 있다. 따라서 분해 전단응력이 특정 임계값을 초과하게 되면 결정에서는 균열이 발생하게 된다.

하지만 공학적 관점에서 균열의 시작은 하나의 결정에 대한 균열을 표현하지 않는다. 즉, 거시적으로 확인될 수 있는 최소 크기의 균열로써 많은 수의 결정을 통과하는 균열이라고 정의할 수 있다. 따라서 분해 전단응력의 평균값을 도입함으로써 이러한 관점을 고려할 수 있다.

평균값을 균열의 시작으로 보았기 때문에 피로 균열이 발생하지 않는 하중에서도 재료 내부에는 미소균열이 존재할 수 있다. 이 미소균열도 피로수명에 상당한 영향을 미칠 것이다. 미소균열의 피로수명에 미치는 영향은 정수압 응력을 통해 고려할 수 있게 된다.

### 3.2.2 피로 판정식

피로 판정식(Fatigue limit criterion)은 재료의 피로 한도를 판단하기 위한 식이다. Papadopolous에 의해 제안된 피로 판정식은 임계평면법의 형식을 따르며 다음과 같다. 임계 평면은 일반 전단응력(Generalized shear stress)의 진폭이 최대값을 갖는 면으로 정의된다. 우선 분해 전단응력(Resolved shear stress)의 진폭은 다음과 같다.

$$\tau_a(\varphi, \theta, \chi) = \frac{1}{2} \left[ \max_{t \in P} \tau(\varphi, \theta, \chi, t) - \min_{t \in P} \tau(\varphi, \theta, \chi, t) \right] \quad (1)$$

여기서  $(\varphi, \theta)$ 는 임의의 고정면을 정의하는 각이다.  $\chi$ 는 고정면  $(\varphi, \theta)$ 에서 정의되는 임의의 선이다.  $t$ 와  $P$ 는 각각 하중의 시간과 주기를 나타낸다. 일반 전단응력(Generalized shear stress,  $T_a$ )은 임의 면에서 분해 전단응력의 평균값을 나타낸다.

$$T_a(\varphi, \theta) = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int \tau_a^2(\varphi, \theta, \chi) d\chi} \quad (2)$$

제안된 피로 판정식은 다음과 같다.

$$\max T_a + 3 \left( \frac{t_{-1}}{f_{-1}} - \frac{1}{2} \right) \sigma_{H, \max} \leq t_{-1} \quad (3)$$

여기서  $t_{-1}$ 과  $f_{-1}$ 은 각각 완전 교번 비틀림과 굽힘 피로한도 값이다.  $\sigma_{H, \max}$ 는 정수압 응력의 최대값을 나타낸다.

### 3.2.3 피로 수명식

피로 수명식은 부가된 하중에 의해 재료에서 피로 균열이 발생할 경우 그 피로 수명을 밝혀내기 위

한 식이다. Papadopoulos에 의해 제시된 피로 수명식은 다음과 같다.

$$\frac{\max T_a + 3(t_{-1}/f_{-1} - 1/2)\sigma_{H,a}}{1 - \frac{3}{t_{-1}}(t_{-1}/f_{-1} - 1/2)\sigma_{H,m}} \leq \frac{t_{-1}}{1 - \kappa N^{-\lambda}} \quad (4)$$

여기서  $\kappa$ 와  $\lambda$ 는 완전 교번 비틀림 실험에서 얻은 S-N Curve를 커브 피팅하여 얻을 수 있다.  $\sigma_{H,a}$ 와  $\sigma_{H,m}$ 는 정수압 응력의 진폭과 평균값을 나타낸다.

### 3.2.4 변동하중에 대한 적용법

피로 이론은 일정한 진폭의 하중이 작용할 경우에 적용이 가능하지만, 거친 표면간의 접촉인 경우에는 돌기의 영향을 받아 불규칙한 변동하중 (Variable amplitude loading)이 작용하게 된다. 따라서 적절한 카운팅 방법을 이용하여 변동하중을 일정한 하중(Constant amplitude loading)의 조합으로 등가하기 위해 Rainflow 카운팅 법을 사용하였다.<sup>10)</sup>

다축 응력이 작용하는 부재에서 각각의 응력 성분은 평균값이나 진폭이 독립적으로 작용할 뿐만 아니라 주파수 또한 독립적으로 작용하게 된다. 따라서 이러한 응력상태에 대한 사이클 카운팅에서 가장 어려운 문제는 어떠한 응력 성분을 카운팅하여 전체 응력 상태를 대표할 수 있는가 하는 것이다.

임의 평면의 수직응력을 카운팅 변수로 정의하여 다축 응력 성분의 카운팅을 수행한다. 임의의 평면은 손상이 가장 크게 작용하는 면으로 정의한다. 한 사이클에 대한 응력 성분을 얻기 위해 카운팅 변수가 사이클을 형성하는 시간에 상응하는 각각의 성분을 적절한 가중치를 두어 얻는다.

그 후에 Linear Miner법을 사용하여 각각의 손상을 더하여 최종 수명을 얻는다.

### 3.3 해석 결과

표면 거칠기 변화 실험을 통해 획득한 각 cycle 후의 3차원 표면 거칠기 형상을 이용해 기어의 접촉 피로 수명을 예측하였다.

해석에 사용된 시편 재질은 표면 거칠기 변화 실험과 수명 시험용 기어와 같은 재질이며, 하중은 2000N이며, 이는 변속기에 가해지는 토크 400Nm에 동일한 최대압력이 걸리도록 한 것이다.

