

공정능력지수에 대한 비교와 적용

정영배[†] · 김연수

인천대학교 산업경영공학과

Comparison and Application of Process Capability indices

Young-Bae Chung[†] · Yon-Soo Kim

Dept. of Industrial and Management Engineering, University of Incheon

Process Capability indices(PCIs) have been widely used in manufacturing industries to provide a quantitative measure of process performance. PCIs have been developed to represent process capability more exactly. The traditional process capability indices C_p , C_{pk} , C_{pm} , C_{pm}^+ have been used to characterize process performance on the basis of univariate quality characteristics. C_p , C_{pk} consider the process variation, C_{pm} considers both the process variation and the process deviation from target and C_{pm}^+ considers economic loss for the process deviation from target. In the previous studies, only one designated location on each part is measured. System process capability index even though in single process, multiple measurement locations on each part are required to calculate the reliable process capability. In manufacturing industry, there is growing interest in quantitative measures of process variation under multivariate quality characteristics. The multivariate process capability index incorporates both the process variation and the process deviation from target or considers expected loss caused by the process deviation from target. In this paper, we compare various process capability indices and propose the application method of PCIs.

Keywords : Process Capability Indices, System Process Capability, Multivariate Process Capability

1. 서 론

공정능력(process capability)이란 공정이 관리상태에 있을 때 그 공정에서 생산되는 제품의 품질변동이 어느 정도인지를 나타내는 양이며, 이를 하나의 수치로 표현한 것이 공정능력지수(process capability index)이다. 공정능력지수는 허용 가능한 공정산포와 실제 공정산포를 비교하는 의미를 가지고 있기 때문에 이는 미리 설정된 규격과 공정의 제품이 얼마나 잘 일치하는가를 보여줄 수 있을 뿐 아니라 관리 상태에 있는 공정의 성질을 비교할 수 있어서 공정 성능을 평가하는 측도로서 주로 사용해 오고 있다.

이러한 공정능력지수에 관한 연구는 많은 학자들에 의해 활발히 이루어지고 있으며, 대부분의 연구는 공정능력을 평가하는 다양한 현장의 상황에 따라 각각의 상황에 맞는 새로운 공정능력지수들을 제시하고 이를 현장에 적용시키면서 발전해 왔다. 기존 연구들에서 제시된 공정능력지수의 연구 방향을 크게 분류하면 대상이 되는 품질특성치의 수가 한 개인 단일변량 공정능력지수와 품질특성치의 수가 두 개 이상인 다변량 공정능력지수로 나눌 수 있다.

전통적인 단일변량 공정능력지수로서 C_p 와 C_{pk} 는 단지 품질의 산포나 공정평균의 치우침만을 고려해서 공정능력을 평가하는 척도로 광범위하게 활용되어 왔다.

[†] 교신저자 ybchung@incheon.ac.kr

* 본 연구는 인천대학교 2006년도 자체연구비지원에 의하여 연구되었음.

그러나 C_p 와 C_{pk} 는 품질특성에 목표치가 주어진 경우는 품질특성치가 목표치에 얼마나 접근하고 있는가를 알 수 없다는 단점을 가지고 있어, 이러한 단점을 보완하기 위해 목표치로부터 품질특성치의 변동을 고려한 공정능력지수로서 Chan, Cheng and Spiring[5]는 C_{pm} 을, 목표치로부터 품질특성치의 변동으로 Taguchi의 이차손실함수를 적용한 기대손실을 이용하는 방법으로서 Bolyes[4]는 C_{pm}^+ 를 제시하였다. 따라서 최근에는 공정의 산포에 의해서 공정능력을 평가하기보다는 목표치로부터 품질의 변동에 따른 경제적 손실까지도 고려하여 보다 유용한 정보를 많이 제공할 수 있는 공정평가척도들이 대두되고 있으며 그 응용분야를 확장시키고 있다.

그러나 이러한 전통적인 공정능력지수들은 한 개의 특성치를 갖는 단변량에 대한 공정평가의 척도이기 때문에 최근의 공정의 특성상 단변량이지만 측정위치가 여러 곳인 경우나, 2개 이상의 특성치를 가지는 다변량의 공정에 대해서는 적용할 수가 없는 단점을 가지고 있다. 최근에는 이러한 공정의 특성에 맞는 공정능력측도인 시스템공정능력지수나 다변량 공정능력지수가 제안되고 있다.

본 연구에서는 이러한 단변량 공정능력지수, 시스템공정능력지수, 다변량 공정능력지수간의 공정능력지수들을 비교하고 이를 각각 분석함으로서 현장에 적용할 때 그 공정능력지수의 특성에 맞는 적용방법을 제시하고자 한다.

