투영 등위 집합을 이용한 다면체 모델의 부분 매개 변수화

(Local Parameterization of Polygonal Models Using Projection Level Set)

이 연 주 [†] 차 득 현 [††] 장 병 준 [††] 임 인 성 [†††]
(Yeonjoo Lee) (Deukhyun Cha) (Byungjoon Chang) (Insung Ihm)

요 약 컴퓨터 그래픽스를 비롯한 여러 응용 분야에서 3차원 다면체 모델에 대한 매개 변수화(parameterization) 기법이 중요하게 연구되어왔다. 매개 변수화에 대한 연구는 주로 3차원 다면체 모델을 2차원 평면으로 매핑 시켜주는 문제를 고려하는데, 이러한 매핑 과정에서 종종 다각형의 세밀한 형태를 제대로 표현하지 못하거나, 텍스처 매핑 등의 기법을 적용할 때 일부 왜곡이 발생하는 문제가 발생하고는 한다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 여러 가지 왜곡 처리 방법이 연구되었지만, 3차원 물체의 임의 영역에 대한 사각형 형태의 부분 매개 변수화(local parameterization)를 수행하기에는 종종 한계점을 가지고 있었다. 본 논문에서는 투영 등위 집합이라고 하는 수학적 도구를 사용하여 3차원 다면체 모델의 특정 지역을 효과적으로 매개 변수화 해주는 기법을 제안한다. 이 방법에서는 사용자가 지정한 임의의 영역에 대해 등간격의 곡선을 생성한 후, 이를 이용하여 사각형 형태의 영역에 대한 부분 매개 변수화 정보를 추출하는 방식을 취한다. 본 논문에서는 새로운 부분 매개 변수화 기법에 대하여 자세히 설명한 후 실험 결과를 기술하도록 한다.

키워드 : 부분 매개 변수화, 투영 등위 집합, 편미분 방정식, 3차원 다면체 모델, 텍스처 매핑

Abstract Parameterization has been one of very important research subjects in several application areas including computer graphics. In the parameterization research, the problem of mapping 3D polygonal model to 2D plane has been studied frequently, but the previous methods often fail to handle complicated shapes of polygonal surfaces effectively as well as entail distortion between the 3D and 2D spaces. Several attempts have been made especially to reduce such distortion, but they often suffer from the problem when an arbitrary rectangular surface region on 3D model is locally parameterized. In this paper, we propose a new local parameterization scheme based on the projection level set method. This technique generates a series of equi-distanced curves on the surface region of interest, which are then used to generate effective local parameterization information. In this paper, we explain the new technique in detail and show its effectiveness by demonstrating experimental results.

Key words : local parameterization, projection level set, partial differential equation, 3D polygonal model, texture mapping

· 이 논문은 2005년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(과제번호: D00695)

† 정 회 원 : 삼성전자 핸드폰사업부 사원
bluevive@hotmail.com
†† 학생회원 : 서강대학교 컴퓨터공학과
seaboy7@grmanet.sogang.ac.kr
hergeg@hanmail.com
††† 종신회원 : 서강대학교 컴퓨터공학과 교수
ihm@sogang.ac.kr
(Corresponding author임)

논문접수 : 2007년 6월 8일
심사완료 : 2007년 10월 8일

: 개인 목적이나 교육 목적인 경우, 이 저작물의 전체 또는 일부에 대한 복사본 혹은 디지털 사본의 제작을 허가합니다. 이 때, 사본은 상업적 수단으로 사용할 수 없으며 첫 페이지에 본 문구와 출처를 반드시 명시해야 합니다. 이 외의 목적으로 복제, 배포, 출판, 전송 등 모든 유형의 사용행위를 하는 경우에 대하여는 사전에 허가를 얻고 비용을 지불해야 합니다.
정보과학회논문지: 시스템 및 이론 제34권 제12호(2007.12)
Copyright@2007 한국정보과학회

1. 서 론

매개 변수화 기법(parameterization techniques)은 컴퓨터 그래픽스 분야에서 재메쉬화(remeshing), 텍스처 매핑, 3D 페인팅, 표면 최적화, 메쉬 압축 등과 같은 다양한 응용문제를 해결하는데 있어 유용하게 사용되고 있다[1-12].

매개 변수화 기법은 복잡한 형태를 지니는 임의의 곡면을 매개 변수 공간(parameter space)으로 매핑해주는 방법이다. 주로 3차원 공간상의 다면체 모델의 점 (x, y, z)를 2차원 평면에서의 점 (u, v)로 매핑해주는 문제에 대하여 널리 연구되어 왔으며, 왜곡의 최소화 등 최적의 매개 변수화의 조건을 만족하기 위한 여러 방법들이 제시되었다.

이러한 매개 변수화 기법의 대표적인 응용 분야로 재메쉬화나 텍스처 매핑 등을 들 수 있다. 텍스처 매핑 기법은 3차원 모델에 대한 렌더링 결과의 사실성을 높이기 위하여 널리 쓰이는 고급 기법 중의 하나이다. 3차원 형상을 다면체 모델로 상세히 표현하고자 할 때, 일반적으로 상당히 많은 개수의 다각형을 사용해야한다. 보통 3차원 게임이나 가상환경 응용 분야 등에서의 실시간 그래픽스 소프트웨어를 개발할 때에는 효율적인 렌더링을 위하여 무엇보다도 전체 장면에서 사용되는 물체의 다각형의 개수를 줄이는 것이 중요하다. 텍스처 매핑의 가장 큰 이점은 바로 적은 개수의 다각형으로 모델링을 한 다면체 모델의 표면에 여러 방식의 주어진 텍스처 이미지를 입힘으로써 효과적으로 렌더링의 사실성을 높일 수 있다는 점이다.

이를 위해서는 다면체의 각 지점에 대응되는 텍스처 좌표를 정의해야 하는데, 이는 다면체 모델에 대한 매개 변수화를 통해 가능하다. 최적의 조건을 만족시키지 못하는 매개 변수화는 다면체를 렌더링 하였을 때 텍스처의 왜곡으로 인한 시각적 문제를 야기하므로 왜곡의 최소화 조건을 만족시키는 효과적인 매개 변수화 기법의 개발이 요구된다.

매개 변수화 기법을 이용한 텍스처 매핑 관련 기존 연구로 Catmull은 쌍삼차 패치(bicubic patches)를 재귀분할(recursive subdivision)하는 알고리즘을 고안하였는데 이 방법은 결과 이미지에 많은 왜곡이 발생하는 문제점이 있다[1]. Bier 등은 매개 변수화를 두 단계 과정으로 정의하였고 임의의 중간 곡면에 텍스처 매핑을 한 후 최종 목표 물체를 중간 곡면으로 투영시키는 방법을 제안하였다[2]. 이 방법의 단점은 중간 곡면의 선택과 투영 방법에 따라 텍스처 매핑 결과에 많은 영향을 미친다는 것이다.

또 다른 텍스처 좌표를 할당하는 방법으로 Samek 등은 다면체 모델을 평면으로 변형하는 것을 제시하였고[3], Bennis 등은 좀더 향상된 방법으로 다면체 모델을 평면으로 변형시킬 때 원래 다면체 모델의 최단거리 곡률 정보를 이용해서 보정하였으나, 임계값과의 불일치로 처리가 불가능한 경우도 발생하였다[4]. 또 다른 왜곡에 대한 처리방법으로 Fiume 등은 임의의 볼록한 다면체 모델에 대하여 각도를 보존할 수 있는 다각형 등각 매핑(polygonal conformal mapping) 방법을 제안하였다[5]. 이 방법은 몇몇 다면체 모델에 대해 좋은 결과가 나왔지만 거리보존이 되지 않는 경우가 발생하여 왜곡이 발생하였다.

매개 변수화에 대한 다른 접근 방식으로 Krishnamurthy 등은 [6]에서 삼각형으로 이루어진 다면체 모델을 B-Spline 표면으로 변형하는 방법을 사용하였지만 세밀한 다각형을 표현하는데 있어서의 한계점과 조건에 맞는 최적의 매개 변수화를 하기 위한 추가 과정을 필요로 한다는 문제점을 가지고 있었다. 이후에도 기존의 방법이 가지고 있는 문제를 해결하기 위해 매개 변수화를 이용한 매핑 기법들이 지속적으로 연구되어 왔다[7-9].

매개 변수화를 이용한 다른 응용분야로서 재매쉬화가 중요하게 연구되고 있다. 많은 경우 초기 다면체 모델들은 스캔 장치를 사용해서 얻어낸 점들의 집합으로부터 표면 복원 알고리즘(surface reconstruction algorithm)을 적용한 결과이기 때문에 매우 불규칙적이고 균일하지 않은 다각형으로 이루어져 있다. 이러한 모델들은 불필요하게 많이 생성되는 다각형이나 불규칙한 형태의 표면으로 인하여 효과적인 알고리즘을 적용하기가 용이하지 않다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 3차원 물체를 매핑시킨 2차원 공간에서의 샘플링을 통해 모델의 형태를 유지하면서 균일한 다각형으로 재메쉬화한 최적화된 모델을 생성하고는 하였다.

3차원 다면체 모델의 재메쉬화를 위하여 여러 가지 매개 변수화 방법이 연구되었는데, 2차원 평면으로 매핑시키는 매개 변수화 기법은 기본적인 문제를 가지고 있다[10-12]. 2차원으로의 매핑을 위해 3차원 다면체 모델이 열린 물체여야 하므로, 추가적인 절단 작업[13]이나 atlas로 재구성[14]하는 것이 요구되며, 표면 특성의 보존을 위해서 3차원 다면체 모델의 기하학적 성질을 이용해서 보정하는 과정이 필요하게 되는 문제가 있다. 또한 3차원 다면체 모델을 분할하기 위한 적당한 경계선을 찾는 과정도 필요할 뿐만 아니라 불규칙적인 다면체 모델을 재메쉬화 하는데 있어서 얼마나 많은 점이 필요할 것인지에 대한 것이 명확하지 않다는 문제점이 있다.

응용으로 살펴본 기존의 매개 변수화 기법이 가지는 대부분 문제는 3차원의 다면체 모델을 2차원으로 매핑

하는 과정에서 발생하는 문제였고, 새로운 접근 방식으로 3차원 공간에서의 매핑 방법에 대해서도 연구가 진행되었으나, 여전히 왜곡을 최소화하기 위한 과정이 요구되었다. 또한 기존 매개 변수화 기법으로는 물체의 특정 부분에 대한 사각형 형태의 부분 매개 변수화 정보를 추출하는데 있어 종종 한계를 보였다.

