

## 수동형 자기베어링의 최적 설계

이지은 · 유승열 · 노명규\*<sup>†</sup>

충남대학교 BK21 메카트로닉스사업단

\*충남대학교 메카트로닉스공학전공

## Optimal Design of Passive Magnetic Bearings

Ji-eun Yi, Seong-yeol Yoo and Myounggyu Noh\*<sup>†</sup>

BK21 Mechatronics Group, Chungnam National University

\*Mechatronics Engineering, Chungnam National University

**Abstract** – Permanent-magnet (PM) passive bearings use the repulsive forces between the rotor and the stator magnets for the bearing function. It is desirable that the stiffness of the bearing is maximized with the given volume of the magnet. The stiffness is affected by the magnet strength, the number of layers, and the magnetization patterns. Previously, finite-element method (FEM) has been used to maximize the stiffness of the bearing. In this paper, we used the equivalent current sheet method to calculate the stiffness. The validity of this approach is checked against FEM results. The optimized bearing is applied to a micro flywheel energy storage system.

**Key words** – passive magnetic bearings(수동형 자기베어링), permanent magnet(영구자석).

### 기호 설명

<b>F</b>	힘 (N)
$\mu_0$	공기의 투자율 (H/m)
$H_c$	포화 보자력 (A/m)
$K_z$	베어링의 축 방향 강성 (N/m)
$K_r$	베어링의 반경 방향 강성 (N/m)
$\tau$	토크 (N-m)
$R$	자기베어링의 반경 (m)
$\varphi$	베어링의 편주각 (rad)
$L_B$	베어링의 축 방향 길이 (m)
$D_B$	베어링의 지름 (m)
$n$	수동형 자기베어링에 사용된 자석의 층 수
$\lambda$	수동형 자기베어링의 피치 길이 (m)
$t$	수동형 자기베어링에 사용된 자석의 반경 방향 두께 (m)
$g$	공극 (m)
$h$	수동형 자기베어링에 사용된 자석 하나의 축 방향 길이 (m)

### 1. 서 론

수동형 자기베어링(Passive magnetic bearing, PMB)은 영구자석 간의 반발력을 이용한 베어링으로서[1] 기계적 마찰이 없어 소형 펌프나 소형 플라이휠 에너지 저장장치 등에서 회전체의 고속 회전이 가능하도록 해준다. 능동형 자기베어링의 경우 부상력이 전류에 의해 발생하는데 비해, 수동형 자기베어링은 부상을 위해 전류가 필요하지 않으므로, 부상시스템의 효율을 높일 수 있다. 또한, 부상을 위한 능동제어가 필요없으므로 시스템이 간소화되며 신뢰도를 향상시킬 수 있다.

Earnshaw의 정리[6]에 의하면 영구자석의 반발력으로만 모든 자유도를 구속할 수 없다. 즉, 일부의 자유도는 반드시 능동제어가 필요하다. 본 논문에서 기술하는 수동형 자기베어링의 경우, 반경방향은 영구자석의 반발력으로 수동적 제어가 이루어지지만, 축 방향으로는 불안정하여 이에 대한 능동제어나 기계적 구속이 필요하다. 능동제어가 필요한 경우, voice coil motor (VCM)와 같은 액츄에이터를 이용하여, 축방향 부상을 실현할 수 있다. 본 논문에서는 jewel bearing과 같이 최소한의 마찰을 수반하는 기계적 수단에 의해 축방향의 구

<sup>†</sup>주저자 · 책임저자 : mnoh@cnu.ac.kr

속이 이루어지는 것으로 가정하였다[2].

수동형 자기베어링의 일차적 설계 요구 조건은 주어진 자석의 부피로부터 최대한의 반경방향 강성을 얻는 것이다. 반경방향의 강성은 자석의 자화 방향이나 축방향 길이, 공극, 자석 세기 등에 의해 결정되며 최적화 과정은 이러한 여러 변수를 변화시켜 가며 최대의 강성을 얻을 수 있는 변수 값을 찾는 것으로 요약할 수 있다.

