

# 병렬로 배열된 두 개의 구에서 발생하는 후류의 특성 연구

김 동 주\*<sup>1</sup>

## WAKE CHARACTERISTICS BEHIND TWO SPHERES IN A SIDE-BY-SIDE ARRANGEMENT

Dongjoo Kim\*<sup>1</sup>

*Numerical simulation of laminar flow over two spheres in a side-by-side arrangement is carried out to investigate the effect of the inter-sphere spacing on the flow characteristics. The Reynolds numbers considered are 100, 250, and 300, covering the steady axisymmetric, steady planar-symmetric, and unsteady planar-symmetric flows in the case of a single sphere. Results show that the drag and lift coefficients and wake structures are significantly modified depending on both the Reynolds number and the spacing between the spheres. At  $Re=100$ , the flow is steady planar-symmetric irrespective of the spacing, but it shows some variation according to the spacing at  $Re=250$  and 300. That is, the flow maintains planar symmetry of the single-sphere wake at large spacings, while it loses the symmetry at small spacings due to the generation of new asymmetric vortical structures. It is also shown that the drag and lift coefficients generally increase with decreasing inter-sphere spacing because the high pressure region is formed near the gap between the spheres.*

**Key Words :** 구(Sphere), 병렬 배열(Side-by-Side Arrangement), 후류(Wake), 면대칭(Planar Symmetry)

### 1. 서 론

구(sphere)는 대표적인 3차원의 뚱뚱한 물체이며 구에서 발생하는 후류(wake) 및 보텍스 shedding(vortex shedding)의 특성을 이해하려는 노력이 꾸준히 있어 왔다. 하지만, 구 형상의 단순함에도 불구하고 구 후류의 복잡한 3차원 특성[1-8]으로 인하여 실험 및 전산해석을 수행하기가 쉽지 않았고, 최근 실험 및 수치해석 기법의 발달로 구 후류에 대한 연구가 다시 활발히 진행되고 있다.

다수의 고체 입자를 유동장 내에 포함하고 있는 입자 유동 (particle-laden flow)과 관련하여 서로 인접한 두 개 혹은 다수의 구에서 발생하는 후류에 대한 연구[9-15]가 최근 관심을 끌고 있다. 두 개의 구에서 발생하는 후류에 대한 선행 연구를 살펴보면, 구에 작용하는 항력은 레이놀즈수, 두 구 사이의 거리 및 구의 배치방법의 함수임을 알 수 있다. 여기서, 구의 배치방법으로는 두 구의 중심을 잇는 직선이 주유동 방

향과 평행한 경우(직렬 배열, tandem arrangement)와 수직인 경우(병렬 배열, side-by-side arrangement)가 주된 연구 대상이었다. 본 연구자는 최근 직렬 배열된 두 구의 후류에 대해 연구 [15]를 수행한 바 있으며, 본 연구는 그 후속 연구로서 병렬 배열된 두 구 주위의 유동장을 연구 대상으로 한다.

병렬 배열된 두 구에 대한 선행 연구를 살펴보면, 실험적 연구[9,10]는 구의 간격에 따른 항력계수의 변화를 주로 측정하였기 때문에, 유동장에 대한 충분한 정보를 제공하지 못하고 있다. 또한, 수치해석적 연구[11-13] 역시 다소 제한된 레이놀즈수 영역만을 다루고 있어 정상 및 비정상 층류 유동 전체에 대한 체계적이고 고해상도의 수치해석 연구가 필요하다. 한편,  $Re=300$  근처에서 실험과 계산을 병행한 Schouveiler 등[14]의 결과는 주목할 만하다.

이러한 배경 하에 본 연구에서는 병렬로 배열된 두 개의 구를 지나는 층류 유동을 수치해석을 이용하여 예측한 후, 구에 작용하는 항력 및 양력과 유동 구조의 상관관계를 분석하고자 한다. 특히, 3차원의 보텍스 구조를 관찰함으로써 레이놀즈수와 구의 간격이 유동장의 불안정성과 대칭성에 미치는 영향을 규명하고자 한다.

접수일: 2007년 10월 22일, 심사완료일: 2007년 10월 31일.