이러한 문제를 해결하기 위해서 본 논문에서는 투영 등위 집합이라는 수학적인 도구를 사용하여 주어진 다면체 모델의 원하는 지역에 대하여 부분 매개 변수화를 수행하는 새로운 방법을 제시한다. 본 방법에서는 투영 등위 집합 이론을 통하여 표면상의 등간격을 가지는 곡선을 계산한 후, 이 곡선들을 통해서 3차원 표면상에 일정한 간격을 가지는 교점들을 찾아낸다. 이 교점을 통해서 2차원 공간의 매개 변수 좌표점과 자연스럽게 매핑이 되는 3차원 메쉬를 생성할 수 있다.

이렇게 생성된 메쉬는 표면상에서 정의된 일정한 거리를 가지므로 별도의 2차원 평면으로 매핑해서 생기는 메쉬 사이의 거리의 왜곡에 대한 별도의 처리를 요구하지 않으며, 닫힌 3차원 다면체 모델에 대해서도 매개 변수화를 위한 절단 작업이 필요하지 않다. 그리고 음함수 곡면뿐만 아니라 다면체 모델 상에서도 매개 변수화가 가능하며, 또한 3차원 다면체 모델을 구성하는 다각형의 형태에 상관없이 원하는 방향과 크기로 특정 부분에 대한 사각형 형태의 부분 매개 변수화가 가능하다는 장점이 있다. 본 논문에서는 이러한 새로운 기법을 상세히 기술하고, 실험 결과를 통하여 새 방법의 우수성을 보이도록 한다.

2. 등위 집합 방법

2.1 등위 집합에 대한 정의

등위 집합(level set)은 응용 수학자인 S. Osher와 J. Sethian이 시간이 진행함에 따라 동적으로 변화하는 물체의 경계를 효과적으로 표현하기 위하여 고안한 수학적 표현 기법이다[15]. 이 방법은 유체 역학 및 영상 처리 등을 비롯한 다양한 분야에서 유용하게 적용되어 왔으며, 3차원 그래픽스 분야에서도 물체의 기하 변형 등의 문제에 효과적으로 적용되어 왔다.

주어진 공간(편의상 3차원 공간이라 하자)의 한 점 $x \in R^3$와 시간 변수 t (≥ 0)에 대하여 정의된 함수 $\phi(x,t)$를 고려하자. 주어진 시간 변수 값 t 에 대해 $\phi(x,t)=0$인 점을 모두 모으면, 이는 3차원 공간의 한 영역(또는 물체)의 경계(interface)를 나타내게 된다(그림 1). 이러한 경계 집합을 0 등위 집합(zero level set)이라 하며, 0이 아닌 다른 상수 값 c에 대해서도 c 등위 집합을 생각할 수 있는데, 마치 등고선과 같은 형상을 나타내며, 바로 이것이 등위 집합이라는 이름의 직관적

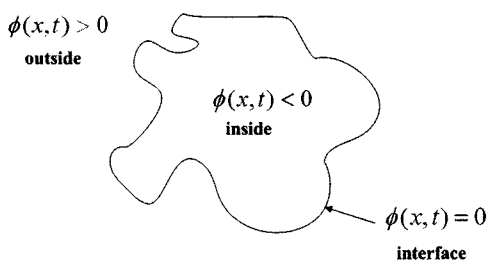


그림 1 등위 집합 함수 $\phi(x,t)$에 따른 공간의 분할

인 설명이라 하겠다. 이러한 음함수 형태의 표현의 장점은 그림 1에 도시한 바와 같이 함수 값의 부호에 따라 3차원 공간을 내부, 경계, 그리고 외부 영역으로 쉽게 구별할 수 있다는 점이다.

등위 집합 기법의 기본 원리는 동적으로 변화하는 경계 영역을 적절한 등위 집합 함수 $\phi(x,t)$로 표현한 후, 시간이 감에 따라 변화하는 경계 영역을 $\phi(x,t)$의 0 등위 집합으로 표현하는 것이다. 등위 집합의 시간에 따른 전개(evolution)는 다음과 같은 편미분 방정식으로 표현할 수 있으며,

$$\phi_t + \vec{v} \cdot \nabla\phi = 0 \tag{1}$$

이산화된 매 시간 변수 값에 대해 위의 편미분 방정식을 점진적으로 풀어, 역시 점진적으로 변화하는 영역의 경계를 구할 수 있다. 여기서 속도 벡터 $\vec{v}$ 는 3차원 공간의 각 지점에서 등위 집합 함수 값이 어떻게 변화할 지를 나타내는 척도로, 풀고자 하는 응용문제의 특성에 따라 적절한 값을 가진다.

등위 집합의 장점 중의 하나는 복잡한 형태의 영역 또는 물체의 표면을 수식으로 정확하게 표현할 필요 없이, 이산화된 3차원 공간의 격자점에 대해 함수 값을 구한 후, 그에 대해 위의 식 (1)을 이산적으로 풀어 동적으로 변화하는 경계 영역을 효과적으로 표현할 수 있다는 점이다.

주어진 경계 영역을 표현하기 위한 이산적인 등위 집합을 설정하기 위한 절대 조건은 바로 함수 값이 0인 지역을 보간법을 통하여 찾았을 때 바로 원하는 경계 영역이 되도록 하는 것이며, 이렇게 각 격자점에 대해 함수 값을 설정할 수 있는 방법은, 즉 등위 집합 함수를 정의하는 방법은, 무한히 많다고 할 수 있다. 가장 널리 쓰이는 방법은 각 격자점에 대해 물체 표면, 즉 경계 영역상의 가장 가까운 점의 거리를 구해 격자점이 내부에 있으면 거리의 음수 값을, 외부에 있으면 양수인 거리 값을 설정하는 것이다.

이렇게 생성된 등위 집합 값의 경우 $|\nabla\phi|=1$인 수학적인 성질을 만족시킴을 쉽게 알 수 있는데, 이렇게 설정한 함수 $\phi(x,t)$를 부호 거리장(signed distance field)

라 하며, 각 격자점에서의 함수 값은 부호 거리(signed distance)로서의 의미를 가진다. 부호 거리장의 성질을 가지는 등위 집합은 여러 가지 면에서 장점을 가지는데, 문제는 식 (1)을 사용하여 등위 집합을 점진적으로 변화시키면, 등위 집합 함수의 부호 거리장으로서의 성질이 깨지게 되므로, 그러한 성질을 계속해서 만족시키기를 원한다면 매번 재초기화(re-initialization)라 하는 계산 과정을 통해 함수 값을 보정해주어야 한다.

2.2 투영 등위 집합 방법 정의 및 성질

Cheng 등은 자신들의 논문에서 기존의 등위 집합 기법을 응용하여, 2차원 평면상이 아닌, 임의의 3차원 물체의 표면 위에서 주어진 곡선을 원하는 방식으로 이동시켜주는, 예를 들어, 물체 표면에서의 최단 곡선을 구하거나, 최단 거리를 구하는 등의 목적으로, 투영 등위 집합(projection level set)이라는 기법을 제시하였다 [16]. 이 방법에서는 주어진 고정 물체 M의 표면을 등위 집합 함수 $\psi(x,t)$로 표현한 후, 또 다른 등위 집합 함수 $\phi(x,t)$를 정의하여 두 함수의 0 등위 집합의 교차 곡선을 통하여 M상의 곡선을 표현한다. 이러한 설정에서 ψ 함수는 시간 변수에 대해 변화하지 않는 고정 함수이고, 시간에 따라 점진적으로 변하는 ϕ 함수를 통하여 곡선을 이동시키는데, 문제는 과연 목적하는 바를 얻기 위하여, 즉 원하는 곡선을 얻기 위하여 등위 집합 함수 $\phi(x,t)$를 어떻게 다룰 것인가 하는 것이다.

이를 위해서 우선적으로 물체 표면 M 위에서의 투영 벡터의 성질에 대해 이해를 해야 한다. 3차원 공간 벡터 $\vec{x}$ 와 $\vec{y}$ 에 대해 아래의 식 (2)와 같이 정의되는 3행 3열의 직교 투영 행렬(orthogonal projection matrix) $P_{\vec{x}}$ 를 고려할 때(여기서 I 는 단위 행렬),

$$P_{\vec{x}} = I - \left(\frac{\vec{x} \cdot \vec{x}}{|\vec{x}|^2} \right) \tag{2}$$

주어진 벡터 $\vec{y}$ 를 동일한 점을 지나는 벡터 $\vec{x}$ 에 수직인 평면상으로 투영한 결과 벡터는 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다(그림 2 참조).

$$P_{\vec{x}}\vec{y} = \vec{y} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{3} \vec{x_i} \cdot \vec{y_i}}{|\vec{x}|^2} \right) \vec{x} \tag{3}$$

이러한 정의 하에 $P_{\nabla\psi}$는 점 x에서의 ψ 함수의 그래디언트(gradient), 즉 격자점 x에서 물체 M의 법선벡터 방향에 수직인 평면에 투영시켜주는 행렬 연산을 의미한다. 따라서 $P_{\nabla\psi}\nabla\phi$는 물체 M에서 곡선을 정의하고자 하는 ϕ 등위 함수의 그래디언트 벡터 $\nabla\phi$를 법선벡터 $\nabla\psi$에 수직인 평면, 즉 물체 M에 접하는 평면에 투영시켜주는 것을 의미하게 된다.

앞의 식 (1)에서 속도 벡터 $\vec{v}$ 는 평면상에서 등위 집합이 움직이는 형태를 결정한다고 했는데, 따라서 아래와 같은 편미분 방정식을 푼다면, M 상의 곡선의 각점을 그 지점에서 정의된 속도 벡터 $\vec{v}$를 M으로 투영시킨 방향으로 전개시키는 효과를 가지게 된다.