실험에 의해 강성을 얻는 방법 이외에 가장 정확하게 강성을 계산할 수 있는 방법은 유한요소해석(Finite element analysis, FEA)을 이용하는 것이다[2]. 그러나 유한요소해석은 최적화에 필요한 다수의 계산에 많은 시간이 소요된다. 강성계산을 위해 해석적 방법이 존재하는데[3,4], 이는 영구자석에 의한 자기장 및 강성을 수학적으로 구한다. 그러나, 유도과정에서 사용된 여러 가정의 한계 때문에 매우 제한된 경우에만 정확한 결과 값을 구할 수 있다.

본 논문에서는 등가 전류판[5]을 이용하여 베어링의 강성을 구하고자 한다. 등가 전류판이란 영구 자석과 동일한 자기장을 발생하는 전류판(current sheet)으로서, 등가 전류판으로 자석을 대체하고, 전류판 사이에 발생하는 힘과 강성을 해석적으로 구하여 베어링의 강성을 계산할 수 있다. 본 논문에서는 등가 전류판에 의한 강성 계산을 유한요소법 및 해석적 방법을 이용하여 비교 검증하고, 베어링의 최적 설계에 이용하고자 한다.

## 2. 수동형 자기베어링의 강성 계산

### 2-1. 수동형 자기베어링의 구조

Fig. 1은 수동형 자기베어링의 개략적인 구조를 보여주는 그림으로서, 회전자 자석과 고정자 자석으로 이루어져 있으며, 각각의 자석은 환형의 영구자석이 몇 개의 층으로 쌓여서 구성되어있다. 수동형 자기베어링의 단면을 보면 환형의 자석은 어느 한 방향으로 자화가 되어있는데, 이것에 의해 회전자와 고정자 사이에 반경 방향으로의 반발력이 생긴다.

자화 방향의 배열은 두 가지 종류가 있는데, 그 중 하나가 Fig. 1(b)의 axial array이며 다른 하나가 Fig. 1(c)의 Halbach array이다. Axial array는 축방향으로 자화되어 있으며 자화 방향이 180°씩 회전하는 배열이고, Halbach array는 회전자와 고정자의 자화 방향이 서로 반대 방향으로 90°씩 회전하면서 쌓이는 배열이

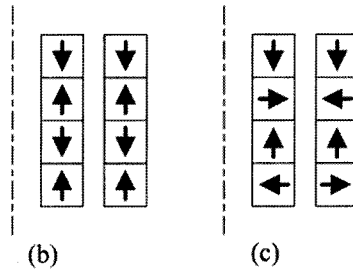
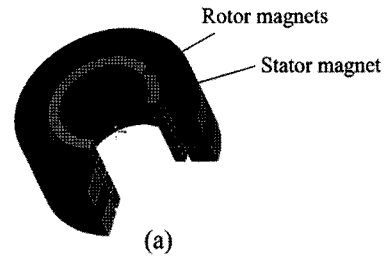


Fig. 1. The structure and magnetization patterns of passive permanent bearings.

다. 일반적으로 axial array보다 Halbach array가 더 높은 강성을 낼 수 있지만, Halbach array의 경우 반경방향 자화가 필요하며 이에 따른 제작의 어려움 때문에 본 논문에서는 axial array에 초점을 맞춰 강성계산을 하고자 한다. 그러나 본 논문에서 사용하는 등가 전류판을 이용한 강성 계산은 axial array 뿐만 아니라 Halbach array에 대해서도 동일하게 적용 가능하다.

### 2-2. 등가 전류판을 이용한 강성 계산

수동형 자기베어링에 쓰이는 자석이 균일하게 자화되어 있다고 가정하면, 자석에 의해 발생하는 자기장은 선형성을 띄게 되며 그에 따라 중첩의 원리를 적용하여 회전자와 고정자 사이의 힘은 각각의 자석 사이의 힘을 더함으로써 구할 수 있게 된다. 여기에서 힘은 자석을 등가 전류판으로 대체함으로써 해석적으로 구할 수 있다. 2-D의 x-y평면에서 z-축으로 무한히 긴 등가 전류판  $S_1$ 과  $S_2$  사이의 힘은 다음과 같은 식으로 구해진다.

$$F = \frac{\mu_0 H_c^2}{4\pi} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1}{|\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1|^3} ds_2 ds_1 \tag{1}$$

여기에서  $\mathbf{s}_1$ 과  $\mathbf{s}_2$ 는 등가 전류판에 위치하는 임의의 점들이다. 만약 환형 자석의 지름이 반경 방향 두께보다 훨씬 크다고 가정한다면, 환형의 자석은 막대 모양의 자석처럼 길게 펼 수 있고 이것을 등가 전류판으로 대체시켜 식 (1)을 이용하여 등가 전류판 쌍 사이의 힘을 계

