

# 피드백 유전알고리즘 모델 예측 관측기 설계

## Model Predictive Observer Design with Feedback Genetic Algorithm

박종천 · 홍진만 · 이흥기

Jong-Chon Park · Jin-Man Hong · Hong-Gi Lee

중앙대학교 전자전기공학부

### 요약

비선형 시스템의 관측기 구성은 일반적으로 어려운 문제임이 잘 알려져 있다. 본 논문에서는 가관측 시스템에 대한 피드백 GA 모델 예측 관측기를 제안한다. 관측기와 같이 매순간 GA를 반복적으로 수행하는 경우에 피드백 GA 개념을 사용하면 온라인 설계가 가능하다. 우리의 관측기의 유용성은 모의실험을 통해 보인다.

### Abstract

Observer design for the nonlinear systems is known to be difficult in general. This paper suggests a feedback GA-based model predictive observer for the observable systems. Feedback concept makes on-line design possible for the cases including observer design, where GA is implemented repeatedly every time instant. The effectiveness of our observer is shown by simulation.

Key words : genetic algorithm, feedback, observer, nonlinear systems, model predictive

### 1. 서론

시스템의 관측기 설계는 시스템 연구의 중요한 분야들 중의 하나이다. 선형과 비선형 시스템의 Luenburger 타입의 관측기 구성 및 조건들에 관한 연구는 많이 있고 쉽게 검색할 수 있으므로 참고문헌에서 생략한다. 비선형 시스템의 경우 Luenburger 타입과 다른 관측기 구성에 관한 연구도 많지는 않지만 참고문헌[1,2]에서 발견할 수 있다. 본 논문에서는 Luenburger 타입이 아닌 모델 예측 관측기를 유도하고 이에 수반하는 최적화 문제를 유전알고리즘을 적용하는 방법을 제시한다.

유전알고리즘(genetic algorithm)은 유전적 계승과 적자생존이라는 자연현상을 알고리즘형태로 모델링한 확률적 탐색 방법으로 함수의 최적화 등에서 계산 시간을 획기적으로 줄일 수 있다. 유전알고리즘에 관한 자세한 내용은 참고문헌[3,4]에서 발견할 수 있다. 그러나 GA에 의해 믿을만한 결과를 얻기 위해서는 집단크기와 세대수를 크게 하여야 하므로 온라인(on-line) 디자인에서는 배제되어 왔다. 본 논문에서는 GA를 이용하여 이전 단계에서 얻은 해의 결과를 버리지 않고 다음 단계의 해를 구하는 GA에 피드백 시킴으로써 온라인 디자인을 가능하게 한다.

본 논문에 제시한 피드백 유전알고리즘 모델 예측 관측기는 엘리트 전략을 사용하는 어떤 형태의 GA도 사용 가능하지만 모의실험에서는 참고문헌 [5]에 제시한 실수코딩(real coding) GA를 사용하였다. 본 논문의 내용은 입력이 있는 시스템에도 쉽게 적용할 수 있지만 논문의 핵심을 간략히 하

기 위해 입력이 없는 시스템만 고려한다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2절에서는 모델 예측 관측기를 유도하고 3절에서 피드백 유전알고리즘 모델 예측 관측기를 소개한다. 4절에서는 우리의 피드백 유전알고리즘 모델 예측 관측기와 피드백이 없을 경우들을 모의실험을 통해서 비교하고 마지막으로 5절에서 이 논문의 결론을 내린다.

### 2. 모델 예측 관측기

이 절에서는 다음과 같은 가관측 이산 시간 비선형 시스템의 모델 예측 관측기를 유도한다.

$$x_{k+1} = F(x_k) \tag{1}$$

$$y_k = h(x_k)$$

여기서  $y_k \in R$ 와  $x_k \in R^N$ 는 각각 시스템의 출력과 상태변수이다.  $\dots, y_{k-2}, y_{k-1}, y_k$ 를 받아들인 시간  $k$ 인 순간의 시스템 (1)의 관측기의 출력을  $z_{k|k}$ 라고 하면  $\lim_{k \rightarrow \infty} (z_{k|k} - x_k) = 0$ 을 만족하는  $z_{k|k}$ 을 구하려고 한다. 만일 시간  $k$ 인 순간의 시스템 (1)의 상태변수  $x_{k-N+1}$ 의 추정치(estimate)를  $z_{k-N+1|k} (= \bar{z}_k)$ 라고 정의하면 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$z_{k|k} = F(F(\dots F(z_{k-N+1|k}) \dots)) = F^{N-1}(z_{k-N+1|k}) \tag{2}$$

