

한국 고속철도의 효율적 중련편성 운영방법에 대한 연구

A Study on an Efficient Double-fleet Operation of the Korean High Speed Rail

오석문* · 손무성** · 최인찬†

Seog-Moon Oh · Moo-Sung Sohn · In-Chan Choi

Abstract This paper presents a mathematical model for a double-fleet operation in Korean high speed rail (HSR). KORAIL has a plan to launch new HSR units in 2010, which are composed of 10 railcars. The double-fleet operation assigns a single-unit or two-unit fleet to a segment, accommodating demand fluctuation. The proposed model assumes stochastic demand and uses chance-constrained constraints to assure a preset service level. It can be used in the tactical planning stage of the rail management as it includes several real-world conditions, such as the capacities of the infra-structures and operational procedures. In the solution approach, the expected revenue in the objective function is linearized by using expected marginal revenue, and the chance-constrained constraints are linearized by assuming that demands are normally distributed. Subsequently, the model can be solved by a mixed-integer linear programming solver for small size problems. The test results of the model applied to Friday morning train schedules for one month sample data from KTX operation in 2004 shows that the proposed model could be utilized to determine the effectiveness of double-fleet operation, which could significantly increase the expected profit and seat utilization rates when properly maneuvered.

Keywords : High speed rail, Double-fleet operation, Mathematical model, Optimization

요 지 본 논문은 장래 도입되는 KTX2 고속차량을 이용한 중련편성 운영계획 최적화를 위한 방법론 제시를 목적으로 한다. 중련편성 운영계획 최적화를 위한 수리적 모형을 제시하고, 제안된 수리적 모형의 적용방안을 제시한다. 특히 확률적 수요를 고려한 모형을 수립하여, 계획수립 단계에서 수요의 확률적 요소를 보다 현실적으로 반영하고, 모형내에서 좌석 서비스 수준을 직접 조정할 수 있다.

주 요 어 : 고속철도, 중련편성 운영, 수리적 모형, 최적화

1. 서 론

한국철도에서는 2010년부터 새로운 고속차량(KTX2)의 운영을 접하게 된다. 새로운 고속차량은 20량 고정편성 방식인 기존의 KTX와 달리 10량 편성으로서 구성되어 있다. 따라서 구간별로 또는 시간대별로 변화하는 수요에 따라 적정 좌석용량을 가진 고속차량을 선택적으로 배치할 수 있으며,

필요한 경우 하나의 열차 내에서 구간별 중련편성 운영(double-fleet operation)이 가능하게 된다. 기존 KTX 고속차량과 장래 도입될 KTX2 고속차량의 좌석용량은 Table 1과 같이 예정되어 있다.

중련편성 운영은 하나의 열차 행로(itinerary) 내에서 구간별 수요변동에 따라 편성을 조정하여 차량운용의 효율성을 개선하는 운영방법이다. Fig. 1에서는 중련편성 운영의 개념을 설명하기 위한 개념도로서, 서울-동대구 구간과 같이 수요가 높은 구간에서는 중련편성으로 운영하고, 동대구-부산 구간과 같이 비교적 수요가 낮은 구간에서는 경우에 따라 단일편성으로 운영하는 개념이다. Fig. 1의 중련편성 운영 개념도에서 하행열차는 동대구에서 해방(decoupling) 작업이 발

† 책임저자 : 비회원, 고려대학교 정보경영공학부
E-mail : ichoi@korea.ac.kr
TEL : (02) 3290-3388 FAX : (02) 3290-5888

* 정희원, 한국철도기술연구원, 고려대학교 정보경영공학부

** 고려대학교 정보경영공학부, 비회원

§ 고려대학교 특별연구비에 의해 수행되었음

Table 1. Seat capacities of HSR units

Class	Num. of seats / unit [KTX]	Num. of seats / unit [KTX2]
Deluxe	127	26
Normal	808	337
Total	935	363

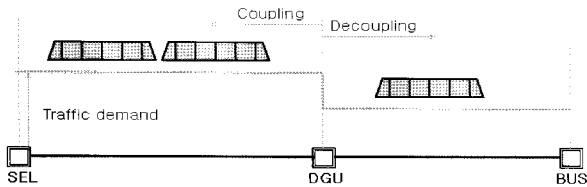


Fig. 1. Concept of the double-fleet operation

생하고, 상행열차는 연결(coupling) 작업이 발생한다.

본 논문에서는 한국 고속철도의 효율적인 중련편성 운영을 위한 수리적 모형을 제시한다. 이 고속차량 중련편성 운영 모형은 각 노선별 열차의 수요에 적합한 좌석용량의 고속차량 (10량 편성 또는 20량 고정편성)을 배치하고, 또한 열차의 구간별 수요변화에 따른 중련편성 패턴을 결정하여 좌석운영 효율성을 개선한다.

중련편성 운영관련 연구로는 Ben-Khedher, Kintanar, Queille and Stripling[4]의 연구가 있으며, 이들의 연구는 프랑스 고속철도에서의 편성용량 할당에 대한 개념을 소개하고 있으나, 수리적 모형을 제시하고 있지는 않다.

최인상, 오석문, 손무성 그리고 최인찬[1]에서는 철도의 편성용량 할당 문제에 대한 수리적 모형을 제시하였다. 이들은 철도의 공공성 확보를 위한 승객 탑승정책이 반영된 편성용량 할당 모형을 제시하였다. 이 모형은 추석과 같은 철도의 대수송 기간에 좌석제공 능력을 최대화 하기위한 목적으로 제시되었다.

본 논문에서는 최인상 등[1]에서 제시된 모형으로부터, 한국 고속철도의 효율적인 중련편성 운영방법을 제시하기 위해 (i) 확률적 수요를 고려하고, (ii) 기회계약(chance constrained) 모형에 의한 이탈수요(spill)의 조정 절차 등을 추가적으로 보완 하였다. 기회계약 모형은 Charnes와 Cooper[5]에 의해 소개된 모형으로서 확률적으로 만족하는 제약조건을 함께 고려할 수 있는 확률모형이다.