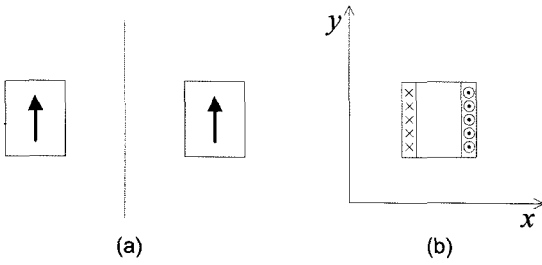


Fig. 2. (a) Cross section of ring permanent magnet. (b) Current sheet substituted for permanent magnet.

산할 수 있다. 이러한 과정이 Fig. 2에 나타나있다. 자화 방향의 배열이 axial array이거나 Halbach array임에 상관 없이 등가 전류판 쌍의 관계는 Fig. 3의 4가지 경우 중에 하나이다. 이 중 Fig. 3(a)의 경우, 축 방향 강성은 식 (1)로부터 다음과 같이 유도된다.

$$K_z = \frac{1}{2} \mu_0 H_c^2 R_{avg} \ln \frac{\{\Delta z^2 + (W_r + \Delta r)^2\} \{\Delta z^2 + (W_r' + \Delta r)^2\}}{(\Delta r^2 + \Delta z^2) \{\Delta z^2 + (W_r + W_r' + \Delta r)^2\}} \quad (2)$$

여기에서  $R_{avg}$ 는 한 쌍의 등가 전류판의 평균 반지름 으로서 다음과 같은 식으로 구할 수 있다.

$$R_{avg} = \frac{1}{2}(r + r') + \frac{1}{4}(W_r + W_r') \quad (3)$$

Fig. 3(b), Fig. 3(c), Fig. 3(d)와 같은 등가전류판의 조합인 경우 축 방향 강성은 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

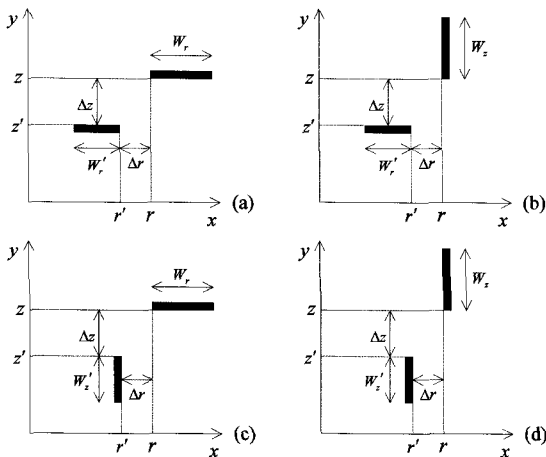


Fig. 3. The four cases of current sheet pairs.

$$K_z = \mu_0 H_c^2 R_{avg} \left[ -\tan^{-1} \frac{\Delta r}{W_z + \Delta z} - \tan^{-1} \frac{W_r + \Delta r}{\Delta z} + \tan^{-1} \frac{W_r' + \Delta r}{W_z + \Delta z} + \tan^{-1} \frac{\Delta r}{\Delta z} \right] \quad (4)$$

$$K_z = \mu_0 H_c^2 R_{avg} \left[ -\tan^{-1} \frac{\Delta r}{W_z + \Delta z} - \tan^{-1} \frac{W_r + \Delta r}{\Delta z} + \tan^{-1} \frac{W_r + \Delta r}{W_z + \Delta z} + \tan^{-1} \frac{\Delta r}{\Delta z} \right] \quad (5)$$

$$K_z = \frac{1}{2} \mu_0 H_c^2 R_{avg} \ln \frac{(\Delta r^2 + \Delta z^2) \{\Delta r^2 + (W_r + W_r' + \Delta r)^2\}}{\{\Delta r^2 + (W_r + \Delta z)^2\} \{\Delta r^2 + (W_r' + \Delta z)^2\}} \quad (6)$$

축 방향 강성이 구해지면 반경 방향 강성은 Earnshaw 정리로부터 다음과 같이 구할 수 있다[6].