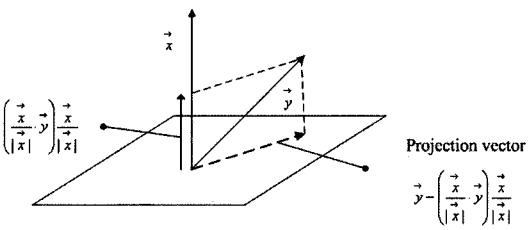


그림 2 투영 벡터의 계산

$$\phi_t + P_{\nabla\psi}\vec{v} \cdot \nabla\phi = 0 \tag{4}$$

또한 매 시간 t마다 상수 속도 C만큼 물체 표면을 따라 움직이도록 곡선을 이동 시키는 것도 가능한데, 이러한 등위 집합 ϕ의 움직임은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_t + C\,|P_{\nabla\psi}\nabla\phi| = 0 \tag{5}$$

또한 이 식은 벡터 외적을 사용하여 아래와 같은 수식으로도 표현이 가능하다.

$$\phi_t + C\left|\frac{\nabla\psi \times \nabla\phi}{\nabla\psi}\right| = 0 \tag{6}$$

2.3 투영 등위 집합 방정식의 풀이

지금까지 위에서 투영 등위 집합 기법의 원리를 설명하였다. 이 기법에서는 수치적인 안정 등의 이유로 주로 두 등위 집합을 부호 거리장으로 표현한 후 계산을 하게 되는데, 위의 식 (4), (5), (6) 등의 방정식을 풀다보면 결과로 생성되는 등위 집합 ϕ의 부호 거리장 성질이 깨지게 된다. 따라서 물체 M위의 곡선으로부터 물체 M 표면 주변에 있는 격자점들에 대해 부호 거리의 성질을 유지하기 위해서 재초기화 과정을 거쳐야 한다.

투영 등위 집합에서의 부호 거리라는 것은 표면 위의 각 점과 해당 곡선 γ사이에 측정된 최소의 거리임을 의미한다. 곡선 γ 내부에 있는 점은 음의 크기의 거리 값, 그리고 곡선 γ 외부에 있는 점은 양의 크기의 거리 값을 갖도록 해주는 등위 집합 ϕ를 의미한다. 당연히 곡선 γ 에서의 거리 값은 0이고, 곡선 γ 는 물체 M의 0 등위 집합($\psi=0$)과 부호 거리가 $\phi=0$ 인 지점과의 교선을 의미한다.

기존의 등위 집합 방법에서의 재초기화 작업은 2차원 평면상의 초기 곡선에 대해 수행하는 것이므로, 3차원 공간에서 정의된 물체 M상의 곡선에 대한 재초기화 식은 기존의 식에 대해서 약간의 변형이 필요하다. 물체 M의 표면 상에서 시간 t 에 따라 이동하는 ϕ의 재초기화 식은 아래와 같이 유도할 수 있다.

$$\phi_t + sgn(\phi)(|P_{\nabla\psi} \cdot \nabla\phi| - 1) = 0 \quad (7)$$

이 편미분 방정식을 ϕ 함수의 값이 변하지 않을 때까지, 즉 $|P_{\nabla\psi} v \cdot \nabla\phi| = 1$의 성질을 만족할 때까지 풀면, $\phi(x,t)$가 물체 M의 표면에서 $|P_{\nabla\psi} v \cdot \nabla\phi| = 1$을 만족하는 부호 거리장을 표현하게 된다. 이러한 ϕ함수를 사용하면 물체 M의 표면에서 시간 t에 따라 일정한 거리를 간격으로 이동하는 곡선의 이동이 가능하게 된다. 앞에서와 마찬가지로 식 (7)은 아래의 식 (8)과 같이 3차원에서의 벡터 외적으로 표현이 가능하다.

$$\phi_t + sgn(\phi)(\left|\frac{\nabla\psi \times \nabla\phi}{\nabla\psi}\right| - 1) = 0 \quad (8)$$

여기서 ϕ_t는 재초기화를 위한 시간 변수에 대한 ϕ의 증분을 뜻하고, $sgn(\phi)$는 주로 아래와 같은 함수를 많이 사용한다.

$$sgn(\phi) = \frac{\phi}{\sqrt{\phi^2 + |P_{\nabla\psi}\nabla\phi|^2 \Delta x}}$$

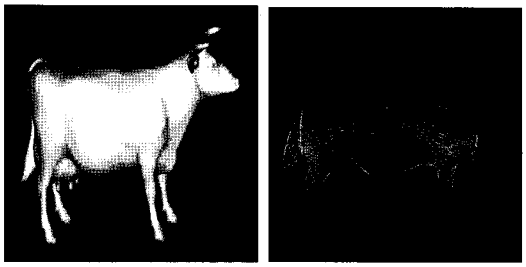
투영 등위 집합 식을 이산적으로 계산하기 위해서는 식 (4), (5), (6) 그리고 식 (7), 식 (8)과 같은 편미분 방정식을 안정적으로 풀어주어야 한다. 우선 시간 공간에 대해 ϕ_t를 이산적으로 적분하기 위해서는 Euler 방법이나, TVD(Total Variation Diminishing) Runge-Kutta 방법 등을 사용하고, 또한 공간적 미분을 나타내는 $\nabla\phi$에 대해서는 수치적인 안정성을 유지하도록 upwind differencing 이나 Hamiton-Jacobi ENO 또는 Hamiton-Jacobi WENO 방법 등을 사용하여 이산화를 해주어야 한다[15,17-21].

등위 집합처럼 투영 등위 집합 방정식은 다음 절에서 기술할 방식의 Hamilton-Jacobi 방정식의 형태로 분류되는데, 이러한 방정식은 ϕ값의 분포에 따라 적절한 방식으로 풀어냄으로써 좀 더 안정된 결과를 얻을 수가 있으며, 이를 위하여 단조(monotone) 기법인 Godunov's Scheme와 Lax-Friderichs Scheme 등 여러 가지 기법들이 제안되었다[21].

일반적인 등위 집합 방정식에서와 마찬가지로 투영 등위 집합을 계산하거나 재초기화 하는 과정에 있어서도 수치적인 안정성을 위하여 Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) 조건을 만족시켜주어야 하며, 또한 $|\nabla\psi| = 0$인 경우에는 이 값이 식의 분모에 나오는 경우 양수의 임계값 ϵ을 적절히 더하는 방식으로($\sqrt{\psi_x^2 + \psi_y^2 + \psi_z^2 + \epsilon^2}$) 처리를 해주어야 안정적으로 등위 집합 방정식을 계산할 수 있다.

3. 등간격 곡선을 이용한 부분 매개 변수화 기법

그림 3은 주어진 다면체 모델에 대해 위에서 설명한 투영 등위 집합 기법을 사용하여 표면상의 곡선을 등간격으로 이동시킨 결과를 보여주고 있다. 이러한 계산은 본 논문에서 제시하는 방법의 근간을 이루며, 특히 본 논문에서는 물체 위의 특정 영역을 부분 매개 변수화하기 위해 다음과 같이 두 가지 방식을 제시한다. 첫 번째 방법에서는 물체 표면상에서 서로 수직인 두 방향으로 등간격으로 움직이는 곡선들을 구한 후, 그 곡선들의 교차점 정보를 사용하여 사각형 형태의 메쉬를 구축하고 이를 바탕으로 부분 매개화 정보를 구성한다. 두 번째 방법은 상대적으로 계산량이 적은 방법으로서 두 방향이 아니라 한 방향으로 등간격 곡선을 구한 후 이를 바탕으로 부분 매개화 변수 정보를 추출하는 방식을 취한다. 그림 4에는 두 방법에 대한 개략적인 흐름도가 제시되어 있는데 본 절에서는 각 방법에 대해 상세히 설명하도록 한다.



(a) 다면체 모델 예 (b) 등간격 곡선 예

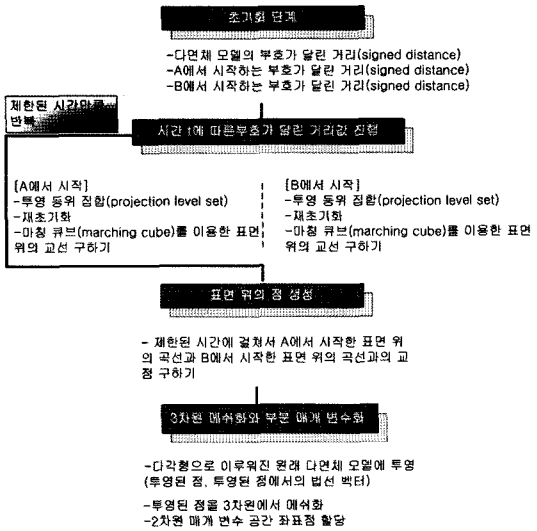
그림 3 투영 등위 집합을 통한 표면상의 등간격 곡선 생성 예

3.1 서로 직교하는 두 방향으로의 등간격 곡선을 이용한 부분 매개 변수화

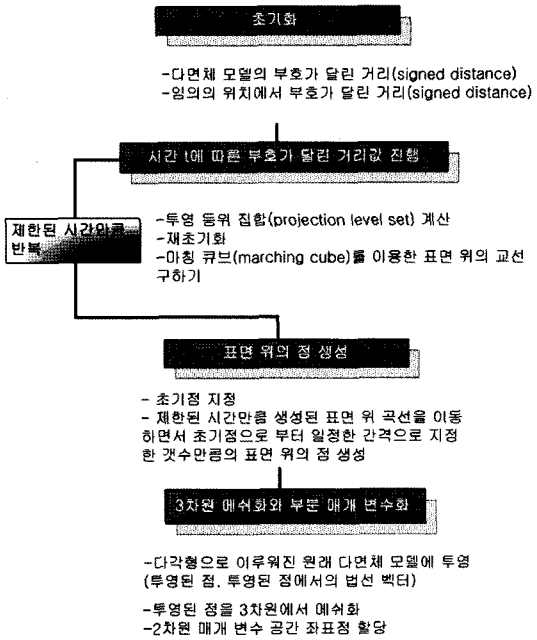
본 절에서는 본 논문에서 제시하는 두 방법 중의 하나로서, 서로 수직인 두 방향으로의 곡선 전개를 통하여, 원하는 부분에 대한 매개 변수화를 수행하는 방법을 설명한다. 이 방법은 (1) 부분 매개 변수화를 수행할 대상인 물체 ψ와 등간격 곡선을 생성해 줄 매개 물체 ϕ에 대하여 주어진 해상도의 격자 공간상에서 부호 거리장을 생성하는 초기화 단계와 (2) 투영 등위 집합 방정식을 사용하여 물체 표면상에서 곡선을 안정적으로 진행시키는 진행 단계, 그리고 (3) 표면상에서 두 방향으로 진행된 등간격 곡선의 정보로부터 부분 매개 변수화를 위한 사각형 형태의 메쉬를 추출하는 단계로 구성되어 있다.

3.1.1 계산 과정

초기화 단계는 투영 등위 집합의 적용 시 요구되는 다면체 모델에 대한 부호 거리를 구하는 단계이다. 그림 5에서 보는 것과 같이 부분 매개 변수화를 하고자 하는 다면체 모델의 부호 거리 ψ를 구하고 다면체 모델의 표면 위를 시간 t에 따라 A에서부터 진행해 나갈 부호



(a) 두 방향의 등간격 곡선을 이용한 방법



(b) 한 방향 표면 위 곡선을 이용한 부분 매개 변수화 흐름도

그림 4 부분 매개 변수화 기법의 흐름도

거리 ϕ_a와 B에서부터 진행해 나갈 부호 거리 ϕ_b를 구한다. 이때 ϕ_a와 ϕ_b에 대한 시작위치는 부분 매개 변수화할 부분에 대해 서로 직교하도록 A와 B를 통하여 적절히 지정한다.