1 정회원, 금오공과대학교 기계공학부

\* E-mail: kdj@kumoh.ac.kr

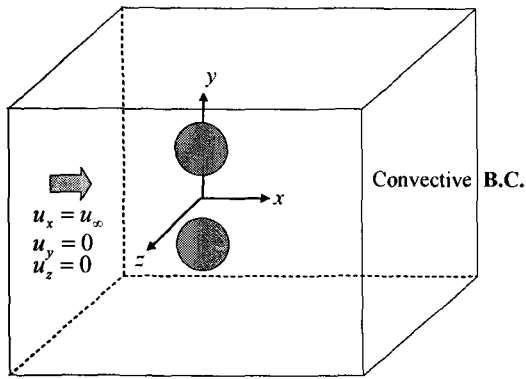


Fig. 1 Coordinate system and boundary conditions

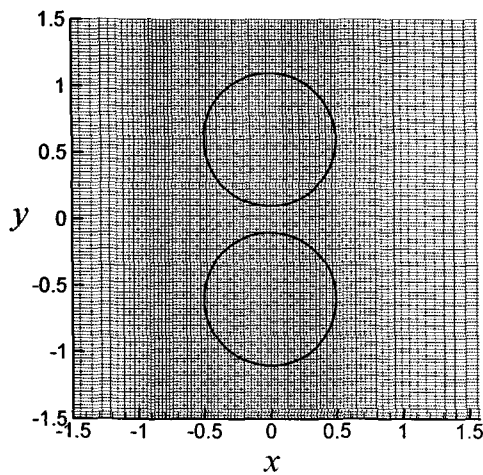


Fig. 2 Mesh near two spheres at z=0

## 2. 수치해석 방법

본 연구에서는 Kim 등[16]이 제시한 가상경계방법을 이용하여 수치해석을 수행하였다. 이 방법은 Navier-Stokes 방정식에 운동량 부가(momentum forcing)와 질량 원천/흡입(mass source/sink)을 도입함으로써 유동장 내에 존재하는 물체를 묘사하는 방법으로, 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + f_i, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} - q = 0, \quad (2)$$

여기서,  $f_i$ 와  $q$ 는 각각 물체 내부에 정의되는 운동량 부가와 질량 원천/흡입을 나타낸다. 모든 변수는 구의 직경  $d$ 와 입구에서의 유동속도  $u_\infty$ 로 무차원화 하였고, 레이놀즈수는

$Re = u_\infty d / \nu$ 로 정의하였다. 최근 다수의 연구자들이 가상경계방법을 사용하고 있으며, 이 방법을 사용하여 본 연구자는 구 주위의 층류 및 난류 유동장을 성공적으로 해석한 바 있다[7,8,15,16].  $f_i$  및  $q$ 를 구하는 방법 등의 자세한 수치해석 방법은 Kim 등[16]의 논문을 참고하길 바란다.

Fig. 1은 좌표계 및 경계조건을 나타내고 있으며, 본 연구에서는 직교좌표계에 가상경계방법을 적용하여 수치해석을 수행하였다. 그 이유는 구가 하나이거나 두 개의 구가 앞뒤로 놓여 있는 경우에는 원통좌표계가 직교좌표계보다 구의 형상을 묘사하기에 효과적이지만[15,16], 병렬로 배열된 두 구의 경우에는 원통좌표계를 사용하는 것이 비효율적이기 때문이다. 본 연구에서 좌표계의 중심은 두 구의 중심을 잇는 직선의 중점으로 정의하였다. 또한, 구의 중심 좌표는  $(x, y, z) = (0, \pm(d+l)/2, 0)$ 이며,  $l$ 은 두 구 사이의 최단 거리를 의미한다. 계산영역은  $x, y, z$  각 방향으로  $-15d \sim 15d$ 를 사용하였다. 경계조건으로는 입구 및 원거리에서 Dirichlet 경계조건을 사용하였고, 출구에서는 대류경계조건을 사용하였다.

Fig. 2는 해석에 사용된 격자계의  $xy$ -단면( $z=0$ )을 나타낸 것으로, 두 개의 원은 두 개의 구를 나타낸다. 전체적으로 사용된 격자수는 약 456만개로  $x, y, z$  각 방향으로 192, 212, 112개의 격자를 사용하였고, 격자수에 대한 테스트를 수행하여 결정하였다.

## 3. 결과 분석

### 3.1 한 개의 구 주위 유동

본 연구에서는 원통좌표계가 아닌 직교좌표계에서 가상경계방법을 사용하고 있기 때문에, 우선 한 개의 구에 대해 연

Table 1 Simulation results for flow over a single sphere. Here,  $\overline{C_d}$  and  $\overline{C_l}$  are the time-averaged drag and lift coefficients, respectively.

	Re	$\overline{C_d}$	$\overline{C_l}$	St
Present	100	1.089	0	-
	250	0.706	0.061	-
	300	0.663	0.067	0.133
Kim & Choi[7]	100	1.087	0	-
	250	0.702	0.060	-
	300	0.657	0.067	0.134
Fornberg[1]	100	1.085	0	-
Johnson & Patel[3]	250	0.70	0.062	-
	300	0.656	0.069	0.137
Contantinescu 등[5]	300	0.656	0.065	0.136
Tomboulides & Orszag[6]	300	0.671	-	0.136

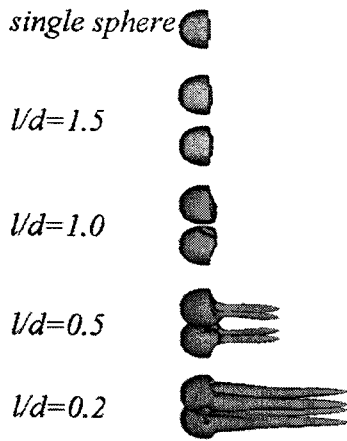


Fig. 3 Variation of vortical structures with respect to the inter-sphere spacing at Re=100

