

# 다중 사용자 다이버시티로부터 얻게 되는 처리율 증가에 대한 새로운 근사적 분석

정회원 서우현, 김성태, Kwak 경철, 종신회원 Hong 대식\*

## A New Asymptotic Analysis of Throughput Enhancement from Selection Diversity in Multiuser Systems

Woohyun Seo, Sungtae Kim, Kyungchul Kwak *Regular Members*,  
Daesik Hong\* *Lifelong Member*

### 요 약

본 논문은 다중 사용자 시스템에서 좋은 채널을 가진 사용자를 선택함으로써 얻을 수 있는 다이버시티, 즉 다중 사용자 다이버시티로부터 증대되는 처리율 (throughput)에 대해 새로운 접근 방식을 이용하여 분석하였다. 이와 같은 다중 사용자 다이버시티 이득으로부터 도출되는 처리율의 증가를 근사적 형태의 식으로 유도하기 위하여, 본 논문에서는 Puiseux 급수를 이용하였고 이를 통해 단순화된 멱음식 (closed form)의 결과를 얻을 수 있었다. 이 결과는 다중 사용자 다이버시티 이득이 신호 대 잡음비 (SNR)에 독립적이라는 것을 보여주고 있다. 또한 본 논문에서는 위의 결과를 Max C/I과 proportional fair scheduling과 같은 스케줄링 알고리즘에 확대 적용하였다. 그리고 제시한 결과식을 모의실험과 비교하여 검증하였다.

**Key Words** : Diversity, Multiuser diversity, Asymptotic analysis

### ABSTRACT

This paper presents our study of throughput enhancement achieved by selection diversity in a multiuser system, called multiuser diversity (MUDiv), using a new asymptotic approach. The MUDiv gain is evaluated by deriving an asymptotic formula for the throughput enhancement from the MUDiv gain as a simple closed form introducing a Puiseux series. The formula shows that the MUDiv gain is independent of the signal-to-noise ratio (SNR). This concept can be extended to analysis applicable to scheduling algorithms, such as Max C/I and proportional fair scheduling. The MUDiv gain throughput analysis is verified using Monte-Carlo simulations.

### 1. 서 론

다이버시티 기법은 통신 시스템에 있어서 높은 링크 품질을 유지하고 채널 처리율 (throughput)을 높이기 위해 사용될 수 있는 방법 중 하나이다. 이

러한 다이버시티 기법 가운데 다중 사용자 시스템에서 최적의 채널을 가진 사용자를 선택함으로써 얻을 수 있는 다중 사용자 다이버시티는 사용자 간 채널이 서로 독립적이라고 가정할 때 주파수 선택적 페이딩 채널을 극복하는 방법이 될 수 있다<sup>[1]</sup>.

\* 본 연구는 한국과학재단이 주관하는 국가지정연구실사업(NRL:R0A-2007-000-20043-0)의 지원을 받아 연구되었음.

\* 본 연구는 교육인적자원부, 산업자원부, 노동부의 출연금 및 보조금으로 수행한 최우수실험실 지원사업의 연구결과입니다.

\* 연세대학교 전기전자공학과 정보통신 연구실(wfyswh@yonsei.ac.kr, Daesikh@yonsei.ac.kr)

논문번호 : KICS2007-09-399, 접수일자 : 2007년 9월 10일, 최종논문접수일자 : 2007년 10월 25일

만약 이동국 (mobile)에서 채널 품질 정보 (CQI)가 케환 (feedback)될 수 있다면, Max C/I 혹은 proportional fair 스케줄링과 같은 알고리즘을 이용하여 가장 좋은 채널 상태의 사용자를 선택할 수 있고, 이를 통해 다중 사용자 다이버시티를 얻게 된다<sup>[2-4]</sup>. 따라서 다중 사용자 다이버시티를 얻게 되는 채널의 전송률 (channel rate)은 선택 대상이 되는 사용자의 수와 각 사용자의 채널 상태를 바탕으로 결정되게 된다.

이러한 다중 사용자 다이버시티에 관한 분석은 최근 여러 논문을 통해 이루어지고 있다<sup>[4,5]</sup>. Alouini와 Yang은 에서는 채널의 변화율을 이용하여 Rayleigh 페이딩에서의 채널의 전송률을 계산하였다<sup>[4]</sup>. 그리고, Mun은 전송 (transmit) 다이버시티와 다중 사용자 다이버시티가 혼용된 채널에 관해서 분석하였다<sup>[5]</sup>. 하지만, 이러한 연구들의 결과는 다중 사용자 다이버시티를 정확하게 표현하고 있다 하더라도 매우 복잡한 형태를 지니고 있기 때문에, 다중 사용자 다이버시티의 이득을 분석하기 위한 중요 요소와 그에 따른 효과를 찾아내는 연구에 적용하기가 어렵다.