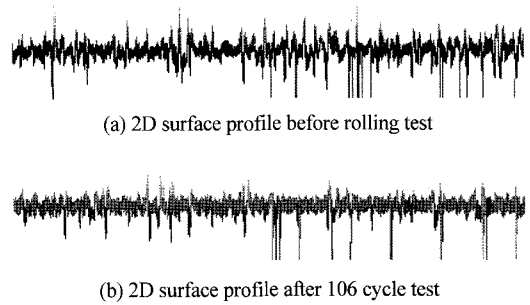


Fig. 4 Contact of two non-conformal bodies

실제 거친 표면의 형상 데이터를 이용한 수명 예측에서는 표면에서의 접촉부위를 이동시켜가며 수명을 계산하고 이 값을 평균하여 접촉 피로 수명으로 평가하였다.

Fig. 4는 피로수명해석에 사용된 표면 거칠기 변화 실험 시편의 형상이다. 그림에서 알 수 있듯이 접촉이 반복됨에 따라 표면의 돌기들이 평탄화되었음을 알 수 있다. 이러한 표면 돌기들의 소성변형은 수명 예측 결과에 많은 영향을 준다.

Fig. 5는 실제 변속기용 기어의 표면측정 데이터를 이용하여 수명을 예측한 결과이다. 시험 전 표면, 즉 표면이 가장 거칠 때의 수명이 가장 짧게 계산되었고, 작동 사이클에 따라 표면이 평탄화될수록 계산된 수명이 점점 증가하는 것을 볼 수 있다. 실제 기어의 표면을 이용하여 해석을 수행한 결과는 실험 전과 같은 표면이 가공 후의 거친 표면 상태의 데이터를 이용하였다. 그런 이유로 수명이 매우 짧게 계

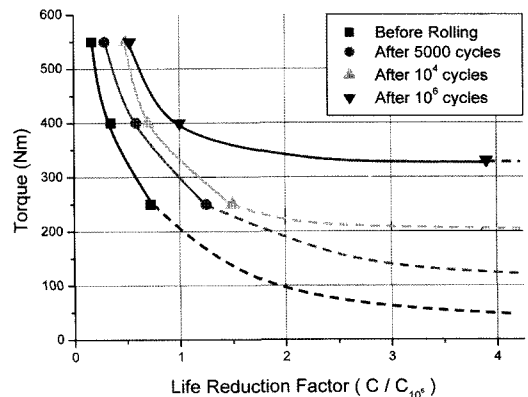


Fig. 5 Analysis result of surface fatigue life

\* Life reduction factor : 10<sup>6</sup> cycle test 표면형상 데이터의 400Nm에 대한 수명 비율

산된 것으로 생각된다. 그러므로 실제 기어의 피로 수명 S-N 선도를 해석을 통해 얻기 위해서는 표면의 거칠기 변화를 고려해야 한다는 것을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

변속기용 기어의 작동 cycle에 따라 표면 거칠기가 변하는 것을 접촉피로 수명해석에 적용시키기 위해 구름마찰 실험을 통해 표면형상의 변화를 측정하였고, 이에 따른 기어의 접촉피로수명을 계산하였다. 이를 통해 다음과 같은 연구결과를 얻었다.

- 1) 변속기용 기어의 표면 길들이기 과정은 대부분 시험 초기에서 발생하였고, 일정 cycle 후에는 Ra 값의 변화가 거의 발생하지 않았다.
- 2) 길들이기 과정을 통해 표면의 평탄화가 더 많이 진행된 표면일수록 접촉피로수명이 더 증가한 것으로 계산되었다.
- 3) 실제 표면을 이용하여 변속기 기어의 접촉피로 수명을 예측할 때, 작동 cycle에 따른 표면의 변화를 고려함으로써 더 정확한 수명예측이 가능하다.

#### References

- 1) S. Way, "Pitting due to Rolling Contact," J. Appl. Mech., Vol.2, pp.A49-A58, 1935.
- 2) T. E. Tallian, "Simplified Contact Fatigue Life Prediction Model: Part 1. Review of Published Models," J. Trib., Vol.114, pp.207-213, 1992.
- 3) X. Dufourg, Pitting des Engrenages de Boite de

Vitesse, Ph. D. Dissertation, Universite de Paris-Sud, Orsay, France, 1995.

- 4) A. C. Batista, "Contact Fatigue of Automotive Gears : Evolution and Effects of Residual Stresses Introduced by Surface Treatments," Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., Vol.23, pp.217-228, 2000.
- 5) M. Sraml, "Numerical Procedure for Predicting the Rolling Contact Fatigue Crack Initiation," Int. J. Fatigue, Vol.25, pp.585-595, 2003.
- 6) I. V. Papadopoulos, "Multiaxial fatigue limit criterion of metals (Chapter 3), High Cycle Metal Fatigue," ed. Dang Van, K. Y., Papadopoulos, I. V., Springer-Verlag Wien, New York, pp.89-143, 1999.
- 7) W. D. Kim, B. I. Choi, S. W. Han and J. H. Kim, "Bending Fatigue Strength of Carburized and Induction Hardened Gear," Transactions of KSAE, Vol.2, No.6, pp.1-8, 1994.
- 8) A. E. H. Love, "Stress Produced in a Semi-infinite Solid by Pressure on Part of the Boundary," Phil. Trans. Royal Society, A228, pp.377-420, 1929.
- 9) Y. J. Cho, T. W. Kim and M. J. Lee, "The Stress Field in Body Caused by the Tangential Force of a Rectangular on a Semi-infinite Solid," KSTLE Int. J., Vol.2, No.1, pp.29-34, 2001.
- 10) T. E. Langlais, "Multiaxial Cycle Counting for Critical Plane Methods," Int. J. Fatigue, Vol.25, pp.641-647, 2003.