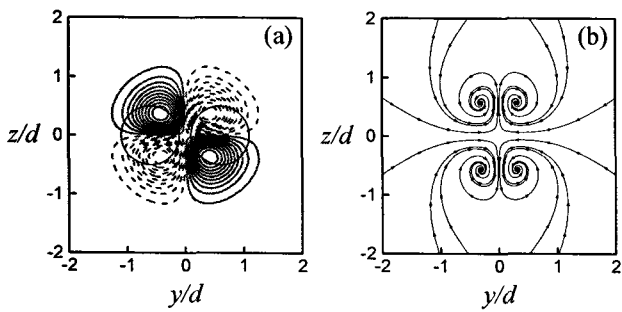


Fig. 4 Two pairs of streamwise vortices in the wake at  $l/d=0.2$  for  $Re=100$ : (a) streamwise vorticity contours at  $x/d=0.31$ ; (b) streamlines at  $x/d=0.31$

구를 수행하고 이전의 연구 결과와 비교해 보았다. 연구를 수행한 레이놀즈수는 100, 250, 300이며, 각각 정상 축대칭( $Re \leq 200$ ), 정상 면대칭( $210 \leq Re \leq 270$ ), 비정상 면대칭( $280 \leq Re < 375$ ) 유동을 대표하는 값이다. Table 1은 항력 및 양력 계수와 스트롤수에 대한 해석 결과이며, 원통좌표계에서 가상경계방법을 사용한 결과[7] 및 body-fitted 격자를 사용한 결과[1,3,5,6]와 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

### 3.2 인접한 두 구 주위의 유동

#### 3.2.1 Re=100에서의 유동

Fig. 3은  $Re=100$ 에서 두 구 사이의 거리에 따른 3차원 보텍스 구조의 변화를 나타내며, 본 연구에서는 Jeong & Hussain[17]의 방법을 이용하였다. 구가 하나인 경우에는 구 표면 근처의 강한 와도(vorticity) 영역을 제외하고는 구 후류에 보텍스 구조가 발견되지 않는다. 하지만, 두 구가 인접해 있는 경우 두 구에서 발생하는 후류의 상호작용으로 인하여 유동장에 큰 변화가 나타난다. 즉,  $l/d$ 가 1.0 이상인 경우에

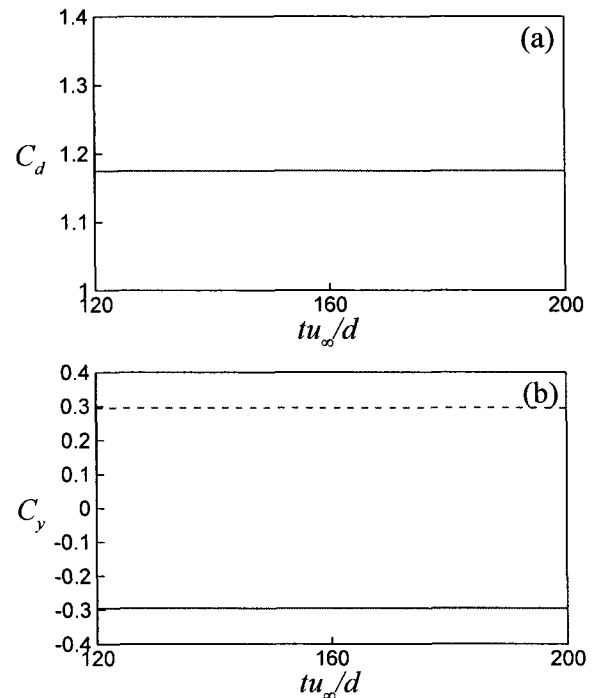


Fig. 5 Temporal variation of drag and lift coefficients at  $l/d=0.2$  for  $Re=100$ . —, lower sphere; ----, upper sphere: (a) drag; (b) lift

는 상호작용이 작기 때문에 유동 구조가 거의 변하지 않지만,  $l/d$ 가 0.5 이하인 경우에는 구 후류에 위아래로 대칭을 이루는 보텍스 페어(vortex pair)가 생성되는 것을 볼 수 있다. 이러한 보텍스 구조는 두 구가 서로 가까워질수록 더욱 강해져서,  $l/d$ 가 0.5인 경우보다 0.2인 경우에 주유동 방향으로 보다 넓은 영역에서 나타난다.

두 구가 서로 가까울 때 구 후류에서 발생하는 보텍스 주변의 속도장을 이해하기 위해, 보텍스 단면의 와도와 유선을 그려보았다. Fig. 4는 그 결과이며,  $l/d$ 가 0.2인 경우  $x=3.1d$  위치에서 주유동 방향 와도 성분과 유선을 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이 쌍을 이루는 두 개의 보텍스 페어는 강한 주유동 방향 와도를 가지고 있고, 이러한 특징은 단일 구의  $Re=250$ 에서 발견되는 보텍스의 성질과 매우 유사하다 (Fig. 7 참조).