다음 시간 t 마다 다면체 모델 표면 위를 일정한 간격 C로 움직이는 곡선을 구하기 위하여 각각 A와 B에서 시작하여 식 (5)와 같은 방정식을 사용한다.

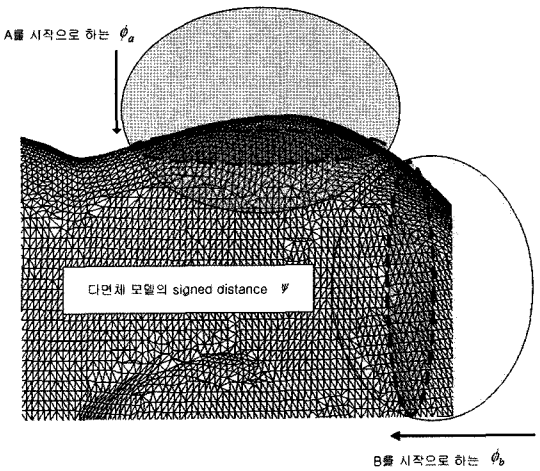


그림 5 두 방향에 대한 곡선의 전개

$$\phi_{ta} + C\,|P_{\nabla\psi}\nabla\phi_a| = 0$$
$$\phi_{tb} + C\,|P_{\nabla\psi}\nabla\phi_b| = 0 \tag{9}$$

이때 본 논문의 구현에서는 공간에 대한 미분은 WENO-LLF 방법을 사용하여 계산하였고 시간에 대한 미분은 TVD-RK 방법을 사용하였다.

이러한 방법을 사용하여 시간의 변화에 따른 투영 등위 집합에 대한 방정식을 계산하다 보면 부호 거리의 성질이 깨지므로 매 시간 t 값에 대해서 ϕ_a과 ϕ_b의 값을 계산 한 후, 재초기화 과정을 통해서 $|P_{\nabla\psi}\nabla\phi| = 1$의 성질을 만족시켜준다. A에서 시작하는 등위 집합의 경우에는 아래의 식 (10)을, 그리고 B에서 시작하는 등위 집합의 경우에는 식 (11)을 이용해 재초기화 할 수 있다.

$$\phi_{ta} + sgn(\phi_a)(|P_{\nabla\psi}\cdot\nabla\phi_a| - 1) = 0,$$
$$sgn(\phi_a) = \frac{\phi_a}{\sqrt{\phi_a^2 + |P_{\nabla\psi}\nabla\phi_a|^2\Delta x}} \tag{10}$$
$$\phi_{tb} + sgn(\phi_b)(|P_{\nabla\psi}\cdot\nabla\phi_b| - 1) = 0,$$
$$sgn(\phi_b) = \frac{\phi_b}{\sqrt{\phi_b^2 + |P_{\nabla\psi}\nabla\phi_b|^2\Delta x}} \tag{11}$$

재초기화 과정에서도 공간과 시간에 대한 이산화 방법을 신중하게 선택해주어야 하는데, 여기서도 마찬가지로 WENO-LLF 방법과 TVD-RK 방법을 사용하였다. [21]에서 제안한 2차원에서의 LLF 방법을 이 문제에 대해 적용했을 경우 아래와 같은 식을 얻게 된다.

$$\hat{H}^{LLF}(\phi_x^+,\phi_x^-;\phi_y^+,\phi_y^-;\phi_z^+,\phi_z^-)$$
$$= H\left(\frac{\phi_x^+ + \phi_x^-}{2}, \frac{\phi_y^+ + \phi_y^-}{2}, \frac{\phi_z^+ + \phi_z^-}{2}\right)$$
$$-\alpha(\phi_x^+,\phi_x^-)\frac{\phi_x^- - \phi_x^-}{2} - \beta(\phi_y^+,\phi_y^-)\frac{\phi_y^+ - \phi_y^-}{2}$$

$$-\gamma(\phi_z^+,\phi_z^-)\frac{\phi_z^+-\phi_z^-}{2} \tag{12}$$

이때 $\alpha(\phi_x^+,\phi_x^-),\beta(\phi_y^+,\phi_y^-),\gamma(\phi_z^+,\phi_z^-)$는 각각 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned}\alpha(\phi_x^+,\phi_x^-) &= \max_{\phi_x\in I(\phi_x^+,\phi_x^-),\phi_y\in[C,D],\phi_z\in[E,F]} |H_1(\phi_x,\phi_y,\phi_z)|\\ \beta(\phi_y^+,\phi_y^-) &= \max_{\phi_y\in I(\phi_y^+,\phi_y^-),\phi_x\in[A,B],\phi_z\in[E,F]} |H_2(\phi_x,\phi_y,\phi_z)|\\ \gamma(\phi_z^+,\phi_z^-) &= \max_{\phi_z\in I(\phi_z^+,\phi_z^-),\phi_x\in[A,B],\phi_y\in[C,D]} |H_3(\phi_x,\phi_y,\phi_z)|\end{aligned} \tag{13}$$

여기서 $H_1(H_2,H_3)$는 H를 각각 $\phi_x(\phi_y,\phi_z)$에 대해 미분한 편미분 도함수이다. $[A,B]$는 전체 계산 공간에서 $\phi_x^\pm$가 가지는 값의 범위를 나타내며, $[C,D]$는 $\phi_y^\pm$, 그리고 $[E,F]$는 $\phi_z^\pm$에 대하여 같은 의미를 가진다. 또한 $I(a,b)=[\min(a,b),\max(a,b)]$로 정의된다.

등위 집합 방정식은 아래의 식과 같은 형태의 Hamilton-Jacobi 방정식 형태로 나타낼 수 있으며,

$$\phi_t+H(\phi_x^+,\phi_x^-;\phi_y^+,\phi_y^-;\phi_z^+,\phi_z^-)=0 \tag{14}$$

이 경우 식 (9)로 정의되는 투영 등위 집합 방정식에 대해서 도함수 부분은 $H(\phi_x^+,\phi_x^-;\phi_y^+,\phi_y^-;\phi_z^+,\phi_z^-)=C\,|P_{\nabla\psi}\nabla\phi|$ 형태로 정의된다. WENO-LLF 방법을 적용하기 위해서는 $\nabla\psi=(\psi_x,\psi_y,\psi_z)$에 대해 $P_{\nabla\psi}$ 행렬을 구해야하는데, 식 (2)의 정의에 의해 아래의 식과 같이 됨을 쉽게 알 수 있다.

$$P_{\nabla\psi_{ij}}=\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{bmatrix} \tag{15}$$

$$=\begin{bmatrix}1-\frac{\psi_x^2}{|\nabla\psi|^2}&-\frac{\psi_x\psi_y}{|\nabla\psi|^2}&-\frac{\psi_x\psi_z}{|\nabla\psi|^2}\\-\frac{\psi_x\psi_y}{|\nabla\psi|^2}&1-\frac{\psi_y^2}{|\nabla\psi|^2}&-\frac{\psi_y\psi_z}{|\nabla\psi|^2}\\-\frac{\psi_x\psi_z}{|\nabla\psi|^2}&-\frac{\psi_y\psi_z}{|\nabla\psi|^2}&1-\frac{\psi_z^2}{|\nabla\psi|^2}\end{bmatrix}$$

이 행렬을 $C\,|P_{\nabla\psi}\nabla\phi|$에 대입하여 식을 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}H(\phi_x^+,\phi_x^-;\phi_y^+,\phi_y^-;\phi_z^+,\phi_z^-) &= C\sqrt{A^2+B^2+C^2},\\ A &= (a_{11}\phi_x+a_{12}\phi_y+a_{13}\phi_z),\\ B &= (a_{21}\phi_x+a_{22}\phi_y+a_{23}\phi_z),\\ C &= (a_{31}\phi_x+a_{32}\phi_y+a_{33}\phi_z)\end{aligned} \tag{16}$$

이를 WENO-LLF 방식으로 나타내기 위해서는 식 (13)의 α,β,γ 함수에 대한 H_1,H_2,H_3를 구해주어야 하는데 앞의 식을 사용하여 다음과 같이 전개 가능하다.

$$\begin{aligned}\frac{dH}{d\phi_x} &= H_1(\phi_x,\phi_y,\phi_z)\\ &= C\,\frac{a_{11}(A)+a_{21}(B)+a_{31}(C)}{\sqrt{(A)^2+(B)^2+(C)^2}}\\ \frac{dH}{d\phi_y} &= H_2(\phi_x,\phi_y,\phi_z)\\ &= C\,\frac{a_{12}(A)+a_{22}(B)+a_{32}(C)}{\sqrt{(A)^2+(B)^2+(C)^2}}\\ \frac{dH}{d\phi_z} &= H_3(\phi_x,\phi_y,\phi_z)\\ &= C\,\frac{a_{13}(A)+a_{23}(B)+a_{33}(C)}{\sqrt{(A)^2+(B)^2+(C)^2}}\end{aligned} \tag{17}$$

등위 집합을 표현하는데 있어서 적당한 격자점 간격으로 다면체가 나누어져 있으므로 ϕ의 변화가 급격하지 않다. 따라서 각 범위 내에서 H_1,H_2,H_3의 최대값과 최소값은 지정된 범위를 적당한 단위 분할로 구하는 것이 가능하다. 또한 시간 t마다의 투영 등위 집합 수식을 푸는데 있어서 부호 거리의 조건을 만족하기 위해(대략 15번 정도 반복) 매번 H_1,H_2,H_3의 최대, 최소값을 알아야 하는 α,β,γ 함수를 계산하는 것은 시간이 상당히 오래 걸리는데, 같은 시간 t내에서 부호 거리 조건을 만족시키기 위한 재초기화 과정에서는 ϕ의 변화량이 크지 않기 때문에 α,β,γ 함수 값도 크게 변하지 않는다. 따라서 재초기화과정에서 한번만 함수 값을 계산하여 속도를 향상시키고자 하였다.