이와 같은 문제점을 해결하기 위해 다중 사용자 다이버시티에 관한 여러 연구가 근사적 방법으로 이루어졌다<sup>[6-8]</sup>. Sanayei는 다중 사용자 다이버시티에 대한 단순한 형태의 분석결과를 바탕으로 1 비트 케환을 갖는 새로운 채널 할당 기법을 다른 기법들과 비교하였다<sup>[6]</sup>. Zhang과 Zhou는 다중 사용자와 다중 안테나 시스템 환경에서 발생하는 다이버시티에 관해 근사적으로 분석하였다<sup>[7,8]</sup>. 이 논문들의 근사적 결과들은 극한값 이론 (extreme value theory)을 이용하였다. 하지만, 극한값 이론의 경우 안테나의 수 혹은 사용자의 수가 무한대가 되는 것을 가정하게 된다. 이는 현실적으로 적용하기 어려운 가정이다. 더욱이 위의 논문들에서는 평균 신호 대 잡음비 (SNR)가 동일할 때, 다중 사용자 다이버시티를 얻게 되는 스케줄링 방식에만 초점을 맞추고 있다. 그러므로 다중 사용자 다이버시티와 스케줄링 방식들의 적절한 분석을 위해서는 좀 더 현실적인 가정을 바탕으로 이전과 다른 근사적 방법에 대한 연구가 필요하다.

따라서 본 논문에서는 다중 사용자 다이버시티에 대한 분석을 좀 더 실용적 스케줄링 방식에 적용하기 위해 새로운 근사적 방식을 이용한다. 이 과정에서 다중 사용자 다이버시티 이득으로부터 발생하는 평균 채널 전송률을 Puiseux series<sup>[9]</sup>를 이용해 새로

운 형태로 유도하게 될 것이다. 이를 바탕으로 다중 사용자 다이버시티와 평균 신호 대 잡음비의 관계를 명시하고 다중 사용자 다이버시티를 통해 얻을 수 있는 처리를 증가를 분석한다.

## II. 신호 모델 및 가정

본 논문에서는  $K$ 명의 사용자가 존재하는 다중 사용자 시스템의 순방향링크 전송을 고려한다.  $x_k$ 를 기지국에서 전송된 신호라고 할 때, 사용자  $k$ 의 수신 신호  $r_k$ 는 다음과 같이 정의될 수 있다

$$r_k = h_k p_k x_k + w_k \quad (1)$$

여기에서  $w_k$ 는 0과  $N_o$ 를 평균과 분산으로 갖는 AWGN이고  $p_k$ 는 전송 전력이다. 그리고  $h_k$ 는 기지국과 사용자  $k$  사이의 주파수 평형 레일리 페이딩 채널을 의미한다. 이를 바탕으로 신호 대 잡음비는 다음과 같다.

$$\gamma_k = \frac{\alpha_k^2 p_k}{N_o} \quad (2)$$

위의 식에서 채널 이득  $\alpha_k$ 는  $h_k$ 의 절대값이 된다.

Knopp과 Humblet은 가장 큰 채널 이득을 갖는 한 사용자에게만 전송을 허용하는 것이 다중 사용자 시스템의 처리율을 최대화하기 위한 최적의 방식이라는 것을 보였다<sup>[10]</sup>. 다시 말해서 전송 전력은 전송률을 최대화 하기 위해 다른 사용자에게는 할당되지 않고 가장 큰 채널 이득을 갖는 한 사용자에게만 할당되며, 이 방식을 이용해서 다중 사용자 다이버시티 이득을 얻게 된다. 이 경우 시간적으로 가변적인 방식이 아닌 고정된 전력 할당을 사용하더라도 전체적인 시스템 처리율은 큰 차이를 보이지 않는다<sup>[11,12]</sup>. 이를 바탕으로 본 논문에서는 전송 전력을 시간적으로 일정하다고 가정한다.

다중 사용자 시스템에서 다중 사용자 다이버시티를 얻기 위해서는 모든 사용자에 대해서 채널 품질 정보의 케환이 필요하다. 본 논문에서는 사용자  $k$ 의 채널 품질 정보  $q_k$ 를 순시적인 신호 대 잡음비  $\gamma_k$ 와 동일하다고 정의한다. 만약 채널 품질 정보가 일정 수준의 오류를 포함하여 케환된다면, 시스템에서 가장 큰 채널 이득을 갖는 사용자를 선택할 가

능성이 줄어들게 되고 다중 사용자 다이버시티를 갖는 채널의 전송률은 줄어들 수 있다. 하지만 채널 품질 정보의 오류로 인한 문제는 성능 분석 측면과 분리되어 제시될 수 있다는 점을 논문 [2]에서 제시하였다. 더욱이 본 논문은 다중 사용자 다이버시티 이득에 관한 근사적이고 실용적인 분석에 초점을 맞추고 있다. 따라서 분석적인 방법을 좀 더 단순화하기 위해서 본 논문은 채널 품질 정보가 오류와 지연 없이 완벽히 채워진다고 가정한다.