2. 공정능력지수의 고찰

2.1 단변량 공정능력지수

전통적인 공정능력지수는 Juran[7]에 의해 C_p 는 규격쪽에 대한 공정의 자연공차의 비율로 정의되고, 규격상한(S_U)과 규격하한(S_L)이 주어졌을 때 제품의 품질특성치의 공정평균이 양쪽 규격의 중앙에 치우침이 없이 위치하고 있다고 가정하는 경우, 다음 식 (1)과 같다.

$$C_p = \frac{S_U - S_L}{6\sigma} = \frac{T}{6\sigma} \quad (1)$$

단, $T = S_U - S_L$

또한 규격상한이나 규격하한과 같은 한쪽 규격이 주어진 경우에 공정능력지수 C_p 는 다음 식 (2)와 같다.

$$C_p = (S_U - \mu)/3\sigma, \text{ 규격 상한이 주어진 경우} \quad (2)$$

$$C_p = (\mu - S_L)/3\sigma, \text{ 규격 하한이 주어진 경우}$$

공정능력지수 C_p 는 단위에 영향을 받지 않으므로,

서로 다른 공정들의 능력을 비교할 수 있으나, 공정의 평균의 치우침을 고려하지 않고 공정 산포로만 정의된 잠재능력을 측정한다는 단점을 가지고 있다. 따라서 C_p 는 공정평균의 변화를 공정능력에 반영하지 못하기 때문에 실제의 공정능력의 척도로서는 적당하지 못하다. 이러한 단점을 보완하여 공정평균의 치우침을 고려한 공정능력지수 C_{pk} 가 Kane[8]에 의해 식 (3)과 같이 제시되었다.

$$C_{pk} = \min\left(\frac{S_U - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - S_L}{3\sigma}\right) = (1 - K) C_p \quad (3)$$

$$\text{단, } K = |M - \mu| / (T/2)$$

$$T = S_U - S_L$$

$$M = (S_U + S_L)/2$$

Chan, Cheng, Spiring[5]에 의해 목표치(T)로부터 공정의 평균(μ)을 고려한 평가방법으로서 C_{pm} 은 다음 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} C_{pm} &= \frac{S_U - S_L}{6\sqrt{E[(Y-T)^2]}} \\ &= \frac{S_U - S_L}{6\sqrt{[\sigma^2 + (\mu - T)^2]}} \\ &= \frac{C_p}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu - T}{\sigma}\right)^2}} \end{aligned} \quad (4)$$

C_{pm} 은 C_p 와 C_{pk} 보다 더욱 개선된 공정능력지수로서 공정변동 및 공정평균의 치우침을 고려한 것뿐만 아니라 목표치가 주어져 있는 경우 이 목표치에 대한 공정의 중심의 위치까지 고려한 공정능력척도로서 활용도가 높다고 할 수 있다.

Taguchi의 이차손실함수의 기대손실에 근거한 공정능력지수로서 Bolyes[4]가 제시한 C_{pm}^+ 는 다음 식 (5)와 같다.

$$C_{pm}^+ = \frac{S_U - S_L}{6\sqrt{E(L)}} \quad (5)$$

$$E(L) = k[\sigma^2 + (\mu - T)^2], \text{ 망목특성의 경우}$$

$$E(L) = k(\sigma^2 + \mu^2), \text{ 망소특성의 경우}$$

$$E(L) = k \left[\frac{1}{\mu^2} \left(\frac{3\sigma^2}{\mu^2} + 1 \right) \right], \text{ 망대특성의 경우}$$

C_{pm}^+ 는 공정의 산포에 의해서 공정능력을 평가하기보다는 목표치로부터 품질의 변동에 따른 경제적 손실까지도 고려하여 보다 유용한 정보를 많이 제공할 수 있는 공정평가척도로서 그 응용분야를 확장시키고 있다.

그러나 Taguchi의 이차손실함수는 정규공정이고 대칭

적인 손실함수의 경우에만 잘 설명될 수 있다는 한계를 가지고 있다. Spiring[9]는 Taguchi의 이차손실함수의 대안적인 손실함수로써 정규분포에 대한 확률밀도함수의 역함수를 근거로 한 손실함수를 제안하였고, 이러한 역 정규 손실함수의 기대손실을 이용한 공정능력지수 C_{pI} 를 정영배[2]는 다음과 같이 제안하였다.

역정규 손실함수의 기대손실을 이용한 새로운 공정능력지수 C_{pI} 를 다음 식 (6)과 같이 제안한다.

$$C_{pI} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{E[L(x, T)]}} \quad (6)$$

여기서 기대손실은 식 (7)과 같다.

$$E[L(x, T)] = A \left[1 - \frac{\gamma}{\sqrt{\sigma^2 + \gamma^2}} \exp \left\{ \frac{-1}{2} \left(\frac{(\mu - T)^2}{\sigma^2 - \gamma^2} \right) \right\} \right] \quad (7)$$

따라서 목표치 T 에 대한 공정의 측정치 x 가 정규분포를 따른다면 이 함수의 확률밀도함수 $g(x, T)$ 를 구하면 다음 식 (8)과 같다.

$$g(x, T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\gamma} \exp \left\{ \frac{-(x-T)^2}{2\gamma^2} \right\} \quad -\infty < x < \infty \quad (8)$$

여기서 T 는 목표치이고, γ 는 형상모수(shape parameter)이다. 이 형상모수는 손실함수의 형상을 결정하는 모수 인자이기도 하다.

2.2 시스템 공정능력지수

시스템 공정능력지수는 각각의 개별공정능력을 하나의 전체 공정능력으로 표현한 공정능력지수를 말한다.

시스템 공정능력을 산정하는 첫 번째 방법은 공정의 부적합률을 이용한 방법으로 개별공정의 부적합률로 전체 부적합률을 계산하고 이를 다시 공정능력지수로 변환하는 것이고, 두 번째 방법은 개별 공정능력지수에 대한 가중평균이나 기하평균 등의 평균의 개념을 도입하여 전체 공정능력지수를 표현하는 것이다.