또한  $z_{k-N+1|k} = \bar{z}$ 라고 하면 시간  $k$ 인 순간의 출력  $y_{k-i}$ 의 추정치는 다음과 같다.

$$\widehat{y_{k-i|k}} = h \circ F^{N-1-i}(\bar{z}) \tag{3}$$

접수일자 : 2007년 9월 15일

완료일자 : 2007년 11월 30일

이제 시간  $k$ 인 순간의 비용함수(cost function)를 다음과 같이 정의한다.

$$J_k(\bar{z}) = \sum_{i=0}^{N-1} \|y_{k-i} - \widehat{y_{k-i|k}}\|^2 \quad (4)$$

우리의 모델 예측 관측기는  $z_{k-N+1|k}$ 를 비용함수  $J_k(\bar{z})$ 를 최소화 하는  $\bar{z}$ 라고 정의하고 식 (2)에 의해 관측기의 출력  $z_{k|k}$ , 즉 상태변수  $x_k$ 의 추정치를 계산한다.

특수한 경우로서  $F(x_k) = Ax_k$ 이고  $h(x_k) = cx_k$ 인 선형 시스템의 경우에 모델 예측 관측기 식을 유도해 보자. 식 (3)과 식 (4)에 의해 비용함수는 다음과 같다.

$$J_k(\bar{z}) = \sum_{i=0}^{N-1} \|y_{k-i} - cA^{N-1-i}\bar{z}\|^2 \quad (5)$$

따라서

$$\frac{\partial J_k(\bar{z})}{\partial \bar{z}} = 2 \sum_{i=0}^{N-1} cA^{N-1-i}(cA^{N-1-i}\bar{z} - y_{k-i}) = 0 \quad (6)$$

로부터  $(c, A)$ 가 가관측임을 고려하면 다음 식을 얻는다.

$$z_{k-N+1|k} = \left( \sum_{i=0}^{N-1} (A^T)^{N-1-i} c^T c A^{N-1-i} \right)^{-1} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y_{k-i} (A^T)^{N-1-i} c^T \quad (7)$$

식 (2)에 의해 관측기의 출력은 다음과 같다.

$$z_{k|k} = A^{N-1} \left( \sum_{i=0}^{N-1} (A^T)^{N-1-i} c^T c A^{N-1-i} \right)^{-1} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y_{k-i} (A^T)^{N-1-i} c^T \quad (8)$$

이와 같이 선형 시스템의 경우는 식 (4)의 최적화 문제가 풀리기 때문에 모델 예측 관측기를 쉽게 설계할 수 있다. 다음 절에서는 식 (4)의 최적화 문제 해결에 유전 알고리즘을 적용한다.

### 3. 피드백 유전알고리즘을 이용한 모델 예측 관측기

전 절에서 설명한 모델 예측 관측기의 핵심은 식 (4)의 최적화이다. 식 (8)의 선형 모델 예측 관측기는  $k \geq N-1$ 에 대해  $z_{k|k} = x(k)$ 인 데드비트(dead beat) 형태의 관측기이다. 식 (4)의 최적화 문제가 비선형이라면 유전 알고리즘을 적용하여 풀 수가 있다. 만일 엘리트 전략을 사용하고 집단 크기를 크게 하고 세대수가 무한히 진화한다고 가정하면 정확한 상태변수의 추정치를 얻어낼 수가 있다. 그러나 계산 시간 때문에 집단크기와 세대수를 크게 할 수가 없다. 또한 이전에 계산한 상태변수의 추정치가 정확하더라도 다음 시간에서의 상태변수의 추정치는 다시 유전 알고리즘을 이용하여 계산하기 때문에 이전 추정치보다 나아진다는 보장이 없다. 이런 이유로 본 논문에서는 이전 추정치를 계산할 때의 마지막 집단을 `old_answer`라고 할 때  $F(\text{old\_answer})$ 를 다음 추정치 계산의 유전 알고리즘의 초기 집단으로 하는 피드백 구

