

<학술논문>

적응적 내부 경계 레벨셋 기반 위상최적화를 이용한 셸 구조물의 경량화 설계

박 강 수[†] · 윤 성 기^{*}

(2007년 8월 10일 접수, 2007년 10월 26일 심사완료)

Lightweight Design of Shell Structures Using Adaptive Inner-Front Level Set Based Topology Optimization (AIFLS-TOP)

Kang-Soo Park and Sung-Kie Youn

Key Words : Topology Optimization(위상최적화), Level Set Method(레벨셋 방법), Least-Squares Finite Element Method(최소제곱 유한요소법), Inner-Front Creation(내부 경계 생성)

Abstract

In the present work, topology optimization method using adaptive inner-front level set method is presented. In the conventional level set based topology optimization method, there exists an incapability for inner-front creation during optimization process. In this regard, as a new attempt to avoid and to overcome the limitation, an inner-front creation algorithm is proposed. In the inner-front creation algorithm, the strain energy density of a structure along with volume constraint is considered. Especially, to facilitate the inner-front creation process during the optimization process, the inner-front creation map which corresponds to the discrete valued function of strain energy density is constructed. In the evolution of the level set function during the optimization process, the least-squares finite element method (LSFEM) is employed. As an application to shell structures, the lightweight design of doubly curved shell and segmented mirror is carried out.

기호설명

ϕ	: 레벨셋 함수
V	: 속도 벡터 ($V = [u, v, w]^T$)
Ω_{design}	: 설계영역
Γ_{traction}	: 트랙션 경계
Ω_{material}	: 재료 존재영역
Ω_{void}	: 공극 영역
$H(\bullet)$: 헤비사이드 함수
$\delta(\bullet)$: 델타 함수
Δt	: 시간 차분 간격

$H(\Omega)$: 힐버트 공간
IFC_{map}	: 내부 경계 생성 맵
SE_{normal}	: 정규화된 탄성에너지 밀도
ξ_{volume}	: 설계영역 제한 부피(면적)비율
M_{total}	: 설계영역 전체 부피(면적)
ε	: 변형률
E	: 탄성계수
$F_{\text{objective}}$: 목적함수
H_{volume}	: 부피제한 조건
L_{lagrange}	: 라그랑지안
λ	: 라그랑지 승수
ψ	: 형상변경에 따른 설계변수의 민감도 방향
$\kappa_{\text{curvature}}$: 곡률

† 회원, 한국과학기술원 기계공학과

* 회원, 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : skyoun@kaist.ac.kr

TEL : (042)869-3034 FAX : (042)869-3210

1. 서론

기존의 균질화법과 밀도법에 근거한 위상최적화 방법에서 벗어나 설계 영역 내에 존재하는 재료의 경계를 다루거나 추출하는데 레벨셋 방법을 이용하여 구조물의 최적형상을 찾는, 레벨셋 위상최적화가 Sethian 과 Wiegmann⁽¹⁾에 의해 처음 제안되었다. 이 논문에서는 구조물의 변형에 관한 평형방정식과 레벨셋 함수의 개선을 위한 해밀턴-자코비 방정식을 모두 유한차분법으로 계산하였다. 또한 레벨셋 위상최적화 방법을 구조최적화 문제에 적용하였을 경우, 균질화법과 밀도법에 근거한 위상최적화의 한계로 알려진 바둑판 무늬의 형성 등과 같은 문제를 해결할 수 있는 가능성을 제시 하였다. 이 후로 구조문제는 유한요소법을, 해밀턴-자코비 방정식은 유한차분법을 적용하는 연구가 Allaire⁽²⁾와 Wang⁽³⁾ 등에 의해 제시되었으며, 이차원과 삼차원 구조물의 정적, 혹은 동적 거동의 최적화에 적용하였다. 그러나 기존의 레벨셋을 이용하는 위상 최적화 방법에서는 최적화 과정 중 구조물 경계에서의 형상민감도만을 사용하였기 때문에 균질화법이나 밀도법에 근거한 기존의 위상최적화와 같이 설계과정 중에 새로운 내부 경계(즉, 재료가 존재하지 않는 영역)가 생기지 않아 위상의 변화가 이루어지지 못했다. 따라서, 형상민감도만을 이용 하는 레벨셋 위상최적화는 초기에 사용자가 내부 경계를 적절히 생성시키주지 않으면 원하는 위상의 변화를 동반할 수 없게 되는 문제점을 낳게 된다. 이는 또한 초기에 생성시킨 내부 경계의 수에 최적형상이 크게 의존하는 문제점을 야기하게 된다. 이와 같은 문제점을 해결하기 위한 시도로써, 설계 영역 내에 새로운 내부 경계의 생성여부를 판단하기 위해 추가적으로 위상민감도(topological derivative)를 도입하는 연구가 진행되었다.^(4,5) 이러한 연구들에서는 일정 축차수 마다 현재 상태의 구조물의 형상에 대해 위상민감도 해석을 수행하여 내부 경계가 생성될 부분을 찾고 설계영역 내에 유한한 크기의 내부 경계를 생성시켜 주었다. 형상민감도 만을 이용하는 기존의 레벨셋 위상최적화 방법에 비해 축차의 중간 과정에서 내부 경계가 생성될 수 있어 엄밀한 의미에서의 위상최적화가 가능하나, 임의성을 갖는 내부 경계 크기와 횟수 등의 내부 변수가 존재하며, 일정한 작은 크기의 위상변경을 통해 점진적으로 최적화를 진행하기 때문에 전체적인 위상변경을 이루는데 필요한 축차수가 늘어날 수 있는 여지를 안고 있다. 따라서 본 연구에서는 기존의 레벨셋 위상최적화와 달리 구조물이 가지고 있는 에너지 값을 기준으로 상대적으로 낮은 값을 갖는