이러한 시스템 공정능력지수는 품질특성치가 비록 단변량인 경우라도 공정능력을 측정하는 대상 부품의 위치가 여러 곳일 때 이러한 여러 위치에 대해 개별적으로 품질 변동을 파악하여, 이를 전체의 품질변동으로 표현하는 것이 바람직 할 때도 활용도가 높다고 생각한다.

이도경[1]은 품질특성치가 비록 단일변량이라 할지라도, 부품의 여러 위치에 대한 특성을 갖는 경우 개별적으로 위치별 공정능력지수를 파악하여 이를 전체 공정능력지수로 변환하는 시스템공정능력지수를 다음과 같이 제안하였다.

위치별 공정능력지수를 계산하기 위한 패널의 j 번째 위

치에서 측정한 lr 개의 셀폭에 대한 표본표준편차는 다음과 식 (9)와 같다.

$$s_j = \sum_{i=1}^l \sum_{k=1}^r (y_{ijk} - \bar{y}_{jk})^2 / (lr-1) \quad (9)$$

패널의 j 번째 위치에 대한 셀 폭의 위치별 공정능력지수는 다음 식 (10)과 같다.

$$C_{psk(j)} = \min \left(\frac{S_U - \bar{y}_{jk} - |\bar{y}_{jk} - T|}{3\sqrt{s_j^2 + (\bar{y}_{jk} - T)^2}}, \frac{|\bar{y}_{jk} - S_L - |\bar{y}_{jk} - T||}{3\sqrt{s_j^2 + (\bar{y}_{jk} - T)^2}} \right) \quad (10)$$

m 개의 위치별 공정능력지수 $C_{psk(j)}$ 로써 전체 시스템에 대한 공정능력지수 $C_{psk}^T(m)$ 을 다음 식 (11)과 같이 제시하였다.

$$C_{psk}^T(m) = \min C_{psk(j)}, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$

m	측정위치의 수
T	셀폭의 목표치
y_{ijk}	i 번째 패널의 j 번째 위치에서 측정한 k 번째 셀폭 ($i = 1, \dots, l$, $j = 1, \dots, m$, $k = 1, \dots, r$)
\bar{y}_{jk}	j 번째 위치에서 측정한 셀 폭의 평균
$C_{psk(j)}$	j 번째 위치의 개별 공정능력지수
$C_{psk}^T(m)$	m 개의 개별 공정능력지수에 의한 시스템 공정능력지수

2.3 다변량 공정능력지수

다변량 공정능력지수와 단변량 공정능력지수와의 차이점은 정규분포의 모양이 단변량에서는 종모양인데 비해 다변량은 2차원의 타원형이나 3차원의 타원체와 같은 형태를 가지며, 확률적인 표현 방법도 간격이나 폭의 표현 방법에서 영역이나 부피를 나타내는 면적이나 부피를 표현하는 방법에 있다. 다변량 공정능력지수의 평가척도의 기준은 공정영역에 대한 규격영역의 비율을 사용하고 있으며, 수정영역으로서 공정영역을 수정한 다변량 공정능력벡터 C_{pM} 과 허용차영역을 수정한 다변량 공정능력지수 MC_{pm} 이 있다. 다변량 공정능력벡터 C_{pM} 은 Shahriari, Hubelle, Lawrence[10]에 의해 제안된 공정능력지수로서 단변량일 때의 공정능력지수 C_p 를 벡터(vector) 개념으로 확장한 것이라고 할 수 있다. 목표치로부터 공정평균의 편차를 반영하고 있는 MC_{pm} 의 모형은 C_{pm} 의 모형을 다변량으로 확장한 것으로 목표치에 대한 공정능력의 변화의 민감도가 좋고, 분산성과 중심

의 위치를 동시에 반영하고 있을 뿐 아니라 공정의 변화를 쉽게 파악할 수 있는 장점을 가지고 있는 척도이기 때문에 모형에서 사용한 산포 대신 손실함수를 적용하는 데 합당하다고 여겨진다. 다변량공정능력지수 MC_{pm} 은 다음 식 (12)와 같다.

X	: 표본의 벡터
\bar{X}	: 표본의 평균벡터
T	: 목표치의 벡터
μ	: 공정의 평균벡터
m	: 품질특성치의 수
n	: 표본의 수
Σ	: 분산-공분산 매트릭스
Σ^{-1}	: 분산-공분산 매트릭스의 역행렬
Σ_T	: 평균제곱오차 매트릭스
D	: 목표치로부터 공정평균의 편차
$K(m)$: $\chi^2(m, 0.9973)$ 의 값
$H_L(T)$: Hessian 행렬
$\Gamma(\alpha)$: 감마함수
ρ	: 상관계수
σ_i^2	: 특성치 i 에 대한 분산
σ_{ij}	: 특성치 i 와 j 에 대한 공분산
k_i	: 특성치 i 에 관련된 손실계수
k_{ij}	: 특성치 i 와 j 에 관련된 손실계수
$L(X, T)$: X_i 의 손실함수
$E[L(X, T)]$: X_i 의 기대손실
MC_{pm}	: 목표치를 고려한 다변량 공정능력지수
MC_{pm}^+	: 기대손실을 이용한 다변량 공정능력지수
MC_{pm}	$= \frac{\text{수정 허용차영역의 면적 또는 부피}}{\text{공정영역의 면적 또는 부피}}$
	$= \frac{\text{수정 허용차영역의 면적 또는 부피}}{((X - \mu)' \Sigma_T^{-1} (X - \mu) \leq K(m)) \text{의 면적 또는 부피}}$
	$= \frac{\text{수정 허용차영역의 면적 또는 부피}}{ \Sigma_T ^{1/2} (\pi K)^{m/2} [\Gamma(m/2 + 1)]^{-1}}$
	$= \frac{\text{수정 허용차영역의 면적 또는 부피}}{ \Sigma ^{1/2} (\pi K)^{m/2} [\Gamma(m/2 + 1)]^{-1} [1 + (\mu - T)' \Sigma^{-1} (\mu - T)]^{1/2}}$
	$= \frac{\text{수정 허용차영역}}{\text{공정데이터의 } 99.73\% \text{가 포함되는 영역}}$
	$\times \frac{1}{[1 + (\mu - T)' \Sigma^{-1} (\mu - T)]^{1/2}}$