### III. 다중 사용자 다이버시티 전송률의 근사적 분석

이번 장에서는 다중 사용자 다이버시티 이득이 존재하는 채널의 전송률에 대해서 단순화된 맷음식 (closed form)을 유도하고, 이를 통해 다중 사용자 다이버시티로부터 얻게 될 때 발생하는 처리율 증가와 평균 신호 대 잡음비와의 관계를 분석한다. 우선 단순화된 맷음식을 구하기 위해 본 논문에서는 우선 모든 사용자는 동일한 평균 신호 대 잡음비를 갖는다고 가정한다. 하지만, 다음 장에서는 다른 평균 신호 대 잡음비를 갖는 것으로 가정을 변화시킬 것이다. 이 가정은 모든 사용자가  $E[\gamma_k] = \bar{\gamma}$ 가 됨을 의미한다. 이 가정을 바탕으로 순시적 채널의 신호 대 잡음비  $\gamma_k$ 에 관한 사용자  $k$ 의 확률 밀도 함수 (PDF)  $f(\gamma_k)$ 는 다음과 같다.

$$f(\gamma_k) = \frac{1}{\gamma} e^{-\gamma/\bar{\gamma}}, \quad \gamma_k \geq 0 \quad (3)$$

그리고 누적 밀도 함수 (CDF)  $F(\gamma_k)$ 는 다음과 같다.

$$F(\gamma_k) = 1 - e^{-\gamma/\bar{\gamma}}, \quad \gamma_k \geq 0 \quad (4)$$

사용자  $k$ 가  $K$ 명의 사용자 중에서 가장 큰 신호 대 잡음비를 갖는다고 가정할 때, 사용자  $k$ 의 신호 대 잡음비에 관한 확률 밀도 함수를  $f_{\max}(\gamma_k)$ 로 정의한다. 순서 통계식 (order statistics)을 이용하여  $f_{\max}(\gamma_k)$ 를 다음과 같이 정의할 수 있다<sup>[4]</sup>.

$$f_{\max}(\gamma_k) = K[F(\gamma_k)]^{K-1} \cdot f(\gamma_k) \quad (5)$$

(3)과 (4)로부터,  $f_{\max}(\gamma_k)$ 는 다음과 같이 변화된다.

$$f_{\max}(\gamma_k) = \frac{K}{\bar{\gamma}} \cdot \sum_{m=0}^{K-1} (-1)^m \binom{K-1}{m} e^{-(m+1)\gamma/\bar{\gamma}} \quad (6)$$

또한, Goldsmith는 [11]에서 레일리 페이딩을 겪는 채널의 평균 전송률은 다음과 같이 계산될 수 있다고 정의하였다.

$$C_{av} = \int_0^{\infty} \log_2(1 + \gamma_i) f(\gamma_i) d\gamma_i \quad (7)$$

여기에서  $f(\gamma_i)$ 는 순시적 수신 신호 대 잡음비  $\gamma_i$ 의 확률 밀도 함수이다. (6)을 (7)의  $f(\gamma_i)$ 로 대체하면, 다중 사용자 시스템의 평균 채널 전송률은 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$C_{av} = K \sum_{m=0}^{K-1} (-1)^m \binom{K-1}{m} \frac{e^{(m+1)/\bar{\gamma}}}{(m+1)\ln 2} [\text{bit/s/Hz}] \cdot E_1\left(\frac{m+1}{\bar{\gamma}}\right) \quad (8)$$

위의 식에서  $E_1(t)$ 는 지수 적분 함수 (exponential integral function)이다.

$$E_1(t) = \int_t^{\infty} \frac{1}{y} e^{-y} dy, \quad t \geq 0 \quad (9)$$

결과적으로 다중 사용자 다이버시티 이득을 포함한 다중 사용자 시스템의 평균 채널 전송률은 (8)로부터 쉽게 계산될 수 있다. 그러나 이 식에 있어서 마지막 부분을 구성하고 있는 지수 적분 함수로 인해  $\bar{\gamma}$ 와  $K$ 의 관계를 밝히기가 어려운 것을 알 수 있다. 이는 지수 적분 함수가 일반적으로 맷음식으로 표현되지 않기 때문이다. 따라서 본 논문에서는 근사적 방법을 이용하여 평균 채널 전송률에 대한 단순화된 맷음식을 구하고자 한다.