본 논문에서 제시하는 모형은 3 - 4개월 이상 동일한 형태로 적용되는 고속차량 중련편성 운영계획 수립 방법론을 제안하고, 제시된 방법론에 의한 고속차량 중련편성 운영의 효과를, 실험적으로 제한된 환경에서 분석한다.

제안하는 고속차량 중련편성 운영 모형은 각 노선별 (경부선, 호남선 및 전라선) 수요에 따른 적정 좌석용량의 차량배

차 계획과, 동일한 열차내에서 구간별 수요에 따른 중련편성 운영패턴을 제시할 수 있다. 본 논문에서는 제안하는 모형의 효과를 검토하기 위해, 중련편성을 적용하는 경우와 적용하지 않는 경우에 대해 비교실험을 실시한다.

제안된 모형은 향후 다양한 좌석용량을 갖는 새로운 고속차량(예를 들어, 고속 2층 열차)들이 도입되어, 편성용량 할당 및 중련편성 운영 절차가 복잡해지는 경우에도 적용될 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 다음 2절에서는 고속차량의 효율적인 중련편성 운영을 위한 문제정의와 수리적 모형을 제시한다. 3절에서는 제시된 모형의 해법을 위한 확률적 모형의 선형화를 제시한다. 4절에서는 고속차량 중련편성 운영 방법론의 적용과 금요일 오전을 대상으로 한 표본 데이터를 이용한 실험결과를 제시한다. 마지막으로 5절에서는 결론 및 향후 연구방향을 제시한다.

2. 문제정의 및 수리적 모형

2.1 문제정의

본 논문에서 사용하는 주요 용어의 정의는 다음과 같다.

- 편성(unit) - 철도 차량(railcar)이 기능적으로 1단위를 이룬 조합을 나타냄
- 연결(coupling) - 특정 열차가 특정 정차역에서 단일편성을 중련편성으로 증결하는 작업
- 해방(decoupling) - 특정 열차가 특정 정차역에서 중련편성을 단일편성으로 감차하는 작업
- OD - 승객수요가 발생하는 탑승역 - 하차역간의 쌍(origination-destination pairs) 집합을 나타냄
- 레그(leg) - 특정 열차의 행로 내에서 인접한 두 정차역을 연결하는 구간. 일반적으로 여러 개의 ODs가 하나의 레그를 지나므로, 레그의 좌석용량은 그 레그를 지나는 ODs의 좌석할당량에 대한 상한(upper bound)이 됨
- 세그먼트(segment) - 특정 열차의 행로 내에서 형성되는 연결과 해방 작업(간단히 C/D 작업이라고 한다.)이 발생하는 두 정차역을 연결하는 구간
- 터미널(terminal) - 열차 서비스가 시작되거나 종료되는 역으로 C/D 작업이 가능
- C/D 역 - 열차 서비스가 시작/종료되는 역은 아니나 C/D 작업이 가능하도록 설비된 역

중련편성 운영 최적화 모형은 레그별 좌석용량 한계를 고려하여, 각 세그먼트별 여객수요를 최적으로 만족하는 차량 편성(단일 또는 중련편성)을 할당하는 모형이다. 본 논문에서 중련편성 운영 최적화 모형에 적용하는 주요 가정은 다음과

같다.

- 1) 계획 기간(time horizon)은 정해진 기간을 기준으로 하여 반복적(cyclic)으로 작성된다.
- 2) OD별 수요는 기존 실적의 통계량을 기준으로 확률분포에 따라 존재하며, 기회제약 모형의 해법과 관련하여 정규분포를 따르는 것으로 한다.
- 3) 하나의 열차 내에서 C/D 작업의 횟수는 각각 1회로 한정한다.
- 4) 터미널에서 C/D 작업관련 입환 소요시간은 고려하지 않으며, C/D 역에서 건널선 입환은 불가능하다.

가정 1)은 고속열차 운영계획의 주요 패턴이 정해진 기간을 기준으로 반복적인 패턴을 나타냄에 따라 설정되었다. 가정 2)의 확률적 수요는 제시된 모형이 장래 고속차량 중련편성 운영에 대한 의사결정지원 뿐만 아니라 분기별 열차운영 계획에 적용될 수 있는 상황을 고려하기 위한 것이다. 가정 3)은 지나친 C/D 작업에 의하여 열차 운행시간의 불필요한 증가를 억제하기 위한 설정이다. 가정 4)의 터미널 입환 작업 소요시간은 입환 작업을 위한 터미널 내의 설비와 출고대기 차량이 충분할 것으로 판단하여 별도의 소요시간을 고려하지 않는다. 또한 고속으로 운행하는 본선의 안전을 고려하여 본선운행에 지장을 주는 건널선 입환 작업은 없는 것으로 한다.

2.2 네트워크 표현

고속차량 중련편성 운영 최적화 모형은 Fig. 2의 예제에서 표시된 바와 같이 네트워크 $G = (N, A)$ 로 표현된다. 여기서, 노드번호의 집합(N)은 열차가 특정역에 도착/출발을 나타내는 이벤트이며, 네트워크 표현의 편의상 출발 이벤트를 기준으로 정리된다.