$$= \frac{C_p}{[1 + (\mu - T)' \Sigma^{-1} (\mu - T)]^{1/2}} \\ = \frac{C_p}{D} \quad (12)$$

여기서 C_p 는 수정 허용차 영역과 관련된 분산성(variability)을 나타내고 D 는 목표치로부터 공정평균의 편차를 의미한다.

여기서 평균제곱오차매트릭스 Σ_T 는

$$\Sigma_T = E[(X - T)(X - T)'] \\ = E \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^i (X_i - T_i)(X_j - T_j) \right]$$

이다.

단변량 공정능력지수 MC_{pm} 을 벡터로 확장시킨 다변량 공정능력지수인 MC_{pm}^+ 에 공정의 산포 대신 기대손실을 이용한 다변량 공정능력지수 MC_{pm}^+ 를 정의[3]이 제안하였고, 다음 식 (13)과 같다.

$$MC_{pm}^+ = \frac{\text{수정 허용차영역의 면적 또는 부피}}{E[L(X, T)]^{1/2} (\pi K)^{m/2} [\Gamma(m/2 + 1)]^{-1}} \quad (13)$$

$$E[L(X, T)] \\ = E \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^i k_{ij} (X_i - T_i)(X_j - T_j) \right] \\ = E \left[\sum_{i=1}^m k_i (X_i - T_i)^2 \right] \\ + E \left[\sum_{i=2}^m \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} (X_i - T_i)(X_j - T_j) \right] \\ = \sum_{i=1}^m k_i [(\mu_i - T_i)^2 + \sigma_i^2] \\ + \sum_{i=2}^m \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} [\sigma_{ij} + (\mu_i - T_i)(\mu_j - T_j)]$$

다변량 공정능력지수 MC_{pm}^+ 는 목표치로부터 공정의 평균제곱오차 Σ_T 대신 다변량의 기대손실 $E[L(X, T)]$ 를 대입함으로써 공정의 산포에 의한 공정평가척도가 아닌 품질변동에 따른 기대손실에 의한 공정평가척도임에 그 의의가 있다.

3. 공정능력지수의 비교분석

기준의 공정능력지수들을 비교하기 위하여 Taguchi, El-

said, Hsiang의 수치예를 사용하였다.

TV를 생산하는 공정에서 불합격품을 처리하는데 드는 최대손실비용이 단위당 \$2이고, 목표치로부터 규격의 허용오차는 ± 5 이다.

<표 1>은 목표치 $T = 0$ 이고 목표치로부터 공정평균이 변할 때, 표준편차 $\sigma_1 = 0.5$, $\sigma_2 = 1.0$, $\sigma_3 = 1.5$ 각각에 대한 기대손실을 (a) 이차손실함수 $E[L(x)]$ 와 (b) 역정규 손실함수(INLF) $E[L(x, T)]$ 를 비교한 결과이다.

<표 1> 공정평균의 변화에 따른 기대손실

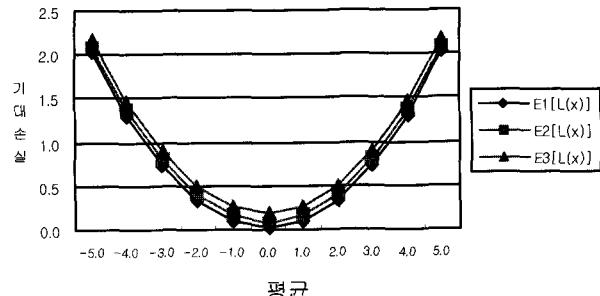
μ	$\sigma_1=0.5$		$\sigma_1=0.5$		$\sigma_1=0.5$	
	$E_1[L(x)]$	$E_1\{L(x, T)\}$	$E_2[L(x)]$	$E_2\{L(x, T)\}$	$E_3[L(x)]$	$E_3\{L(x, T)\}$
-5.0	2.02000	1.99812	2.08000	1.98811	2.18000	1.95176
-4.0	1.30000	1.97751	1.36000	1.93117	1.46000	1.84295
-3.0	0.74000	1.84492	0.80000	1.73026	0.90000	1.60670
-2.0	0.34000	1.38400	0.40000	1.28444	0.50000	1.24228
-1.0	0.10000	0.59073	0.16000	0.71510	0.26000	0.87700
0.0	0.02000	0.14305	0.08000	0.43826	0.18000	0.71963
1.0	0.10000	0.59073	0.16000	0.71510	0.26000	0.87700
2.0	0.34000	1.38400	0.40000	1.28444	0.50000	1.24228
3.0	0.74000	1.84492	0.80000	1.73026	0.90000	1.60670
4.0	1.30000	1.97751	1.36000	1.93117	1.46000	1.84295
5.0	2.02000	1.99812	2.08000	1.98811	2.18000	1.95176