조를 사용함으로써 다음 추정치가 이전 추정치보다 나아지게 한다.  $ga(J_k, \text{initial\_pop})$ 을, 비용함수  $J_k$ 를 최소화할 때, 초기 집단을 `initial\_pop`으로 하고 일정한 세대 수를 진화시켰을 때의 엘리트 전략을 사용한 유전 알고리즘의 마지막 집단을 나타내는 함수라고 정의한다. 우리의 피드백 유전 알고리즘은 다음과 같다.

```

old_answer = 임의의 초기 집단
for k=0:NN
    old_answer = ga(J_k, old_answer)
    z_{k-N+1|k} = best chromosome of old_answer
    z_{k|k} = F^{N-1}(z_{k-N+1|k})
    old_answer = F(old_answer)
end
    
```

이를 다시 설명하면 다음과 같다. 어느 순간에서의 상태변수 추정치  $z_{k|k}$ 가 정확하다면 그 이후의 상태변수  $x_{k+i}$ 의 추정치는  $F^i(z_{k|k})$ 로 정확히 구할 수 있다. 즉 모델 예측 관측기 문제는 어느 순간에서의 상태 변수만 계산하면 되는데 주어진 비용함수  $J_k, k=0,1,\dots$ 는 많다. 따라서  $k=0$ 일 때  $J_0$ 를 최소화하는 상태변수 추정치 정보를 구하는 데 10세대를 진화시키고  $k=1$ 일 때 이 정보를 초기 정보로  $J_1$ 를 최소화하는 상태변수 추정치 정보를 구한다. 이런 식으로 하면  $k=10$ 일 때는 100세대를 진화시킨 상태변수 추정치를 초기 정보로 얻게 된다. 즉  $k$ 가 커짐에 따라 세대수를 무한히 하는 효과를 얻게 된다.

### 4. 예 제

이 절에서는 앞에서 제시된 피드백 유전알고리즘을 이용한 모델 예측 관측기를 설계하고 컴퓨터 모의실험을 통해 성능을 파악한다. 또한 다양한 예제를 통해서 다른 설계 방법들과 비교한다. 우리의 피드백 유전알고리즘 모델 예측 관측기에는 모든 엘리트 전략을 사용한 유전 알고리즘이 적용되지만 이 절의 예제에서는 엄색체는 실수코딩을 사용하고 선택은 순위에 결정한다. 또한 볼록교배, 국소 돌연변이, 전역 탐색 등을 적용한다.([5] 참조). 간편한 모의실험을 위하여 MATLAB을 사용한다. 시뮬레이션에 사용된 모델들은 초기 상태변수  $x_0 = [0.5 \ -0.3 \ 0.2]$ 인 다음과 같은 선형 시스템과 비선형 시스템을 고려한다.

(1) 선형 시스템

$$x_{k+1} = Ax_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_k \quad (9)$$

$$y_k = cx_k = [-0.2 \ 0.7 \ 0.5] x_k$$

(2) 비선형 시스템

$$x_{k+1} = F(x_k) = \begin{bmatrix} (x_2)_k - (x_2)_k^2 \\ (x_3)_k + (x_1)_k^2 \\ (x_1)_k \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$y_k = h(x_k) = (x_1)_k + (x_3)_k^2$$

예제 1.

식 (9)의 가관측 선형 시스템에 대한 모델 예측 관측기는 식 (8)에 의해 쉽게 실현할 수 있다. 그림 1(a)에 보인 바와 같이 상태변수 추정치 오차의 크기가  $k \geq 2$ 에서 0이 되는 데드비트 형태의 관측기임을 알 수 있다.

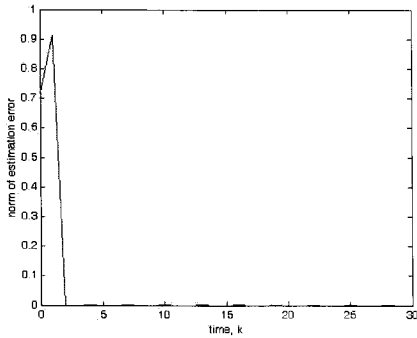
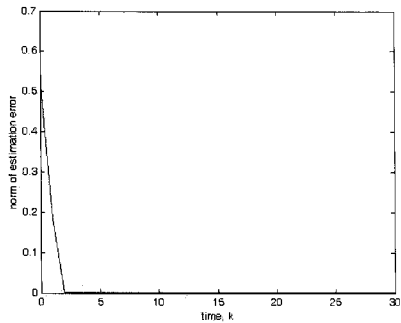
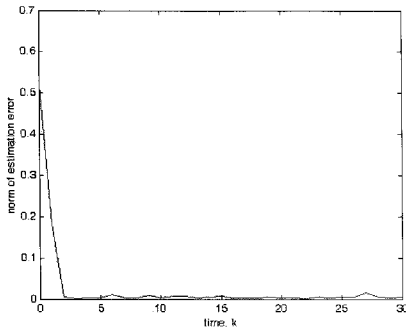