Fig. 5는 보텍스의 강도가 가장 큰  $l/d$ 가 0.2인 경우에 대해 항력 및 양력 계수를 시간의 함수로 나타낸 것이다. 대칭인 유동구조 (Fig. 3)에서 예상할 수 있듯이 두 구에 작용하는 항력 계수는 동일하며, 양력 계수는 크기는 같고 부호는 반대이다. 즉, 아래에 위치한 구의  $C_y < 0$ 이고 위에 위치한 구의  $C_y > 0$ 이며, 이는 구에 작용하는 양력이 서로를 밀어내려는 척력(repulsive force)에 해당함을 의미한다. 두 구에 작용하는 힘이 인력(attractive force)이 아닌 척력이 되는 이유는 Fig. 6

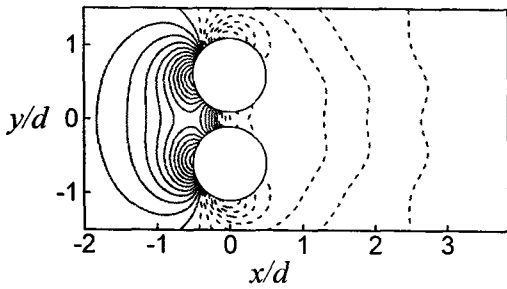


Fig. 6 Pressure distribution near the spheres at  $l/d=0.2$  for  $Re=100$

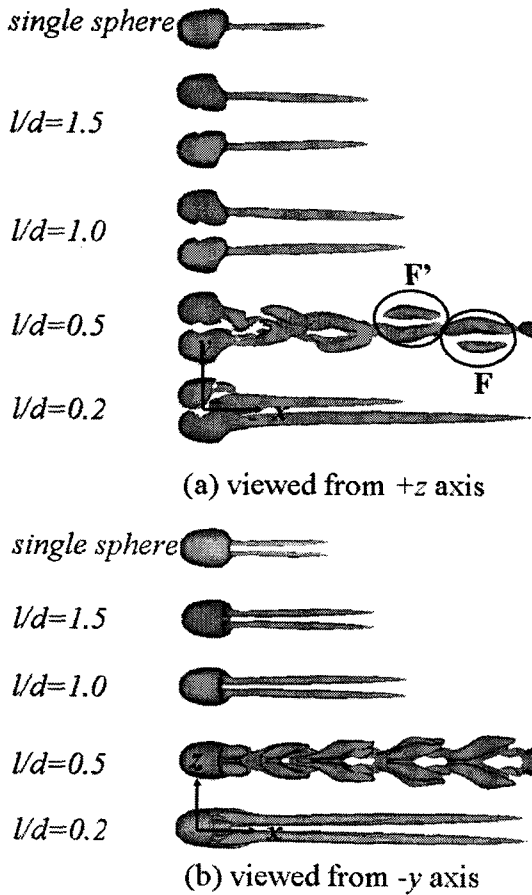


Fig. 7 Variation of vortical structures with respect to the inter-sphere spacing at  $Re=250$

의 구 주위 압력 분포에서 쉽게 알 수 있다. 즉, 척력이 발생하는 이유는 두 구 사이의 좁은 공간에 높은 압력장이 형성되고, 그 결과 이웃한 구를 향하는 구면의 압력이 반대면의 압력보다 높아지기 때문이다.

3.2.2  $Re=250$ 에서의 유동

Fig. 7은  $Re=250$ 에서  $l/d$ 에 따른 보텍스 구조의 변화를 나

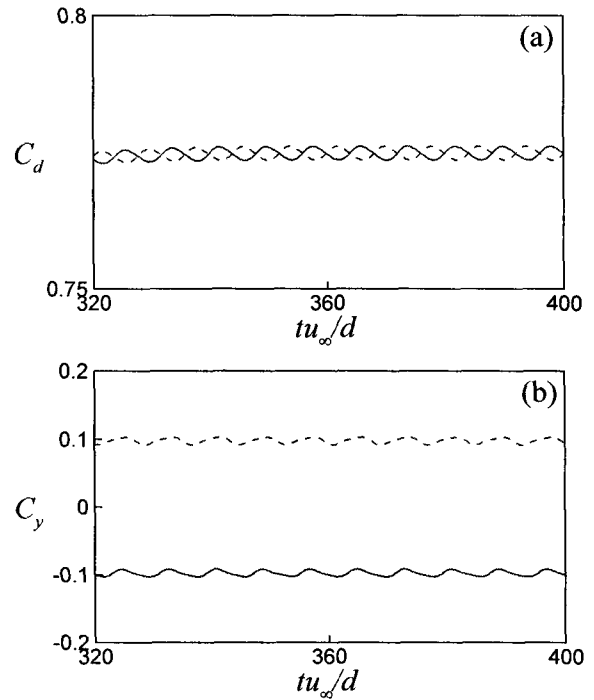


Fig. 8 Temporal variation of drag and lift coefficients at  $l/d=0.5$  for  $Re=250$ . —, lower sphere; ---, upper sphere: (a) drag; (b) lift