아래의 <그림 1>을 보면 (a)에서 이차손실함수는 표준편차의 차이에 따른 기대손실의 값에 거의 변화가 없는 반면에 (b)의 역정규 손실함수(INLF)는 표준편차의 차이에 따른 기대손실 값의 변화를 잘 반영하는 것으로 나타났다.

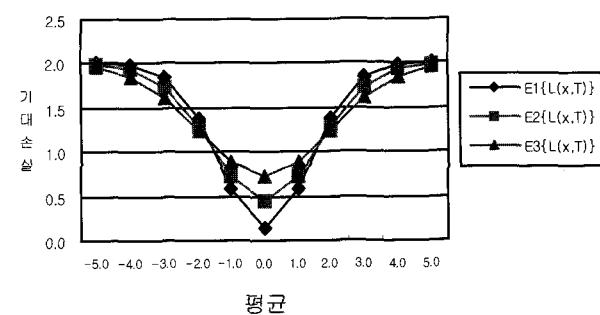
이것은 동일한 조건의 공정이 주어진다면 역정규 손실함수가 이차손실함수에 비해 0의 변화에 대한 판별력이 뛰어남으로써 민감성이 좋은 손실함수라 할 수 있겠다.

<그림 2>는 표준편차의 변화에 따른 기대손실을 비교하였다. 이차손실함수의 기대손실은 최대손실까지 거의 일정한 비율로 증가하는 선형에 가까운 형태를 띠는 반면, 역정규 손실함수의 기대손실은 표준편차가 작을수록 큰 폭으로 증가하다가 표준편차가 점점 커지면 손실의 폭은 줄어들고 최대손실에 가까워지면서는 거의 변화없이 일정해지는 평평한 커브(포물선 형태)를 그리고 있는 차이점을 볼 수 있다.

<그림 1>과 <그림 2>의 결과를 통해서 역정규 손실함수의 모양이 다양한 공정에서 존재하는 손실의 증가차이를 반영하고 있음을 알 수 있다.

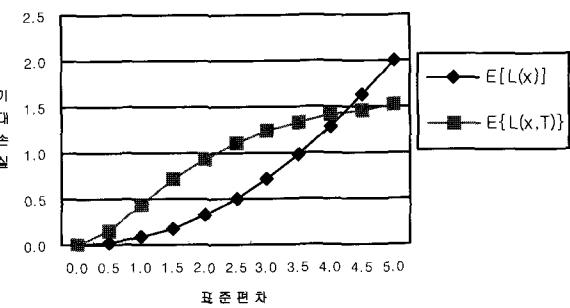


(a) 이차손실함수



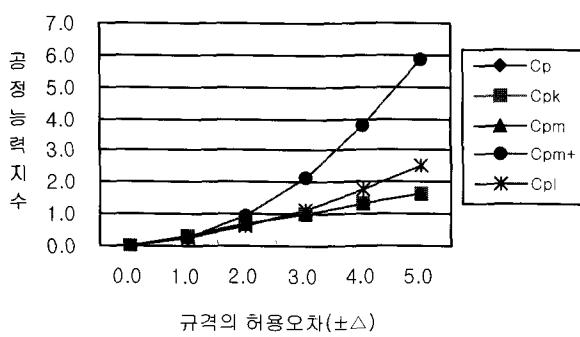
(b) 역정규 손실함수

<그림 1> $\sigma_1 = 0.5$, $\sigma_2 = 1.0$, $\sigma_3 = 1.5$ 일 때 공정 평균의 변화에 대한 기대손실의 변화 비교

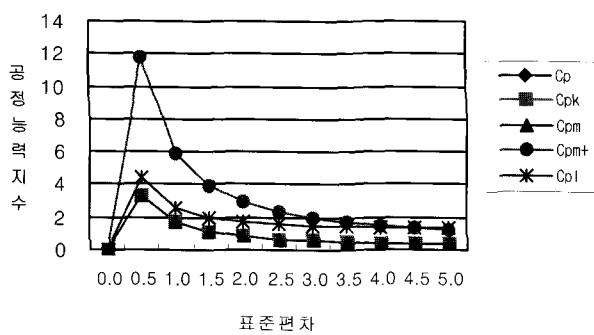


<그림 2> $\mu = T$ 일 때 표준편차에 따른 기대손실 비교

이차손실함수와 역정규 손실함수를 이용한 공정능력지수를 비교해 보면 C_{pm} 이나 C_{pm}^+ 와 마찬가지로 목표치로부터 품질의 변동을 잘 반영하고 경제적 손실도 고려하면서, 이차손실함수에 비해 역정규 손실함수를 이용한 공정능력지수 C_pI 는 표준편차의 변화에도 민감하게 반응하는 것으로 나타났다. 먼저 <그림 3>은 목표치를 중심으로 규격의 폭($\pm \Delta$)이 변할 때 이차손실함수의 손실계수 k 와 역정규 손실함수의 형상모수 γ 가 공정능력지수에 미치는 영향을 비교하기 위한 것이고, <그림 4>는 $\mu = T$ 일 때 이러한 공정능력지수를 종합적으로 비교한 결과이다.



