

테셀레이션(Tessellation)을 활용한 수학학습이 공간감각능력에 미치는 효과 분석¹⁾

박 현 미²⁾ · 강 신 포³⁾ · 김 성 준⁴⁾

본 연구는 공간감각능력의 신장을 위한 테셀레이션 학습 프로그램을 개발하고, 테셀레이션을 활용한 수학학습이 공간감각능력의 신장에 효과가 있는지를 분석한 것이다. 이를 위해 부산광역시 G초등학교 5학년 1개반(24명)을 대상으로 성별에 따라 구분하고, 학업성적에 따라 상, 하 2개의 집단으로 구분하여 실험연구 결과를 분석하였다. 실험설계로는 준-실험 설계 중 단일집단 전후검사설계(one-group pretest-post test design)가 적용되었다. 실험집단에는 아침자습시간, 재량활동시간, 수학교과시간을 통해 맵그랩, 패턴블록, GSP를 이용한 테셀레이션 학습 프로그램이 적용되었으며, 공간감각능력의 신장을 검사하기 위한 도구로는 'K-WISC-III 동작성 검사'를 위주로 한 공간감각검사지를 사용하였다. 연구결과에서는 테셀레이션을 활용한 수학학습은 공간감각의 하위 요소인 눈-운동 지각, 지각 지속성, 형-배경 지각, 위치 지각, 시각적 변별의 5가지 영역의 전체 평균에서 성적($F=140.088$, $p=.000$ 수준)과 시기($F=49.659$, $p=.000$ 수준)에서 모두 유의미한 차이를 보였다. 그러나 성별($F=1.004$, $p=.322$ 수준)의 경우 전체 평균에서의 유의미한 차이를 발견할 수 없었다.

[주제어] 공간감각, 테셀레이션, 단일집단 전후검사설계, 공간감각검사지

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

최근 기하 교육에서는 아동들을 둘러싸고 있는 환경과의 관계를 탐구하고, 발견하고, 조작적인 자료를 사용하는 비형식적 기하를 강조하고 있다. 또한 아동들을 둘러싸고 있는 환경과 그 속에 존재하고 있는 사물의 이동, 배치 등을 상상할 수 있는 공간적 능력으로서 공간감각(spatial sense)을 강조하고 있다. NCTM(2000)에서는 도형의 변화를 공간감각에 대한 기하 교육의 중요한 측면으로 보고, 공간감각의 발달을 위해서는 비형식적인 방법으로 구체적인 자료를 사용하거나 조사, 실험, 탐구를 통하여 여러 위치에서 도형을 시각화하고, 비교하는 활동 등을 강조하고 있다. 기하학습에서는 아동들이 학습한 기하학적 지식

1) 이 연구는 2006학년도 부산교육대학교 초등교육연구소 지원(교과교육연구)에 의한 것임.

2) [제1저자] 부산구덕초등학교

3) 부산교육대학교 수학교육과

4) 부산교육대학교 수학교육과

은 공간적인 현상에 대한 직접적인 조작 활동이 없으면 이해하기 힘들 뿐 아니라 도형 학습에서의 의미를 찾지 못하게 된다(신동선, 류희찬, 1998).

우리는 일상생활에서 테셀레이션(tessellation)의 많은 예를 접하고 있으나 아동들은 어떻게 그러한 무늬들이 포개어지거나 빈틈없이 채워질 수 있는지에 대해 크게 의문을 갖지 않는다. 테셀레이션은 규칙적 공간분할의 기법으로 마루나 욕실 바닥에 깔려 있는 타일처럼, 어떠한 틈이나 포개짐이 없이 평면이나 공간을 완벽하게 덮는 것을 말한다. 미국의 경우 테셀레이션은 1960년대부터 다양한 수준에서 변환의 기하학을 쉽고 재미있게 소개하는 교육과정의 일부분으로 다루어져왔다. 여러 방법의 테셀레이션 활동은 학생들이 많은 수학적 개념(대칭과 변환)들과 만나고, 개념들을 통합적으로 이해할 수 있게 해준다. 또한 이러한 테셀레이션 활동은 예술적 창조와 기하학적 탐구를 가능하게 한다(NCTM, 1989).

초등학교 도형 영역은 도형 개념과 공간개념을 육성시키고 직관력과 논리적 사고력을 향상시키며, 발전적 창조적인 사고 방법을 기르고 심미안적인 안목을 기르는 것을 목표로 한다. 이를 위해서 교사는 아동이 주체가 되는 수학적 탐구 환경을 마련하고 이 탐구 환경에서 아동이 자기 주도적인 탐구를 수행할 수 있도록 학습 방법을 마련해야 한다. 여기서 공간감각은 아이들의 주위환경 속에서 계속적으로 보고, 듣고, 움직이는 활동을 통하여 기를 수 있는 것이므로(최순만, 김영선, 1997), 초등학교 아동에게 주위 환경 속에서 구체적인 조작활동을 통한 비형식적인 탐구가 무엇보다 중요하게 다루어져야 한다. 즉, 추상적인 도형 영역의 효과적인 학습을 위해서는 아동에게 다양한 시각적 경험과 탐구 기회를 제공해 줄 필요가 있다. 특히 제7차 교육과정에서는 공간감각의 발달을 위해 각 단계별로 탱그램, 무늬 만들기와 같은 활동들이 강조되고 있다. 그리고 교사의 선택에 따라서는 패턴블록이나 GSP 등을 활용하여 테셀레이션을 지도할 수 있다. 그 가운데 GSP를 활용한 학습은 도형의 움직임을 직접 조작하면서 사고과정을 예측하고 확인하는 활동을 중심으로 도형의 개념 형성(배윤희, 2000)뿐만 아니라 테셀레이션 활동에도 효과가 있다(전영아, 2002). ㅎ

이처럼 테셀레이션 활동은 다양한 방법으로 구성될 수 있을 뿐 아니라 이를 학습하는 과정에서 자연스럽게 수학적 개념을 습득할 수 있으며 '생활 속의 수학'을 체험할 수 있는 활동이다. 제7차 교육과정에서 테셀레이션 활동은 직접적으로 제시되어 있지는 않으나, 탱그램, 패턴블록, GSP 등을 활용한 테셀레이션 학습프로그램을 구안할 수 있는 환경이 마련될 수 있으며 또한 이를 통해 공간감각능력의 신장과의 관계를 살펴볼 수 있을 것이다. 이에 본 연구에서는 탱그램, 패턴블록, GSP 등 다양한 조작 활동을 바탕으로 한 테셀레이션 활용 수학학습을 실시하고 이러한 수학학습이 공간감각능력의 신장에 미치는 효과를 분석하고자 하였다.

II. 이론적 배경

1. 공간감각

ㅎ제7차 수학과 교육과정에서의 핵심적인 변화는 가운데 하나는 수학적 감각의 개발에 있다. 즉, 수학교육에서 수학적 활동을 강조하는 가운데 비형식적인 지도에 의해 획득될 수 있는 수학적 감각의 개발에 중점을 두고 있는데, 이를테면 '수와 연산' 영역에서의 수 감각(number sense)과 연산감각(operation sense)을 비롯하여 '도형' 영역에서의 공간감각(spatial sense), 그리고 '측정' 영역에서의 양감(量感)의 개발 등은 초등학교 수학교육의 중

요한 목표로 등장하고 있다. 이 가운데 특히 공간감각은 공간지각능력 또는 공간시각화 능력 등으로도 불려지고 있는데, 이러한 공간감각에 대한 정의는 그동안 다양하게 제시되어 왔다.

