

직선 치형을 가진 로봇 감속기(RSR)의 응력 집중 FEM 해석

Stress Concentration FEM Simulation of Robot Speed Reducer(RSR) with Straight Line Teeth Profile

남원기* · 국창호* · 함성훈* · 장인훈** · 오세훈* · 심귀보**

Won-Ki Nam* · Chang-Ho Kook* · Seong-Hun Ham** · In-Hun Jang*,
Se-Hoon Oh* · Kwee-Bo Sim**

* 중앙대학교 기계공학부

** 중앙대학교 전자전기공학부

요 약

산업현장에서는 공장 자동화의 발전에 따라 많은 로봇들이 사람을 대신하고 있다. 일반적으로 산업 현장에서 사용되는 로봇은 고정밀도의 감속기를 필요로 한다. 고정밀의 제어를 위해서는 cycloid 치형 혹은 인벌류트 치형을 가진 감속기를 사용하게 된다. 이러한 감속기는 낮은 백래쉬와 높은 감속비를 가지면서 동시에 치형의 높은 강성을 필요로 한다. 본 논문에서는 새로이 고안한 직선 치형을 가진 로봇 감속기(RSR) 치형의 강성을 FEM 해석을 통해 실제로 적용이 가능한지 여부를 시뮬레이션 해보았으며, 실제로도 적용이 가능함을 알 수 있었다.

Abstract

In industrial site, as the technology of FA develops, many robots can take the place of human labor. Generally, robots require high precision reducers which have cycloid or involute tooth profile. These reducers provide high reduction ratios with low backlash and high accuracy but need a high stiffness of tooth. In this study, to improve the high precision, the cycloid reducers which have straight line teeth profile are used. Also the FEM analysis, which consist of straight line teeth profile, was performed to simulate the stress of teeth profile.

Key words : Speed reducer, Stress, Finite element analysis, Simulation

1. 서 론

공장 자동화에 따라 로봇은 많은 인력을 대체 하게 되었다. 이에 따라 로봇용 감속기는 높은 정밀도를 요구하게 되었다. 이런 조건을 만족하기 위해 로봇용 감속기에는 Harmonic 감속기와 RV감속기로 불리는 cycloid 감속기를 사용한다. Harmonic 감속기와 RV감속기는 1단에서도 큰 감속비를 가지고 치물림율이 커서 고 정밀도를 요하는 로봇 분야에 많이 사용되고 있다.

또한 소형으로도 큰 토크를 전달해야 하고 높은 부하용량을 견뎌야 하기에 Harmonic 감속기와 RV감속기에 사용되는 치형들은 큰 강성을 요하게 된다. 이에 본 연구에서는 지금까지 사용하지 않았던 직선 치형의 개념을 도입하여 강성 테스트 시뮬레이션을 실시하여 로봇용 감속기에 직선 치형이 도입 될 수 있는지 여부를 확인하였고 실제로도 적용이 가능함을 이론뿐만 아니라 테스트 시뮬레이션에서 검증을 하여 적용을 하여 보았다.

2. 기어에 걸리는 힘

2.1 하중분포

cycloid 감속기에서는 이론적으로 편과 기어의 전 구간에서 맞물림이 있으므로, 외부의 하중이 전체적으로 분배된다. 외부 하중에 대하여 각 치의 접촉점에서의 반력의 크기 및 방향을 정역학적으로 구하기는 불가능하므로 부정정이라 하고 있으며 다음과 같은 단계로 해석을 수행한다.

첫째, 힘의 평형 방정식을 구하고, 둘째, 변위 간의 관계식을 유도하고, 셋째, 하중과 변위의 관계식을 유도하여 연립방정식을 계산한다.