먼저 지수 적분 함수를 맷음식으로 바꾸기 위해 Puiseux 급수를 사용한다.  $t$ 가 실수일 때, 지수 적분 함수의 Puiseux 급수는 다음과 같이 주어진다<sup>[9]</sup>.

$$E_1 = -\delta - \ln t - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-t)^n}{n \cdot n!}, \quad t \geq 0 \quad (10)$$

여기에서  $\delta$ 는 Euler-Mascheroni 상수이다. 이 식으로부터 (8)의 평균 채널 전송률을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$C_{av} = K \sum_{m=0}^{K-1} (-1)^m \binom{K-1}{m} \frac{e^{(m+1)/\bar{\gamma}}}{(m+1)\ln 2} \left[ -\delta - \ln\left(\frac{m+1}{\bar{\gamma}}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(-\frac{m+1}{\bar{\gamma}}\right)^n}{n \cdot n!} \right] \quad [\text{bit/s/Hz}] \quad (11)$$

이때 평균 채널 전송률에 관한 식은 높은 평균 신호 대 잡음비에서 단순화 될 수 있다. 여기에서 내부에 존재하는  $[(m+1)/\bar{\gamma}]$ 는 높은 평균 신호 대 잡음비에서 매우 작아지기 때문에 (11)을 높은 평균 신호 대 잡음비에서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$C_{av} \approx K \sum_{m=0}^{K-1} (-1)^m \binom{K-1}{m} \frac{e^{(m+1)/\bar{\gamma}}}{(m+1)\ln 2} \left[ -\delta - \ln\left(\frac{m+1}{\bar{\gamma}}\right) \right] \quad (12)$$

동시에 (12)의 지수 부분인  $e^{(m+1)/\bar{\gamma}}$ 는 1로 접근하게 되고, 평균 채널 전송률은 근사적으로 다음과 같이 변화한다.

$$C_{av} \approx K \sum_{m=0}^{K-1} (-1)^m \binom{K-1}{m} \frac{[\log_2(\bar{\gamma}) - \delta/\ln 2 - \log_2(m+1)]}{(m+1)} \quad [\text{bit/s/Hz}] \quad (13)$$

표현의 단순화를 위해 (13)에서는 변수  $(m+1)$ 을  $m$ 로 대체하였다. 이와 함께 이항 정리(binomial theorem)을 이용하여 (13)을 다음과 같이 단순화할 수 있다.

$$C_{av} \approx \sum_{m=1}^K (-1)^{m-1} \binom{K}{m} [\log_2(\bar{\gamma}) - \delta/\ln 2 - \log_2(m)] + \sum_{m=1}^K (-1)^m \binom{K}{m} \log_2(m) \quad (14)$$

여기에서 이용된 식은 다음과 같다.

$$\sum_{m=0}^K (-1)^m \binom{K}{m} = 0$$

(14)의 평균 채널 전송률에 대한 결과는 두 부분으로 나뉘어 있다. 하나는 평균 신호 대 잡음비  $\bar{\gamma}$ 로 구성된 부분이고 다른 하나는 다중 사용자 다이버시티 차수인  $K$ 로 이루어진 식이다. 그러므로 다중 사용자 다이버시티 이득을 포함하고 있는 채널의 평균 전송률을  $C_{av,M}$ 와  $C_{av,S}$ 로 표현한다면, (14)를 다음과 같이 재구성할 수 있다.

$$C_{av} \approx C_{av,M} + C_{av,S} \quad (15)$$

여기에서 각 부분은 다음과 같다.

$$C_{av,M} = \sum_{m=1}^K (-1)^m \binom{K}{m} \log_2(m) \quad [\text{bit/s/Hz}] \quad (16)$$

$$C_{av,S} = \log_2(\bar{\gamma}) - \delta/\ln 2 \quad [\text{bit/s/Hz}] \quad (17)$$

이 중에서 (16)은 이미 언급하였듯이  $K$  차수의 이득을 얻을 때 발생하는 전송률 증가를 표현하고 있다. 다시 말해서  $K$  차수 다이버시티 이득이 존재한다면 채널 전송률은 평균 신호 대 잡음비와는 독립적으로 다중 사용자 다이버시티 이득으로 인해 증가한다는 것이다. (15)의 결과는 다중 사용자 다이버시티에 관한 근사적 분석을 다루고 있는 논문 [7]과 [8]의 결과와 유사하지만, 위의 결과는 극한값 이론을 사용하지 않았으므로 사용자의 수와 관계없이 적용될 수 있다.