타낸 것으로, Fig. 7(b)는 Fig. 7(a)를  $x$ 축에 대해 90도 회전시킨 그림이다. 단일 구의 경우는 두 구의 거리가 무한히 먼 경우로 생각할 수 있으며, 구 후류에 한 쌍의 주유동 방향 보텍스가 발생한다. 구 사이의 거리가 감소하여  $l/d$ 가 1.0과 1.5인 경우, 구 후류의 약한 상호작용으로 유동 구조의 변화 없이 보텍스의 크기만 주유동 방향으로 커진다. 하지만,  $l/d$ 가 0.5 이하인 경우에는 후류의 강한 상호작용으로 인하여 매우 특이한 유동 구조로 변형 된다. 즉,  $l/d$ 가 0.5인 경우에는 보텍스 F와 F'의 주기적인 발생으로 비정상 유동이 되었다가,  $l/d$ 가 0.2인 경우에 다시 정상 유동으로 바뀌는 현상은 매우 흥미로우며, 이와 유사한 천이 현상이 두 구가 앞뒤로 배열된  $Re=250$ 의 유동에서도 발견된 적이 있다[15]. 한편, 유동장의 대칭성은 Fig. 7(b)에서 알 수 있듯이  $l/d$ 에 관계없이 항상  $xy$ -평면( $z=0$ )에 대해 대칭이다. 하지만,  $xz$ -평면( $y=0$ )에 대해서는  $l/d=1.5$ 과 1.0의 경우에는 대칭이지만,  $l/d=0.5$ 와 0.2의 경우에는 비대칭이 된다 (Fig. 7(a) 참조).

특이한 유동 구조를 갖고 비정상 유동이 되는  $l/d=0.5$ 의 경우에 대해 항력 및 양력 계수의 시간에 따른 변화를 살펴 보았다 (Fig. 8). 항력과 양력이 시간에 대해 주기적인 변화를 보이는데, 이는 구 후류에 보텍스 F와 F'이  $xz$ -평면의 위와 아래에서 번갈아가며 주기적으로 발생하기 때문이다 (Fig. 7 참조). 또한, 보텍스 F와 F'의 비대칭적인 발생으로 인해 두

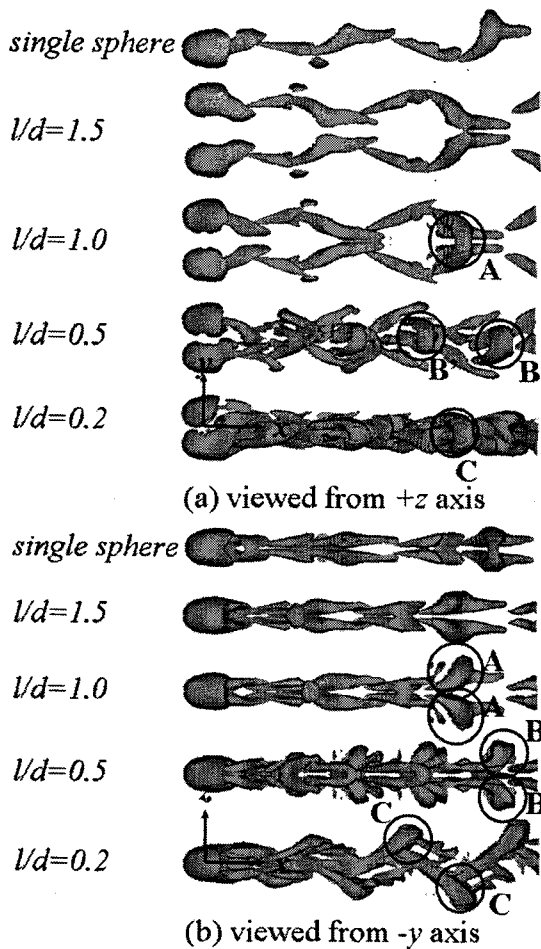


Fig. 9 Variation of vortical structures with respect to the inter-sphere spacing at  $Re=300$

구의 항력 계수( $C_d$ )와 양력계수의 크기( $|C_y|$ )는 서로 180도의 위상차를 보인다. 하지만, 이 경우에도 항력 및 양력 계수의 평균값은 서로 같음을 알 수 있다. 한편,  $l/d$ 가 0.2인 경우에는 두 구의 항력 계수가 0.761과 0.835로 서로 다르며, 이는 Fig. 7(a)에 알 수 있듯이 유동 구조의 비대칭성 때문이다.