공간에 대한 미분 값 계산을 통해 주어진 시간에서의 등위 집합에 대한 변화량을 계산하고 이를 이용하여 시간에 대한 미분을 계산하면 다음 시간 단계에서의 수정된 등위 집합을 얻을 수 있다. 시간에 대한 미분에 대해서는 $\phi_t=-H(\nabla\phi)$의 식으로 표현되는 TVD-RK 방법을 이용하여 다음과 같이 계산하였다.

$$\begin{aligned}\phi^{(0)} &\leftarrow \phi^n\\ \phi^{(1)} &= \phi^{(0)}-\Delta t\cdot H(\nabla\phi^{(0)})\\ \phi^{(2)} &= \phi^{(1)}-\frac{\Delta t}{4}\cdot H(-3\nabla\phi^{(0)})\\ &\quad +H(\nabla\phi^{(1)}))\\ \phi^{(3)} &= \phi^{(2)}-\frac{\Delta t}{12}\cdot H(-\nabla\phi^{(0)})\\ &\quad -H(\nabla\phi^{(1)})+8H(\nabla\phi^{(2)}))\\ \phi^{(n+1)} &\leftarrow \phi^{(3)}\end{aligned} \tag{18}$$

3.1.2 부분 매개 변수화를 위한 메쉬 추출

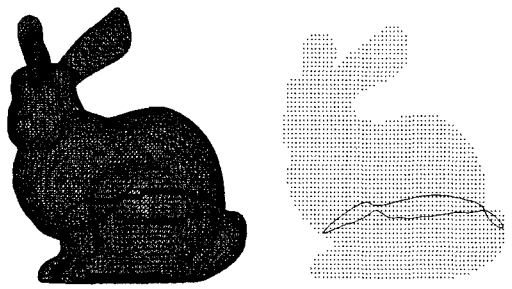
지금까지 기술한 과정의 계산을 수행하면, 두 방향에 대하여 각 시간 값에 대한 등위 집합 정보를 얻을 수 있다. 다음 3차원 공간상에서 교차 곡선의 좌표를 구하는 과정이 필요한데, 본 논문에서는 음함수 형태의 볼륨 데이타의 등가면을 추출하는데 있어 널리 쓰이는 마칭 큐브 알고리즘을 사용하였다[22].

그림 6(a)와 그림 6(b)에서 보는 것과 같이 격자점으로 이루어진 공간의 각 셀에 대해서 ϕ_a으로 생성된 다면체 모델과 ψ로 구해진 다면체 모델사이의 교선을 구한 집합은 A에서 시작해서 표면 위를 시간 t마다 움직이는 곡선을 나타내게 된다. ϕ_b에 대해서도 동일한 과정을 통해서 B에서 시작해서 시간 t마다 등간격으로 표면 위를 움직이는 곡선을 구하게 된다.

이렇게 구해진 A를 시작점으로 하는 곡선들(그림 7(a))과 B를 시작점으로 하는 곡선들(그림 7(b))의 교차점을 계산하여 다면체의 표면 위의 일정한 간격을 가지는 교점을 얻을 수가 있다.

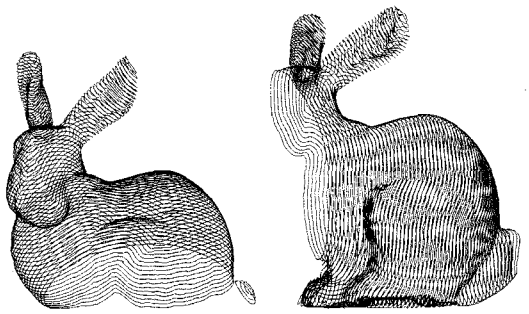
일단 곡선들의 교점들을 찾은 후, 본 논문에서는 이들을 다면체 모델의 표면 위로 투영시켜 원래의 물체 정보에 충실한 위치와 법선 벡터 정보를 구하도록 하였다. 이러한 투영 과정을 효율적으로 구현하기 위하여 본 구현에서는 전처리 과정에서 다면체 모델을 포함하는 전체 영역을 일정한 간격의 그리드로 나눈 후, 각 셀에 대해 무게 중심을 포함하는 삼각형들의 리스트를 구성한다. 주어진 교점 p를 적절한 표면으로 투영하기 위해서 p를 포함하는 셀부터 시작하여 그 주변으로 확장해가면서 p를 어떤 삼각형에 투영할지를 결정한다. 투영 계산은 간단하게 수행할 수 있는데, 우선 물체 표면의 등위 집합 정보에 대해 WENO 방법을 사용하여, 교점 p에서의 법선 벡터 $\vec{d}$를 구하고, 이 법선 벡터의 정방향과 역방향에 대해 삼각형을 찾는다.

현재 고려하는 삼각형의 세 꼭지점을 a, b, c라 하고, 교점 p와 법선 벡터 $\vec{d}$에 의해 정의되는 직선과 삼각형과의 교차점을 p^*이라 하자(그림 8). p^*는 $p^*(t)=p+t\vec{d}$와 같이 매개 변수 t의 함수로 표현되고, 또한 $p^*=\alpha a+\beta b+\gamma c$ ($\alpha+\beta+\gamma=1$)와 같이 삼각형 세 꼭지점에 대한 무게 중심 좌표식으로 로 표현할 수 있다. 이 경우 $p+t\vec{d} = a+\beta(b-a)+\gamma(c-a)$와 같은 식을 얻을 수 있고, 이에 대해 Cramer's rule을 적용하면 식 (19)와 같이 t, β, γ 를 구할 수 있다.



(a) ψ와 ϕ에 대한 다면체 모델의 교차 지점 (b) ψ와 ϕ에 대한 다면체 모델의 교차 곡선

그림 6 교차 곡선의 계산



(a) A방향의 등간격 곡선들 (b) B방향의 등간격 곡선들

그림 7 물체 표면 위의 곡선들

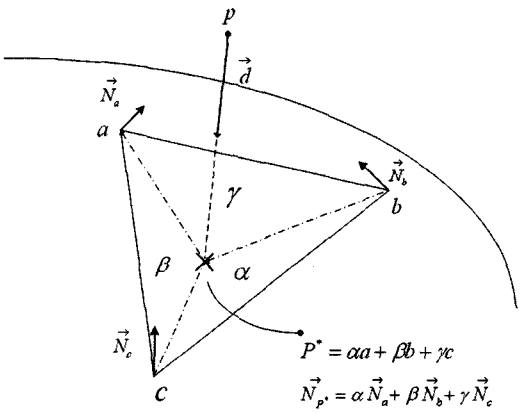


그림 8 투영 점과 법선 벡터의 계산

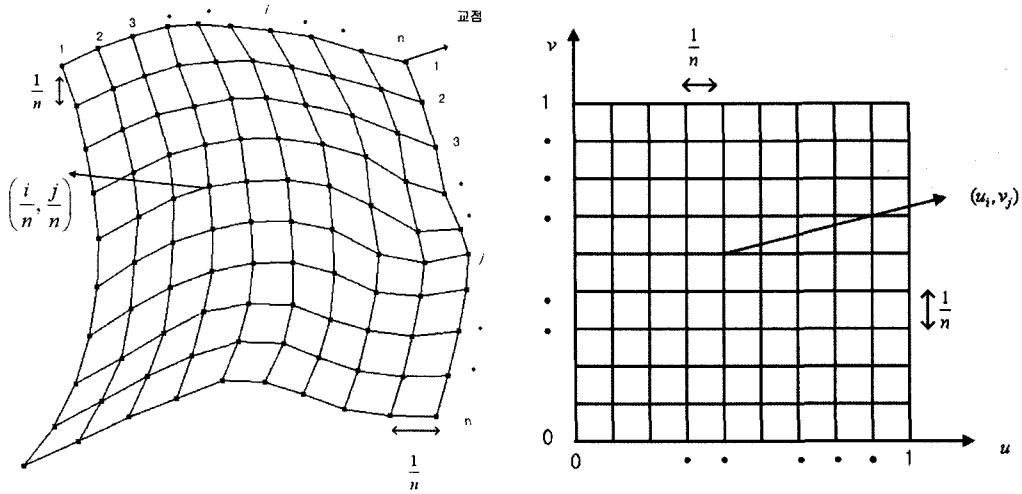
$$t = \frac{(b-a)\times(c-a)\cdot(p-a)}{(b-a)\times(c-a)\cdot(-\vec{d})} \qquad (19)$$

$$\gamma = \frac{(b-a)\times(-\vec{d})\cdot(p-a)}{(b-a)\times(-\vec{d})\cdot(c-a)}$$

$$\beta = \frac{(c-a)\times(-\vec{d})\cdot(p-a)}{(c-a)\times(-\vec{d})\cdot(b-a)}$$

위의 식 (19)를 통해 나온 값들 중 $\beta,\gamma\in[0,1]$, $\beta+\gamma \le 1$을 만족하는 t를 사용하여 교점 p를 투영한 점 p^*를 구할 수 있다. 또한 α,β,γ 비율로 해당 삼각형 a, b, c의 각 점의 법선벡터 $\overrightarrow{N_a}$, $\overrightarrow{N_b}$, $\overrightarrow{N_c}$를 보간하여 투영점 p^*에서의 법선 벡터 $\overrightarrow{N_{p^*}}$를 구할 수 있다.

실제 3차원 물체 표면상에서의 교점들을 찾은 후, 마지막으로 이 정보를 사각형 모양의 메쉬 형태로 구성한다. 그림 9(a)에서와 같이 투영된 교점들은 일정한 간격으로 이루어져 있으므로 투영된 교점 n개를 $1/n$ 간격을 가지는 0에서 1사이의 2차원에서의 좌표 (u,v)를 각 점



(a) 물체로 투영된 점의 메쉬화 (b) 2차원 매개 변수 공간

그림 9 투영된 점의 메쉬화와 매개 변수화

에 할당한다. 최종적으로 메쉬화 한 점이 그림 9(b)에서와 같은 매개 변수 공간의 각 점들과 일치되어 부분 매개 변수화 정보가 완성된다. 본 절에서 설명한 알고리즘의 흐름을 정리하면 그림 4(a)와 같다.

3.2 한 방향으로의 등간격 곡선을 이용한 부분 매개 변수화

두 방향의 등간격 곡선을 사용한 부분 매개 변수화 기법은 물체 표면에 특이한 부분이 없을 경우 잘 작동을 하나, 종종 뾰족한 부분의 표면 위에서 교점을 구할 경우 오차 값에 의해서 교점을 구할 수 없는 경우가 발생하며, 또한 비교적 많은 비교연산이 발생한다는 단점이 있다. 따라서 본 절에서는 부가적으로 한 방향의 표면 위 등간격 곡선을 이용해서 일정한 간격의 모든 교점을 생성시켜주고, 또한 더 적은 비교연산을 통하여 부분 매개 변수화 작업을 수행할 수 있는 방법을 제안한다.