Fig. 2에 표시된 노드들 중 열차선도 상에 표시된 노드는

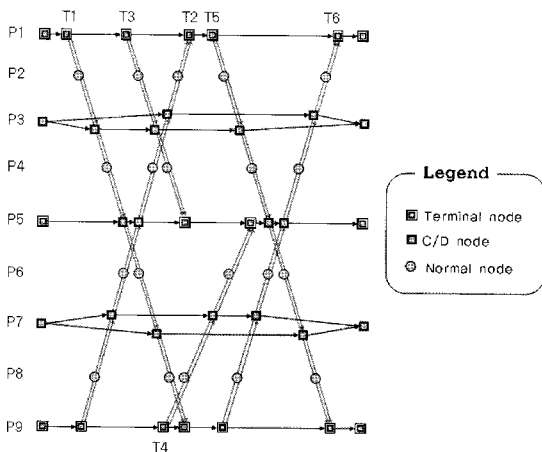


Fig. 2. Network of double-fleet operation

시발역 출발노드(NTO), 종착역 도착노드(NTI) 및 C/D역 노드(NCD)로 구성되며, 이외에 역별로 가장 좌측과 우측에 표시된 노드들은 각 일자별 네트워크 흐름의 시작(NR)과 종료(NK)를 나타내는 가상의 노드들이다.

노드와 노드를 연결하는 아크의 집합(A)은 열차선도 상에 표시되는 할당아크(flow arc)와 동일한 역에서 서로 다른 열차에 속한 노드들을 연결하는 체박아크(ground arc, G) 및 일자별 네트워크를 연결하는 회송아크(dead-head arc, H)로 구성된다. 할당아크는 첫 번째 편성의 흐름을 나타내는 아크(first unit flow arc, 각 열차의 NTO와 NTI간에 직접 연결되는 아크)와 두 번째 편성의 흐름을 나타내는 아크(second unit flow arc, 각 열차의 NTO, NCD 및 NTI를 순차적으로 연결하는 아크)의 2가지 유형으로 구분된다. 따라서 첫 번째 편성 흐름에 대한 결정변수(x)는 열차 시종착에 대한 편성할당을 의미하고, 두 번째 편성 흐름에 대한 결정변수(y)는 각 세그먼트에 대한 추가적인 편성할당을 의미한다.

체박아크의 경우 해당역의 설비조건에 따라 다른 형태로 구성된다. 먼저 역내 반복설비와 대기중인 대체가능 편성이 충분한 터미널 역(P_T)의 경우에는 행선(상행과 하행)에 관계없이 편성의 재할당이 가능하다. 반면 일반적인 C/D역(P_1)에서는 반복설비 및 대기편성이 충분하지 않으며, 가정 4)에서 언급한 바와 같이 본선 운행중 건널선 운행이 용이치 않으므로 각 행선별 체박아크를 별도로 구성한다. 향후 건널선 운영에 필요한 여유시간이 충분히 확보되는 경우, 가정 4)는 상하행간 추가적인 아크를 형성함으로써 완화가 가능하며, 제안된 수리적 모형에서는 관련된 체박아크의 인덱스를 조정함으로써 반영할 수 있다.

Fig. 2의 네트워크는 정해진 기간의 열차운행을 대상으로 표시하고 있으며, 2 기간 이상의 열차운행에 대한 네트워크는 Fig. 2와 같은 네트워크의 시작과 종료노드(NR 및 NK)를 회송아크로 연결함으로써 구성할 수 있다.

2.3 수리적 모형

고속차량 중련편성 운영 최적화 모형에 사용된 기호는 다음과 같이 정의된다.

(인덱스)

T 열차번호의 집합

P 역번호의 집합, $P = P_T \cup P_1 \cup P_S$

P_T - 터미널역 번호의 집합

P_1 - C/D역 번호의 집합

P_S - 일반 승객 취급역 번호의 집합

K 차량편성 유형의 집합(예, 10량 편성 또는 20량 고정편

- 성, 향후 추가 가능)
 N 노드번호 집합
 NR - 가상 소스 노드번호 집합
 NK - 가상 싱크 노드번호 집합
 NTO - 시발역 출발 노드번호 집합
 NTI - 종착역 도착 노드번호 집합
 NCD - C/D작업 노드번호 집합
 A 아크번호 집합, $A = \text{SULUGUH}$
 S - 세그먼트를 나타내는 아크번호 집합
 L - 레그를 나타내는 아크번호 집합
 G - 차량의 체박을 나타내는 아크번호 집합
 GNR - NR 노드에서 시작한 체박아크 집합
 GNK - NK 노드에서 종료되는 체박아크 집합
 H - 차량의 회송을 나타내는 아크번호 집합
 HNK - NK 노드에서 시작한 회송아크 집합
 HNR - NK 노드에서 종료되는 회송아크 집합
 OD 승객수요가 발생하는 탑승역 - 하차역간의 쌍 (origin-destination pair) 집합

(파라미터 및 입력데이터)

- D_{od} 탑승구간-od의 승객수요에 대한 확률변수(random variable)
 $D_{od} \sim N(E[D_{od}], \sqrt{\text{Var}[D_{od}]})$
 ρ_{od} 승객수요- D_{od} 의 이탈수요 확률에 대한 상한 값
 F_{od} OD별 운임
 CX_t^k 열차-t에 편성-k를 할당함에 따른 할당비용
 CY_a^k 세그먼트-a에 편성-k를 할당함에 따른 할당비용
 CG_a^k 체박아크-a에 편성-k가 체박함에 따른 체박비용
 CH_a^k 회송아크-a를 통해 편성-k가 회송함에 따른 회송비용
 $FFC^{kk'}$ 편성-k와 -k'의 중편편성 가능 여부; 가능한 경우 2, 그렇지 않은 경우 0
 M^k 편성-k의 좌석용량
 N^k 편성-k 유형의 차량보유량
 O_p 역-p의 체박용량

(결정변수)

- $z_{od} \in Z^+$ OD별 좌석할당 수량
 $z_{la} \in Z^+$ 레그별 좌석할당 수량
 $z_{sa} \in Z^+$ 세그먼트별 좌석할당 수량
 $x_t^k \in \{0,1\}$ 열차-t에 편성-k가 할당되면 1, 그렇지 않으면 0
 $y_a^k \in \{0,1\}$ 세그먼트-a에 편성-k가 할당되면 1, 그렇지 않으면 0
 $g_a^k \in Z^+$ 체박아크-a에 흐르는 편성-k의 수량