실제로는 접촉에 의한 변형 이외에도 제작오차, 운동속도, 부하의 종류 등 고려하기 어려운 요인들도 편하중분배에 영향을 미치게 되나 여기서는 무시하기로 한다.[1,2,3]

접수일자 : 2007년 10월 8일

완료일자 : 2007년 11월 30일

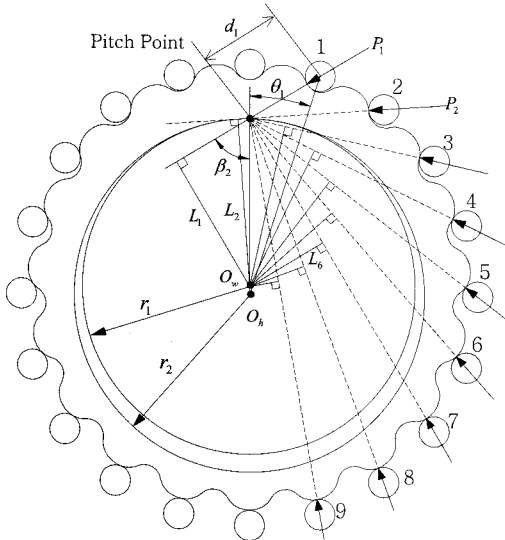


그림 1. 치에 걸리는 순간 반력
Fig. 1 Instant reaction forces on teeth

구조적으로, 사이클로이드 감속기는 핀의 전 구간에서 접촉이 이루어지고 있으나, 기어의 구동 시에는 전체의 180° 이내의 구간에 존재하는 핀에서만 하중을 분담하게 된다. 감속기의 출력축 토크 T 는 2개의 cycloid 기어에 전달되므로, 각각의 기어에 전달되는 토크는 반으로 줄어든다. 각 핀에서 받는 하중을 P_i 라고 하고 모멘트 팔 길이를 L_i 라고 하면 기어 중심에서의 회전 모멘트는 다음과 같다.[4,5]

$$\frac{T}{2} = M = \sum_{i=1}^{z_p/2} P_i L_i \quad (1)$$

피치 점에서 핀 중심까지의 거리를 d_i 라 하고, 하우징 중심점과 핀 중심점을 연결한 선이 \overline{OW} 와 이루는 각을 θ_i 라고 하면, 모멘트 팔 길이 L_i 는 다음의 식으로 구해진다.

$$L_i = r_1 \sin \beta_i = \frac{r_1 r_h}{d_i} \sin \theta_i \quad (2)$$

(삼각형의 면적의 계산으로부터,

$$\frac{1}{2} r_2 r_h \sin \theta_i = \frac{1}{2} d_i r_2 \sin \beta_i)$$

여기서,

$$d_i = \sqrt{r_h^2 + r_2^2 - 2r_h r_2 \cos \theta_i}$$

$$\sin \beta_i = \frac{r_h}{d} \sin \theta_i \quad (3)$$

기어가 $\delta\theta$ 만큼 회전하는 경우 미소변위 δ_i 가 발생하며 관계식은 다음과 같다.

$$\delta_i = L_i \delta\theta \quad (4)$$

기어와 핀의 접촉은 탄성체 간의 접촉이므로, 접촉점에서 하중의 크기에 비례하는 변위가 발생하게 된다. 이로부터

$$p_i = k \delta_i \quad (\text{여기서 } k \text{는 강성}) \quad (5)$$

식(4)를 식(5)에 대입하면,

$$p_i = k L_i \delta\theta \quad (6)$$

식(6)을 식(1)에 대입하고 θ 에 관해 정돈하면,

$$\delta\theta = \frac{M}{k \sum_{i=1}^{z_p/2} L_i^2} \quad (7)$$

식(7)을 식(6)에 대입하면,

$$P_i = \frac{M L_i}{\sum_{i=1}^{z_p/2} L_i^2} \quad (8)$$

식(8)을 보면, 분모의 항과 분자의 항 중 M 은 상수이므로, 핀의 위치에 따른 하중은 모멘트 팔 길이에 비례하게 된다. Fig. 1.에서 $L_i = r_1$ 일 때 최대하중 P_m 을 받게 되며, 각 핀에 작용하는 하중은 다음의 식으로 표시할 수 있다.

$$P_i = P_m \left(\frac{L_i}{r_1} \right) \quad (9)$$

따라서 이식을 식(1)에 대입하게 되면, 핀에 작용하는 최대 하중과 모멘트와의 관계식이 다음과 같이 유도된다.