이 방법에서는 한 방향으로 진행하는 표면 위의 등간격 곡선을 생성하기 때문에, 초기 과정에서 이동을 시킬 등위 집합 ϕ와 다면체 모델에 대한 등위 집합 ψ만 구하면 된다. 다면체 모델 표면 위에서 일정한 간격으로 움직이는 곡선은 앞의 방법과 동일하게 식 (9)에 대하여 WENO-LLF와 TVD-RK 방법을 사용하며, 재초기화 과정 역시 3.1절에서 설명한 방법을 사용한다.

부분 매개 변수화 정보를 추출하려면 마칭 큐브 알고리즘을 사용하여 생성한 각 곡선 위에 등간격의 좌표점을 생성해주어야 한다. 이를 위하여 각 곡선에 대해 그림 10과 같이 부분 매개 변수화할 부분을 고려하여 초기점을 생성하고, 주어진 메쉬 사이즈만큼 각 곡선을 따라 간격 s만큼 이동하면서 새로운 점을 찾게 된다.

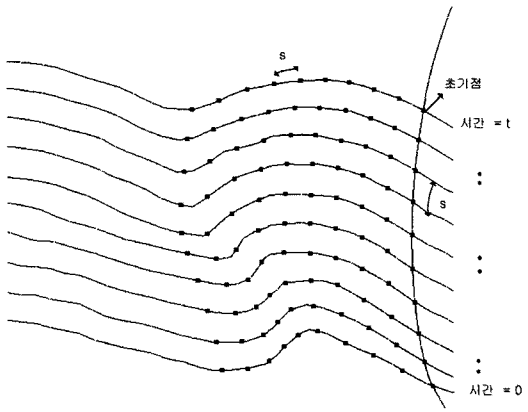
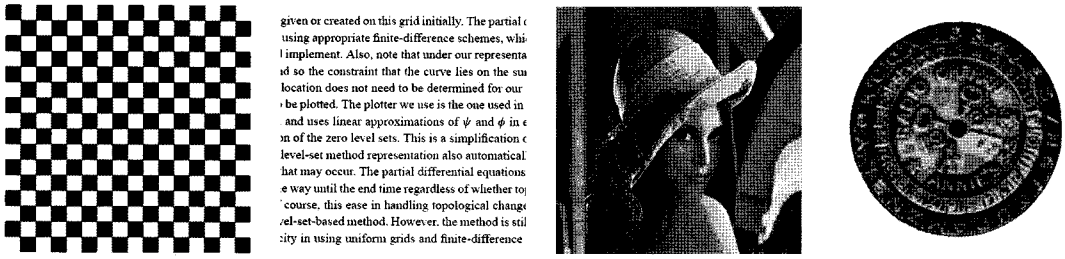


그림 10 초기 점 및 등간격 점의 생성

이렇게 생성된 곡선위의 점들을 다면체 모델에 투영함으로서 보다 정확한 다면체 위의 점들을 생성하게 되며, 이들을 연결하여 부분 매개 변수화 작업을 수행하는데, 이때에도 앞 방법과 동일한 투영 방법을 사용한다. 본 절에서 설명한 알고리즘의 흐름을 정리하면 그림 4(b)와 같다.

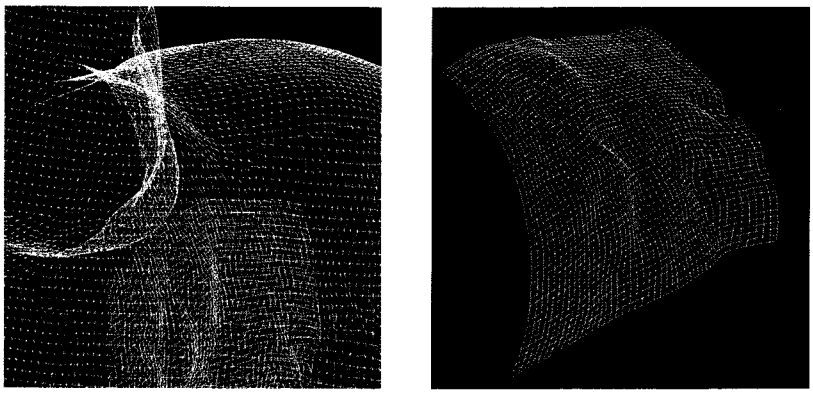
4. 실험 결과

본 절에서는 지금까지 설명한 투영 등위 집합 기반의 부분 매개 변수화 기법의 구현 결과에 대해 설명한다. 실험을 위하여 각각 69,451개, 345,944개, 1,087,716개의 다각형으로 구성된 토끼(bunny), 아르마딜로(armadillo), 부처상(happy buddha) 등의 물체를 사용하였다. 또한 그림 11에 도시한 텍스처 맵을 비롯하여 다양한 이미지



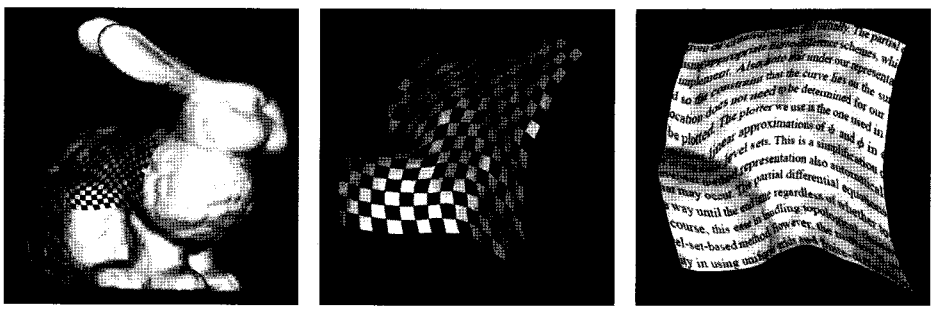
(a) 체크 이미지 (b) 글자 이미지 (c) 레나 이미지 (d) 고대 문양

그림 11 실험에 사용한 텍스처 맵 예



(a) 다면체 모델상에서의 부분 매개 변수화 메쉬 (b) 부분 매개 변수화 메쉬

그림 12 토끼 모델에 대한 부분 매개 변수화 메쉬



(a) 다면체 모델과 체크 이미지 매핑 (b) 체크 이미지 매핑 (c) 글자 이미지 매핑

(d) 다면체 모델과 레나 이미지 매핑 (e) 레나 이미지 매핑 (f) 단색 이미지 매핑

그림 13 서로 직교하는 두 방향의 등간격 곡선을 이용한 부분 매개 변수화 결과

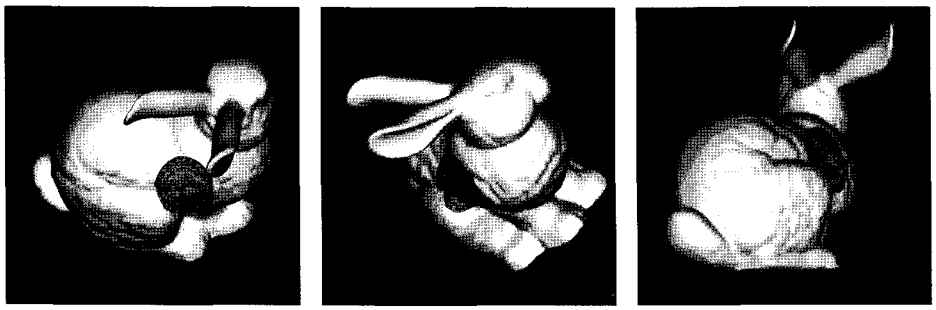
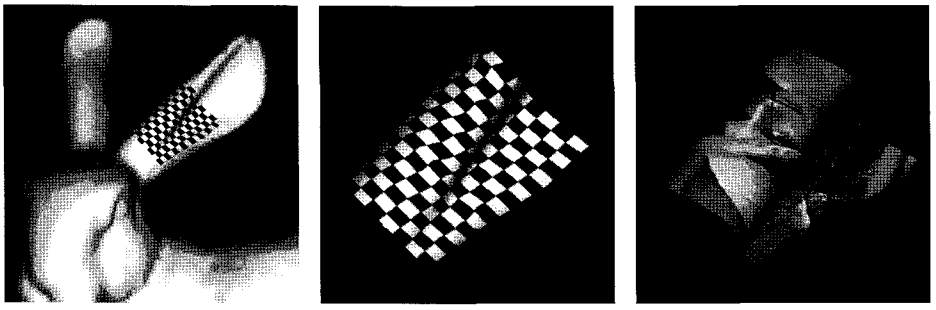
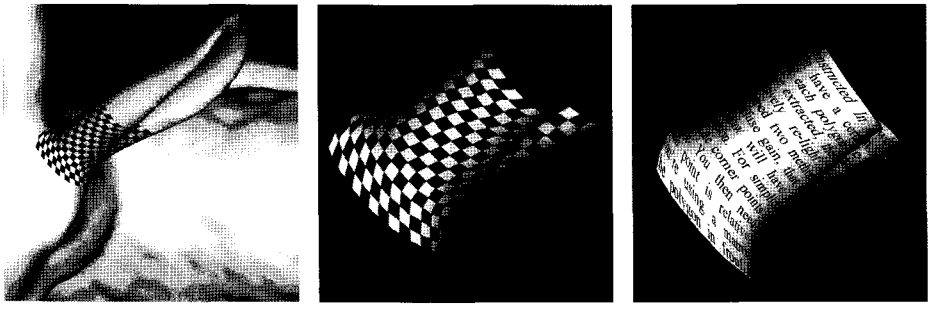


그림 14 한 방향의 등간격 곡선을 이용한 부분 매개 변수화 결과



(a) 체크 이미지 매핑 (b) 체크 이미지 매핑 (c) 레나 이미지 매핑

그림 15 토끼 귀 부분에 대한 한 방향의 등간격 곡선 기반의 부분 매개 변수화 결과



(a) 체크 이미지 매핑 (b) 체크 이미지 매핑 (c) 글자 이미지 매핑

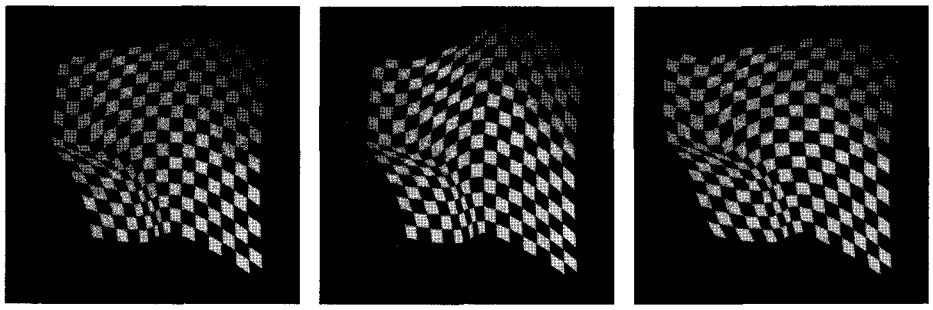
그림 16 토끼 귀와 머리의 이음새 부분에 대한 한 방향의 등간격 곡선 기반의 부분 매개 변수화 결과

에 대하여 실험하였다.