- $h_a^k \in Z^+$ 회송아크-a에 흐르는 편성-k의 수량
 $\gamma_i^k \in \{0,1\}$ 노드-i에서 편성-k가 연결되면 1, 그렇지 않으면 0
 $\delta_i^k \in \{0,1\}$ 노드-i에서 편성-k가 해방되면 1, 그렇지 않으면 0

(고속차량 중편편성 운영 최적화 확률모형)

$$\text{Maximize } E\left[\sum_{od \in OD} F_{od} \min\{z_{od}, D_{od}\}\right] - \text{COST}$$

Subject to

$$\text{COST} - \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} CX_t^k x_t^k - \sum_{k \in K} \sum_{a \in S} CY_a^k y_a^k - \sum_{k \in K} \sum_{a \in G} CG_a^k g_a^k - \sum_{k \in K} \sum_{a \in H} CH_a^k h_a^k = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{a' \in \text{HNK}(a)} h_a^k - g_a^k = 0, \quad \forall a \in \text{GNR}, \forall k \in K \quad (2)$$

$$g_a^k - \sum_{a' \in \text{HNR}(a)} h_a^k = 0, \quad \forall a \in \text{GNK}, \forall k \in K \quad (3)$$

$$g_{\text{gin}(i)}^k - g_{\text{gout}(i)}^k - y_{\text{yout}(i)}^k - x_{t(i)}^k = 0, \quad \forall i \in \text{NTO}, \forall k \in K \quad (4)$$

$$x_{t(i)}^k + y_{\text{yin}(i)}^k + g_{\text{gin}(i)}^k - g_{\text{gout}(i)}^k = 0, \quad \forall i \in \text{NTI}, \forall k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{a \in \text{gin}(i)} g_a^k - \sum_{a \in \text{gout}(i)} g_a^k + y_{\text{yin}(i)}^k - y_{\text{yout}(i)}^k = 0, \quad \forall i \in \text{NCD}, \forall k \in K \quad (6)$$

$$\sum_{a \in \text{GNR}} g_a^k \leq N^k, \quad \forall k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{a \in \text{GNK}} g_a^k \leq N^k, \quad \forall k \in K \quad (8)$$

$$\sum_{k \in K} g_a^k \leq O_p, \quad \forall p \in P, \forall a \in G_p \quad (9)$$

$$\sum_{k \in K} x_t^k = 1, \quad \forall t \in T \quad (10)$$

$$\sum_{k \in K} y_a^k \leq 1, \quad \forall a \in S \quad (11)$$

$$\sum_{k \in K} M^k x_{t(a)}^k + \sum_{k' \in K} M^{k'} y_a^{k'} - z_{s_a} \geq 0, \quad \forall a \in S \quad (12)$$

$$\Pr(D_{od} \geq z_{od}) \leq \rho_{od}, \quad \forall od \in OD \quad (13)$$

$$z_{s_{\text{seg}(a)}} - z_{l_a} \geq 0, \quad \forall a \in L \quad (14)$$

$$z_{l_a} - \sum_{od \in OD_a} z_{od} = 0, \quad \forall a \in L \quad (15)$$

$$y_{\text{yout}(i)}^k - \gamma_i^k = 0, \quad \forall i \in \text{NTO}, \forall k \in K \quad (16)$$

$$y_{\text{yin}(i)}^k - y_{\text{yout}(i)}^k + \gamma_i^k - \delta_i^k = 0, \quad \forall i \in \text{NCD}, \forall k \in K \quad (17)$$

$$\sum_{k \in K} (\gamma_i^k + \delta_i^k) \leq 1, \quad \forall i \in \text{NTO} \cup \text{NTI} \cup \text{NCD} \quad (18)$$

$$\sum_{k \in K} \gamma_i^k \leq 1, \quad \forall i \in \text{NTO} \cup \text{NTI} \cup \text{NCD} \quad (19)$$

$$\sum_{k \in K} \delta_i^k \leq 1, \quad \forall i \in NTO \cup NTI \cup NCD \quad (20)$$

$$x_{t(a)}^k + y_a^{k'} \leq FFC^{kk'}, \quad \forall a \in S, \forall k, k' \in K \quad (21)$$

고속차량 중련편성 운영 최적화 모형의 목적함수는 열차운행에 따른 순 기대수익(expected net profit)을 최대화하도록 설정된다. 여기서 순 기대수익은 총 기대수입(expected revenue)으로부터, 단일편성(CX) 또는 중련편성(CY) 운영을 위해 소요되는 비용, 차량의 체박(CG) 및 회송(CH)에 따른 비용발생부분을 차감한 금액이다. 제약식 (1)은 고속차량 중련편성 운영관련 비용의 합을 집계하기 위한 제약식이다.

제약식 (2) - (6)은 고속차량 중련편성 운영 최적화 모형이 네트워크 문제의 속성을 만족하도록 하는 흐름보존(flow conservation) 관련 조건들이다. 여기서 제약식 (2)와 (3)은 각각 NR과 NK 노드에서 체박아크와 회송아크간의 차량 흐름에 대한 균형을 유지한다. 또한 제약식 (4)와 (5)는 열차별 서비스 시발(NTO) 및 종료(NTI) 노드에서의 체박아크와 할당아크간의 차량 흐름에 대한 균형을 유지한다. 제약식 (6)은 중간 편성조정 노드인 NCD에서의 차량 흐름에 대한 균형을 유지한다.

제약식 (7)과 (8)은 고속차량의 편성유형별 보유량의 한계를 제한한다. 여기서 사용되는 차량보유 한계 값은 검수차량이 제외된 평균 가용차량만을 대상으로 한다. 제약식 (9)는 역별 체박용량의 한계를 나타낸다.