$$M = \frac{P_m}{r_1} \sum_{i=1}^{z_p/2} L_i^2 \quad (10)$$

각 접촉점에서 x 방향과 y 방향으로 작용하는 하중은 Fig. 1.에서 법선방향이 연직선과 이루는 각 β 로부터 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$P_{ix} = P_i \sin \beta_i = \frac{P_m}{r_1} L_i \sin \beta_i$$

$$P_{iy} = P_i \cos \beta_i = \frac{P_m}{r_1} L_i \cos \beta_i \quad (11)$$

x 방향의 합력을 계산하면,

$$P_x = \sum_{i=1}^{z_p/2} P_{ix} = \frac{P_m}{r_1} \sum_{i=1}^{z_p/2} L_i \sin \beta_i \quad (12)$$

식(12)에 식(2)과 식(10)을 대입하면, 다음의 식이 구해진다.

$$P_x = M \frac{\sum_{i=1}^{z_p/2} L_i \sin \beta_i}{\sum_{i=1}^{z_p/2} L_i^2} = M \frac{\sum_{i=1}^{z_p/2} r_1 \sin^2 \beta_i}{\sum_{i=1}^{z_p/2} r_1^2 \sin^2 \beta_i} = \frac{M}{r_1} \quad (13)$$

마찬가지로, y 방향의 합력은 다음과 같다.

$$P_y = \left(\frac{\sum_{i=1}^{z_p/2} \sin \beta_i \cos \beta_i}{\sum_{i=1}^{z_p/2} \sin^2 \beta_i} \right) \frac{M}{r_1}$$

치에 작용하는 하중은 앞 절에서의 설명과 같이, 기어와 핀의 접촉 위치에 따라 변하게 된다. 가장 큰 하중을 받는 위치는 Fig. 1.에서 모멘트 팔의 길이가 기어의 피치원 반경과

같을 때, 즉 핀 중심에서 피치원을 연결한 선이 두 피치원의 중심을 연결한 선과 직각이 되는 위치로, Fig. 1.에서 하우징 반경을 r_h , 큰 피치원 반경을 r_2 , 그리고 핀 중심에서 피치점까지의 거리를 d 라 하면, 다음의 관계가 성립한다.

$$r_h^2 = r_2^2 + d^2 \quad (15)$$

Fig. 1.에서 위의 길이에 대한 관계는 θ 에 관한 식으로는 다음과 같이 표시된다.

$$d^2 = r_h^2 + r_2^2 - 2r_h r_2 \cos\theta \quad (16)$$

여기서 식(15)을 식(16)에 대입하면, 최대하중을 받는 위치에서의 θ 값은 다음과 같이 계산된다.

$$\theta = \cos^{-1} \frac{r_2}{r_h} \quad (17)$$

이 값을 이용하면, 치형 상에서 최대 하중을 받는 위치의 좌표 값도 구할 수 있는 것이다.

2.2 헤르츠 응력(Hertz contact stress)

치형 설계시 접촉점에서의 최대하중을 고려하는 것도 중요하지만, 기어와 같은 곡부에 높은 하중이 걸리는 특성을 지닌 기계요소에서는 접촉부위의 탄성 변형을 고려한 접촉응력이 보다 큰 설계 변수가 된다.

이론적으로, 기어 치의 두 곡면 사이의 접촉상태는 점 또는 선 접촉이다. 곡면의 탄성체가 서로 압력을 받으면, 접촉점에서의 변형으로 인한 제한된 접촉 면적이 생긴다. 이 접촉면적은 매우 작지만, 이에 따른 접촉응력은 매우 크게 된다.