그림 12는 본 논문에서 제시한 두 방향 방법으로 토끼 모델에 대하여 부분 매개 변수화 작업을 수행한 결과를 선분 형태로 렌더링한 모습을 보여주고 있다. 이러한 결과에 대해 텍스처 매핑을 수행한 결과를 그림 13에서 볼 수 있는데, 이 실험에서 사용한 영역에 대해서 별 시각적 왜곡 없이 텍스처가 잘 입혀지고 있음을 확인할 수 있었다. 그림 14는 한 방향의 등간격 곡선에 기반한 부분 매개 변수화 기법을 통하여 텍스처 매핑한 결과를 서로 다른 방향에서 바라본 그림인데, 이 방법 역시 실험한 토끼 모델의 표면 부분이 비교적 완만해 우수한 결과를 보임을 확인할 수 있었다.

그림 15와 16은 앞의 예와는 달리 좀 더 굴곡이 있는 부분에 대하여 본 논문의 기법을 적용한 결과를 보여주고 있다. 그림 15는 토끼 모델의 가장 뾰족한 부분인 귀에 대한 적용 결과인데, 이 부분에 대해서도 부분 매개 변수화가 잘 이루어지는 것을 볼 수 있다. 하지만 곡률이 매우 높은 부분에 대해서는 약간의 왜곡이 보이기도 하는데, 이러한 부분에 대해서는, 계산 시간의 증가가 예상되지만, 등위 집합 표현을 위한 볼륨 데이타의 격자 간격을 작게 하면 문제를 완화할 수 있다.

그림 16에서 보는 것과 같이 귀와 머리 부분이 이어지는 부분에 대해서도 부분 매개 변수화가 손쉽게 가능하다. 이 결과는 불연속적인 성질을 가지거나 굴곡이 심



(a) 두 방향 기반 (b) 한 방향 기반: 아래-위 (c) 한 방향 기반: 우좌

그림 17 세 가지 가능한 방법에 대한 부분 매개 변수화 결과 비교

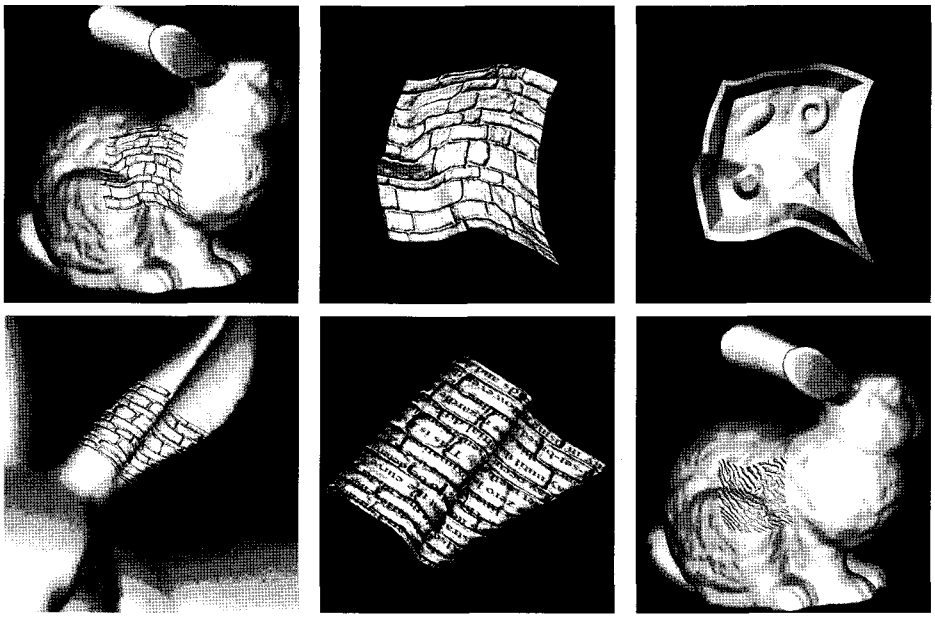


그림 18 본 논문에서 제시한 부분 매개 변수화 기법이 생성한 국소 좌표계 기하 정보를 사용한 범프 매핑 결과(첫 번째 줄은 두 방향의 등간격 곡선을 사용한 것이고, 두 번째 줄은 한 방향의 등간격 곡선을 사용한 결과임)

할 수 있는 지역인 다면체 모델의 이음 부분에 대한 매개 변수화도 효과적으로 수행할 수 있다는 가능성을 보여준다.

그림 17은 동일한 영역에 대하여 적용할 수 있는 세 가지 부분 매개 변수화 기법에 대한 결과를 보여주고 있다. 우선 (a)는 서로 직교하는 두 방향으로 등간격 곡선을 생성하고 그를 바탕으로 매개 변수화를 한 결과이다. 반면 (b)와 (c)는 한 방향의 등간격 곡선에 기반을 둔 것인데, 전자는 곡선을 아래에서 위로 흐르도록, 후자는 곡선을 오른쪽에서 왼쪽으로 움직이도록 한 결과이다. 세 가지 결과를 보면 약간씩 차이가 나고 있음을 알 수 있는데, 이는 곡선의 진행 방법의 차이에 기인한다. 다만 세 가지 방법 모두 충분히 우수한 결과를 산출하고 있음을 알 수 있으며, 어떤 방법을 사용할 지는 상황에 따라 결정할 문제라 판단된다. 예를 들어 그림 15의 토끼의 귀 부분의 예 같은 경우에는 위에서 아래 방향으로, 한 방향의 등간격 곡선을 사용하는 것이 적절할 것으로 판단된다.

본 논문에서 제시하는 부분 매개 변수화 기법은 단순한 텍스처 매핑뿐만 아니라 다양한 기하 정보에 기반을 두는 다른 형태의 텍스처 매핑에도 유용하게 쓰일 수가 있다. 그 좋은 예가 범프 매핑(bump mapping)이다. 법선 맵(normal map)을 사용하여 물체의 요철 효과를 생성하기 위해서는 텍스처 좌표뿐만 아니라 다면체 모델의 표면 각 지점에서 국소 좌표계(local coordinate system)를 정의하는 세 방향, 즉 탄젠트(tangent), 법선

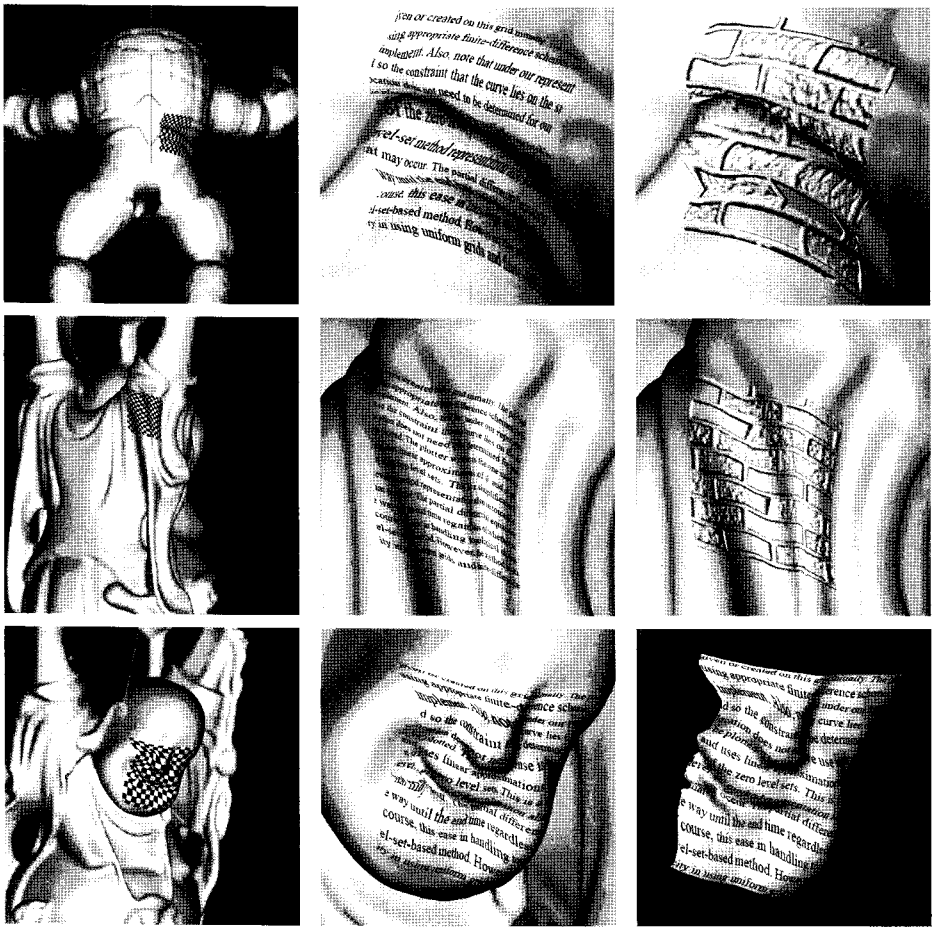


그림 19 다른 다면체 모델에 대한 부분 매개 변수화 결과

(normal), 종법선(binormal)을 나타내는 세 벡터가 필요하다. 매개 변수화가 수학적인 식으로 표현되어 있는 경우가 아니라면, 예를 들어, 일반적인 상황의 다면체 모델에 대한 매개 변수화의 경우, 종종 물체 표면의 각 지점에서 이러한 벡터를 계산하는 것이 용이하지 않다.

하지만 본 논문에서 제시한 등간격 곡선에 기반을 둔 방법을 사용할 경우, 각 교차점에서의 탄젠트 벡터와 법선 벡터를 쉽게 구할 수 있고, 이것들의 외적 벡터인 종법선 벡터도 쉽게 구할 수가 있다. 따라서 본 논문의 방법을 사용할 경우 변위 매핑(displacement mapping)과 같이 물체의 기하 정보에 의존하는 다른 매핑 기법에도 유용하게 쓰일 수 있을 것이다.