제약식 (10)과 (11)은 차량편성의 할당규칙을 반영한다. 제약식 (10)은 설정된 모든 열차에 대해 편성유형에 관계없이 최소한 1 편성의 고속차량이 할당되어야 함을 의미한다. 제약식 (11)은 구간별 수요변동에 따라 중련편성이 필요한 경우 추가적으로 하나의 편성을 할당하는 역할을 한다.

제약식 (12) - (15)는 차량편성 할당 문제에서 각 OD별 좌석할당 문제를 같이 고려하는 제약식들이다. 제약식 (12)는 세그먼트별로 할당된 좌석량이 해당 세그먼트에 할당된 차량편성의 좌석용량(단일 또는 중련편성) 이하로 한정되도록 한다. 제약식 (13)은 확률적 수요를 고려한 OD별 좌석할당의 범위를 기회제약 모형으로 제한한다. 제약식 (14)와 (15)는 OD별 좌석할당량을 세그먼트 단위로 환산하는 역할을 한다.

제약식 (16) - (20)은 편성할당에 대한 운영상의 규칙들을 반영하는 조건들이다. 제약식 (16) - (18)은 차량운용과 C/D 작업 할당간의 논리적 관계를 설정한다. 제약식 (19)과 (20)은 가정 3)에 따라 열차별 C/D 작업 횟수를 제한한다. 마지막으로 제약식 (21)은 중련편성 운영시 할당되는 고속차량의 중련편성 호환성을 나타내는 제약으로 기존 KTX와 KTX2간에는 중련편성이 불가하고, 새로운 KTX2간에만 중련편성이 가능하다.

3. 확률모형의 선형화

제시된 고속차량 중련편성 최적화 모형의 목적함수는 확률분포함수를 전제로 하는 기대값으로 표현된다. 목적함수에서 총 기대수입을 확률분포함수를 이용하여 전개하면 식 (22)와 같다.

$$\begin{aligned} & E\left(\sum_{od \in OD} F_{od} \min\{z_{od}, D_{od}\}\right) \\ &= \sum_{od \in OD} F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq z_{od}) \cdot z_{od} \\ &+ \sum_{od \in OD} \sum_{r=1}^{z_{od}-1} F_{od} \times \Pr(D_{od} = r) \cdot r \end{aligned} \quad (22)$$

식 (22)에서, $\Pr(D_{od} \geq z_{od}) \cdot z_{od}$ 항은 비선형 함수로서 효율적인 해법 도출을 위한 모형의 선형화가 필요하다. Boer[6]는 한계 기대수입(Expected Marginal Revenue, EMR)의 개념을 기반으로 한 Wollmer(1986)[7]의 확률적 근사법이 확률적 수요가 포함된 기대수익 모형의 가장 간단한 선형화 방법 중 하나로 소개하였다. 한계 기대수입에 의한 확률모형 선형화는 항공사 좌석재고관리 최적화 문제에서 널리 적용되고 있는 방법이다[2, 6-8].

한계 기대수입에 의한 확률모형의 선형화를 적용하기 위해 결정변수 z_{od} 는 다음과 같은 이진정수를 값으로 갖는 변수로 다시 정의된다.

$$z_{od}(r) - \text{구간-od의 } r\text{번째 좌석이 할당되면 } 1 \text{ 그렇지 않으면 } 0.$$

여기서, 새로운 인덱스인 좌석번호-r은 1과 레그-a의 좌석용량(log capacity)- R_a 사이($1 \leq r \leq R_a$)에서 값을 갖는다. 따라서 식 (22)의 기대수익에 대한 확률모형은 식 (24) - 식 (26)을 제약조건으로 하여 식 (23)과 같이 선형화 되며, $\Pr(\cdot)$ 은 표준 정규 확률분포로부터 직접 구할 수 있다(증명 부록 참조).

$$\begin{aligned} & E\left(\sum_{od \in OD} F_{od} \min\{z_{od}, D_{od}\}\right) \\ &\Rightarrow \sum_{od \in OD} \sum_{r=1}^{R_a} F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq r) \cdot z(r) \end{aligned} \quad (23)$$

subject to

$$z_{od} - \sum_{r=1}^{R_a} z_{od}(r) = 0, \quad \forall od \in OD \quad (24)$$

$$z_{od}(r) \leq z_{od}(r-1), \quad \forall od \in OD, \forall r \in \{2, 3, \dots, R_a\} \quad (25)$$

$$z_{od}(r) \in \{0, 1\}, \quad \forall od \in OD, \forall r \in \{1, \dots, R_a\} \quad (26)$$

본 논문에서 고려하는 고속차량 중련편성 최적화 모형은 3 -

4개월 이상 동일한 패턴으로 적용되는 중기계획 (tactical plan)에 해당한다. 이와 같은 중기계획에서 승객수요에 대한 좌석공급량은 각 OD별 수요의 확률적 패턴과 공급전략을 반영할 수 있어야 한다. 제약식 (13)의 기회계약 모형은 ρ_{od} 를 조정하여 수요의 확률적 패턴과 OD별 공급전략을 유연하게 제어할 수 있는 모형이다.