$$K_r = -\frac{K_z}{2} \quad (7)$$

수동형 자기베어링은 반경방향 강성뿐만 아니라 회전에 따른 편주 강성도 존재하는데, 이는 축방향 강성이나 반경방향 강성으로부터 구할 수 있다. Fig. 4(a)는 베어링의 단면을 그린 그림인데, 이 단면의 중심을 기준으로 회전자가 편주 방향으로 회전하게 되면 반경 방향과 축 방향으로의 이동이 동시에 일어나게 된다. 이러한 반경방향과 축방향의 이동은 중심선으로부터 떨어진 거리에 따라 다르며, 따라서 강성에 의해 발생하는 토크 또한 달라진다. Fig. 4(b)와 같이 임의의 각  $\theta$ 에서 축방향 강성에 의해  $Rd\theta$ 에 작용하는 토크를 구하고 이를 적분하면

$$\tau_{yaw, axial} = \frac{K_z}{2} R^2 \phi \quad (8)$$

와 같은 식을 얻을 수 있다. 편주운동에 의한 반경방향의 움직임은 Fig. 4(a)에서 보는 것처럼  $z\phi$ 만큼 이

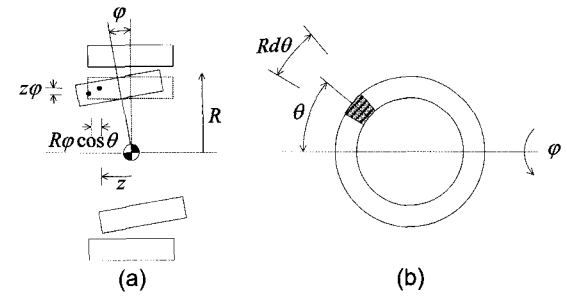


Fig. 4. Yaw motion of the radial bearing.

동하게 된다. 회전자를 축 방향으로 잘게 등분한  $dz$ 에서의 반경 방향 힘은  $K_r z \varphi dz / L_b$ 이다. 이러한 입자들의 힘을 적분하면 여기에서의 토크를 얻을 수 있다.

$$\tau_{yaw, axial} = \frac{K_r}{12} L_b^2 \varphi \quad (9)$$

식 (8)과 (9)를 이용하여 총 편주 강성을 구하면 다음과 같다.

$$K_\varphi = \frac{1}{12} (L_b^2 - 3D_b^2) K_r \quad (10)$$

2.3. 등가전류판 방법의 검증 및 비교

등가 전류판을 이용한 강성계산을 검증하기 위해 Fig. 5와 같은 크기를 가진 수동형 베어링에 대해 회전자의 내경, 고정자의 외경, 공극의 크기를 고정하고 회전자의 외경과 고정자의 내경을 동시에 변화시키며 강성 계산을 여러 가지 방법을 통해 수행하였다. 고정자와 회전자는 NdFeB 계열의 영구자석이며 축방향으로 자화된 4개의 환형자석으로 이루어져, 총 16 mm의 축방향 길이를 가진다. 강성계산 결과는 Fig. 6에 나타나 있는데, 우선 등가전류판에 의한 강성과 유한요소 해석에 의한 강성 계산 결과는 매우 유사한 경향을 보여준다. 유한요소해석에 의한 결과와 등가전류판에 의한 결과 사이의 최대 오차는 6% 이내이다. 따라서 등가전류판을 이용한 강성계산이 최소한 유한요소해석을 통한 계산만큼의 정확도를 제공한다고 할 수 있다.

앞에서 기술한 바와 같이 axial array 형태의 수동형 자기베어링의 경우 몇 가지 해석적인 방법이 존재한다. 이러한 해석적인 방법은 Maxwell 방정식으로부터 영

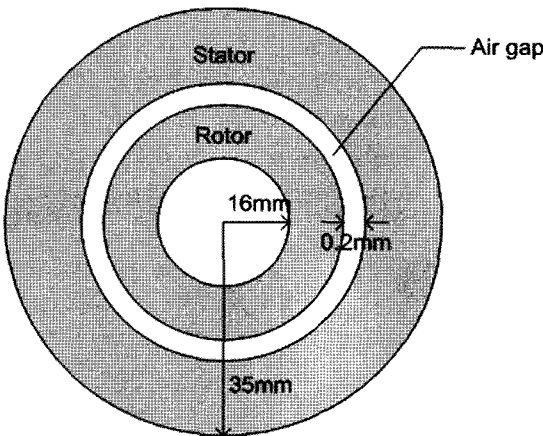


Fig. 5. Design example of PM magnetic bearing.