NCTM(1989)에서는 공간감각을 관찰자 주변의 사물에 대한 직감의 일부분으로 보고 있으며, 공간에 대한 비형식적인 지도에 의해 획득되는 감각적 측면을 의미한다. Browning 와 Channell(1992)에 따르면, 어린이들이 자신의 물리적 환경을 접하여 심상을 형성하고 다른 시각으로 변화를 시킬 수 있으며 평면에 표현을 할 수 있으며 일반화된 심상을 형성하는 것으로 공간감각을 정의하고 있다. 우리나라의 경우 공간감각에 대한 연구는 1990년대 이후 등장하였다. 구광조(1994)에 따르면 공간감각은 자기 주위의 상황과 그 물체에 대한 직감을 의미하며, 신국환(1998)은 자신의 눈을 통해서 사물의 패턴·모양·위치·움직임을 관찰한 것과 소리·촉감·냄새·신체 위치·과거의 경험을 통해 얻은 정보를 종합적으로 인지한 것에 대해 갖게 되는 직관으로 공간감각을 보다 폭넓게 제시하고 있다. 그리고 이태식(2000)은 대상물간 또는 대상물 내의 사의의 관계, 위치, 변화 등에 대한 심상과 관련된 감각으로 정의하였으며, 신준식(1992)은 사람이 외부로부터 자극을 받았을 때 머리 속에서 상(像)을 형성하는 능력과 그 상을 머리 속에서 조작하는 능력으로 공간감각을 표현하였다.

이상의 공간감각에 대한 여러 정의들을 종합해보면, 공간감각능력이란 사물에 대한 직감으로, 사물 자체의 위치와 변화를 직관적으로 파악하거나 또는 외부로부터 어떤 자극을 받았을 때 직관적으로 사물의 상(像)을 형성하는 능력과 그 상을 머리 속에서 조작하는 능력을 의미한다는 것을 알 수 있다.

다음에서는 본 연구에서 테셀레이션 학습 프로그램을 통한 수학학습과 관련해서 살펴볼 공간감각의 하위요소로, Del Grande(1990)가 제시한 7가지 요소 가운데 눈-운동 지각, 지각 지속성, 형-배경 지각, 위치 지각, 시각적 변별의 5가지 영역에 대해 간략하게 살펴본다(교육인적자원부, 2004).

가. 눈-운동 지각(Eye-motor coordination)

눈과 운동 지각은 신체의 움직임과 시각의 협응 능력을 포함하는 것으로 기하학적 아이디어나 개념을 이해하는 데 필요하다. 장애물을 넘을 때나 달리거나 공을 찰 때마다 눈은 아동들의 발의 움직임을 조정한다. 따라서 눈과 운동 지각은 시각과 몸의 조정능력으로 볼 수 있다. 따라서 시각과 운동 신경의 조절을 위해서는 사고와 행동을 일치시키는 능력을 키울 필요가 있다. 이러한 눈-운동 지각 활동의 예로는 점과 점을 이어 형태 만들기, 형태를 따라 그리기, 형태 안에 색칠하기, 구체물을 이용하여 삼각형, 사각형 등의 평면도형을 만드는 것, 미로 찾기 등이 있다.

나. 지각 지속성(Perceptual constancy)

지각 지속, 형태 지속성은 공간 내에 크기, 그림자, 질감 위치 등의 다양하게 나타난 어떤 기하학적 그림의 인지 활동이거나 같은 기하 그림으로부터 그들 사이의 차이를 식별하는 행위이다. 지각적인 지속성은 움직임에 따라 계속적으로 변하는 모습보다 사물의 항상적인 특징을 강조하는 것으로 예를 들면 정사각형 카드를 책상 바닥에 놓고 아동이 쳐다보는 동안 카드를 꼭지점 바닥으로 45도 회전시켜서 이전과 이후 같은 정사각형이라는 것

으로 인식하는 것은 지각적 지속성을 가지고 있는 것이다. 이처럼 지각적 지속성은 공간에서의 위치, 크기, 질감, 그림자의 변화에도 불구하고 기하 형태의 유사성과 동일을 변별 인식하는 것으로 같은 형태이지만 다른 크기의 같은 그림을 식별하기, 크다, 작다와 같이 물체의 크기에 의해 분류하기, 같은 크기 형태를 갖는 그림 식별하기 등이 있다.

다. 형-배경 지각(Figure-ground perception)

형-배경 지각이란 어떤 상황 속에서 특수한 형태를 식별하는 시각적 행위나 교차된, 숨은 형태가 사용된 복잡한 배경에 대한 그림의 인지에 있어서 변화를 전개하는 시각적 행위를 말한다. 특수한 모양을 인지하는데 있어서 그것을 둘러싸고 있는 관계가 없는 것들은 무시해야 하고, 부적절한 자극 때문에 산만해져서는 안 된다. 이 능력을 때때로 배경 그림 속에서 전경을 식별하는 것으로 묘사되어진다. 이러한 활동의 예로는 숨은 그림 찾기, 부분을 이어 형태 만들기, 교차하는 직선들과 겹쳐져 있는 도형들에서 특수한 도형 찾기, 조각을 이어 형태 만들기 즉, 탱그램, 패턴블록 활동 등이 이에 속하며, 부분 그림을 완성하기, 도형의 닳은 점과 다른 점 찾기 등이 있다.

라. 위치 지각(Position-in-space perception)

공간 내에서 위치 지각은 공간 속의 물체와 자기와의 관계하는 능력이다. 즉 공간 내에 있는 자기는 주어진 영역 안에 있고 그들은 물체를 뒤, 앞, 위, 아래 또 그들 옆에 있다고 인지한다. 공간에서의 위치 지각에 어려움을 있는 아동은 글을 거꾸로 읽으며, 그에 따라 쓰기와 연산에도 어려움을 갖는다. 공간 내에서의 위치 지각은 공간 내에서 물체와 자신과의 관계를 의미하며 앞, 뒤, 위, 아래 등의 관계를 포함하며 문자나 숫자의 형태 구별, 도형의 회전과 대칭 이동, 거울의 상 만들기, 위치에 의한 패턴활동 등이 있다.

마. 시각적 변별(Visual discrimination)

시각적 변별력은 두 세 물체 사이의 동질성, 차이점을 식별하는 능력으로 사물과의 차이를 변별 인식하는 능력으로 위치와는 독립적이다. 이를 위해서 쌓기 나무와 같은 기하학적인 모양이나 대상들을 같은 종류로 나누어 보거나 분류하는 활동은 아동의 시각적 변별을 학습하는데 도움을 준다. 이를테면 물체 찾기, 여러 가지 분류 활동, 같은 것 짝짓기 등이 있다.

2. 테셀레이션(Tessellations)

우리 생활 주변에는 어떠한 틈이나 포개짐이 없이 반복되는 모양으로 평면을 덮는 패턴을 욱실의 타일 혹은 빌딩 바닥 면에서 찾아 볼 수 있는데, 이처럼 구멍이나 틈새없이 반복되는 규칙적인 무늬로 평면을 타일로 덮는 방법을 테셀레이션이라고 한다(채희진, 1998). 테셀레이션은 타일갈기나 모자이크와 동일어이며(류희찬, 조완영, 1999), 평면 테셀레이션은 하나 또는 그 이상의 모양으로 구성되는데, 어떠한 틈이나 포개짐이 없이 완벽하게 표면을 덮는 패턴을 의미한다. 테셀레이션을 좀 더 수학적으로 정의하면 특정한 닫힌 모양의 반복으로 이루어진 무늬들이다. 이 때 반복된다는 것은 테셀레이션을 같은 모양의 부분들로 쪼갤 수 있음을 의미하며, 그 부분이 테셀레이션 전체에서 반복되는 닫힌 모양이다. 우

리가 일상적으로 말하는 패턴은 반드시 닫힌 모양의 반복이 아니어도 된다는 점에서 테셀레이션과 차이를 보인다. 즉, 패턴은 무늬의 반복이 있으나 무늬가 닫혀 있지 않다. 이처럼 테셀레이션은 평평한 표면을 빈틈없이 겹치지 않게 덮는 디자인을 말하며 평면은 모든 방향으로 끝없이 확장되기 때문에 그 페이지의 가장자리와 꼭 맞을 필요는 없지만 모든 방향으로 무한하게 확장되는 특징을 가지고 있다.