제약식 (13)의 기회계약 모형은 확률변수 D_{od} 가 정규분포를 따르고, $\Phi(\cdot)$ 를 표준 정규분포 함수라고 할 때, 식(27)은 식(28), (29)와 같이 정리된다.

$$\Pr(D_{od} \geq z_{od}) \leq \rho_{od} \Rightarrow \Pr\left(\frac{D_{od} - E[D_{od}]}{\sqrt{Var[D_{od}]}} \geq \frac{z_{od} - E[D_{od}]}{\sqrt{Var[D_{od}]}}\right) \leq \rho_{od} \quad (27)$$

$$\Rightarrow 1 - \Phi\left(\frac{z_{od} - E[D_{od}]}{\sqrt{Var[D_{od}]}}\right) \leq \rho_{od} \quad (28)$$

$$\Rightarrow \Phi\left(\frac{z_{od} - E[D_{od}]}{\sqrt{Var[D_{od}]}}\right) \geq 1 - \rho_{od} \quad (29)$$

또한, $\Phi^{-1}(\cdot)$ 를 $\Phi(\cdot)$ 의 역함수라고 할 때, 식(29)로부터 식(30)을 얻을 수 있으며, 식(30)은 식(31)과 같이 정리된다.

$$\frac{z_{od} - E[D_{od}]}{\sqrt{Var[D_{od}]}} \geq \Phi^{-1}(1 - \rho_{od}) \quad (30)$$

$$z_{od} \geq \Phi^{-1}(1 - \rho_{od}) \sqrt{Var[D_{od}]} + E[D_{od}] \quad (31)$$

위와 같은 확률모형의 선형화 과정을 통하여, 고속차량 증편편성 운영 최적화 확률모형은 다음과 같은 선형모형으로 정리된다.

(고속차량 증편편성 운영 최적화 선형모형)

$$\text{Maximize } \sum_{od \in OD} \sum_{r=1}^{R_o} F_{od} \Pr(D_{od} \geq r) z_{od}(r) - COST$$

subject to

$$(1) \sim (12), (14) \sim (21), (24) \sim (25), (31)$$

고속차량 증편편성 운영 최적화 모형은 위와 같은 선형화를 통해, 상용 최적화 라이브러리를 직접 사용하여 최적해 또는 근사 최적해를 구할 수 있다.

4. 실험결과 및 검토

4.1 실험환경 및 조건

이 절에서는 현실에서 발생한 KTX의 수송실적 및 스케줄 데이터를 이용하여 한국 고속철도에 대해 증편편성 운영 최적화 모형의 실험 및 검토결과를 제시한다. 이 절에서 제시하

는 실험은 매주 금요일 오전에 운행하는 30개의 열차에 대해 선택적으로 적용된 결과를 제시한다.

데이터의 표본을 금요일 오전으로 선정하는 것은 최근 주 5일 근무제의 확산과 함께 금요일의 승객패턴에 대한 관심이 다른 요일보다 높기 때문이다. 이와 같이 선택적으로 적용된 열차스케줄에 대한 고속차량 증편편성 운영 최적화 모형은, 향후 효율적인 해법의 개발에 따라, 보다 대규모로 정의된 문제에 대해서도 직접 적용될 수 있다. 표본 데이터와 관련된 수요의 표본 데이터는 2004년 9월 ~ 10월 기간 중 금요일 오전에만 운행한 30대의 KTX 열차를 기준으로 한다.

고속차량 증편운영의 시행과 미시행의 경우 고속차량 적용 현황은 Table 2와 같다. 여기서 차량편성별 소요차량은 표본 열차 30대의 운영에 필요한 최소 소요량이다.

이 절에서 제시되는 실험결과들은 PC Windows(IBM 호환, RAM 1GB, CPU 2.13GHz) 환경에서 ILOG CPLEX v9.0을 이용하여 제시되었다. 이때 CPLEX의 실행조건은 모두 기본 옵션(default options)으로 설정되었으며, 각각의 실험대상(instance)들에 대한 수행시간은 10분으로 제한하였다.

4.2 실험을 위한 비용데이터

고속차량 증편편성 운영 최적화 모형의 비용은 다음과 같은 4 가지 항목으로 구성된다.

- CX = 열차단위의 편성할당비용
- CY = 구간단위의 증편운영비용
- CG = 역 또는 기지내 체박비용
- CH = 회송운행 비용

위와 같은 비용 항목들을 산정하기 위해서는 각 항목에 적합한 회계 구분에 따른 원가분석을 필요로 한다. 그러나 현재 한국철도에서 실시되고 있는 원가분석의 회계 항목은 고속차량 증편편성 운영 최적화 모형에서 필요한 4가지 비용 항목을 직접 산출할 수 있는 형태로 구분되어 있지 않다[3]. 따라서 제안된 고속차량 증편편성 운영 최적화 모형의 비용계수는 현행 원가계정과목의 열차당 평균비용 구성으로부터 저자의 주관적인 해석을 통하여 산정한다.

현행 고속철도 열차당 평균 비용은 약 12,500천원으로 이

Table 2. The number of HSR units usage

Types	Fleet operation	
	Double-fleet	Single-fleet
Num. of KTX (unit)	12	15
Num. of KTX2 (unit)	5	0
Num. of seats	13,035	14,025

중 고속차량 증편편성과 직접 관련이 없는 비용을 제외하면 고속차량 증편편성 운영에 직접 관련된 열차당 비용은 약 8,628천원이 되며, 관련된 세부과목의 현황은 Table 3과 같이 구성된다.

본 논문에서는 이와 같은 현행 데이터를 Table 3과 같이 고속차량 증편편성 운영 최적화 모형의 비용계수 체계로 전환하여 사용하였다. Table 3에서 인건비(labor cost)는 직원의 기본급, 상여금 및 수당으로 구성되며, 자산관련 경비(asset cost)는 동력비 및 보수비로 구성된다. 선로사용료(track access charge)는 열차가 본선을 운행하는 시간에 따라 지불하는 비용이고, 마지막으로 기타 경비(other cost)는 열차운영 수수료, 승차권 대매 수수료 및 객차 청소료 등의 제반 비용으로 구성된다.

Table 3에 산정된 비용계수는 열차당 평균 비용에 따른 구분이다. 따라서 각 항목의 비용은 운행구간의 거리에 비례하도록 산정한다. 본 논문에서는 거리에 따른 비용의 변화는 Table 4와 같이 산정하여 적용한다.