영역을 주어진 하중에 대해 비효율적인 부분으로 간주하고 이 영역에 새로운 내부 경계를 생성시키는 알고리즘을 제안한다. 궁극적으로는 최적화 과정 중에 내부 경계의 크기, 형상 및 수를 한번에 자동적으로 그리고 일괄적으로 결정할 수 있도록 하였다. 제안된 알고리즘의 적용에서는 셀 구조물의 경량화 최적설계를 수행하여 제안한 방법의 유용성 및 적절성을 확인하고자 한다.

2. 레벨셋 방법의 개념 및 적용

2.1 기본 개념

레벨셋 방법은 파랑, 화염 그리고 변형하는 재료의 진전부와 같이 시간에 따라 변화하는 경계를 기술하고 찾아내기 위해 Osher 와 Sethian⁽⁶⁾이 제안 하였다. 고차원 상에 정의되는 내연적인 함수의 등위선(삼차원의 경우 등위면)을 이용하여 경계선(경계면)을 고려하고 시간에 따른 경계의 변화를 기술하게 된다. 등위선 혹은 등위면의 집합으로 구성된 고차원의 함수를 레벨셋 함수라 하고 다음의 해밀턴-자코비 방정식을 계산함으로써 진전시킨다.

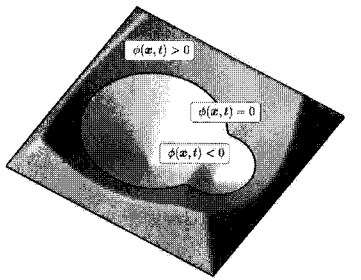
$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + V \cdot \nabla \phi = 0$$

$$\text{with } \phi(x, t = 0) = \phi_0(x)$$
(1)

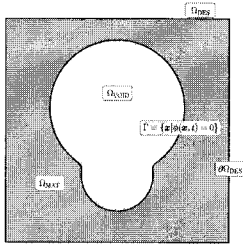
식 (1)에서 보는 바와 같이, 해밀턴-자코비 방정식을 계산하게 되면 레벨셋 함수가 정의된 속도의 방향으로 그 속도의 크기만큼 시간에 따라 이동하게 되어 경계가를 진전하게 된다. 이를 수치적으로 계산할 때에는 초기에 주어진 레벨셋 함수에 대하여 시간의존 문제를 계산하여 매 시간마다 경계의 진화를 얻게 된다. 위상최적화에 적용할 경우, 레벨셋 함수가 설계 구조물의 경계를 표현하며 최적화 과정의 설계변수가 된다. 또한 다음의 조건식을 이용하여, 위상최적화를 수행할 때 임의의 시간에서 재료의 존재영역과 공극영역, 그리고 경계를 구분한다.

$$\begin{aligned} \phi(x) &> 0 \quad \text{for } x \in \Omega_{\text{material}} \\ \phi(x) &= 0 \quad \text{for } x \in \partial\Omega_{\text{material}} \\ \phi(x) &< 0 \quad \text{for } x \in \Omega_{\text{void}} \end{aligned}$$
(2)

Fig. 1 은 레벨셋 함수값에 의한 부호값의 분포를 나타내며 각 레벨셋 함수값의 분포에 따라 나타나는 재료 존재영역, 공극 영역 그리고 경계를 표현하고 있다. 수학적 편의를 위해 레벨셋 함수값에 의해 표현되는 재료 존재영역과 공극영역을 다음의 헤비사이드 함수를 이용하여 나타낼 수 있다.