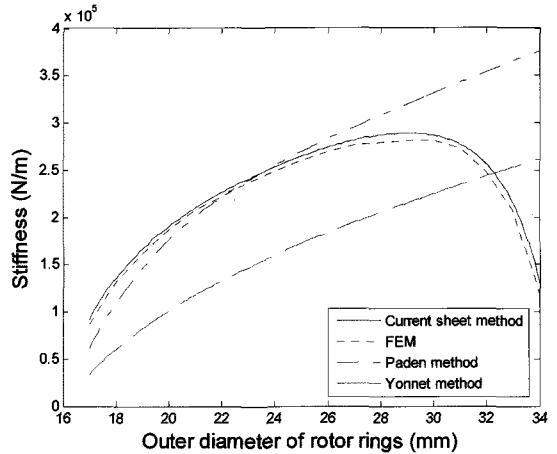


Fig. 6. Radial stiffness calculated by several methods

구자석간의 힘과 강성을 수학적으로 구하는데, 방정식의 해를 구하기 위해 여러 가지 가정을 하게 된다. 예를 들어 Paden[3]의 경우 짝수 층으로 이루어진 영구자석 베어링이 무한히 반복된다고 가정하여

$$K_r = L_b D_b \left( \frac{2n-1}{2n} \right) \left( \frac{4B_r^2}{\lambda \mu_0} \right) \sum_{l=1, odd}^{\infty} \frac{1}{l} (1 - e^{-l2\pi/\lambda})^{-l2\pi g/\lambda} \quad (11)$$

와 같은 강성 계산식을 제안하였다. 또한 Yonnet[4]는 회전자와 고정자의 반경 방향 두께가 같다고 가정하여

$$K_r = -\frac{B_r^2}{2\mu_0} R_m \ln \frac{(2l+g)^2 g^2 [(l+g)^2 + h^2]^2}{(l+g)^4 [(2l+g)^2 + h^2] (g^2 + h^2)} \quad (12)$$

와 같이 반경방향 강성을 계산하였다. 식 (11)과 (12)에 의한 결과도 Fig. 6에 나타나있다. 유한요소해석이나 등가전류판 방법에 의한 결과와는 매우 큰 오차를 나타내며, 강성 변화의 경향 또한 매우 다르다. 식 (11)과 (12)의 또다른 문제점은 axial array에만 사용할

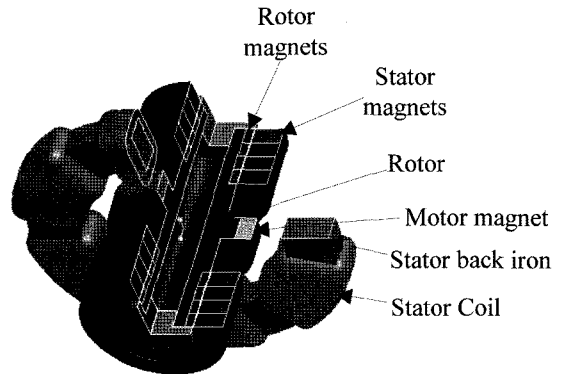


Fig. 7. Micro flywheel energy storage system.

수 있다는 것이다. 그에 비해 등가전류판을 이용한 방법은 임의의 자화방향을 가지는 수동형 베어링에 적용할 수 있다.

### 3. 수동형 자기베어링의 적용예

수동형 자기베어링은 유아용 인공심장 구동용 소형 펌프[7] 등에 적용된 바 있다. 본 연구에서는 소형 플라이휠 에너지 저장장치(Micro flywheel energy storage system, MFESS)에 적용된 예[8]를 살펴보고자 한다. 플라이휠 에너지 저장장치는 전기적 에너지를 기계적 회전에너지로 저장한 후 필요시 다시 전기적 에너지로 변환하는 장치로서, 환경친화적이며, 긴 수명, 높은 에너지 밀도 등의 장점을 가지고 있다. 소형 IT 기기나 인공장기 등은 안정적 전원 공급이 중요한데, 태양 전지나 소형 연료전지 등은 이러한 요구조건을 만족하는데 어려움이 있을 수 있다. 초소형 플라이휠 에너지 저장장치는 에너지원과 대상체 사이에서 전력 공급을 균일화할 수 있으며 보조 전원으로 활용될 수도 있다.