테셀레이션은 이를 학습하는 과정에서 자연스럽게 수학적인 개념을 습득하며 시각적으로 아름답기 때문에 구체물이나 그림의 옮기기, 뒤집기, 돌리기, 대칭과 관련하여 이를 수학 교수-학습 과정에 도입하게 되면 수학에 대한 흥미를 불러일으킬 수 있다는 장점이 있다. 또한 테셀레이션으로 이루어진 작품 이를테면, Escher의 작품들을 보고 그것을 분석하여 다시 재현해 보는 과정에서 공간의 분할을 자연스럽게 이해할 수 있게 된다.

3. 테셀레이션 학습 프로그램을 위한 조작교구

도형의 개념 형성 학습에 따르는 추상화 능력 혹은 영상의 구성 능력은 지각작용에 기반을 둔 감각적 경험을 바탕으로 구체물의 조작활동을 통해서 성취되어야 하고 이러한 활동적 학습과정은 공간적 사고를 이해하는 데 중요하다(박성택, 1997). 따라서 도형 학습에서 공간감각능력 향상을 위해서는 지각 작용에 기반을 둔 감각적 경험을 바탕으로 구체물의 조작 활동이 필요하며 다음에서는 테셀레이션 학습 프로그램으로 제공된 패턴블록과 탠그램, GSP에 대해 간략하게 살펴보았다.

가. 패턴블록(Pattern block)

패턴블록(pattern block)은 1960년대 초 미국의 초등과학연구회가 평면상의 여러 가지 패턴 탐구에 도움을 주기 위해 개발한 학습 자료이다. 패턴블록은 여섯 가지의 잘 알려진 기하학적 기본도형으로 되어 있으며, 각 블록의 규격은 어린이들이 손 조작을 하기에 적합하도록 한 변의 길이는 모두 1 inch(사다리꼴의 아랫변만 다른 길이의 2배)이며 두께는 1 cm이다. 이 가운데 평행사변형, 사다리꼴, 정육각형은 모두 정삼각형의 합성에 의해, 또 사다리꼴, 평행사변형, 정삼각형은 모두 정육각형의 분할에 의해 생성되는 것들이다. 즉, 평행사변형, 사다리꼴, 정육각형 각각은 정삼각형의 넓이의 2배, 3배, 6배에 해당함을 나타내고 있으며, 정사각형의 넓이는 긴 마름모의 넓이의 2배이다. 패턴 블록의 모든 내각의 크기는 30° 또는 그 정수 배에 해당하는 것으로 구성되어 있다.

나. 탠그램(Tangram)

고대 중국의 퍼즐게임인 탠그램은 직소우(jigsaw; 끼워 맞추어 본래의 그림을 만드는 어린이 장난감 놀이) 퍼즐의 한 종류로, 직각 이등변삼각형 5개, 정사각형 1개, 평행사변형 1개의 조각들로 구성되어 있다. 일반적으로 탠그램은 정사각형 탠그램과 직사각형 탠그램이 활용되고 있으나, 본 연구에서는 원형탠그램을 비롯하여 달걀탠그램과 하트탠그램 등 다양한 탠그램을 활용하였다.

다. GSP(Geometer's SketchPad)

탐구형 소프트웨어인 GSP는 컴퓨터 스크린 상의 도형을 직접 조작하면서, 도형의 성질

이나 관계 등을 탐구할 수 있도록 고안된 소프트웨어이다. GSP는 기본적으로 점, 직선, 그리고 원을 이용하여 여러 기하학적 표현을 쉽고 명확히 구현할 수 있으며, 이러한 그림들은 빠르고 엄밀하게 도형들의 본질적인 관련성을 쉽고 명백하게 나타낼 수 있도록 만들어져 있다(배윤희, 2000). 그 특징으로는 각의 이등분선, 선분의 중점, 평행선 그리기, 수직선 그리기 등 기본적인 작도 기능을 한 번에 수행할 수 있으며, 도형 사이의 관계와 특정한 도형자체 모두를 관찰할 수 있으므로 여러 가지 도형사이의 관계에 대한 명확성을 높여 이해를 도울 수 있는 등 다양한 장점들이 있다. 본 연구에서는 GSP를 활용하여 도형의 이동을 지도함으로써 테셀레이션 활동으로 이어질 수 있도록 하였다.

Ⅲ. 연구 내용 및 방법

본 연구에서 연구대상은 부산광역시 G초등학교 5학년 1개 학급 24명(남 13명, 여 11명)으로, 연구를 위한 집단구분은 성별에 따라, 학업성적에 따라 이루어졌다. 학업성적의 구분은 3월 초에 실시한 수학 기초학력평가를 기준으로 80점 이상은 상위집단, 80점 미만은 하위집단으로 구분하였다.

일반적으로 공간능력을 검사하는 도구로는 과제, 지능검사나 창의성 검사의 하위 검사인 동작성 검사(K-WPPSI, Korean-Wechsler Preschool and Primary Scale of Intelligence) 또는 도형검사(EFT)등이 있다. 유아의 공간능력을 측정하기 위한 도구 개발(홍혜경, 2001)에서는 공간능력을 측정하기 위해 한국 웨슬러의 동작성 검사(박혜원 외 2인, 1996)의 내용 중 모양 맞추기, 도형, 토막 짜기, 미로, 빠진 것 찾기 등의 내용을 선별하였으며, 이 검사지는 신뢰도와 타당도 측면에서 검증된 바 있다. 이에 본 연구에서는 공간감각능력 검사지로 한국 웨슬러 아동 지능검사(K-WISC-Ⅲ)의 내용 중 동작성 검사를 중심으로 33문항을 선별·구성하였는데, 일정한 모양으로 제시하면 조각들을 제한시간 내에 맞춰야 하는 모양 맞추기 5문항, 미로 찾기 반응지 10문항, 동형 찾기 반응지 45문항, 토막 짜기 9문항과 그리고 위치지각에서는 김혜정(2003)이 제작한 검사지 중 6문항 등 모두 75문항으로 구성하였다. 공간감각 검사지의 문항 구성 및 분석 기준은 [표 1]과 같다.

눈-운동 지각은 K-WISC-Ⅲ의 동작성 보충검사의 '미로 찾기'를 이용하였으며 1-5번까지는 30초의 시간을, 6번은 60초, 7-10번까지는 120초의 시간을 주어 실시하며, 각 반응에 따라 점수가 다른데, 문항 1-6의 경우는 0-2점, 문항 7은 1-3점, 문항 8-9는 0-4점, 문항 10에서는 0-5점이다. 제한시간 내에 실수를 하지 않고 완성했으면 최대 점수인 만점 28점을 받으며, 제한시간 내에 완성을 했으되, 허용된 최대 수만큼 실수를 했으면 부분적인 점수를 받을 수 있다.