(a) Sign of level set function values



(b) Material domain, void domain, and boundary

Fig. 1 Domains and boundary depicted by level set function values

$$H(\zeta) = \begin{cases} 0 & \text{if } \zeta \leq 0 \\ 1 & \text{if } \zeta > 0 \end{cases} \quad (3)$$

2.2 레벨셋 함수의 개선

기존의 레벨셋 방법과 관련한 연구에서는 식 (1)의 해밀턴-자코비 방정식을 풀기 위한 수치해석 방법으로서 ENO(essentially non-oscillatory)⁽⁷⁾ 혹은 WENO(weighted ENO)⁽⁷⁾ 등의 유한차분법에 근거한 알고리즘이 적용되었다. 하지만 이러한 방법들은 해석영역의 형상이나 경계조건이 복잡할 경우 적용에 한계가 있기 때문에, 본 연구에서는 최소제곱 유한요소법⁽⁸⁾을 적용하였다. 식 (1)의 최소제곱 유한요소 수식화 과정은 다음과 같다. 우선 식 (1)을 시간과 공간 미분항으로 각각 분리한 후 후방차분법을 적용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi^{k+1} + \Delta t \left(u^k \frac{\partial \phi^{k+1}}{\partial x} + v^k \frac{\partial \phi^{k+1}}{\partial y} + w^k \frac{\partial \phi^{k+1}}{\partial z} \right) = \phi^k \quad (5)$$

식 (5)를 행렬식 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$A^{k+1} \phi^{k+1} = r^{k+1} \quad (6)$$

여기서

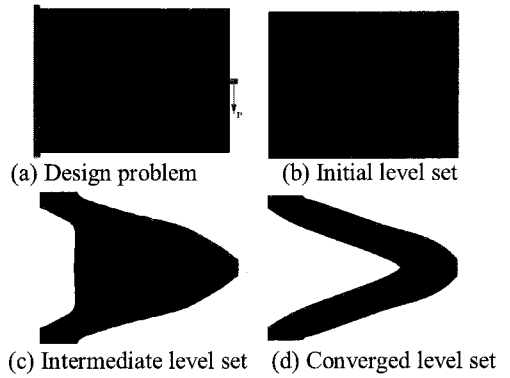


Fig. 2 Motivating example – results of conventional level set based topology optimization

$$A^{k+1} = \left[1 + \Delta t \left(u^k \frac{\partial}{\partial x} + v^k \frac{\partial}{\partial x} w^k \frac{\partial}{\partial x} \right) \right]$$

$$\phi^{k+1} = [\phi^{k+1}]$$

$$r^{k+1} = [\phi^k]$$

시험함수 $\phi \in H^1(\Omega)$ 을 이용하여 식 (6)에 최소제곱 유한요소 수식화를 수행하면 다음의 최종적인 행렬식을 얻을 수 있다.

$$B(\phi, \phi) = R(\phi) \quad \text{for all } \phi \in H^1(\Omega) \quad (7)$$

여기서

$$B(\phi, \phi) = (A^{k+1} \phi^{k+1}, A^{k+1} \phi)$$

$$R(\phi) = (r^{k+1}, A^{k+1} \phi)$$

이와 같은 최소제곱 유한요소 수식화를 적용할 경우, 최종적으로 구성되는 강성행렬이 대칭 양정치의 특성을 가지게 되어 기존의 유한요소법에서 사용되는 수치해법을 그대로 적용할 수 있는 장점을 갖게 된다.

3. 내부 경계 생성 알고리즘 및 최적화 문제 수식화

기존의 레벨셋 위상최적화의 경우, 초기의 레벨셋 함수의 분포에 따라 수렴된 최적해가 상당히 의존하는 경향을 가지고 있다. 예로서 Fig. 2는 초기에 설계영역 전체에서 레벨셋이 존재하는 경우 기존의 레벨셋 위상최적화의 수렴과정을 보여준다. Fig. 2에서 보는 바와 같이 초기에 내부 경계가

존재하지 않는 경우 기존의 형상최적설계와 같이 경계만 변할 뿐 설계영역 가운데에 새롭게 내부 경계가 생성되지 않는다.

본 연구에서는 기존의 레벨셋 위상최적화의 이러한 단점을 보완하고 개선하기 위한 새로운 개념으로서 내부 경계 생성 맵을 도입하여 이러한 한계점을 극복하고자 한다.