<그림 3> 규격의 폭이 변할 때 손실계수와 형상모수가 공정능력지수에 미치는 영향 비교



<그림 4> 표준편차에 따른 공정능력지수의 비교

<그림 3>을 살펴보면 규격의 폭이 점점 커짐에 따라 이차손실함수가 역정규 손실함수에 비해 그 기대값이 상대적으로 크게 작아져 결과적으로 공정능력지수는 높게 평가되고 있음을 알 수 있다.

또한 <그림 4>의 결과를 보면 $\sigma = 0.5$ 일 때 역정규 손실함수의 기대손실을 이용한 C_{pl} 및 기존의 다른 공정능력지수 C_p , C_{pk} , C_{pm} 에 비하여 이차손실함수의 기대 손실을 이용한 C_{pm}^+ 의 값이 확연하게 큰 차이로 높게 나타내어 공정능력을 과대평가하고 있는 것을 볼 수 있다. 그리고 표준편차가 커지면서는 C_{pl} 과 C_{pm}^+ 모두 별반 차이가 없이 유사하게 평가하고 있다. 따라서 표준 편차가 작은 공정이라면 기존 C_{pm}^+ 에 의해 평가하는 것은 실제 공정능력 보다 과대평가할 확률이 높다라는 결론을 얻을 수 있다.

이상 수치의 예를 통해 역정규 손실함수를 이용한 C_{pl} 은 기존의 공정능력지수들이 가지고 있는 평가 척도로서의 특성을 그대로 지니면서 C_{pm}^+ 와 같이 목표치로부터의 품질변동과 비용적 측면도 고려하여 평가할 뿐만 아니라 이차손실함수에 비해 더욱 현실적으로 손실에 대한 개념에 접근하였다. 따라서 C_{pl} 는 여러 측면에서 다양한 공정특성들을 잘 반영하는 공정평가척도이고, 공정 산포의 변화에 대하여 민감하게 평가할 수 있

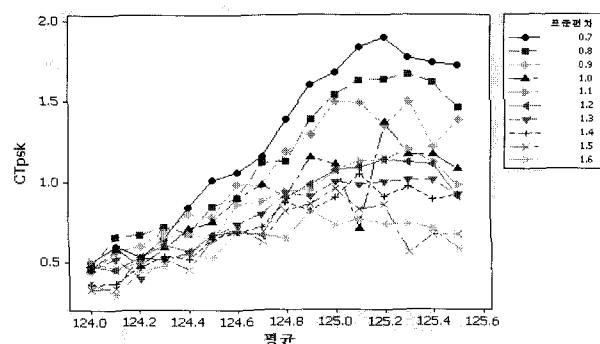
는 척도라는 장점을 가지고 있다.

시스템 공정능력지수의 특성을 살펴보기 위해 이도경 [1]의 수치실험을 예로 들었다. 디스플레이 패널 예를 대상으로 하여, 한 패널에서의 측정 위치 수는 9이며, 각 측정 위치에서 7셀을 측정한다. 열장의 패널을 조사하므로 측정하는 셀 폭의 전체 개수는 630개이다.

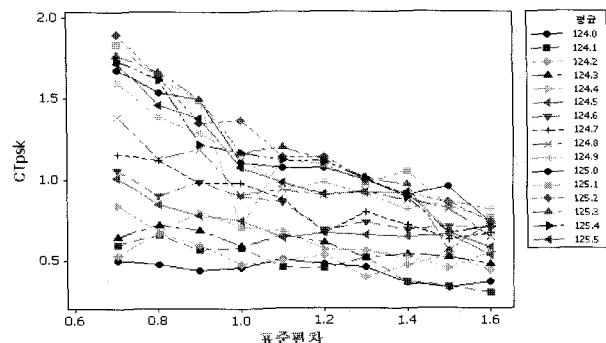
평균과 표준편차가 변화할 때 시스템 공정능력지수의 특성 변화를 알아보기 위해, 평균은 124.0, 124.1, 124.2, 124.3, 124.4, 124.5, 124.6, 124.7, 124.8, 124.9, 125.0, 125.1, 125.2, 125.3, 125.4, 125.5까지 0.1 단위씩 총 16단계를 표준편차는 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6 까지 0.1단위씩 총 10단계 변화시켜가며 난수를 발생시켰다(셀폭의 $S_U = 130$, $S_L = 120$, 목표치 $T = 125$).

표준편차나 평균의 변화를 통해 시스템공정능력지수를 비교해 본다. <그림 5>는 표본평균의 변화에 따른 $C_{psk}^T(m)$ 변화를 살펴본 결과이며, <그림 6>은 표본 표준편차의 변화에 따른 $C_{psk}^T(m)$ 변화를 살펴본 그래프이다.

시스템 공정능력지수는 개별 공정능력지수들의 평균으로 나타낸 결과와 유사한 경향을 보이고 있다. 일반적인 공정능력지수처럼 공정평균이 목표치로부터 멀어지거나, 표준편차가 커질수록 공정능력지수가 떨어지는 경향을 보이고 있다.