위치 지각은 옮기기, 돌리기, 뒤집기에 관한 문항으로 김혜정(2003)이 제작한 6문항을 이용하였고 각 문항 당 1점씩을 주어 맞는 개수를 계산하여 점수를 주었다. 시각적 변별은 K-WISC-Ⅲ의 동작성 보충검사의 '동형 찾기B'를 이용하였으며, 각 문항은 표적부분과 반응부분으로 된 모양집합으로 구성되어 있다. 아동은 표적모양이 반응부분에 있는지를 판단해야 하며 120초 내에 가능한 많은 문항에 대해 반응해야 하며 문항은 열로 되어 있다. 최대 점수는 45점이다.

지각 지속성은 K-WISC-Ⅲ의 동작성 보충검사의 '토막 짜기'를 이용하였으며, 제한 시간 내에 일정한 수의 토막(4개, 9개)을 사용하여 제시된 모형이나 그림과 똑같은 모양을

만드는 것으로 1-2문항(4개 토막)은 45초, 3-6문항(4개 토막)은 75초, 7-9문항(9개 토막)은 120초로 최대점수는 69점이다.

형-배경 지각은 K-WISC-Ⅲ의 동작성 보충검사의 ‘모양 맞추기’를 이용하였으며, 이는 일정한 모양으로 제시하면, 조각들을 제한시간 내에 맞춰야 하는 것으로 1문항(소녀)은 제한 시간 120초, 2문항(자동차)는 제한 시간 150초, 3문항(말)은 제한시간 150초, 4문항(공)은 제한시간 180초, 5문항(얼굴)은 제한시간 180초이다. 최대점수는 44점이다.

[표 1] 공간감각검사지의 문항 구성

공간감각 하위요소		분석 기준	평가지	문항 번호
눈-운동 지각		막힌 곳을 지나가거나 벽을 넘지 않고 제한된 시간 안에 미로를 통과하는가?	K-WISC-Ⅲ 동작성 검사	미로 찾기 1-10
위치 지각	움기기	모양이 주어지고 - 움기기로 무늬를 만들 수 있는가?	자작 평가지	1-6
	돌리기	- 뒤집기로 무늬를 만들 수 있는가?		
	뒤집기	- 돌리기로 무늬를 만들 수 있는가? - 무늬를 보고 움기, 돌리, 뒤집 한 형태를 찾을 수 있는가? - 주어진 모양을 탱그램으로 만들 수 있는가?		
시각적 변별		표적 모양(두 개)과 반응 부분(다섯 개)으로 된 모양 집합에서 120초 내에 가능한 많은 문항에 대해 반응하는가?	K-WISC-Ⅲ 동작성 검사	동형 찾기 1-45
지각 지속성		제한 시간 내에 일정한 수의 토막을 이용하여(4개, 9개) 제시된 모형과 똑같은 모양을 만들 수 있는가?	K-WISC-Ⅲ 동작성 검사	토막 짜기 1-9
형-배경 지각		일정한 모양들로 제시된 조각들을 제한 시간 내에 맞추는가?	K-WISC-Ⅲ 동작성 검사	모양 맞추기 1-5

IV. 연구의 실행

1. 테셀레이션 학습 프로그램의 개발

테셀레이션은 이를 학습하는 과정에서 자연스럽게 수학적 개념을 습득하며 시각적으로 아름답기 때문에 이를 수학 교수-학습 과정에 도입하게 되면 수학에 대한 흥미를 불러 일으킬 수 있을 뿐만 아니라 구체물이나 그림의 움기, 뒤집기, 돌리기, 대칭과 관련하여 지도할 수 있기에 이런 활동을 통해 공간감각 요소를 기를 수 있을 것으로 기대된다. 이를 위해서 본 연구에서는 다음의 세 가지 원칙에 따라 프로그램을 개발하였다.

첫째, 구체물 조작을 통한 활동 중심의 학습이 되도록 프로그램을 개발한다.

둘째, 컴퓨터를 이용하여 탐구할 수 있는 프로그램을 구성한다.

셋째, 생활 속의 수학을 직접 경험할 수 있는 프로그램으로 구성한다.

위와 같은 개발 방향에 따라 아동들의 다양한 경험을 위해서는 아침자습시간, 재량활동시간, 수학시간과 연계하여 활용 가능한 테셀레이션 학습 프로그램을 개발하였다.

가. 아침자습시간의 활용

아침자습시간을 활용하여 요일별로 다음과 같은 다양한 조작교구를 통한 공간감각능력의 발달을 돕는다.

[표 2] 아침자습시간을 활용한 테셀레이션

시간	월	화	수	목	금	토
08:20~09:00	탱그램(원형, 달걀, 하트)			패턴 블록		Escher 작품 감상

나. 재량활동시간의 활용

컴퓨터를 좋아하는 아동의 특성을 고려하여 탱그램 자바프로그램 및 패턴블록 자바프로그램은 재량활동시간에 접할 수 있도록 한다. GSP 프로그램 사용 환경을 조성하기 위해 GSP 프로그램의 사용방법에 대한 지도가 필요하기에 재량활동 시간을 이용하여 지도한다.

다. 수학시간: 테셀레이션 학습 프로그램의 적용

5-가-2 단원을 중심으로 공간감각 관련 학습요소를 추출하여 재구성([표3])한 후 공간감각과 관련된 하위요소에 따른 지도 내용([표4])을 살펴보면 다음과 같다.

[표 3] 5-가-2 공간감각 관련 학습요소

차시	주제	공간 감각 관련 학습 요소
1	옮기기, 뒤집기로 무늬 만들기	한 가지 무늬를 옮기기의 방법으로 이동하여 새로운 무늬 만들기 한 가지 무늬를 뒤집기의 방법으로 이동하여 새로운 무늬 만들기
2	돌리기로 무늬 만들기	한 가지 무늬를 돌리기의 방법으로 이동하여 새로운 무늬 만들기 무늬를 보고, 어떤 규칙에 의해 만들어졌는지 알아보기
3	한가지 모양 조각으로 도형 덮기	생활에서 바닥이나 벽면에 덮인 무늬 찾기 한 가지 모양 조각으로 주어진 도형 덮기 한 가지 도형으로 평면 덮기
4	여러 가지 모양조각으로 도형 덮기	생활에서 바닥이나 벽면에 덮인 무늬 찾기 주어진 도형을 덮기 위해 몇 개의 모양 조각이 사용되었는지 알고, 여러 가지 모양 조각으로 주어진 도형 덮기

5	재미있는 놀이, 문제해결	모양 조각으로 평면 채우기 놀이를 하게 하여 옮기기, 뒤집기, 돌리기의 특성 복습하기/ 모양 조각을 이용하여 여러 가지 방법으로 주어진 도형 덮기
6	잘 공부했는지 알아보기	잘 공부했는지 알아보기 다시 알아보기/ 좀더 알아보기
7	심화학습	두 가지 종류의 무늬를 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 방법을 이용하여 새로운 무늬 만들기