그림 1. 선형 시스템의 모델 예측 관측기  
Fig 1. Model predictive observer of linear system



(a) pop\_size=80, gen\_number=100



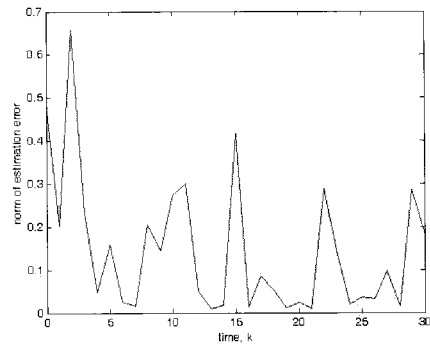
(b) pop\_size=20, gen\_number=50

그림 2. GA 모델 예측 관측기  
Fig 2. GA-based model predictive observer

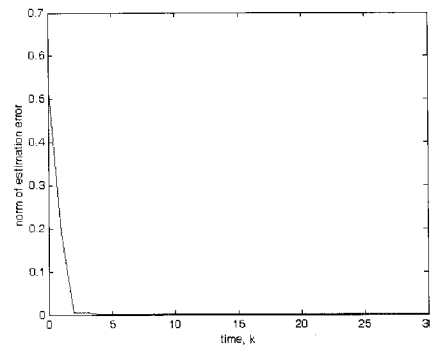
예제 2.

식 (9)의 선형 시스템에 대해서 식 (5)의 최적화 문제를 유전알고리즘을 사용하여 푸는 GA 모델 예측 관측기에 관한 실험 결과는 그림 2와 같다. 집단크기 pop\_size=80이고 세대수 gen\_number=100라고 했을 때의 결과 그림 2(a)보다 pop\_size=20이고 세대수 gen\_number=50이라고 했을 때의 결과 그림 2(b)가 오차가 더 크다. 즉 유전알고리즘의 계산 값이 믿을 만하기 위해서는 큰 집단크기와 큰 세대수가 필요하다. 그러나 온라인 실행을 위해서는 매 순간 빠른 계산이

필요하다. 또 다른 포인트는 그림 2(b)에서와 같이 norm\_err가 시간이 감에 따라 작아진다는 보장이 없다.



(a) GA 모델 예측 관측기



(b) 피드백 GA 모델 예측 관측기

그림 3. 예제 3의 결과 - 선형 시스템  
Fig 3. Results of Example 3 - linear system

다음 예제에서는 피드백이 있을 때와 없을 때의 GA 모델 예측 관측기의 성능을 비교한다.

예제 3.

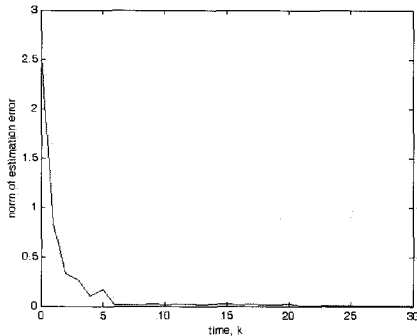
식 (9)의 선형 시스템에 대해서 집단크기 pop\_size=20이고 세대수 gen\_number=20인 경우 GA 모델 예측 관측기의 관측기 오차가 그림 3(a)과 같고, 같은 조건에서 전 절에서 설명한 피드백 GA 모델 예측 관측기의 관측기 오차는 그림 3(b)와 같다. 역시 gen\_number=50인 그림 2(b)에 비해 그림 3(a)의 gen\_number=20인 경우 관측기 성능이 아주 나쁘다. 여기서 피드백을 사용하면 그림 3(b)와 같이 적은 세대수에 대해서도 관측기 오차가 시간이 감에 따라 점점 더 작아진다. 그림에는 잘 나타나지 않지만 그림 3(b)의 결과가 그림 2(a)의 결과보다도 시간  $k$ 가 커짐에 따라 훨씬 좋다.

지금까지 선형 시스템의 모델 예측 관측기에 대해 고려하였다. 선형 시스템의 경우 시간이 많이 걸리는 유전알고리즘을 사용할 필요가 없다. 그러나 비선형 시스템의 경우는 식 (4)의 최적화 문제가 쉽게 풀리지 않는다. 따라서 다음 예제에서는 비선형 시스템의 피드백 GA 모델 예측 관측기를 고려한다.