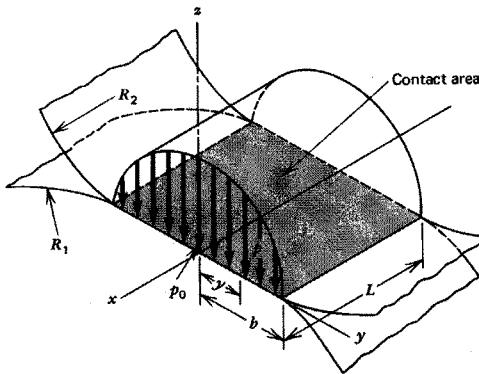


그림 2. 두 면 간의헤르츠 접촉응력이론
Fig. 2 Hertz contact stress between two surface

그림 2에서 보면 두 곡면 사이의 접촉면적과 하중에 의한 응력의 분포를 나타내고 있다. 최대 접촉응력 S_0 는 하중의 작용축 방향에 존재한다. 접촉면적은 실린더 형상의 접촉의 경우 b 와 L 로 표현된다.[6] 기어 간의 접촉의 경우, 기어 곡선 구간에 따라 곡률반경이 변하지만, 각각의 구간별로 보면, 두 개의 실린더 형상이 접촉하고 있다고 할 수 있다. 이 경우의 헤르츠 응력식은 다음과 같다.[7]

$$S = 0.564 \sqrt{\frac{F_n \left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \right)}{L \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)}}$$

- 여기서, F_n : 작용하중
 R_1 : 핀의 반경(r_p)
 R_2 : 기어의 곡률반경(ρ_c)
 [오목할 경우(+), 볼록할 경우(-)]
 L : 접촉길이
 ν : Poisson'sratio
 E : Young's modulus

2.3 면압설계강도

Hertz는 접촉응력이론을 기어의 잇면에 발생하는 접촉응력 계산에 적용하였다.

한편 맞물리는 한 쌍의 기어에서 피팅이 가장 일어나기 쉬운 곳이 피치점 부근이다. 피치점 부근의 면압 강도를 검토한다. 피치점에서 치형곡선의 곡률반지름은 기초원과 작용선이 만나는 점부터 피치점까지의 거리이며 다음과 같다.[8]

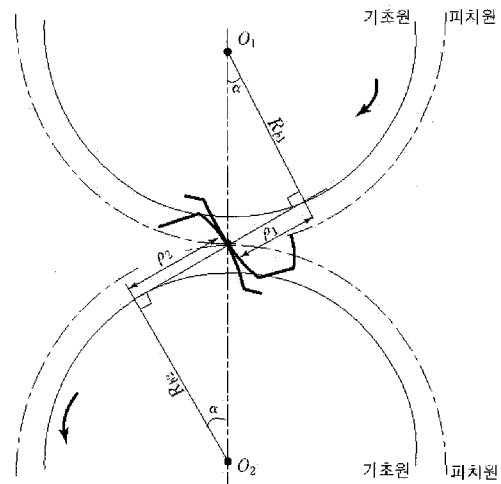


그림 3. 치형의 곡률반지름
Fig. 3 Curvature of teeth shape

$$\rho_1 = \frac{D_1}{2} \sin\alpha = \frac{mZ_1}{2} \sin\alpha \quad (18)$$

$$\rho_2 = \frac{D_2}{2} \sin\alpha = \frac{mZ_2}{2} \sin\alpha \quad (19)$$

피치점에서 이에 작용하는 전체 하중 F_n 과 회전력(접선력) F_t 와의 관계는 다음과 같다.

$$F_n = \frac{F_t}{\cos\alpha} \quad (20)$$

위의 식을 조합하고, 속도계수를 고려하면 다음과 같은 기어의 면압 강도식이 된다.

$$F_t = f_v \cdot k \cdot m \cdot b \cdot \frac{2Z_1Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (21)$$

위의 식에 $D_1 = mZ_1$ 인 관계를 적용하면 다음과 같다. 이식에는 충격계수 f_w 가 포함되지 않았다.

$$F_t = f_v \cdot k \cdot b \cdot D_1 \cdot \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (22)$$

가 된다.

- 여기서, F_t : 회전력
 k : 비응력계수 또는 접촉면응력계수
 $k = \pi \sigma_c^2 \sin(2\alpha) \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)$
 (보통 $\nu = 0.3$ 정도)
 σ_c : 허용압축응력
 b : 이너비

3. 직선 치형

3.1 직선 치형의 정의

기어의 치형은 일반적으로 인볼류트 곡선이나 사이클로이드 치형을 갖고 있다. 그러나 본 연구에서는 기존에 사용하던 치형 곡선인 인볼류트나 사이클로이드 치형이 아닌 직선으로 구성된 치형을 사용하였다. 이런 직선 치형은 사이클로이드 운동을 하는 캠 기구를 갖는 곳에서 주로 사용되어 왔기 때문에 지금까지 어떠한 물림 현상이 일어나는지에 대한 연구가 전혀 없었다. 본 논문에서는 이러한 직선 치형이 어떠한 간섭과 물림 특성이 있는지를 분석하였다.