[표 4] 5-가-2 공간감각 요소에 따른 수업 내용 분석

차시 쪽수	주제	공간 감각 관련 요소	수업 내용 및 활동	익 힘
1 (20~ 21쪽)	옮기기, 뒤집기로 무늬 만들기	형-배경 지각 시각적 기억 위치 지각	생활 주변에서 규칙에 의해 이동된 무늬 알아보기 한 가지 무늬를 옮기기로 새로운 무늬 만들기 한 가지 무늬를 뒤집기의 방법으로 이동하여 새로운 무늬 만들기	21~ 22쪽
2 (22~ 23쪽)	돌리기로 무늬 만들기	형-배경 지각 지각지속성 위치 지각	한 가지 무늬를 돌리기의 방법으로 이동하여 새로운 무늬 만들기 무늬를 보고 어떤 규칙에 의해 만들어 졌는지 알아보기	23~ 24쪽
3 (20~ 23쪽)	옮기기, 뒤집기, 돌리기로 무늬 만들기	형-배경 지각 시각적 기억 위치 지각 지각 지속성	한 가지 무늬를 옮기기, 뒤집기, 돌리기의 방법으로 이동하여 새로운 무늬 만들기 무늬를 보고 어떤 규칙에 의해 만들어 졌는지 알아보기	21~ 24쪽
4 (24~ 25쪽)	한 가지 모양 조각으로 도형 덮기	눈-운동 지각 시각적 기억 형-배경 지각	생활에서 바닥이나 벽면에 덮인 무늬 찾아보기 한 가지 모양 조각으로 주어진 도형 덮기 한 가지 도형으로 평면 덮기	25~ 26쪽
5 (26~ 28쪽)	여러 가지 모양 조각으로 도형 덮기	눈-운동 지각 시각적 기억 형-배경 지각	모양 조각들 만들어 주어진 도형을 덮어보기 주어진 도형을 덮기 위해 몇 개의 모양 조각이 사용되었는지 알고, 여러 가지 모양 조각으로 주어진 도형 덮기	27~ 28쪽
6 (29~ 30쪽)	재미있는 놀이, 문제해결	형-배경 지각 시각적 기억 눈-운동 지각	모양 조각으로 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등으로 평면 채우기 놀이하기 모양 조각을 이용하여 여러 가지 방법으로 주어진 도형 덮기	
7	평가 및 수준별 학습		잘 공부했는지 알아보기 다시 알아보기 좀 더 알아보기	29~ 34쪽
8 (31~ 32쪽)	심화학습 실생활에 적용하기	눈-운동 지각 시각적 기억 형-배경 지각	두 가지 무늬를 규칙적으로 사용하여 새로운 무늬 만들기 Escher 흉내내기	

2. 공간감각능력의 검사

테셀레이션을 활용한 수학학습이 공간감각능력의 신장에 미치는 효과를 분석하기 위하여 공간감각검사지를 통해서 공간감각능력의 변화를 분석하고자 한다. 먼저 아동의 일반적인 사항을 알아보기 위해 교차 분석을 실시하였다. 그리고 난 다음 테셀레이션을 활용한 수학학습이 성적, 성별, 시기별로 공간감각의 하위요소에 어떤 효과가 있는지를 분석하기 위하여 이원변량분석을 실시하였다. 각각의 하위요소별 분석은 다음과 같은 질문에 답하는 방식으로 진행되었으며, 마지막에는 하위요소를 하나로 묶어 아래와 같은 동일한 두 질문에 대해 답하고자 하였다.

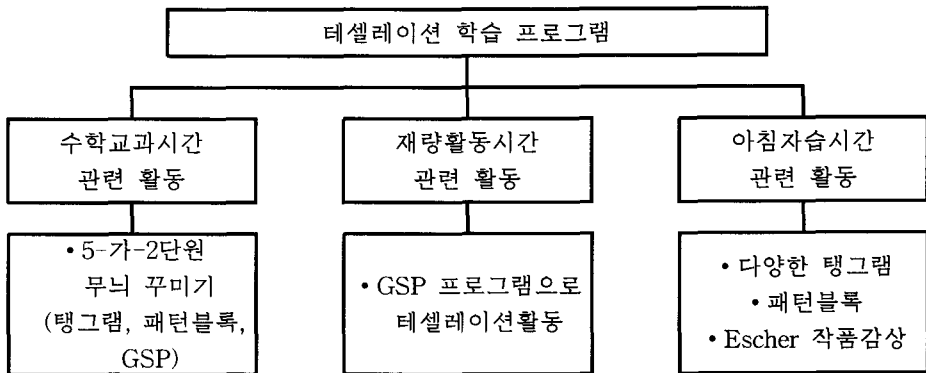
1. 테셀레이션을 활용한 수학학습이 성과와 시기에 따라 공간감각의 하위 요소 중 눈-운동 지각(시각적 변별, 지각지속성, 형-배경 지각, 위치지각)에 영향을 미치는가?
2. 테셀레이션을 활용한 수학학습이 성별과 시기에 따라 공간감각의 하위 요소 중 눈-운동 지각(시각적 변별, 지각지속성, 형-배경 지각, 위치지각)에 영향을 미치는가?

V. 연구의 결과

테셀레이션 학습 프로그램을 적용한 결과와 그리고 이러한 테셀레이션을 활용한 수학학습을 통해 공간감각능력이 신장되었는지를 판단하는 공간감각검사지를 통한 분석결과는 다음과 같다.

1. 테셀레이션 학습 프로그램의 개발 및 적용

아래 <그림 1>과 같이 테셀레이션 학습 프로그램은 아침자습시간, 재량활동시간, 수학교과시간의 세 부분으로 구분되며, 프로그램 활동은 탱그램, 패턴블록, Escher의 작품 감상, GSP 프로그램의 활용 등이다.



<그림 1> 테셀레이션 학습 프로그램의 구성

이 가운데 재량활동시간에 GSP 프로그램으로 이루어진 테셀레이션 활동을 소개하면 다음 [표 5]와 같다.

2. 공간감각능력의 검사 결과

테셀레이션을 활용한 수학학습이 성적, 성별, 시기별에 따른 공간감각의 하위 영역 요소에 효과가 있는지를 분석하기 위하여 이원변량분석을 실시하였으며 그 결과는 다음과 같다(본 논문에서는 이 가운데 눈-운동 지각에 미치는 효과 및 하위 5개 요소의 전체평균에 미치는 효과에 대해서만 살펴보고자 한다).

[표 5] 재량활동 시간을 이용한 GSP 지도 내용

월 일	주 제
3월24일	□프로그램 메뉴 점검 : 도구상자, 메뉴표시줄, 상태표시줄, 스케치 창의 구성요소 알아보기
3월31일	□그리기 도구 : 도구 상자의 6개의 도구 기능 알아보기
4월 7일	□끝기와 선택 □작도 : 삼각형 그리기, 평행선 그리기
4월14일	□변환 : 평행이동, 회전이동, 확대 축소의 지도
4월21일	□테셀레이션이 가능한 도형 찾기 □삼각형, 사각형, 육각형으로 바닥 깔기, 규칙을 찾아 테셀레이션
4월28일	□평행, 회전이동으로 테셀레이션 □선대칭이동으로 테셀레이션
5월12일	□나만의 테셀레이션 작품 만들기

가. 테셀레이션을 활용한 수학학습이 눈-운동 지각에 미치는 효과

(1) 테셀레이션을 활용한 수학학습이 성과와 시기에 따른 공간감각의 하위 요소 중 눈-운동 지각에 미치는 효과를 분석한 결과는 다음 [표 6]과 [표 7]과 같다.

[표 6] 성과와 시기에 따른 눈-운동 지각 평균

	시기	평균	표준편차
상	사전	25.0000	.70711
	사후	26.5385	1.19829
	합계	25.7692	1.24283
하	사전	23.7273	1.95402
	사후	25.2727	1.67874
	합계	24.5000	1.94569
합계	사전	24.4167	1.52990
	사후	25.9583	1.54580
	합계	25.1875	1.70925

성적에 따른 눈-운동 지각 평균에 대한 결과를 살펴보면 상의 경우에는 사전 25.0점 사후 26.53점으로 사후의 평균 점수가 높게 나타났으며 하의 경우에도 사전 23.72점 사후

25.27점으로 눈-운동 지각 능력이 향상된 것을 알 수 있다.