3.1 내부 경계 생성 맵

레벨셋 위상최적화를 수행하는 과정에서 임의의 축차과정에서 응력이나 변형을 혹은 탄성에너지 밀도의 분포는 레벨셋의 분포와 밀접한 관계를 가지고 있다. 즉, 레벨셋 함수가 양의 값을 갖는 영역 내에서 재료가 존재하게 되므로, 최적화 과정에 필요한 구조물의 해석은 이러한 재료 존재영역 내에서의 평형방정식을 고려하게 된다. 본 연구에서는 경계를 표현하는 레벨셋 함수값의 분포와 탄성에너지 밀도의 분포를 비교하여 내부 경계가 생성될 수 있는 영역을 조사하고 이를 이용하여 새로운 내부 경계를 생성시킬 수 있는 내부 경계 생성 맵을 구성하였다. 내부 경계 생성 맵을 구성하기 위해 먼저 선형 탄성문제의 평형방정식을 계산하고 탄성에너지 밀도의 분포를 구한다. 계산된 탄성에너지 밀도 분포를 +1 과 -1 의 값을 갖도록 재구성 한다. 이 과정을 수식으로 정리하면 다음과 같이 표현할 수 있다. 임의의 점 $x \in \Omega_{\text{design}}$ 에 대해 다음의 영역적분을 정의한다.

$$Vol_{SE_{\text{normal}}}(x) = \int_{\Omega_{\text{design}}} \chi(x) d\Omega \quad (8)$$

여기서

$$\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } SE_{\text{normal}}(x) \geq SE_{\text{normal}}^*, x \in \Omega_{\text{design}} \\ 0 & \text{if } SE_{\text{normal}}(x) < SE_{\text{normal}}^*, x \in \Omega_{\text{design}} \end{cases}$$

식 (8)을 이용하여 $V_{SE_{\text{normal}}}$ 와 현재의 레벨셋 함수의 분포로부터 계산되는 재료존재영역의 면적 (혹은 부피)이 동일하게 되는 위치가 얻어지게 되고, 다음의 내부 경계 생성 맵을 구성할 수 있다.

$$IFC_{\text{map}}(x) = \begin{cases} -1 & \text{for } Vol_{SE_{\text{normal}}}(x) \geq Vol_{SE_{\text{normal}}}^* \\ +1 & \text{for } Vol_{SE_{\text{normal}}}(x) < Vol_{SE_{\text{normal}}}^* \end{cases} \quad (9)$$

새로운 레벨셋 함수를 얻기 위한 과정은 다음의 식으로 표현 가능하다.

$$\phi^{\text{new}}(x) = Sgn \circ IFC_{\text{map}} \circ \phi^{\text{old}}(x), x \in \Omega_{\text{design}} \quad (10)$$

여기서

$$Sgn(x) = \begin{cases} -1 & \text{for } \phi^{\text{old}}(x) < 0 \text{ and } IFC_{\text{map}} = -1 \\ +1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

따라서 상기의 방법으로 레벨셋 함수는 재구성된 새로운 위상(내부 경계)의 분포를 갖고 최적화 축차과정 중에 개선된다. 이 때 재구성된 레벨셋 함수는 경계부근에서 급격하게 증가 혹은 감소하는 값의 분포를 가질 수 있다. 본 연구에서는 이를 완화시키기 위해 경계완화(boundary smoothing)를 위한 필터링 과정을 수행하였다. 경계완화를 위한 필터링 과정에서는 주로 영상처리 분야에서 많이 사용되고 있는 경계완화 편미분 방정식⁽⁹⁾을 이용하였다. 본 연구에서 사용된 경계완화 편미분 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi(x, \eta)}{\partial \eta} - \nabla^2 \phi(x, \eta) = 0 \quad (11)$$

with $\phi(x, \eta = 0) = \phi_0(x)$

여기서 η 는 시간에 해당하는 변수이다.

특별히 본 연구에서 시간의존 편미분 방정식인식 (11)을 시간 증분을 고려한 켈러킨 유한요소법으로 계산하였다. 최적화 과정 중에 완화된 경계를 얻기 위해, 계산시간과 비용을 고려하여 매 축차마다 2 회 시간 적분을 수행하였다.

3.2 컴플라이언스 최소화 수식화

레벨셋 함수의 분포를 고려한 선형 탄성문제는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$a_\phi(u, v) = l_\phi(v) \text{ for all } v \in H_0^1(\Omega) \quad (12)$$

여기서

$$a_\phi(u, v) = \int_{\Omega_{\text{design}}} H(\phi) \epsilon_u^T E \epsilon_u d\Omega$$

$$l_\phi(v) = \int_{\Gamma_{\text{traction}}} H(\phi) h^T v d\Gamma + \int_{\Omega_{\text{design}}} H(\phi) f^T v d\Omega \quad (13)$$

최적화 과정에 사용되는 재료제한조건을 고려한 컴플라이언스 최소화 문제는 다음과 같다.