4.3 실험결과 및 검토

고속차량 증편편성 운영 최적화 모형의 현실 적용성을 검토하고, 증편편성 운영 방법의 효율성을 분석하기 위해 증편편성 운영을 시행하는 경우와 미시행하는 경우에 대해 각각 비교 실험을 실시하였다. 또한 기회계약 모형에 의해 확률적으로 보장되는 고객 서비스율의 효과를 분석하기 위해 이탈수요관련 파라미터(ρ)를 다양하게 (30%, 40%, 50%, 및 100%)

Table 3. Cost coefficients of the double-fleet optimization model

Items	Cost ×1000 /train	KTX			KTX2			
		CX	CG	CH	CX	CY	CG	CH
Labor	2,465	100%	-	30%	60%	30%	-	30%
Asset	936	100%	-	70%	40%	40%	-	30%
Track access	3,583	100%	-	100%	70%	-	-	70%
Others	1,644	100%	5%	60%	50%	50%	5%	30%
Total	8,628							

Table 4. Proportions of costs for operating sections

Stations	SEL	DJN	DGU	BUS	YSN	GWU	MOK
SEL	-	50%	80%	100%	20%	110%	110%
DJN	50%	-	60%	70%	50%	80%	80%
DGU	80%	60%	-	60%	80%	200%	200%
BUS	100%	70%	60%	-	100%	200%	200%
YSN	20%	50%	80%	100%	-	110%	110%
GWU	110%	80%	200%	200%	110%	-	30%
MOK	110%	80%	200%	200%	110%	30%	-

설정하여 비교하고 결과를 제시하였다.

Table 5는 이와 같은 증편편성 운영의 시행효과를 미시행의 경우와 비교하여 나타낸다. 여기서 기대수익은 한계 기대수익의 합에 의해 확률적으로 계산된 수익이고, 좌석 이용률은 모든 레그에 배분된 전체 좌석수에 대한 승객을 위해 할당된 총 좌석수의 비율을 나타낸다. 또한 MIP(Mixed Integer Programming) Gap은 CPLEX MIP solver가 10분간 수행된 이후 발견된 해의 Gap을 나타낸다. MIP Gap은 증편운영을 시행하는 경우에 대해서만 제시하였고, 미시행의 경우 모형이 단순하게 정리되어, 모든 경우 10분 이내에 최적해가 발견되었다.

Table 5는 이탈수요의 상한 값을 높게 설정함에 따라 기대수익은 높아지고, 좌석 이용률은 낮아지는 결과를 나타내고 있다. 이와 같은 효과는 해 공간(solution space)의 확장에 따른 목적함수 값의 개선과 함께, 일부 수익성이 높은 장거리 OD 위주의 좌석할당에 따른 OD별 고객 서비스의 형평성 저하가 원인으로 판단된다.

또한 증편운영을 시행하는 경우가 미시행하는 경우에 비해 전반적으로 양호한 결과를 나타내고 있어, 고속차량의 효율적 증편편성 운영방법 개발의 필요성을 나타내고 있다.

제안된 모형을 통해 다양한 실험결과들을 정량적으로 제시함으로써 고속차량 운영정책 수립을 위한 방법론으로 적용이 가능함을 확인하였다.

6. 결론 및 향후 연구방향

본 논문에서는 장래 한국철도에서 도입하는 10량 편성 고속차량의 효율적인 운영을 위한 증편편성 운영 최적화 모형을 제시하였다. 제안된 모형은 국내 고속차량 운영방안에 대한 전략적 의사결정을 위해 확률적 수요특성을 고려하였으며, 효율적인 해법확보를 위한 확률모형의 선형화법을 제시하였다.

제시된 확률모형의 선형화법은 한계 기대수익의 개념을 구현하기 위한 결정변수의 정의가 추가적으로 필요하다. 이와

Table 5. Comparison of test results for double-fleet operation

Spill rate (ρ)	Exp. Rev. (M.Won)		Seat utilization (%)		MIP Gap (%)
	Double -fleet	Single -fleet	Double -fleet	Single -fleet	
30%	172.8	169.4	80.1%	74.3%	8.53
40%	195.2	178.9	80.4%	73.2	0.01(*)
50%	198.9	185.6	79.3%	72.1	1.91
100%	238.8	211.7	72.5%	62.5	0.54

(*): Obtained by using the final solution of the problem with $\rho=30%$ in the double fleet operation as an initial solution

같은 추가변수에 의해 제시된 선형화 모형의 규모는 기존의 확정적 모형(deterministic model)[1]에 비해 불가피하게 커지게 되었다. 따라서 제시된 모형을 고속차량 증편편성 운영 계획수립에 직접 적용하기 위해서는 적절한 시간 내에 좋은 해를 구할 수 있는 해법개발이 필요하다.

제안된 모형에서는 이탈수요에 대한 확률적 속성을 보다 현실적으로 반영하기 위해 기회제약 모형을 적용하였다. 모형내에서 이탈수요에 대한 허용범위를 직접 제어함에 따라, 본선에 운행되는 고속차량 공급정책의 조정이 가능할 것으로 판단된다. 또한 현실에서 발생하는 다양한 제약조건들을 충분히 반영하여 전략적 의사결정 뿐만 아니라, 고속차량 증편편성 운영에 대한 중기계획 수립(tactical planning)에도 직접 적용할 수 있을 것으로 기대된다.

제안된 모형에서 사용되는 비용계수는 현재 국내 고속철도 운영기관에서 적용하는 원가계정 항목을 기준으로 저자의 주관적 판단에 따라 정의하여 산정하였다. 따라서 향후 제안된 최적화 모형의 결론이 보다 현실적인 의미를 갖기 위해서는 관련된 원가 및 비용해석에 대한 연구가 추가되어야 할 것으로 판단된다.