성적과 시기에 따른 눈-운동 지각에서 평균 차이를 살펴보면 성적의 경우 ($F=9.428$, $p=.004$)수준에서 유의미한 차이를 나타냈으며 시기의 경우에는 ($F=13.915$, $p=.001$)수준에서 유의미한 차이를 보였다. 그러나 성적과 시기의 상호작용효과는 ($F=.000$, $p=.993$) 수준에서 유의미한 차이를 보이지 않았다. 이러한 결과로부터 성적과 시기의 경우 눈과 운동 협응 능력 향상에 영향을 미치는 것으로 나타났으며 성적과 시기의 상호작용효과에는 영향을 미치지 않는다는 것을 알 수 있다.

[표 7] 성적과 시기에 따른 눈-운동 지각 평균 차이

소스	제 III 유형 제곱합	자유도	평균제곱	F	유의확률
수정 모형	47.718(a)	3	15.906	7.811	.000
절편	30113.364	1	30113.364	14788.736	.000
성적	19.197	1	19.197	9.428**	.004
시기	28.333	1	28.333	13.915***	.001
성적 * 시기	.000	1	.000	.000	.993
오차	89.594	44	2.036		
합계	30589.000	48			
수정 합계	137.312	47			

a R 제곱 = .348 (수정된 R 제곱 = .303)

** $p<.01$ *** $p<.001$

(2) 테셀레이션을 활용한 수학학습이 성별과 시기에 따른 공간감각의 하위 요소 중 눈-운동 지각에 미치는 효과를 분석한 결과는 다음 [표 8]과 [표 9]와 같다.

[표 8] 성별과 시기에 따른 눈-운동 지각 평균

	시기	평균	표준편차
남자	사전	24.5714	1.55486
	사후	26.2143	1.76193
	합계	25.3929	1.83261
여자	사전	24.2000	1.54919
	사후	25.6000	1.17379
	합계	24.9000	1.51831
합계	사전	24.4167	1.52990
	사후	25.9583	1.54580
	합계	25.1875	1.70925

성별에 따른 눈-운동 지각 능력에 대한 평균 결과를 살펴보면, 남자의 경우 사전 24.57점 사후 26.21점으로 사후 눈-운동 지각 능력이 향상되었음을 알 수 있으며, 여자의 경우에도 사전 24.20점 사후 25.60점으로 사후 눈-운동 지각 능력이 향상되었다.

[표 9] 성별과 시기에 따른 눈-운동 지각 평균 차이

소스	제 III 유형 제곱합	자유도	평균제곱	F	유의확률
수정 모형	31.527(a)	3	10.509	4.371	.009
절편	29509.334	1	29509.334	12273.970	.000
성별	2.834	1	2.834	1.179	.284
시기	27.005	1	27.005	11.232**	.002
성별 * 시기	.172	1	.172	.072	.790
오차	105.786	44	2.404		
합계	30589.000	48			
수정 합계	137.312	47			

a R 제곱 = .230 (수정된 R 제곱 = .177)

p<.01 *p<.001

성별과 시기에 따른 눈-운동 지각 평균 차이를 살펴보면 성별의 경우 (F=1.179, p=.284) 수준에서 유의미한 차이를 보이지 않았으며, 시기의 경우에는 (F=11.232, p=.002)수준에서 유의미한 차이를 보였다. 성별과 시기의 상호작용효과는 (F=.072, p=.790) 수준에서 유의미한 차이를 보이지 않았다. 이러한 결과는 시기의 경우 눈-운동 지각능력 향상에 영향을 미치나 성별과 시기의 상호작용에는 영향을 미치지 않는다는 것을 보여준다.

나. 테셀레이션을 활용한 수학학습이 공간감각의 5가지 요소(눈-운동 지각, 시각적 변별, 지각지속성, 형-배경 지각, 위치지각)에 미치는 효과

(1) 테셀레이션을 활용한 수학학습이 성적과 시기에 따라 공간감각의 5가지 요소 전체에 미치는 효과를 분석한 결과는 [표 10]과 [표 11]과 같다.

[표 10] 성적과 시기에 따른 전체 평균

성적	시기	평균	표준편차
상	사전	28.8154	2.20373
	사후	33.9077	2.37713
	합계	31.3615	3.43303
하	사전	22.0182	2.02870
	사후	25.8000	1.57797
	합계	23.7200	2.63451
합계	사전	25.7000	4.03636
	사후	30.5909	4.56341
	합계	28.0391	4.91395

성적별 전체 결과를 보면 상의 경우 사전 28.81점 사후 33.90점으로 사후 평균 점수가 향상되었음을 알 수 있으며 하의 경우에도 사전 22.01점 사후 25.80점으로 사후 평균점수가 높게 나타났다.

[표 11] 성적과 시기에 따른 전체 평균 차이

소스	제 III 유형 제곱합	자유도	평균제곱	F	유의확률
수정 모형	899.447(a)	3	299.816	67.280	.000
절편	34336.963	1	34336.963	7705.349	.000
성적	624.268	1	624.268	140.088***	.000
시기	221.291	1	221.291	49.659***	.000
성적 * 시기	4.826	1	4.826	1.083	.304
오차	187.163	42	4.456		
합계	37251.480	46			
수정 합계	1086.610	45			

a R 제곱 = .828 (수정된 R 제곱 = .815)

***p<.001

성적과 시기에 따른 전체 평균 차이를 살펴보면 성적의 경우 (F=140.088, p=.000)수준에서 유의미한 차이를 나타냈으며, 시기의 경우에는 (F=49.659, p=.000)수준에서 유의미한 차이를 보였다. 성적과 시기의 상호작용효과는 (F=.584, p=.449) 수준에서 유의미한 차이를 보이지 않았다. 이러한 결과로부터 성적과 시기의 경우 전체 영역에 영향을 미치는 것을 알 수 있으며, 성적과 시기의 상호작용에는 영향을 미치지 않는다는 것을 알 수 있다.

(2) 테셀레이션을 활용한 수학학습이 성별과 시기에 따라 공간감각의 5가지 요소 전체에 미치는 효과를 분석한 결과는 [표 12]와 [표 13]과 같다.

[표 12] 성별과 시기에 따른 전체 평균 차이

성별	시기	평균	표준편차
남자	사전	26.2143	4.53123
	사후	31.1538	4.93771
	합계	28.5926	5.27679
여자	사전	24.9800	3.31522
	사후	29.7778	4.10298
	합계	27.2526	4.36290
합계	사전	25.7000	4.03636
	사후	30.5909	4.56341
	합계	28.0391	4.91395

성별 전체에 대한 결과를 보면 남자의 경우 사전 26.21점 사후 31.15점으로 사후의 평균 점수가 높게 나타났으며 여자의 경우에도 사전 24.98점 사후 29.77점으로 사후 평균점수가 높게 나타났다.