$$\text{Minimize } F_{\text{objective}} = \int_{\Omega_{\text{design}}} H(\phi) \epsilon_u^T E \epsilon_u d\Omega$$

$$\text{Subject to } H_{\text{volume}} = \int_{\Omega_{\text{design}}} H(\phi) d\Omega \leq \xi_{\text{volume}} \cdot M_{\text{total}} \quad (14)$$

위의 수식과 같이 제한조건이 있는 문제의 경우 라그랑지 승수를 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L_{\text{lagrange}} = \int_{\Omega_{\text{design}}} \left[H(\phi) \varepsilon_u^T E \varepsilon_u + \lambda (H(\phi) - \xi_{\text{volume}}) \right] d\Omega \quad (15)$$

3.3 설계 민감도 해석

3.2 절에서 언급한 바와 같이 재료제한조건을 포함하는 컴플라이언스 최소화 문제에 있어서 설계변수인 레벨셋 함수값의 미소변화량에 대한 형상민감도는 다음의 식으로 표현된다.

$$\left\langle \frac{\partial L_{\text{lagrange}}}{\partial \phi}, \psi \right\rangle = \left\langle \frac{\partial F_{\text{objective}}}{\partial u}, \dot{u} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial F_{\text{objective}}}{\partial \phi}, \psi \right\rangle + \lambda \left\langle \frac{\partial H_{\text{volume}}}{\partial \phi}, \psi \right\rangle \quad (16)$$

여기서 $\left\langle \frac{\partial L_{\text{lagrange}}}{\partial \phi}, \psi \right\rangle = \int_{\Omega} \frac{\partial L}{\partial \phi} \psi d\Omega$ 는 Frechet

미분을 나타내고 \dot{u} 는 형상변경에 따른 변위의 민감도 방향을 의미한다.

특별히 본 연구에서 이용되는 형상민감도에 관한 식은 Haug et al.⁽¹⁰⁾에 근거하여 기술한다. 식 (16)의 첫번째 항은 다음의 수반방정식을 이용하여 표현 가능하다.

$$\left\langle \frac{\partial F_{\text{objective}}}{\partial u}, \dot{u} \right\rangle = \int_{\Omega_{\text{design}}} \delta(\phi) \left[f^T u + \kappa \{ h^T u \} - \varepsilon_u^T E \varepsilon_u \right] \psi d\Omega + \int_{\Gamma_{\text{traction}}} \frac{\delta(\phi)}{|\nabla \phi|} \frac{\partial \phi}{\partial n} \psi d\Gamma \quad (17)$$

식 (16)의 두번째, 그리고 세번째 항은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left\langle \frac{\partial F_{\text{objective}}}{\partial \phi}, \psi \right\rangle = \int_{\Omega_{\text{design}}} \delta(\phi) \varepsilon_u^T E \varepsilon_u \psi d\Omega \quad (18)$$

$$\left\langle \frac{\partial H_{\text{volume}}}{\partial \phi}, \psi \right\rangle = \int_{\Omega_{\text{design}}} \delta(\phi) \psi d\Omega \quad (19)$$

여기서 최적해에 관한 KT(Kuhn-Tucker) 조건을 식 (17)에 적용할 경우, 경계적분항은 사라지게 된다. 따라서 식 (17)과 식 (18), 그리고 식 (19)로부터 최종적인 라그랑지 범함수에 관한 형상민감도는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left\langle \frac{\partial L_{\text{lagrange}}}{\partial \phi}, \psi \right\rangle = \int_{\Omega_{\text{design}}} \delta(\phi) [M_\phi + \lambda] \psi d\Omega \quad (20)$$

여기서 $M_\phi = f^T u + \kappa h^T u$

형상민감도와 레벨셋 방정식과의 연결을 살펴보기 위해 다음과 같이 정의된 형상변형 과정에 관한 테일러 전개를 고려하자.

$$\Omega_\tau = \Omega_0 - [\tau V_{\text{sv}}] \Omega_0 \quad (21)$$

여기서 Ω_0 와 Ω_τ 는 각기 형상변형 전후의 설계영역을 의미한다.

이 때 형상변형에 관한 속도장에 해당하는 V_{shape} 을 다음과 같이 정의한다.

$$V_{\text{shape}} = [M_\phi + \lambda] \psi \quad (22)$$

형상변형에 관한 속도장을 식 (22)와 같이 정의할 때, 다음과 같이 최적화 과정 중 라그랑지 범함수의 감소가 보장된다. 즉,

$$L_{\text{lagrange}}(\Omega_\tau) = L_{\text{lagrange}}(\Omega_0) - \tau \int_{\Omega_0} [M_\phi + \lambda]^2 \psi^2 d\Omega \quad (23)$$

따라서 본 연구에서 식 (22)에서 정의된 속도장을 헤밀턴-자코비 방정식의 속도항으로 고려하여 매축차 과정에서 최적의 위상과 형상을 찾는 최적화를 수행하게 된다.