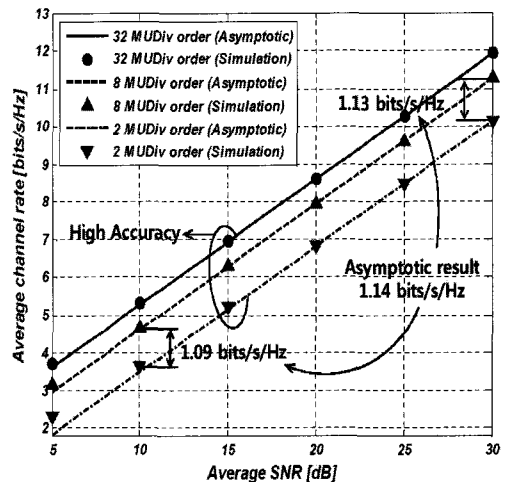


그림 1. 5dB와 30dB 사이의 평균 신호 대 잡음비에서 근사적 방법으로 구한 결과와 Monte-Carlo 실험 결과의 평균 채널 전송률 비교

그림 1은 (15)와 평균 신호 대 잡음비에 대한 기준으로 Monte-Carlo 실험으로 얻어낸 평균 채널 전송율을 비교한 것이다. 여기에서 평균 신호 대 잡음비는 모든 사용자에게 대해 동일하다. 비록 (15)가 높은 평균 신호 대 잡음비를 가정하여 근사적으로 유도하였지만, 대부분의 신호 대 잡음비 구간에서 실험 결과와 거의 유사한 것을 볼 수 있다. 특히 10dB이상의 높은 신호 대 잡음비 구간에서는 두 결과값이 일치하는 것을 볼 수 있다. 또한 (15)는 다양한 다중 사용자 다이버시티 차수에서도 실험 결과에서도 동일한 특성이 적용되는 것을 볼 수 있다. 예를 들면 평균 신호 대 잡음비가 10dB와 30dB에서 다중 사용자 다이버시티 차수 2와 8의 전송률 차이는 각각 1.09 bit/s/Hz와 1.13 bits/s/Hz이다. 이 수치와 (17)로부터 얻을 수 있는 이론치인 1.14 bits/s/Hz와 비교할 때, 오차가 5 퍼센트 이하로 나타난다. 따라서 이미 위에서 언급했던 것처럼 다중 사용자 다이버시티 이득은 평균 신호 대 잡음비가 아니라 다중 사용자 다이버시티 차수에만 의존하여 발생하게 되는 것을 알 수 있다.

#### IV. 스케줄링 알고리즘 분석으로의 확장

이번 장에서는 Round robin, Max C/I와 proportional fair 스케줄링 [2][4][13]과 같은 기법들의 평균 채널 전송율을 분석하기 위해 (17)의 결과를 이용한다. 이 결과에서 평균 채널 전송율은 다중 사용자 다이버시티 이득과 평균 신호 대 잡음비로부터 독립적으로 구성된 된다는 것을 알 수 있었다. 다시 말해서 다중 사용자 다이버시티 이득으로부터 평균 채널 전송율을 찾아낼 수 있다면, 그 나머지는 평균 신호 대 잡음비로 결정된다는 것이다.

어떠한 제한 없이 가장 큰 신호 대 잡음비를 갖는 사용자에게 채널을 할당하는 Max C/I 스케줄링의 경우, 모든 사용자의 평균 신호 대 잡음비가  $\bar{\gamma}$ 로 동일하다면 다중 사용자 다이버시티 이득과 평균 신호 대 잡음비로부터 얻을 수 있는 평균 채널 전송율은 (16)과 (17)로부터 동일한 방식으로 계산될 수 있다. 그러므로 모든 사용자의 평균 채널 전송률인  $C_{\max}$ 는 (15)의  $C_{av}$ 과 동일하다. 동시에 각 사용자의 채널 할당 확률(channel access probability)은  $1/K$ 로 동일하기 때문에, Max C/I 스케줄링의 사용자 당 평균 채널 전송율은 다음과 같다.

$$R_{\max} = C_{\max}/K \quad [\text{bit/s/Hz}] \quad (18)$$

$$= [\log_2(\bar{\gamma}) - \delta/\ln 2 + \sum_{m=1}^K (-1)^m \binom{K}{m} \log_2(m)]/K$$

여기에서 사용자 당 평균 채널 전송율은 모든 전송 시간 동안에 한 특정 사용자가 갖는 평균 채널 전송율을 뜻한다.