### 3.2.3 $Re=300$ 에서의 유동

Fig. 9는  $Re=300$ 에서  $l/d$ 에 따른 보텍스 구조의 변화를 나타내며, 구가 하나인 경우에 한 쌍의 머리핀 모양의 보텍스(hairpin vortex)가 주기적으로 발생한다. 두 구의 거리가 먼  $l/d$ 가 1.5인 경우에는 유동 구조가 거의 변하지 않지만,  $l/d$ 가 1.0인 경우에는 두 머리핀 보텍스의 상호작용으로 새로운 보텍스 A가 후류에 나타난다. 이 때, 보텍스 A는  $xy$ -평면과  $xz$ -평면에 모두 대칭이다. 하지만,  $l/d$ 가 0.5인 경우에는 보텍스 B와 B'이  $xz$ -평면에 대해 비대칭적으로 발생하므로 유동장은  $xy$ -평면에 대해서만 대칭성을 유지하며, 이러한 특징은  $Re=250$ 의 보텍스 F와 F'의 특성과 매우 유사하다. 한편,

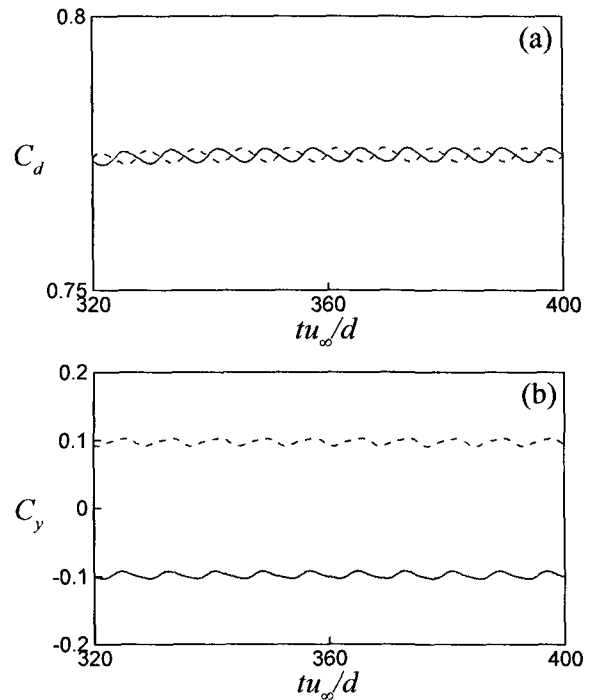


Fig. 10 Temporal variation of drag and lift coefficients at  $l/d=1.0$  for  $Re=300$ . —, lower sphere; ---, upper sphere: (a) drag; (b) lift

$l/d$ 가 가장 작은 0.2의 경우에는 비대칭의 성향이 더욱 강해져 보텍스 C가  $xy$ -평면에 대해서도 비대칭적으로 발생하고 (Fig. 9b), 그 결과 유동장은 완전한 비대칭이 된다.

Figs. 10과 11은 각각  $Re=300$ 에서  $l/d$ 가 1.0인 경우와 0.2인 경우에 대해 항력 및 양력 계수의 시간에 따른 변화를 나타낸다. 유동장이  $xy$ -평면과  $xz$ -평면에 모두 대칭인  $l/d=1.0$ 의 경우에는 두 구의 항력 계수( $C_d$ ) 및 양력 계수의 크기( $|C_y|$ )가 매순간 일치하여 위상차가 없다. 하지만,  $l/d$ 가 0.5인 경우에는 보텍스 B와 B'의 비대칭적 발생으로 인해  $C_d$ 와  $|C_y|$ 은 180도의 위상차를 갖는다 (이러한 특징은  $Re=250$ ,  $l/d=0.5$ 의 경우와 매우 유사하므로 Fig. 8 참조). 한편, 유동장이 완전히 비대칭인  $l/d$ 가 0.2인 경우에는 두 구의 항력 및 양력 계수가 순간값뿐만 아니라 평균값 역시 일치하지 않는다.

앞서 설명한 보텍스의 변화 및 항력의 특성은 전체적으로 Schouveiler 등[13]의 결과와 잘 일치한다. 하지만, 그들의 실험 및 수치해석 결과는  $0.7 < l/d < 2$ 의 영역에서는 다소 차이를 보였다. 즉, 실험에서는 두 항력계수 사이에 위상차가 없었지만(in-phase), 계산에서는  $l/d$  또는 초기조건에 따라 90도 혹은 180도(out-of-phase)의 위상차가 관찰되었다. 이 차이에 대해 그들은 실험에서 구 지지대의 영향 등 몇 가지 가설을 제시하고 있지만 결론을 내리지는 못하였다. 하지만, 본 연구에서는  $l/d=1.0$ 과 1.5에서 위상차가 없어 Schouveiler 등[13]의