4. 적용예제

전체적인 최적화 과정의 흐름도는 Fig. 3 과 같다. 흐름도로부터 알 수 있듯이, 가장 먼저 선형 탄성문제에 관한 해석을 수행하고 내부 경계 생성, 레벨셋 개선과 최적화에 필요한 목적함수 및 민감도의 해석을 차례로 수행한다. 내부 경계 생성 맵은 레벨셋 값을 개선하는 과정에서 적용된다.

4.1 양방향 곡률을 가지는 셸의 경량화 설계

제안된 내부 경계 생성 알고리즘을 이용한 레벨셋 위상최적화의 예제로서 양방향 곡률을 가지는 셸 구조의 경량화 최적설계를 고려하였다. 적용예제에 사용된 모델의 기하학적 형상은 Fig. 4 와 같다. 특별히 셸의 해석에서는 요소의 잠긴현상을 억제하기 위해 선택적 감차적분을 수행하였다. 해석 및 설계에 관한 인자들의 값은 Table 1 에 나타내었다. 최적화 과정에 따른 경계의 진화를 나타내기 위해, Fig. 5 에 몇 개의 축차과정에서 얻어진 레벨셋 함수의 분포를 표시하였다. Fig. 5 에서 보는 바와 같이 초기 상태에서는 레벨셋 함수는 내부 경계를 전혀 갖지 않도록 하였다. 최종적으로 얻어진 최적의 형상은 휘어진 서로 교차하는 트러스 형태를 갖는다. 이는 양방향으로

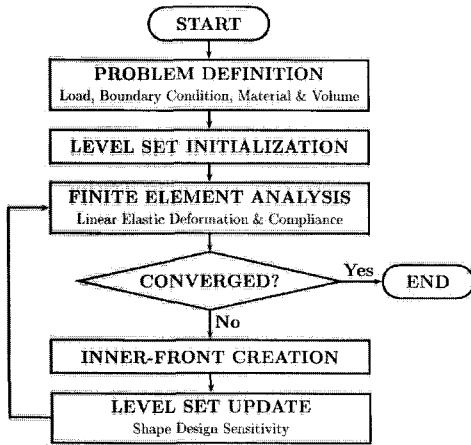


Fig. 3 Flowchart of optimization procedure

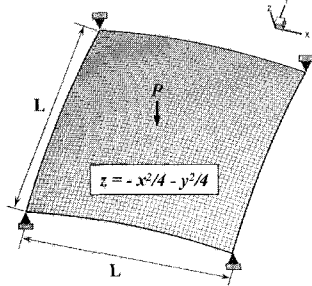


Fig. 4 Schematic diagram of doubly curved shell design

Table 1 Design parameters: doubly curved shell

Design condition	Specified data
Geometry	$L = 1\text{m}$, Shell thickness=10mm
Mesh	2500 Linear Quadrilateral Shell Element
Material	Steel ($E = 200\text{GPa}$, $\nu = 0.3$)
Applied load	$P = 1\text{kN}$
Volume ratio	30%

휘어진 셸 구조의 중앙에 작용하는 하중을 지지하는데 효과적인 구조임을 알 수 있다. 최적화 과정에 따른 목적함수의 변화는 Fig. 6 과 같다. Fig. 6 에서 보는 바와 같이 초기에는 제한조건이 만족되지 않기 때문에 목적함수가 증가하나 최종적으로는 수렴된 목적함수값을 갖는다.

4.2 세그먼트 반사경의 경량화 설계

본 예제에서는 광기계(opto-mechanics) 구조물 중의 하나인 우주 관측용 대형 망원경에 사용되는 세그먼트 반사경의 경량화 설계를 수행하였다. Fig. 7 은 현재 미국에서 개발 중인 CELT(California Extremely Large Telescope)⁽¹¹⁾ 망원경을 나타내고 있다. 우주로부터 지상으로 입사되는 충분한 광량을