하지만 서로 다른 위치에 존재하는 사용자들이 동일 평균 신호 대 잡음비를 갖는 것은 거의 불가능하다. 만약 각 사용자가 서로 다른 평균 신호 대 잡음비를 갖게 되면 높은 평균 신호 대 잡음비를 갖는 특정 사용자가 모든 채널을 독점할 수 있기 때문에 균등성의 문제 (fairness problem)가 발생하게 된다<sup>[1]</sup>. 이 문제를 해결하기 위해서 proportional fair 스케줄링에서는 각 사용자의 정규화 된 채널 품질 정보 (normalized CQI)를 이용해 다중 사용자 다이버시티 이득과 균등한 채널 할당 기회를 보장한다. 여기에서 사용자  $k$ 의 정규화 된 채널 품질 정보  $\tilde{q}_k$ 는  $\gamma_k/\bar{\gamma}$ 로 정의한다<sup>[2,4]</sup>. 이 경우 각 사용자의 균등성은 모든 사용자가 동일한 확률로 채널 할당을 받는 것으로 정의된다<sup>[2]</sup>. 이러한 방식의 스케줄링에서는 각 사용자 중에서 정규화 된 채널 품질 정보가 가장 큰 사용자에게 채널을 할당한다.

(15)의 결과를 바탕으로 proportional fair 스케줄링을 분석하기 위해서 사용자  $k$ 의 평균 채널 전송률  $C_{PF}^*$ 을 두 부분으로 나누어 계산한다. 첫 번째 부분인  $C_{PF,M}^*$ 은 다중 사용자 다이버시티 이득으로부터 발생한 평균 채널 전송률이고, 나머지 부분인  $C_{PF,S}^*$ 은 평균 신호 대 잡음비로부터 발생한 것이다. 이를 다시 표현하면 다음과 같다.

$$C_{av}^* \approx C_{av,M}^* + C_{av,S}^* \quad (19)$$

먼저  $C_{PF,M}^*$ 를 계산하기 위해 정규화 된 채널 품질 정보에 대한 순서 통계식 (order statistics)을 고려한다. 이미 정의하였던 정규화 된 채널 품질 정보의 평균값은 모든 사용자  $k$ 에 대해서 동일하다  $E[\tilde{q}_k] = 1$ . 그리고 정규화 된 채널 품질 정보를 이용하는 스케줄링 방식은 이미 언급하였듯이 각 사용자의 평균 신호 대 잡음비와 관계없이 모든 사용자에게 동일한 채널 할당 기회를 제공하게 된다. 그러므로  $\tilde{q}_k$ 의 확률 밀도 함수와 누적 밀도 함수는 (3)

과 (4)를 이용하여 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$f(\tilde{q}_k) = e^{-\tilde{q}_k}, \tilde{q}_k \geq 0 \quad (20)$$

$$F(\tilde{q}_k) = 1 - e^{-\tilde{q}_k}, \tilde{q}_k \geq 0 \quad (21)$$

그러므로  $C_{PF,M}^k$ 는 다음과 같다.

$$C_{PF,M}^k = \sum_{m=1}^K (-1)^m \binom{K}{m} \cdot \log_2(m) \quad [\text{bit/s/Hz}] \quad (22)$$

이 결과로부터 proportional fair 스케줄링이 사용 되었을 때 모든 사용자의 다중 사용자 다이버시티 이득에 대한 전송률 증가치는 각 사용자의 평균 신호 대 잡음비가 다름에도 불구하고 (16)과 같다는 것을 알 수 있다. 동시에 (22)에서 볼 수 있듯이 다중 사용자 다이버시티 이득으로부터 채널 전송률이 증가하지만, (19)에서와 같이 이를 제외한 전체 채널 전송률의 나머지 부분은 평균 신호 대 잡음비를 통해 얻게 된다. 그러므로 (16)으로부터  $C_{PF,S}^k$ 는 다음과 같다.

$$C_{PF,S}^k = \log_2(\bar{\gamma}_k) - \delta/\ln 2 \quad [\text{bit/s/Hz}] \quad (23)$$

이 결과가 (16)과 다른 점은  $\bar{\gamma}$ 가  $\bar{\gamma}_k$ 로 바뀐 것이다. 따라서 proportional fair 스케줄링 기법의 평균 채널 전송률  $C_{PF}^k$ 과 사용자당 평균 채널 전송률  $R_{PF}^k$ 는 각각 다음과 같다.

$$C_{av}^k \approx C_{av,M}^k + C_{av,S}^k \quad [\text{bit/s/Hz}] \quad (24)$$

$$= \log_2(\bar{\gamma}_k) - \delta/\ln 2 + \sum_{m=1}^K (-1)^m \binom{K}{m} \cdot \log_2(m)$$

$$R_{av}^k = C_{av}^k / K \quad [\text{bit/s/Hz}] \quad (25)$$

$$= [\log_2(\bar{\gamma}_k) - \delta/\ln 2 + \sum_{m=1}^K (-1)^m \binom{K}{m} \cdot \log_2(m)] / K$$