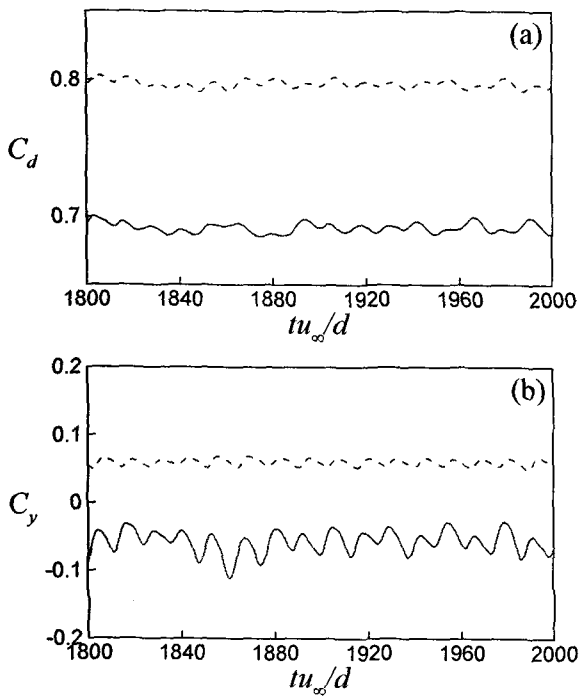


Fig. 11 Temporal variation of drag and lift coefficients at  $l/d=0.2$  for  $Re=300$ . —, lower sphere; ---, upper sphere: (a) drag; (b) lift

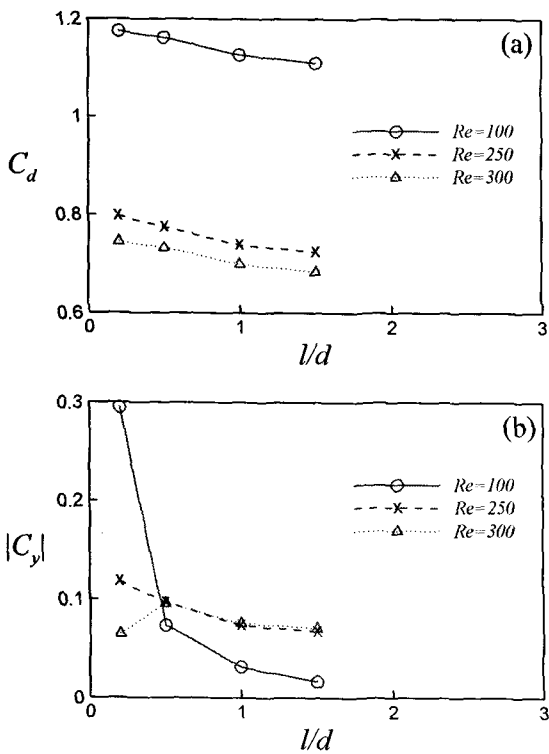


Fig. 12 Time-averaged drag and lift coefficients: (a) drag; (b) lift

실험 결과와 잘 일치하며, 따라서 구 지지대로 인한 차이는 아닌 것으로 판단된다.

3.3 유동 구조 및 평균 항력/양력 계수의 정리

이상의 내용을 정리하면, 두 구 주위의 유동은 Table 2에 나타난 바와 같이 레이놀즈수와 구의 간격에 따라 여러 종류로 구분할 수 있다. 이 표에서 면대칭의 경우에 있는 괄호 안 숫자는 대칭면의 숫자를 의미한다. 즉, 2인 경우는  $xy$ -평면과  $xz$ -평면에 대해 모두 대칭이고, 1인 경우에는  $xy$ -평면에 대해서만 대칭임을 나타낸다. 전체적으로 레이놀즈수가 커지거나 구 사이의 거리가 감소할수록 유동장의 대칭성은 감소한다.

Fig. 12는 시간평균한 구의 항력 계수와 양력 계수의 크기를 구 간격의 함수로 나타낸 그림이다. 이 그림에서 Fig. 11과 같이 위아래 두 구의 계수 크기가 다른 경우( $Re=100, l/d=0.2$ ;  $Re=300, l/d=0.2$ )에는 두 계수를 산술평균한 값을 사용하였다. 연구를 수행한 모든 레이놀즈수에서 구의 간격이 감소함에 따라 항력 계수는 단조 증가한다. 반면, 양력 계수는 구의 간격이 감소함에 따라 일반적으로 증가하는 경향을 보이지만,  $Re=300$ 에서  $l/d$ 가 0.5에서 0.2로 감소할 때는 오히려 감소한다. 이러한 현상은 면대칭에서 비대칭 유동으로의 천이와 밀접한 관련이 있는 것으로 판단된다.

4. 결 론

두 개의 구가 서로 인접해 있을 때, 레이놀즈수와 구 사이의 거리가 유동장에 미치는 영향에 대한 연구를 수행하였다. 본 연구에서 고려한 레이놀즈수는 100, 250, 300이며, 구 사이의 거리는 구 직경의 0.2배에서 1.5배까지로 하였다. 이 때, 두 구의 위치는 구의 중심을 잇는 직선이 주유동 방향에 수직인 병렬 배치로 국한하였다.