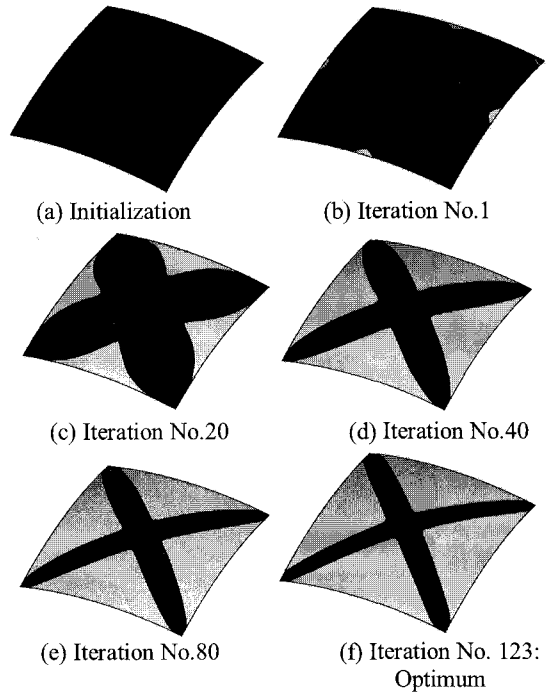


Fig. 5 History of optimization : doubly curved shell

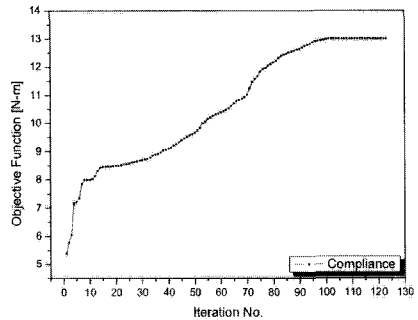


Fig. 6 History of objective function: doubly curved shell

얻기 위해 CELT 의 구경은 약 30m 에 이른다. 이와 같은 대형 망원경의 반사경을 구성하기 위해서는 하나의 반사경의 사용하는 것이 불가능하기 때문에 동일한 형태의 여러 개의 세그먼트 반사경을 조합하여 구성하게 된다. 일반적으로 사용되는 세그먼트 반사경의 조합으로는 벌집구조 형태나 부채꼴 형태의 배열을 많이 사용하고 있다.

Fig. 8 은 벌집형태 및 부채꼴 형태의 배열을 각각 보여주고 있다. 이러한 대형의 망원경 구조에 사용되는 반사경의 기계적인 변형은 망원경의 광학면에 영향을 주게 되고, 따라서 망원경의 광학 성능의 저하를 초래하게 된다. 이러한 관점에서 반사경의 설계에 있어서는 충분한 강성을 줄 수 있는 구조를 고려하여야 한다. 또한 반사경의 전체의 무게가 매우 크기 때문에 반사경을 지지하기

위한 구조물의 무게 또한 증가하게 되고, 유지/보수에 있어서도 많은 제약을 주게 된다. 따라서 궁극적으로는 세그먼트 반사경을 설계할 때에는 적절한 강성과 경량화를 동시에 고려하여야 한다. 이러한 설계 목적을 달성하기 위한 기존의 연구로서, 일체형으로 제작되는 인공위성 카메라용 주반사경의 광학적 성능 및 제작성을 고려한 위상 최적설계가 진행된 바 있다.⁽¹²⁻¹⁴⁾ 본 연구에서는 경량화 설계에 초점을 맞추어 부채꼴 형태의 쉘 구조물로 구성된 세그먼트 반사경의 레벨셋 위상 최적설계를 수행하였다. 설계에 사용된 반사경의 형상 및 치수는 Fig. 9에 나타내었다. 특별히 대칭성을 고려하여 1/6 모델만을 설계에서 고려하였다.

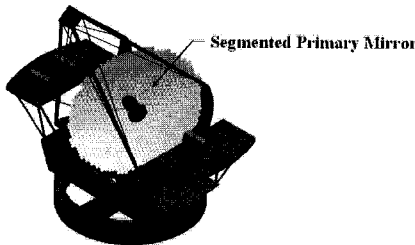


Fig. 7 CELT equipped with a segmented mirror

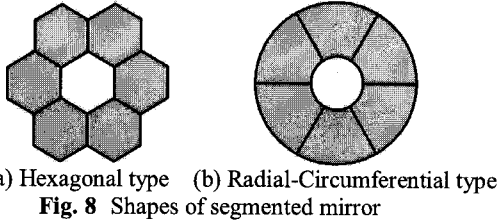


Fig. 8 Shapes of segmented mirror

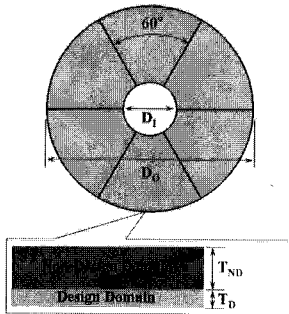


Fig. 9 Geometry and dimension of segmented mirror

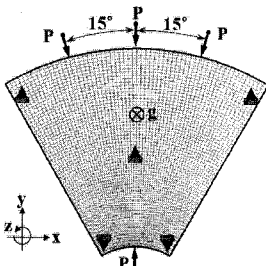


Fig. 10 Schematic diagram of design condition: lightweight segmented mirror

Table 2 Design parameters: lightweight segmented mirror design

Design condition	Specified data
Geometry	$D_O = 2.4m, D_I = 60cm,$ $T_{ND} = 15mm, T_D = 6.5mm$
Mesh	3600 Linear Quadrilateral Shell Element
Material	Steel ($E = 200GPa, \nu = 0.3$)
Applied load	$P = 1kN, g = 9.81m/s^2$ along z-direction
Volume ratio	40%