Round robin 스케줄링의 경우 모든 사용자에게 동일한 순위를 부여하여 균등한 채널 할당 기회를 제공하는 기법이다<sup>[13]</sup>. 다시 말해서 다중 사용자 다이버시티 이득을 얻지 못하는 상태에서 채널을 사용자에게 할당하게 되므로 다중 사용자 다이버시티 이득으로부터 발생하는 채널 전송률 증가는 0이 된

다. 이를 바탕으로 사용자  $k$ 의 평균 채널 전송률  $C_{RR}^k$ 은 평균 신호 대 잡음비로 얻을 수 있는 평균 채널 전송률을 나타내는 (23)의  $C_{PF,S}^k$ 와 같게 된다. 그리고 사용자  $k$ 의 사용자당 평균 채널 전송률은 다음과 같다.

$$R_{RR}^k = C_{RR}^k / K \quad [\text{bit/s/Hz}] \quad (26)$$

$$= [\log_2(\bar{\gamma}_k) - \delta/\ln 2] / K$$

그림 2는 각 사용자의 평균 신호 대 잡음비가 다른 환경 하에서 다중 사용자 다이버시티 이득이 존재하는 proportional fair 스케줄링과 동일 다이버시티 이득이 없는 Round robin 스케줄링을 실험 결과와 비교한 것이다. 이는 (25)와 (26), 그리고 Monte Carlo 실험 결과를 상호 비교하는 것을 의미한다. 이 실험에서는 6명의 사용자가 5dB에서 30dB까지 5dB의 간격으로 서로 다른 평균 신호 대 잡음비를 갖는다고 가정하였다. 결과 그림에서 사용자간 서로 다른 평균 신호 대 잡음비를 갖는 환경에서도 proportional fair 스케줄링의 사용자당 평균 채널 전송률에 대한 실험치는 근사적 방법으로 구한 (25)와 동일한 것을 확인할 수 있다. 이것은 위에서 근사적 방법으로 구한 분석식들이 proportional fair 스케줄링의 분석으로 확장될 수 있다는 것을 뜻한다. 그리고 사용자들의 서로 다른 평균 신호 대 잡음비와 상관없이 다중 사용자 다이버시티 이득으로부터 모든 사용자가 동일한 처리율 증가 한다는 것을 (22)에서 알 수 있었다. 이 결과 또한 proportional fair와 Round robin 스케줄링의 결과에 대한 비교로서 검증할 수 있다.

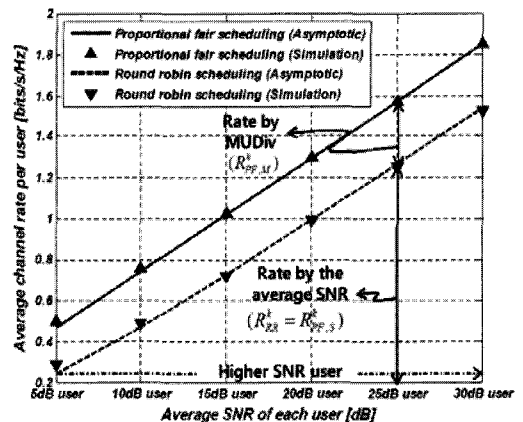


그림 2. 5dB와 30dB사이에서 5dB간격으로 서로 다른 평균 신호 대 잡음비를 갖는 사용자들의 사용자당 평균 채널 전송률

## V. 결 론

본 논문에서는 새로운 근사적 방법을 이용하여 다중 사용자 다이버시티와 사용자들의 평균 신호 대 잡음비 사이의 관계를 평균 채널 전송률을 바탕으로 분석하였다. 평균 채널 전송율의 근사식을 구하기 위해 Puiseux series를 이용하였고, 높은 신호 대 잡음비에서 단순화시켰다. 본 논문에서 도출한 단순화된 맷음식을 통해 다중 다이버시티 이득으로 인한 평균 채널 전송율의 증가는 채널의 상태와 관계없이 다이버시티 차수에만 의존하는 것을 알 수 있었다. 또한, Monte-Carlo 실험을 통해 본 논문에서 제시한 다중 다이버시티 이득에 관한 분석식들을 검증하였다.

위의 분석 결과는 proportional fair 스케줄링과 같은 채널 할당 기법으로 확대 적용될 수 있었다. 이미 많은 논문에서 다중 사용자 다이버시티가 존재하는 시스템을 가정하고 있다. 이에 본 논문의 결과들은 위와 같은 시스템에서 채널 전송률의 크기와 경향을 큰 오차 없이 간단한 식으로 표현하는데 이용될 수 있을 것이라 판단된다.

## 참 고 문 헌

[1] Viswanath P., Tse. D.N.C., Laroia R., "Opportunistic Beamforming Using Dumb Antennas", Information Theory, IEEE Trans. on, Vol. 48, Issue 6, pp.1277-1294, June 2002.