연구 결과 3차원 보텍스 구조와 항력 및 양력 특성이 레이놀즈수와 구의 간격에 따라 크게 변화했다.  $Re=100$ 인 경우에

Table 2 Flow regimes depending on the Reynolds number and the inter-sphere spacing. SX, SP, UP and UA denote, respectively, steady axisymmetric, steady planar symmetric, unsteady planar symmetric, unsteady asymmetric flows. Here, the number in the parenthesis denotes the number of symmetry planes.

		$l/d$				single sphere
		0.2	0.5	1.0	1.5	
Re	100	SP(2)	SP(2)	SP(2)	SP(2)	SX
	250	SP(1)	UP(1)	SP(2)	SP(2)	SP(1)
	300	UA	UP(1)	UP(2)	UP(2)	UP(1)

는 구의 간격에 관계없이 정상 먼대칭 유동이 되지만,  $Re=250$ 과  $300$ 에서는 구의 간격에 따라 큰 변화가 있었다. 즉, 구의 간격이 큰 경우( $l/d=1.5$ 와  $1.0$ )에는  $xy$ -평면과  $xz$ -평면에 대한 대칭성을 그대로 유지하지만, 두 구가 가까워짐에 따라 유동장의 대칭성이 점차 감소하였다. 이러한 변화는 구 후류의 상호작용으로 비대칭적인 보텍스가 새로이 발생했기 때문이다. 한편, 구의 간격이 감소함에 따라 평균 항력 및 양력 계수가 일반적으로 증가하였고, 연구를 수행한 모든 경우에 양력은 두 구가 서로를 밀어내려는 척력으로 발생했다.

### 후 기

이 논문은 2005년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음 (KRF-2005-003-D00048).

### 참고문헌

[1] 1988, Fornberg, B., "Steady viscous flow past a sphere at high Reynolds numbers," *J. Fluid Mech.*, Vol.190, pp.471-489.

[2] 1990, Sakamoto, H. and Haniu, H., "A study on vortex shedding from spheres in a uniform flow," *J. Fluids Eng.*, Vol.112, pp.386-392.

[3] 1999, Johnson, T.A. and Patel, V.C., "Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300," *J. Fluid Mech.*, Vol.378, pp.19-70.

[4] 1999, Mittal, R., "Planar symmetry in the unsteady wake of a sphere," *AIAA J.*, Vol.37, No.3, pp.388-390.

[5] 2003, Constantinescu, G.S., Chaplet, M. and Squires, K., "Turbulence modeling applied to flow over a sphere," *AIAA J.*, Vo.41, No.9, pp.1733-1742.

[6] 2000, Tomboulides, A.G. and Orszag, S.A., "Numerical investigation of transitional and weak turbulent flow past a sphere," *J. Fluid Mech.*, Vol.416, pp.45-73.

[7] 2002, Kim, D. and Choi, H., "Laminar flow past a sphere rotating in the streamwise direction," *J. Fluid Mech.*, Vol.461, pp.365-386.

[8] 2003, Yun, G., Choi, H. and Kim, D., "Turbulent flow past a sphere at  $Re=3700$  and  $10^4$ ," *Phys. Fluids*, Vol.15, No.9, S6.

[9] 1996, Liang, S.-C., Hong, T. and Fan, L.-S., "Effects of particle arrangements on the drag force of a particle in the intermediate flow regime," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.22, No.2, pp.285-306.

[10] 1999, Chen, R.C. and Lu, Y.N., "The flow characteristics of an interactive particle at low Reynolds numbers," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.25, pp.1645-1655.

[11] 1993, Kim, I., Elghobashi, S. and Sirignano, W.A., "Three-dimensional flow over two spheres placed side by side," *J. Fluid Mech.*, Vol.246, pp.465-488.

[12] 2003, Tsuji, T., Narutomi, R., Yokomine, T., Ebara, S. and Shimizu, A., "Unsteady three-dimensional simulation of interactions between flow and two particles," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.29, pp.1431-1450.

[13] 2005, 윤동혁, 양경수, "2개의 구를 지나는 유동에 대한 수치 해석적 연구: 일반적인 각도로 2개의 구를 지나는 유동," *대한기계학회논문집 B권*, 제29권 제12호, pp.1313-1320.

[14] 2004, Schouveiler, L., Brydon, A., Leweke, T., and Thomson, M.C., "Interactions of the wakes of two spheres placed side by side," *Euro. J. Mech. B/Fluids*, Vol.23, pp.137-145.

[15] 2006, 김동주, "직렬로 배열된 두 개의 구를 지나는 층류 유동," *대한기계학회논문집 B권*, 제30권 제5호, pp.480-488.

[16] 2001, Kim, J., Kim, D. and Choi, H., "An immersed boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries," *J. Comput. Phys.*, Vol.171, pp.132-150.

[17] 1995, Jeong, J. and Hussain, F., "On the identification of a vortex," *J. Fluid Mech.*, Vol.285, pp.69-94.