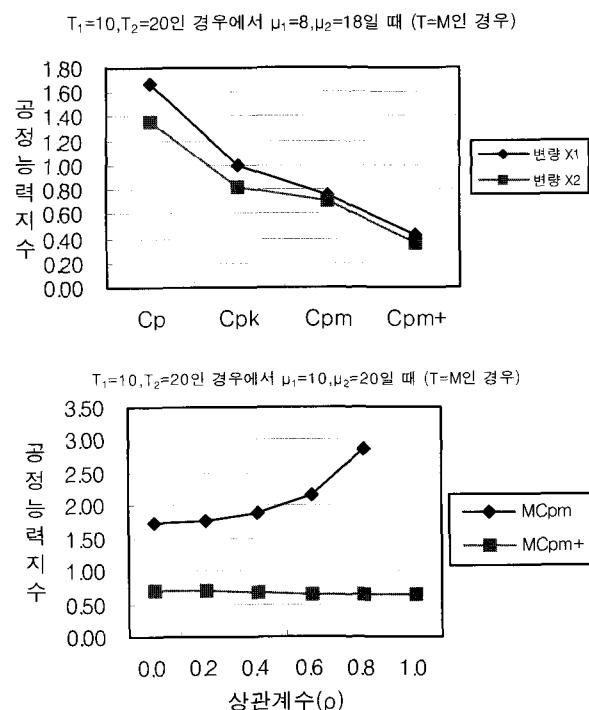
<그림 5> 표본평균의 변화에 따른 $C_{psk}^T(m)$ 의 변화



<그림 6> 표본표준편차의 변화에 따른 $C_{psk}^T(m)$ 의 변화

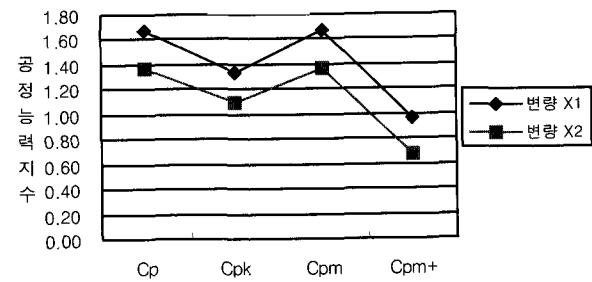
다면량공정능력지수의 예를 들기 위해 2개의 품질특성치 X_1, X_2 가 이변량 정규분포를 따르고 각각의 규격은 $S_{U_1} = 15, S_{L_1} = 5, S_{U_2} = 25, S_{L_2} = 15$ 이다. 단, 손실계수는 $k_1 = 30, k_2 = 25, k_{12} = 10$ 으로 가정했을 때 공정의 분포는 치우침이 없는 경우인 $X_1 \sim N(10, 1.0), X_2 \sim N(20, 1.5)$ 일 때 각 변량을 단변량일 때로 하여 $C_p, C_{pk}, C_{pm}, C_{pm}^+$ 와 상관계수 $\rho = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ 에 대해 MC_{pm}, MC_{pm}^+ 를 비교한 결과를 <그림 7>에 나타냈다. 그리고 $X_1 \sim N(8, 1.0), X_2 \sim N(18, 1.5)$ 분포와 같이 치우침이 있는 경우에 대한 비교결과를 <그림 8>에 보였다.

<그림 7>, <그림 8>에서 MC_{pm} 과 MC_{pm}^+ 의 공정능력지수 값을 비교하여 보면, 두 공정능력지수 모두 목표치가 규격중심에 일치할 경우가 규격중심에 일치하지 않을 경우보다 공정능력이 좋게 나타나고 있고, 공정평균이 목표치로부터 멀어질수록 공정능력이 떨어지는 성향을 가지고 있음을 보이고 있어 기존의 MC_{pm} 이 가지는 규격의 중심과 목표치와의 치우침과 더불어 목표치로부터 공정의 평균이 얼마나 떨어져 있는가를 잘 반영하는 장점을 새로이 제안한 다변량 공정능력지수 MC_{pm}^+ 역시 그대로 가지고 있다는 결론을 얻을 수 있다. 또한 MC_{pm}^+ 는 표준편차와 상관계수에 따른 공정분포 모양의 양상에 전혀 영향을 받지 않고 상관계수의 변화에 따라 일관성 있게 평가할 수 있는 척도라는 장점도 가지고 있다는 것을 알 수 있다.

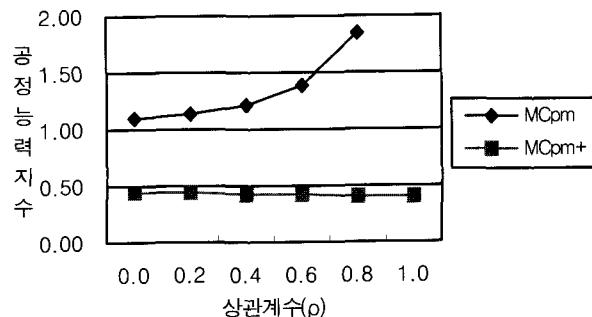


<그림 7> 치우침이 없는 경우

$T_1=9, T_2=19$ 인 경우에서 $\mu_1=9, \mu_2=19$ 일 때 ($T \neq M$ 인 경우)



$T_1=9, T_2=19$ 인 경우에서 $\mu_1=9, \mu_2=19$ 일 때 ($T \neq M$ 인 경우)



<그림 8> 치우침이 있는 경우

4. 결 론

공정능력지수 C_p 는 공정의 평균을 고려하지 않고 실제 공정 산포로 정의된 잠재능력을 측정하기 때문에 실제 공정성과를 나타내질 못한다. 이러한 공정평균의 치우침을 반영하지 못하는 C_p 의 단점을 보완하여 C_{pk} 가 제안되었고 목표치까지 고려한 C_{pm} 은 C_p 와 C_{pk} 보다 더욱 더 개선되어 공정변동 뿐만 아니라 공정 위치에 관해서도 공정능력을 평가하는 능력을 갖는 공정능력지수로 많이 활용되어 왔다.