[표 13] 성별과 시기에 따른 전체 평균 차이

소스	제 III 유형 제곱합	자유도	평균제곱	F	유의확률
수정 모형	293.529(a)	3	97.843	5.182	.004
절편	34975.027	1	34975.027	1852.208	.000
성별	18.956	1	18.956	1.004	.322
시기	263.771	1	263.771	13.969***	.001
성별 * 시기	.056	1	.056	.003	.957
오차	793.081	42	18.883		
합계	37251.480	46			
수정 합계	1086.610	45			

a R 제곱 = .270 (수정된 R 제곱 = .218)

***p<.001

성별과 시기에 따른 전체 평균 차이를 살펴보면 성별의 경우 (F=1.004, p=.322)수준에서 유의미한 차이를 보이지 않았으며, 시기의 경우에는 (F=13.969, p=.001)수준에서 유의미한 차이를 보였다. 성별과 시기의 상호작용효과는 (F=.003, p=.957) 수준에서 유의미한 차이를 보이지 않았다. 이러한 결과로부터 시기의 경우 전체 영역에 영향을 미치나 성별과 성별시기의 상호작용에는 영향을 미치지 않는다는 것을 알 수 있다.

다음 [표 14]는 공간감각의 각 하위요소에서 수준별 유의미한 차이를 보이는 것을 정리한 것으로, 이러한 결과를 종합하면 성적과 시기의 경우 각 하위요소에 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 한편 성별과 시기에 따른 각 하위요소별 평균의 경우 [표 14]의 성별에서 제시된 수준범위에서는 유의미한 차이를 나타내지 않는 것으로 조사되었다.

[표 14] 공간감각 하위요소의 수준에 따른 결과

공간감각 하위요소	성적	시기	성별
시각적 변별	F=88.136, p=.000	F=87.874, p=.000	F=.739, p=.395
지각 지속성	F=165.805, p=.000	F=13.046, p=.001	F=.739, p=.395
형-배경 지각	F=72.670, p=.000	F=43.864, p=.000	F=.974, p=.329
위치지각	F=50.437, p=.000	F=49.239, p=.000	F=.818, p=.371

VI. 요약 및 결론

1. 요약

본 연구는 테셀레이션 수학교육 프로그램이 공간감각에 미치는 효과를 분석함으로써 공간감각능력의 신장을 위한 수학교수-학습방법의 개발에 도움을 주는데 그 목적이 있다.

본 연구에서는 공간감각 신장을 위한 테셀레이션 수학학습 프로그램을 개발·적용하고, 테셀레이션을 활용한 수학학습이 공간감각능력의 신장에 효과가 있는지를 분석하였다. 본 연구 결과를 통하여 다음과 같은 연구 결과를 얻을 수 있었다.

테셀레이션을 활용한 수학학습이 성적과 시기에 따라 눈-운동 지각 평균 차이를 살펴보면 성적의 경우 ($F=9.428$, $p=.004$)수준에서 유의미한 차이를 나타냈으며 시기의 경우에는 ($F=13.915$, $p=.001$)수준에서 유의미한 차이를 보였다. 이러한 결과는 성적과 시기의 경우 눈-운동 지각에 영향을 미칠 수 있음을 보여준다.

그리고 성적과 시기에 따른 전체 평균 차이를 살펴보면 성적의 경우 ($F=140.088$, $p=.000$)수준에서 유의미한 차이를 나타냈으며, 시기의 경우에는 ($F=49.659$, $p=.000$)수준에서 유의미한 차이를 보였다. 이러한 결과로부터 성적과 시기의 경우 전체 영역에 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 그러나 성별과 시기에 따른 전체 평균 차이를 살펴보면 성별의 경우 ($F=1.004$, $p=.322$)수준에서 유의미한 차이를 보이지 않았다.

2. 결론 및 제언

본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 탱그램, 패턴블록, 탐구형 소프트웨어인 GSP를 이용한 테셀레이션 학습이 공간감각 능력을 신장시킬 수 있다. 테셀레이션 학습 프로그램의 적용으로 색종이를 자르고 오리는 활동, 폴로 붙이는 활동, GSP 프로그램의 사용법 등을 익힐 때 힘들어하던 아동도 생활 속에서 수학의 원리를 찾아보는 과정에서 테셀레이션으로 이루어진 예들이 많다는 것을 깨닫게 되었다. 또한 자신이 만든 테셀레이션 작품을 보면서 마치 Escher와 같은 예술가가 된 느낌에 희열을 느꼈으며, 또한 GSP 프로그램의 활용은 하나의 문제를 해결하는데 여러 가지 변화를 실제 경험을 통하여 확인할 수 있었기에 더욱 효과적인 프로그램이라고 생각된다.

둘째, 테셀레이션 학습 프로그램은 아침자습시간, 재량활동시간과 연계하여 공간감각을 기를 수 있는 방안을 제시하였다. 아동들은 활동하면서 공간에 대한 많은 직관적 개념들을 얻으며, 주변 환경과의 상호 작용 속에서도 직관적 개념을 획득한다. 공간감각은 관찰자 주변의 사물에 대한 직감의 일부부인데 공간감각을 기르기 위하여 아동들은 눈-운동 지각, 형-배경 지각, 지각 지속성, 공간 내에서의 위치 지각, 시각적 변별 등과 같은 공간 감각을 지속적으로 경험해야 하며, 이에 대해 본 연구에서는 수학교과시간과 연계된 테셀레이션 학습 프로그램을 통해 가능하다는 것을 보여준다.

마지막으로 본 연구의 제언에서는, 초등학교 수업시간(또는 자습시간, 재량활동시간 등)에 각 학년의 수준에 맞는 테셀레이션 학습 프로그램을 개발하여 공간감각능력의 신장을 도모하기 위한 체계적인 연구가 필요하다는 점과 이와 함께 공간감각의 계발을 위해 미술 등 타교과와 연계된 통합교과적인 접근이 필요하다는 것을 들 수 있다.

참 고 문 헌

- 교육인적자원부 (2003). **초등학교 수학 교과서 5-가**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부 (2003). **초등학교 수학 교과서 5-나**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부 (2004). **초등교사 교육을 위한 수학 프로그램 적용 및 확산 연구**. 서울: 교육인적자원부.
- 구광조 (1994). 수학과 교육과정에 관련된 논문 모음. **수학 및 통계연구**, 20, 198-236.
- 김혜정 (2003). **공간 시각화 활동을 통한 기하학습이 공간감각능력과 의사소통능력에 미치는 효과**. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 류옥자 (2002). **수학적 활동을 통한 공간감각 능력의 신장 방안**. 부산교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 류희찬, 조완영 (1999). 수학적 창의성 신장을 위한 탐구형 소프트웨어의 활용. **청람수학교육**, 9, 179-186.
- 박성택 (1997). **수학과 교수-학습 전략**. 서울: 동명사.
- 박혜원, 박금주, 박광배 (1996). **K-WPPSI(한국 웨슬러 유아지능검사) 지침서**. 서울: 도서출판 특수교육.
- 배운희 (2000). **초등학교 도형 개념 학습에서의 GSP 활용 방안 연구**. 인천교육대학교 대학원 석사학위 논문.
- 신국환 (1998). **초등학생의 공간 지각 발달에 관한 연구**. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 신동선, 류희찬 (1998). **수학 교육과 컴퓨터**. 서울: 경문사.
- 신준식 (1992). **공간 시각화 학습이 수학적 문제해결력에 미치는 효과**. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 이태식 (2000). **시각화에 따른 변환의 지도에 관한 연구**. 부산교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 전영아 (2000). **수학 교수-학습에서의 테셀레이션 활용 가능성 탐색**. 이화여자대학교 대학원 석사학위논문.
- 채희진 (1998). **기하영역에서의 수학 외적 연결성에 관한 연구**. 이화여자대학교 대학원 석사학위논문.
- 최순만, 김영선 (1997). **공간감각 개발을 위한 새로운 지도방안 연구**. **과학교육연구 논문집**, 19(1), 28-46.
- 최현주 (2001). **시각적 표현 및 표상에 의한 초등학생의 공간감각 육성지도**. 인천교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 홍혜경 (2001). **유아 공간능력의 측정도구 개발**. **유아교육연구**, 21(4), 189-193.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

<Abstract>

An Analysis on the Effects of Mathematics Learning through Tessellation Activities on Spatial Sense

Park, Hyun-Mee⁵⁾; Kang, Shin-Po⁶⁾; & Kim, Sung-Joon⁷⁾

The purpose of this study was to analyze the effects of mathematics learning through tessellation activities on the improvement of spatial sense and to find out a better mathematics teaching method that could further develop spatial sense.