Fig. 7은 초소형 플라이휠 에너지 저장장치의 개념도로서 회전축 중앙에 회전에너지 저장과 모터/발전기 역할을 하는 플라이휠이 있으며 축의 양단에 부상을 위한 수동 자기베어링이 장착되어 있다. 축방향의 구속은 점접촉을 하는 강구(steel ball)나 jewel bearing에 의해 이루어진다. 와전류와 hysteresis에 의한 손실을 최소화하기 위해 모터/발전기는 toroidally-wound BLDC type이 사용되었다.

플라이휠을 부상하기 위한 수동형 자기베어링의 설계 목표는 자석의 부피 대비 최대한의 강성을 얻는 것이다. 강성이 최대화된 회전체의 운전 속도 또한 증가하게 되고 플라이휠 에너지저장장치의 에너지 밀도가 증가하기 때문이다. Fig. 6에서 볼 수 있는 바와 같이 베어링의 강성은 회전자와 고정자가 특정한 크기를 가질 때 최대화되며, 이 최적화 과정은 등가전류판 방법을 사용하였을 때 빠르게 이루어질 수 있다. 본 연구에서는 sequential quadratic programming 방법을 이용하여 최적화 과정을 수행하였다.

시스템이 최대의 에너지를 저장할 수 있도록 최적화되었을 때, 플라이휠의 무게는 90.2 g이고 관성 모멘트는  $3.3578 \times 10^{-6} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ 이다. 그리고 영구자석의 재료로 NdFeB40을 사용하였을 때, 수동형 자기베어링의 강성은  $1.9020 \times 10^5 \text{ N/m}$ 이고 회전자의 최대 운전 속도는

19000 rpm정도이다. 최대 운전 속도는 회전자의 첫 임계속도이하로서 수동형 자기베어링의 댐핑이 작은 것을 고려하여 결정되었다. 플라이휠의 최대 에너지 저장 용량은 2 mWh정도이다.

### 4. 결 론

본 논문에서는 등가전류판 방법을 이용하여 수동형 자기베어링의 강성을 계산하였다. 등가전류판 방법으로 인해 비교적 적은 계산량으로 유한요소해석과 비견가는 정확도의 강성 계산이 가능하게 되었다. 또한 초소형 플라이휠 에너지 저장장치에 수동형 자기베어링을 적용하고 등가전류판 방법을 이용하여 베어링의 최적 설계를 수행하였다. 향후, 실험적으로 측정된 베어링의 강성과 등가전류판에 의한 강성 계산의 비교가 이루어져서 등가전류판 방법의 실험적 검증이 이루어져야 할 것이다.

### 참고 문헌

1. F. T. Backers, "A Magnetic Journal Bearing," Philips Technical Review, Vol. 22, pp. 232-238, 1960.
2. R. Moser, J. Sandtner and H. Bleuler, "Optimization of Repulsive Passive Magnetic Bearings," IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 42, No. 8, pp. 2038-2042, 2006.
3. B. Paden, N. Groom and J. F. Antaki, "Design formulas for Permanent-magnet Bearings," Transactions of the ASME, Vol. 125, pp. 734-738, 2003.
4. J. -P. Yonnet, G. Lemarquand, S. Hemmerlin and E. Olivier-Rulliere, "Stacked Structures of Passive Magnetic Bearings," American Institute of Physics, Vol. 70, No. 10, pp. 6633-6635, 1991.
5. C. Chen *et. al.*, "A Magnetic Suspension Theory and Its Application to the HeartQuest Ventricular Assist Device," Artificial Organs, Vol. 26, No. 11, pp. 947-951, 2002.
6. S. Earnshaw, "In the Nature of Molecular Forces which Regulate the Constitution of the Luminiferous Ether," Cambridge Philosoph. Trans., Vol. 7m, pp. 97-112, 1842.
7. M. D. Noh, *et.al.*, "Magnetic Levitation for the PediaFlow™ Ventricular Assist Device," Advanced Intelligent Mechatronics, 2005.
8. S. Yoo, J. Yi and M. D. Noh, "Design of Micro Flywheel Energy Storage System," ICMDT2007, Sapporo, Japan, July 1-3, 2007.