이러한 공정능력을 평가하는 척도에 손실함수 개념을 이용한 공정능력지수가 개발되기 시작하여 이차손실함수가 가장 널리 사용되어 왔으나, 이차손실함수는 규격을 벗어났을 때에도 계속 손실이 증가하는 것으로 해석되고 또한 규격 내에서나 규격을 벗어날 때도 일률적으로 이차함수를 적용함으로써 현실적이지 못하다는 단점을 보완하여, 이차손실함수의 대안으로 정규분포에 대한 확률밀도함수의 역함수를 근거로 한 손실함수가 제안되었다. 이러한 역정규 손실함수는 손실함수의 특성을 그대로 가지면서 손실함수가 대칭일 때뿐만 아니라 비대칭일 때도 유용하게 평가할 수 있으며, 공정의 분포에 따라 다양하게 적용할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 따라서 역정규 손실함수를 이용한 공정능력지수

C_{pI} 는 기준의 손실함수를 고려한 공정능력지수 C_{pm}^+ 와 같이 목표치로부터 품질의 변동을 고려함과 동시에 경제적 손실까지도 고려하면서 이차손실함수가 가지지 못한 표준편차의 변화에 대해서도 민감하게 평가하고, 공정의 다양한 특성에 따라 발생하는 경제적 손실을 보다 현실적으로 접근한 유용한 공정평가 척도로 제시 되었다. 최근 품질특성치가 비록 단일변량이라 할지라도, 부품의 여러 위치에 대한 다 특성을 갖는 경우 개별적으로 위치별 공정능력지수를 파악하여 이를 전체 공정능력지수로 변환하는 시스템공정능력지수가 제안되어 단변량의 공정능력지수에서 더욱 진화된 공정능력지수의 개발은 현장에의 적용에서 매우 중요한 정보를 제공해 주는 역할을 하고 있으며, 이는 다변량 공정능력지수의 개발 및 활용에 지침이 되고 있다.

기대손실을 이용한 다변량 공정능력지수 MC_{pm}^+ 은 목표치로부터 공정의 평균의 치우침을 반영하고 있을 뿐만 아니라 상관계수의 변화에 따라서도 평가할 수 있는 척도라는 장점을 가지고 있다는 점과 손실함수를 이용하여 목표치로부터 품질의 변동에 따른 경제적 손실까지도 고려함으로써 보다 유용한 정보를 제공할 수 있는 공정평가의 척도라 할 수 있다.

오늘날의 기업들은 다양한 고객의 요구들을 만족시키기 위해 관리대상인 품질 특성치가 하나 이상인 경우가 많고 이를 실시간으로 분석해야하는 경우가 많다. 따라서 올바른 공정평가를 위해서는 이들의 특성치 간의 관계를 고려한 다변량 공정분석의 기법들이 개발되어 적용되고 있으며, 이 논문이 이러한 공정능력지수들에 대해 비교 및 분석을 수행하였다.

참고문헌

- [1] 이도경, 이현석; “다수 측정위치를 갖는 단일 공정의 공정능력지수”, 산업경영시스템학회지, 30(3) : 28-36, 2007.
- [2] 정영배, 문혜진; “역정규 손실함수를 이용한 공정능력지수에 관한 연구”, 품질경영학회지, 30(3) : 66-78, 2002.
- [3] 정영배; “기대손실을 이용한 다변량 공정능력지수”, 산업경영시스템학회지, 28(4) : 116-123, 2005.
- [4] Boyles, R. A.; “The Taguchi Capability index,” *Journal of Quality Technology*, 23(1) : 17-26, 1991.
- [5] Chan, L. K., Cheng, S. W., and Spiring, F. A.; “A New Measure of Process Capability : C_{pm} ,” *Journal of Quality Technology*, 20(3) : 162-175, 1988.
- [6] Johnson, T.; “The Relationship of Cpm to Squared Error Loss,” *Journal of Quality Technology*, 24(4) : 211-215, 1992.
- [7] Juran, J. M.; *Quality Control handbook*, 3rd Edition, McGraw-Hill, Inc., New York, 1974.
- [8] Kane, V. E.; “Process Capability Indices,” *Journal of Quality Technology*, 18(1) : 41-52, 1986.
- [9] Spiring, F. A.; “The Reflected Normal Loss Function,” *Canadian Journal of Statistics*, 21 : 321-330, 1993.
- [10] Shahriari, H., Hubele, N. F., and Lawrence, F. P.; “A Multivariate Process Capability Vector,” *Proceedings of the 4th Industrial Engineering Research Conference*, Nashvill, TN, 303-308, 1995.