참고문헌

1. 최인상, 오석문, 손무성, 최인찬(2005), “공공성을 고려한 열차용량 할당”, 한국철도학회논문집, Vol.8, No.6, pp.602-609.
2. 오석문, 최인찬(2003), “좌석재고관리문제에서 하위예약등급 선형예약 가정에 대한 수학적 이해”, 한국철도기술정보지, pp.12-17.
3. 코레일(2007), “2006회계연도 경영성적보고서”, p.49.
4. Nejib Ben-Khedher, Josephine Kintanar, Cecile Queille, and William Stripling (1998), “Schedule Optimization at SNCF: From Conception to Day of Departure”, Interfaces, Vol.28, No.1, pp.6-23.
5. A. Charnes and W. W. Cooper (1959), “Chance-Constrained Programming”, Management Science, Vol.6, pp.73-89.
6. Sanne V. de Boer (2002), Richard Freling, Nanda Piersma, “Mathematical Programming for Network Revenue Management Revisited”, European Journal of Operational Research, Vol.137, No.1, pp.72-92.
7. Wollmer, R. D. (1992), “An Airline Seat Management Model for a Single Leg Route When Lower Fare Classes Book First”, Operations Research, Vol.40, pp.26-37.
8. Williamson, E. L. (1992), “Airline Network Seat Control”, Ph.D Thesis, MIT, Cambridge MA.

(2007년 10월 29일 논문접수, 2007년 11월 21일 심사완료)

부록 한계 기대수익(EMR, expected marginal revenue)에 의한 기대수익의 선형화

고속차량 증편편성 운영 최적화 모형의 목적함수에 나타난 기대수익($Z(z_{od})$)의 한계 기대수익($\Delta Z(z_{od})$)은 다음과 같이 정의된다.

$$Z(z_{od}) = E\left(\sum_{od \in OD} F_{od} \min\{z_{od}, D_{od}\}\right) \tag{1}$$

$$= \sum_{od \in OD} F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq z_{od}) \cdot z_{od} + \sum_{od \in OD} \sum_{r=1}^{z_{od}-1} -1 F_{od} \times \Pr(D_{od} = r) \cdot r$$

$$\Delta Z(z_{od}) = Z(z_{od}) - Z(z_{od}-1) \tag{2}$$

이때 식 (2)의 한계 기대수익은 정리 1)과 같다. Wollmer[7]가 항공산업의 수익극대화 모형(single leg multiple fare class model)에서 적용한 한계 기대수익의 근사모형 제시하고 있으며, 본 논문에서는 Wollmer[7]의 결과를 고속차량 증편편성 할당 문제에 응용한다.

정리 1) $\Delta Z(z_{od}) = F_{od} \cdot \Pr(D_{od} \geq z_{od})$

증명 1) $\Delta Z(z_{od}) = Z(z_{od}) - Z(z_{od}-1)$

$$Z(z_{od}) = \sum_{od \in OD} F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq z_{od}) \cdot z_{od} + \sum_{od \in OD} \sum_{r=1}^{z_{od}-1} F_{od} \times \Pr(D_{od} = r) \cdot r$$

$$= \sum_{od \in OD} F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq z_{od}) \cdot z_{od} + \sum_{od \in OD} F_{od} \times \Pr(D_{od} = z_{od}-1) \cdot (z_{od}-1)$$

$$+ \sum_{od \in OD} \sum_{r=1}^{z_{od}-2} F_{od} \times \Pr(D_{od} = r) \cdot r$$

$$\Delta Z(z_{od}) = \sum_{od \in OD} F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq z_{od}) \cdot z_{od} - \sum_{od \in OD} F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq z_{od}) \cdot (z_{od}-1)$$

$$= F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq z_{od}) \blacksquare \tag{3}$$

일반적으로 기대수익은 한계 기대수익의 합으로 표현할 수 있으므로, 특정-OD에 할당되는 좌석수(z_{od})에 대한 기대수익은 식 (4)와 같고, 식 (4)는 식(3)을 이용하여 정리하면 식 (5)와 같다.

$$Z(z_{od}) = \sum_{r=1}^{z_{od}} \Delta Z(r) \tag{4}$$

$$Z(z_{od}) = \sum_{r=1}^{z_{od}} (F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq r)) \tag{5}$$

식 (5)는 특정-OD에 대한 기대수익을 한계 기대수익의 합으로 표현한 식으로서 여전히 확률 분포함수와 결정변수(z_{od})가 포함된 비선형 함수로서 선형화가 필요하다. 정리 2)에서는, Boer[6]에서 소개된 선형화 개념을 활용하여, 식 (5)의 비선형 모형에 대한 명시적인 선형화 모형을 제시한다.

정리 2) $Z(z_{od}) = \sum_{r=1}^{R_{od}} (F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq r)) \times z_{od}(r)$ (6)

증명 2) $r^* = \max\{r | z_{od}(r) = 1\}$ 로 정의하고, 식(5)의 우변을 전개하면 다음과 같다.

$$Z(z_{od}) = (F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq 1)) + (F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq 2)) + \dots + (F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq r^*))$$

$$+ (F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq r^* + 1)) + \dots + (F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq R_a)) \tag{7}$$

정의에 의해 $z_{od}(r) = 1, \forall r \in [1, r^*], z_{od}(r) = 0, \forall r \in [r^* + 1, R_a]$ 이므로 식 (7)은 식 (8)과 같고, 식 (8)의 두 번째 항은 항상 0 이므로 식 (9)와 같다.

$$Z(z_{od}) = \sum_{r=1}^{r^*} (F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq r)) \times z_{od}(r) + \sum_{r=r^*+1}^{R_a} (F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq r)) \times z_{od}(r) \tag{8}$$

$$= \sum_{r=1}^{R_a} (F_{od} \times \Pr(D_{od} \geq r)) \times z_{od}(r) \blacksquare \tag{9}$$