For this purpose, the following questions were attempted; Can mathematics learning using tessellation activities develop spatial sense?

In order to test this hypothesis, twenty-four fifth graders of a class were selected at random. And the experimental group was divided into four groups according to gender and academic performance. The groups were pre-tested and post-tested to determine results based on the quasi-experimental design(i.e. one-group pretest-post test design). The process of this study was checking spatial sense for a common evaluation of experimental group.

In this study, tangram, pattern block, and GSP was used for mathematics learning through tessellation activities during each independent-study, discretion-activity, and math class. The instrument used in this study was a spatial sense test and pretest and post-test were implemented with the same instrument(i.e. K-WISC-III Activity Test).

In conclusion, mathematics learning through tessellation activities with tangram, pattern block, and GSP is an effective teaching and learning method for the improvement of the spatial sense.

Keywords: tessellation activities, spatial sense, mathematics teaching method, one-group pretest-post test design

5) phm0121@hanmail.net

6) spkang@bnue.ac.kr

7) joonysk@bnue.ac.kr

<부록> 수학교과시간의 수업사례: 5-가-2. 무늬 만들기 교수-학습 과정안

단계 (시간)	학습 내용	교수 학습 활동		자료* 및 유의점@
		도움 활동(교사)	학습 활동(아동)	
문제 파악 (5')	<p>동기 유발 (전체 학습)</p> <p>▶(마술상자를 보여주며) 이 상자 속에는 주로 우리 집의 벽이나 창문에서 볼 수 있는 것들이 들어 있습니다. 무엇일까요?</p>	<p>▶C1: 커튼입니다. C2: 블라인드입니다. C3: 그림입니다. C4: ……</p>	<p>*마술상자 * 커튼 천 조각 *벽지 *Escher작품1</p>	
	<p>선수 학습 요소 확인</p> <p>▶한 가지 무늬로 새로운 무늬를 만드는 방법은 어떤 것이 있나요?</p> <p>▶포인팅 게임으로 알아봅시다. 옮기기로 만든 무늬는 어디 있나요?</p> <p>▶뒤집기로 만든 무늬는 어디 있나요?</p> <p>▶(동기유발 자료의 무늬를 제시하면서) 이 무늬는 어떻게 만든 것일까요?</p> <p>▶이번 시간에는 어떤 공부를 해 보면 좋을까요?</p>	<p>▶C1: 무늬를 옮기기가 있습니다. C2: 뒤집기가 있습니다. C3: 돌리기도 있습니다.</p> <p>▶C1: 여기(하면서 손가락으로 제시된 무늬 중에서 옮기기로 만든 무늬를 고른다.)</p> <p>▶C1: 여기(하면서 손가락으로 제시된 무늬 중에서 옮기기로 만든 무늬를 고른다.)</p> <p>▶C1: 한 가지 도형으로 덮은 모양입니다. C2: 사각형 모양으로 덮은 모양입니다. C3: ……</p> <p>▶C1: 바닥깔기에 대해 알아보면 좋겠습니다. C2: 삼각형으로 주어진 도형을 덮어보는 공부를 해 보면 좋겠습니다. C3: 한 가지 모양 조각으로 주어진 도형을 덮어보는 활동을 했으면 좋겠습니다.</p>	<p>*옮기기 작품1 *뒤집기 작품1 *돌리기 작품</p>	
	<p>학습 문제</p> <p>●한 가지 모양 조각으로 주어진 도형을 덮어봅시다.</p>			
탐색 및 해결 (20')	<p>생활 에서 알아 보기</p> <p>▶우리 주변의 벽이나 벽에 붙은 타일은 어떤 모양인지 말해 봅시다.</p> <p>활동 정하 기</p> <p>▶학습 문제를 해결하기 위해 어떤 활동을 하면 좋을지 이야기해 봅시다.</p>	<p>▶C1: 주로 직사각형이나 사각형 모양입니다. C2: 삼각형 모양이 반복되면서 한 면을 메웠습니다.</p> <p>▶C1: 작은 삼각형으로 큰 삼각형을 덮어보면 좋겠습니다. C2: 작은 사각형으로 큰 사각형을 덮어보면 좋겠습니다. C3: ……</p>	<p>*고무자석 *합석판</p>	

단계 (시간)	학습 내용	교수 학습 활동		자료* 및 유의점@
		도움 활동(교사)	학습 활동(아동)	
탐색 및 해결 (20)	<p>활동 1</p> <p>▶작은 직각삼각형으로 큰 직각삼각형을 덮으려고 합니다. 주어진 삼각형 몇 개로 어떻게 하면 덮을 수 있을지 조별로 토의해 봅시다. ▶토의 결과를 발표해 봅시다.</p> <p>활동 2</p> <p>▶이번에는 작은 직사각형으로 큰 직사각형을 덮어보려고 합니다. 어떤 방법으로 덮으면 좋을지 조별로 토의해 봅시다.</p> <p>▶어떻게 하면 덮을 수 있을지 조별로 토의해 봅시다.</p>	<p>▶(조장을 중심으로 덮을 수 있는 방법을 토의한다.)</p> <p>▶○○조: 9개로 옮기기 6번, 돌리기 3번을 하면 됩니다. □□조: 9개로 옮기기, 뒤집기, 돌리기, 뒤집기를 하면 됩니다. △△조: ...</p> <p>▶C1: GSP로 알아보면 좋겠습니다. C2: 고무자석과 합석판으로 알아보겠습니다. C3: 색종이를 붙여가면서 알아보겠습니다.</p> <p>▶(개인별 학습→조별 학습) ▽▽조: 육각형 6개로 돌리기, 옮기기로 주어진 도형을 덮었습니다. ▷▷조: GSP를 이용하여 주어진 도형을 덮었습니다.</p>	<p>@삼각형을 뒤집어서 덮는 방법도 생각한다. @옮기기, 뒤집기, 돌리기의 약속기호를 붙여가면서 설명함으로써 다른 아동의 이해를 돕도록 한다. *고무자석 *합석판 *색종이 *풀 @소집단 협력학습 강화</p>	
정리 (3')	<p>학습 내용 정리</p> <p>▶오늘 공부를 하고 알게 된 것은 무엇입니까?</p> <p>활동 반성</p> <p>▶오늘의 활동에서 잘된 점과 부족한 점을 찾아봅시다.</p> <p>차시 예고</p> <p>▶다음 시간에는 여러 가지 모양으로 도형을 덮기를 공부하겠습니다.</p>	<p>▶C1: 한 가지 모양으로 도형을 덮는 방법은 옮기기, 돌리기, 뒤집기가 있습니다. C2: 삼각형, 사각형으로 도형을 완전히 덮을 수 있습니다. C3: 육각형으로도 도형을 덮을 수 있습니다.</p> <p>▶C1: 조별 활동에 모두가 열심히 참여하였습니다. C2: 컴퓨터로 도형 덮기가 풀로 붙이는 것보다 편리하였습니다. C3:</p>	<p>@활동을 잘 한 조는 칭찬과 함께 보상한다.</p>	