[2] Qian Ma, Tepedelenlioglu C., "Practical Multiuser Diversity With Outdated Channel Feedback", Vehicular Technology, IEEE Trans. on, Vol. 54, Issue 4, pp.1334-1345, July 2005.

[3] Myeon-gyun Cho, Woohyun Seo and Daesik Hong, "A Joint Feedback Reduction Scheme Using Delta Modulation for Dynamic Channel Allocation in OFDMA Systems", IEEE Trans. on Wireless Comm. Vol. 6, pp.46-49, Jan. 2007.

[4] Lin Yang, Alouini M.-S., "Performance Analysis of Multiuser Selection Diversity", Vehicular Technology, IEEE Trans. on, Vol. 55, Issue 3, pp.1003-1018, May 2006.

[5] C. Mun, M.-W. Lee, J.-G. Yook, H.-K. Park, "Exact Capacity Analysis of Multiuser

Diversity Combined With Transmit Diversity", Electronics Letters, Vol. 40, Issue 22, pp.1423-1424, Oct. 2004.

[6] S. Sanayei, A. Nosratinia, N. Aldhahir, "Opportunistic Dynamic Subchannel Allocation in Multiuser OFDM Networks with Limited Feedback", IEEE Information Theory Workshop, pp.182 - 186, Oct 2004.

[7] N. Zhang, B. Vojcic, "The Performance of Multiuser Diversity Scheduling for MIMO Channels With Spatially Correlated Fading", Communications, IEEE Trans. on, Vol. 54, Issue 9, pp.1533-1535, Sept 2006.

[8] Quan Zhou, Huaiyu Dai, "Asymptotic Analysis on Spatial Diversity versus Multiuser Diversity in Wireless Networks", IEEE ICC 2006, Vol. 4, pp.1464-1469, June 2006.

[9] Davenport, J. H., Siret, Y., and Tournier, E. "Computer Algebra, Systems and Algorithms for Algebraic Computation", 2nd ed. San Diego: Academic Press, 1993.

[10] R. Knopp and P.A. Humblet, "Information Capacity and Power Control in Single-cell multiuser communications", IEEE ICC 1995, Vol. 1, pp.18-22, June 1995.

[11] Andrea J. Goldsmith and Pravin P. Varaiya, "Capacity of Fading Channels With Channel Side Information", Information Theory, IEEE Trans. on, Vol. 43, Issue 6, pp.1986-1992, Nov. 1997.

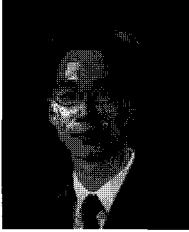
[12] Wonjong Rhee and John M. Cioffi, "Increase in Capacity of Multiuser OFDM System using Dynamic Subchannel Allocation", IEEE Vehicular Technology Conf., Vol.2, pp.1085-1089, May 2000.

[13] H.M. Chaskar, U. Madhow, "Fair Scheduling with Tunable Latency: a Round-robin Approach", Networking, IEEE/ACM Trans. on, Vol. 11, Issue 4, pp.592-601, Aug. 2003.

[14] Athanasios Papoulis, S. Unnikrishna Pillai, "Probability, Random Variables and Stochastic Processes", 4th ed. Mc GrawHill, Inc., 2002.

서 우 현 (Woohyun Seo)

정회원



2004년 2월 연세대학교 기계전자  
공학부 졸업  
2004년 3월~현재 연세대학교전  
자공학과 석박사통합과정  
<관심분야> 통신신호처리,  
OFDMA, MIMO

곽 경 철 (Kyungchul Kwak)

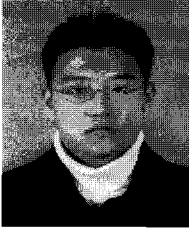
정회원



2003년 2월 연세대학교 기계전자  
공학부 학사  
2005년 2월 연세대학원 전기전자  
공학과 석사  
2005년 3월~현재 연세대학원 전  
기전자 공학과 박사 과정  
<관심분야> 통신공학, 신호처리

김 성 태 (Sungtea Kim)

정회원

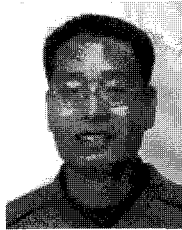


2002년 2월 연세대학교 기계전자  
공학부 학사  
2004년 2월 연세대학원 전기전자  
공학과 석사  
2004년 3월~현재 연세대학원 전  
기전자 공학과 박사 과정  
<관심분야> 통신신호처리, 추정

이론, OFDMA

홍 대 식 (Daesik Hong)

종신회원



한국통신학회 논문지 제 21권, 제  
8호(1996) 참조