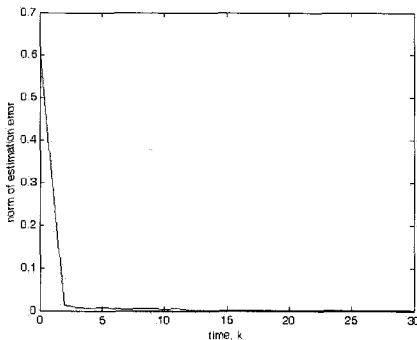
예제 4.

식 (10)의 비선형 시스템에 대해서 집단크기 pop\_size=20으로 하여, 세대수 gen\_number=5인 경우와 gen\_number=20

인 경우의 피드백 GA 모델 예측 관측기 모의실험 결과를 그림 4에 보였다. 당연히 gen\_number를 크게 하였을 경우가 좋은 성능을 보일 확률이 높다. 따라서 집단크기와 세대수는 온라인 디자인이 허용하는 한 크게 잡는 것이 좋다.



(a) pop\_size=20, gen\_number=5



(b) pop\_size=20, gen\_number=20

그림 4. 피드백 GA 모델 예측 관측기 - 비선형 시스템  
Fig 4. Feedback GA-based model predictive observer

### 5. 결 론

본 논문은 온라인 적용이 가능한 피드백 유전알고리즘을 제안하고 이를 이용하여 모델 예측 관측기를 설계하는 방법에 대한 연구이다. 예제 4에서 보듯이 아주 적은 수의 집단 크기와 세대수에도 불구하고 모델 예측 관측기가 만족스럽게 동작함을 알 수 있다. 모의실험에서는 참고문헌 [5]에 제시한 실수코딩(real coding) GA를 사용하였지만 엘리트 전략을 사용하는 어떤 형태의 GA도 사용가능하다. 본 논문의 내용은 입력이 있는 시스템에도 쉽게 확장할 수 있다.

본 논문에 제시한 피드백 유전알고리즘은 관측기뿐만 아니라 시스템 식별(identification)과 적응제어(adaptive control) 등 매시간 같은 변수를 다른 비유함수를 사용하여 계산하는 경우에 쉽게 적용할 수 있다. 본 논문의 일부와 이와 관련한 내용은 현재 특허 출원 중이다. 디지털 장비의 발전으로 GA의 온라인 수행이 갈수록 수월해 질 것이다.

### 참 고 문 헌

[1] P.E. Moraal and J.W. Grizzle, "Observer design for nonlinear systems with discrete-time meas-

urements," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol.40, No.3, pp. 395-404, 1995.

[2] Y. Song and J.W. Grizzle, "The extended Kalman filter as a local asymptotic observer for discrete-time systems," *J. Math. Systems Estim. Control*, Vol.5, No.1, pp. 59-78, 1995.  
[3] 진강규, "유전알고리즘과 그 응용", 교우사, 2000  
[4] 강훈, 심귀보, "지능정보시스템", 브레인코리아, 2003  
[5] 방현진, 박종천, 홍진만, 이흥기, "실수코딩 유전알고리즘을 이용한 모델 예측 제어 시스템 설계," *퍼지 및 지능시스템학회 논문지*, 16권 5호, pp. 562-567, 2006.

### 저 자 소개



박종천(Jong-Chon Park)  
2005년 : 중앙대학교 전자전기공학부  
공학사  
2005년~현재 : 동 대학원 석사과정.

관심분야 : 모델 예측 제어, 비선형 제어, 진화연산 등  
E-mail : sweetdawn@naver.com



홍진만(Jin-Man Hong)  
2005년 : 중앙대학교 전자전기공학부  
공학사  
2005년~현재 : 동 대학원 석사과정.

관심분야 : 모델 예측 제어, 비선형 제어, 진화연산 등  
E-mail : recvar@hotmail.com



이흥기(Hong-Gi Lee)  
1981년 : 서울대학교 전자공학과  
공학사  
1983년 : 동 대학원 전자공학과 공학석사  
1986년 : University of Texas at Austin,  
대학원 전기공학과 공학박사  
1986년~1989년 : Louisiana State  
University 전기공학과 조교수  
1989년~현재 : 중앙대학교 전자전기공학부 교수

관심분야 : 비선형 제어, 진화연산, 모델 예측 제어 등  
E-mail : hglee@cau.ac.kr