치형 물림에서 링 기어 치폭은 표준으로 둔 상태에서 외치차 기어의 치폭을 조정하는 것으로 하였고, 직선 치형은 다음과 같이 정의하였다. 이 값에 모듈(module)을 곱하면 실제 치형의 크기가 된다. 인볼류트 치형에서는 치 높이는 표준 모듈 1을 사용하지만, 본 로봇 감속기에서는 저치인 모듈 0.5를 사용한다. 내 치차에서는 표준 거리인 1.57를 사용하고 사이클로이드 감속기에서 외 치차에 해당하는 사이클로이드 판의 치형은 표준거리보다 작은 $1.57 \times 0.97 = 1.52$ 를 사용하였다[그림 2].[9]

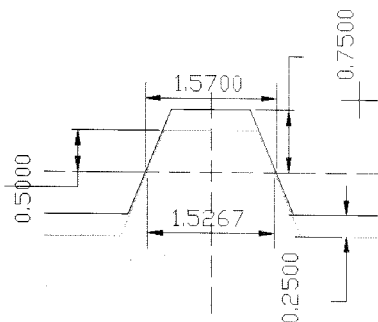


그림 4. 내치와 외치 기어에 대한 기본적인 모형
 Fig. 4 Basic tooth profile for internal and external gears.

이상과 같이 정의함으로써 내 치차와 외 치차 사이에 물림에 필요한 공간을 확보할 수 있었다.

4. FEM Simulation 결과

그림 4의 직선 치형의 기본적인 모형을 기본으로 하여 식 (21)에 의해 FEM 해석을 한 결과 그림 5에서 보는 바와 같

이 직선 치형의 강성이 해석되었다.

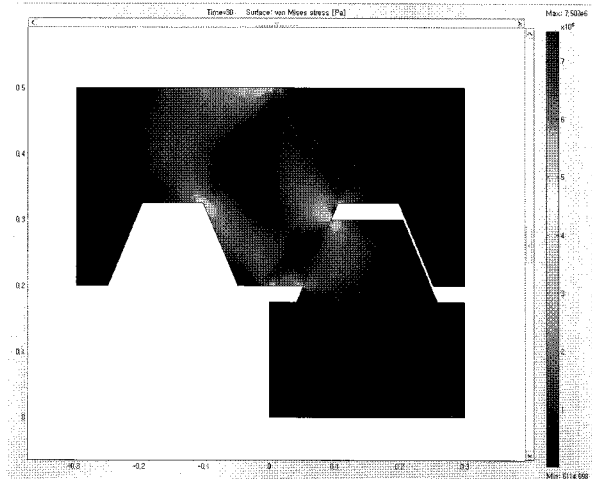


그림 5. FEM 해석 결과
 Fig. 5 The results of FEM.

해석 결과를 보게 되면 직선으로 구성된 cycloid 기어의 치형의 끝부분과 링기어의 뿌리 쪽에 응력이 집중됨을 알 수 있다. 시뮬레이션 결과를 스케일바를 통해 보면 응력이 최고 $7.5 \times 10^6 Pa$ 정도 발생했음을 확인할 수 있다.

5. 결 론

로봇의 치형은 크게 3가지로 구분 될 수 있다. 사이클로이드 치형, 인볼류트 치형과 직선으로 구성된 삼각형을 기본으로 설계된 치형이라 할 수 있다. 본 연구에서는 직선으로 구성된 치형에 대하여 FEM 툴을 사용하여 강성해석을 하였다. 그리고 실제로 직선으로 구성된 치형이 실제 감속기에 충분히 적용이 가능하다는 사실을 확인하였다. 직선으로 이루어진 치형의 개선책으로는 다음과 같다.