마지막으로 그림 19는 다른 다면체 모델 중 아르마딜로와 부처상에 대하여 적용한 예를 보여주고 있다. 이 물체들에 대해서도 토끼 모델과 같이 비교적 완만한 부분에 대해서 본 논문의 기법은 효과적인 매개 변수화 결과를 산출한다. 이 그림에서는 위에서 보인 토끼 모델의 예보다 굴곡이 더 심한 부분에 대한 적용 결과를 도시하고 있다. 이 경우에도 비교적 왜곡이 덜한 결과를 산출하나, 적용 지역의 면에 굴곡이 매우 심한 경우에는 본 논문의 기법으로 산출한 결과에도 어느 정도 왜곡 현상을 관찰 할 수 있다.

예를 들어, 이 그림의 마지막 줄에 도시된 부처상의 예에서, 가운데 확대 그림의 부처의 입술의 오른쪽 부분(그림의 왼쪽 부분)을 자세히 보면 눈에 거슬리는 왜곡을 관찰할 수 있다. 아래 줄의 오른쪽 그림은 투영 등위 집합 기법을 통하여 생성한 메쉬 점들을 다면체 모델로 투영하기 전의 메쉬에 대한 텍스처 매핑 결과인데, 이 경우에는 가운데 그림의 결과보다 비교적 왜곡이 적은, 나름대로 우수한 결과를 보여주고 있다. 따라서 메쉬를 다면체 모델에 투영을 할 때 오른쪽 입술 부분에서 왜곡이 발생하였다는 사실을 알 수 있는데, 이같이 물체

표면의 왜곡이 심하거나, 모델링 등의 문제로 다각형들이 불규칙하게 형성되어 있을 경우(예를 들어 서로 꼬여있다 등의), 이 문제는 근본적으로 해결하기가 매우 어려운 난제임은 분명하다.

5. 결 론

3차원 다면체 모델에 대한 매개 변수화 기법은 컴퓨터 그래픽스 분야에서 매우 중요한 문제로 다뤄져 왔다. 본 논문에서는 최근 효과적인 수학적인 도구로서 널리 쓰이고 있는 등위 집합, 특히 투영 등위 집합에 기반을 둔 매개 변수화 기법을 제시하고 실험 결과를 기술하였다. 특히 본 연구의 방법은 물체 표면에 임의로 선택된 특정 영역에 대한 부분 매개 변수화에 적합하도록 고안되었다.

다양한 물체 및 텍스처 이미지를 통한 실험을 통하여 왜곡이 아주 심하지 않은 물체 표면에 대해서 본 논문의 방법이 잘 작동한다는 사실을 확인할 수 있었다. 물론 표면의 왜곡이 심하게 형성 되어 있다면, 본 논문의 방법이 산출한 결과에서 눈에 거슬리는 왜곡 현상을 관찰할 수 있지만 이는 해결하기가 용이하지 않은 근본적인 문제이다.

본 논문의 장점 중의 하나는 부분 매개 변수화 계산 도중, 탄젠트 벡터나 종법선 벡터와 같은 물체의 기하 성질을 부가적으로 용이하게 생성할 수 있다는 점이다. 특히 범프 매핑이나 변위 매핑처럼 물체의 각 지점에서의 국소 좌표계를 필요로 하는 응용문제에 대해서, 본 논문의 매개 변수화 방법은 유용하게 쓰일 수 있을 것이다. 또한 아직 구현은 되지 않았지만 다면체 모델뿐만 아니라 음함수로 표현된 곡면에 대해서도 역시 효과적으로 적용될 수 있을 것이다.

현재 본 기법에 대한 구현의 문제 중의 하나는 매개 변수화 작업에 있어 계산 시간이 많이 걸린다는 점이다. 현재는 다면체 모델을 포함하는 전체 영역에 대해 등위 집합을 구축하고 투영 등위 집합 계산을 수행하고 있다. 향후에는 물체 표면 주변에 대해서만 밴드 형태로 등위 집합을 구축하고 국소적인 계산을 통하여 속도 향상을 기하려 한다. 이러한 작업을 위하여 등위 집합 정보가 정의된 밴드 지역 바깥쪽에 대하여 적절한 외삽법(extrapolation) 기법을 적용해야하는데, Peng 등이 제시한 국소 투영 등위 집합(local projection level set) 방법[23]과 같은 기법의 적용을 고려중이다. 또한 본 논문에서 편미분 방정식의 이산화 과정에서 수치적으로 안정적인 계산을 위하여 계산량이 많은 방법을 사용하였는데, 향후 비교적 안정적이면서 계산량이 적은 방법에 대한 연구가 필요하며, 또한 이러한 계산을 GPU의 SIMD 처리 기능을 통하여 최적화할 경우 상당히 빠른 계산 결과를 얻을 수 있을 것으로 예상된다.

마지막으로 본 논문에서 제시한 바와 같이 일정한 간격으로 교차점을 생성시킬 뿐만 아니라, 해당 지점의 곡률 정보를 이용하여 적응적인 메쉬를 산출하는 문제에 대해서도 연구를 수행할 예정이다.

참 고 문 헌

[1] E. Catmull, "A subdivision algorithm for computer display of curved surfaces," *PhD thesis, Dept. of Computer Sciences, University of Utah*, December 1974.

[2] E. Bier and K. Sloan, "Two-part texture mapping," *IEEE Computer Graphics and Applications*, pages 40-53, 1986.

[3] M. Samek, C. Slean and H. Weghorst, "Texture mapping and distortions in digital graphics," *The Visual Computer*, 2(5):313-320, 1986.

[4] C. Bennis, J. M. Vézien and G. Lglésias, "Piecewise surface flattening for non-distorted texture mapping," In *Proc. of ACM SIGGRAPH '91*, pages 237-246, July 1991.

[5] E. Fiume, A. Fournier and V. Canale, "Conformal texture mapping," In *Proc. of EUROGRAPHICS '87*, pages 53-64, 1987.

[6] V. Krishnamurthy and M. Levoy, "Fitting smooth surfaces to dense polygon meshes," In *Proc. of ACM SIGGRAPH '96*, pages 313-324, August 1996.

[7] B. Levy and J. L. Mallet, "Non-distorted texture mapping for sheared triangulated meshes," In *Proc. of ACM SIGGRAPH '98*, pages 343-352, 1998.

[8] P. Snader, S. Gortler, J. Snyder and H. Hoppe, "Signal specialized parameterization," In *Eurographics Workshop on Rendering '02*, 2002.

[9] B. Levy, "Constrained texture mapping for polygonal meshes," In *Proc. of ACM SIGGRAPH '01*, pages 417-424, 2001.

[10] M. Desbrun, M. Meyer and P. Alliez, "Intrinsic parameterizations of surface meshes," In *Proc. of EUROGRAPHICS '02*, pages 209-218, 2002.

[11] P. Alliez, M. Meyer and M. Desbrun, "Interactive geometry remeshing," In *Proc. of ACM SIGGRAPH '02*, pages 347-354, 2002.

[12] P. Alliez, É. Colin de Verdiére, O. Devillers and M. Isenburg, "Isotropic surface remeshing," In *Proceedings of Shape Modeling International*, pages 49-58, 2003.

[13] F. Lazarus, M. Pocchiola, G. Vegter and A. Verrous, "Computing a canonical polygonal schema of an orientable triangulated surface," In *Proc. of 17th Annual ACM Symp. Comput. Geom.*, pages 80-89, 2001.

[14] B. Levy, S. Petitjean, N. Ra and J. Maillot, "Least squares conformal maps for automatic texture

atlas generation," In *Proc. of ACM SIGGRAPH '02*, pages 362-371, 2002.
[15] S. Osher and J. A. Sethian, "Fronts propagating with curvature dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations," J. Comput. Phys., Vol. 79(1), pages 12-29, 1988.
[16] L. T. Cheng, P. Burchard, B. Merriman and S. Osher, "Motion of curves constrained on surfaces using a level set approach," J. Comput. Phys., Vol. 175, pages 604-644, 2002.
[17] C. W. Shu and S. Osher, "Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock capturing schemes," J. Comput. Phys., Vol.77, pages 439-471, 1988.
[18] S. Osher and C. W. Shu, "High-order essentially non-oscillatory schemes for Hamilton-Jacobi equations," J. Numer. Anal., Vol. 28, pages 907-922, 1991.
[19] X. D. Liu, S. Osher and T. Chan, "Weighted essentially non-oscillatory schemes," J. Comput. Phys., Vol. 115, pages 200-212, 1994.
[20] G. S. Jiang and C. W. Shu, "Efficient implementation of weighted ENO schemes," J. Comput. Phys., Vol. 126, pages 202-228, 1996.
[21] G. S. Jiang and D. Peng, "Weighted ENO schemes for Hamilton-Jacobi equations," SIAM J. Sci. Comput., Vol. 21, pages 2126-2143, 2000.
[22] W. E. Lorensen and H. E. Cline, "Marching cubes: a high resolution 3D surface construction algorithm," Computer Graphics 21, pages 164-169, 1987.
[23] D. Peng, B. Merriman, S. Osher, H. K. Zhao and M. Kang, "A PDE-based fast local level set method," J. Comput. Phys. Vol. 155, pages 410-438, 1999.

이 연 주

2002년 2월 동의대학교 공과대학 컴퓨터공학과 졸업(이학사). 2004년 2월 서강대학교 대학원 컴퓨터공학과 졸업(공학석사). 2004년~현재 삼성전자 정보통신 무선사업부 선임 연구원. 관심분야는 컴퓨터 그래픽스, 등위 집합 기법

차 득 현

2002년 8월 서강대학교 수학과 졸업(이학사). 2004년 8월 서강대학 교 대학원 컴퓨터공학과 졸업(공학석사). 2004년 8월~현재 서강대학교 대학원 컴퓨터공학과 박사과정. 관심분야는 컴퓨터 그래픽스, Physically Based Simulation, Photo Realistic Rendering

장 병 준

2004년 8월 서강대학교 컴퓨터공학과 졸업(공학사). 2007년 2월 서강대학교 대학원 컴퓨터공학과 졸업(공학석사). 2007년~현재 서강대학교 대학원 컴퓨터공학과 박사과정. 관심분야는 컴퓨터 그래픽스, Programmable GPU

임 인 성

1985년 2월 서울대학교 자연과학대학 계산통계학과 졸업(이학사). 1987년 5월 Rutgers-The State University of New Jersey 컴퓨터학과 졸업(이학석사). 1991년 7월 Purdue University 컴퓨터학과 졸업(이학박사). 1999년 7월~2000년 7월 University of Texas at Austin의 TICAM의 연구 교수 1993년 3월~현재 서강대학교 컴퓨터공학과 교수. 관심분야는 컴퓨터 그래픽스, 과학적 가시화, 고성능 계산