- 1) 편위 계수를 적절히 활용하게 되면 응력의 집중을 개선시킬 수 있음을 확인하였다.
- 2) 치형의 응력이 집중되는 링기어의 뿌리 부분과 cycloid 기어의 모서리 부분에 집중되는 응력을 분산시키기 위한 방안을 해결해야 한다.

참 고 문 헌

- [1] 日高照晃, 石田武, 松本和幸, 嬌本正孝, “サイクロイド歯車を用いたK-H-V形遊星歯車装置の回轉傳達誤差に関する研究(第1報)”, 日本機械學會論文集(C編) 第570号, 1994.
- [2] 日高照晃, 石田武, 松本和幸, 嬌本正孝, “サイクロイド歯車を用いたK-H-V形遊星歯車装置の回轉傳達誤差に関する研究(第2報)”, 日本機械學會論文集(C編) 第578号, 1994.
- [3] Blanche, J. G. and Yang, D. C. H., Trans. ASME J. Mech. Transm. Automn. Des. Vol. 111. No 337, 1989.
- [4] Darle W. Dudley, *Handbook of Practical Gear*

- Design*, McGraw-Hill, pp. 2-153, 1984.
- [5] Robert C. Juvinall, Kurt M. Marshek, "*Fundamentals of Machine Component Design*", John Wiley and Sons, pp322-329, 1991.
- [6] *Ferdinand P. Beer and E. Russell Johnston Jr.*, "*Vector Mechanics for Engineering, Statics*", McGrawHill, pp210~243, 1990.
- [7] 이종원, 황충렬, 김문생, "재료역학", 半島出版社, 1996.
- [8] 홍장표, "기계설계-이론과 실제", 북스힐, 2005
- [9] 남원기, 장인훈, 오세훈, 심귀보, "직선 치형을 갖는 로봇감속기의 설계 및 개발", 퍼지 및 지능 시스템학회 논문지, Vol 16, No. 3, pp315-320, 2006.

저 자 소 개



남원기(Won-Ki Nam)
2006년 : 중앙대학교 기계공학부 공학사
2006년~현재 : 동대학원 석사과정

Phone : +82-2-820-5314
E-mail : saengee@hanmail.net



국창호(Chang-Ho Kook)
2001년 : 대림대학 자동차공학 공학사
2005년 : 국민대학교 자동차공학 공학석사
2006년 ~ 현재 : 중앙대학교 기계공학부 박사과정

Phone : +82-2-820-5314
E-mail : cartist7@hanmail.net



함성훈(Seong-Hun Ham)
2003년 : 서일대학 자동차공학 공학사
2005년 : 국민대학교 자동차공학 공학석사
2006년 ~ 현재 : 중앙대학교 기계공학부 박사과정

Phone : +82-2-820-5314
E-mail : ham2849@hanmail.net



장인훈(In-Hun Jang)
1993년 : 중앙대학교 제어계측공학과 공학사
1999년 : 동대학원 제어계측공학과 공학석사
1999년~2000년 : (주)신도리코 기술연구소 연구원
2000년~현재 : (주)아로마솔루션 기술연구소 책임연구원
2004년~현재 : 중앙대학교대학원 전자전기공학부 박사과정

관심분야 : 지능로봇, 패턴인식, 지능형 홈 및 홈네트워크
Phone : +82-2-820-5319
E-mail : inhun@wm.cau.ac.kr



오세훈(Se-Hoon Oh)
1981년 : 중앙대학교 기계공학과 공학사
1983년 : 서울대학교 기계공학과 공학석사
1990년 : 영국 IMPERIAL COLLEGE
1990년 : 공학박사
1985년 ~ 1992년 : 한국기계연구원 로봇공학실 실장
1993년 ~ 현재 : 중앙대학교 기계공학부 교수

Phone : +82-2-817-3134
E-mail : osh@cau.ac.kr



심귀보(Kwee-Bo Sim)
1990년 : The University of Tokyo
전자공학과 공학박사

[제17권 5호(2007년 10월호) 참조]

1991년 ~ 현재 : 중앙대학교 전자전기공학부 교수
2006년 ~ 현재 : 한국퍼지 및 지능시스템학회 회장

E-mail : kbsim@cau.ac.kr
Homepage URL : <http://alife.cau.ac.kr>