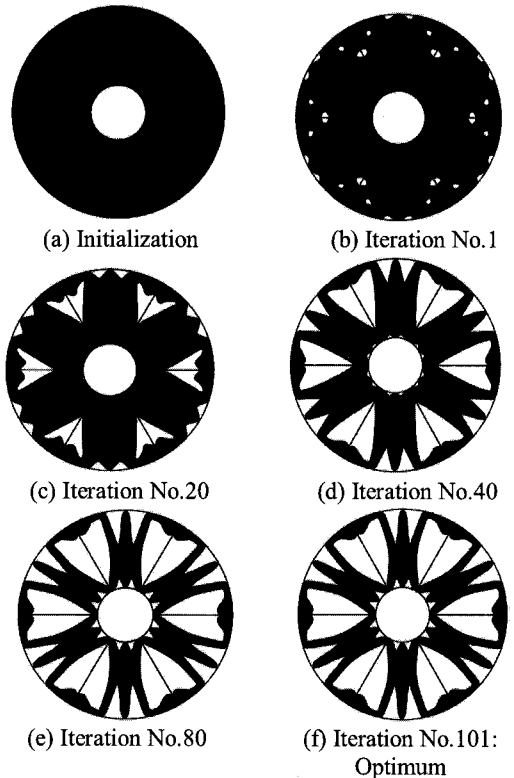


Fig. 11 History of optimization: lightweight segmented mirror

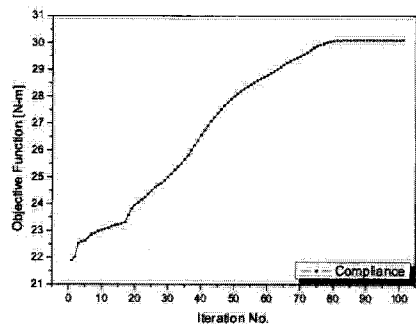


Fig. 12 Optimization history of objective function: lightweight segmented mirror

또한 Fig. 9 에서 나타낸 바와 같이 두께 방향으로, 광학면에 해당하는 부분을 비설계 영역으로 설정하였다. 설계에서는 특별히 세그먼트 반사경을 지지하는 부위에 작용하는 집중하중과 반사경 자중을 설계 하중으로 고려하였다.

설계에 반영된 하중 및 경계조건을 Fig. 10 에 나타내었다. 또한 세그먼트 반사경을 경량화 최적 설계에 사용된 설계조건은 Table 2 와 같다. 최적화 과정 중의 축차수에 따른 경계의 진화를 Fig. 11 에 나타내었다. 이 예제에서도 초기의 레벨셋 함수는 설계영역 전체에서 정의된다. Fig. 11 에서 확인할 수 있는 바와 같이 축차의 중간 과정에서 새로운 내부 경계가 새롭게 생성되어, 제안한 알고리즘이 위상의 변화에 유연함을 확인할 수 있다. 최적화 과정 중의 목적함수의 변화를 Fig. 12 에 나타내었다. 앞의 예제와 유사하게 목적함수가 증가하다 최종적으로 하나의 값으로 수렴하는 것을 확인할 수 있다.

5. 결론

기존의 레벨셋 위상최적화 방법에서는 최적화의 중간과정에서 형상민감도만을 사용하여 레벨셋 함수값을 개선하기 때문에 균질화법과 밀도법에 근거한 기존의 위상최적화와 같은 내부 경계의 생성을 동반한 위상 변화가 이루어질 수 없었다. 본 연구에서는 최적화 축차과정에서 구조물의 변형해석에서 얻어진 탄성에너지 밀도값을 바탕으로 내부 경계가 생성될 수 있는 부분에 내부 경계 생성 맵을 구성하고 이를 현재 상태의 레벨셋 함수에 고려하여 새로운 내부 경계영역을 생성시켜 엄밀한 의미에서의 레벨셋 위상최적화를 수행하였다. 예제에서는 삼차원 셸 구조물의 경량화 위상최적설계에 제안된 방법을 적용하여 최적형상을 도출할 수 있었다. 적용과정 및 최종적인 결과로부터 제안된 알고리즘을 검증하였고 동시에 내부 경계가 초기에 전혀 주어지지 않은 경우에도 새로운 내부 경계가 생성됨을 확인할 수 있었다. 따라서 본 연구에서 제안한 내부 경계 생성 알고리즘을 이용한 레벨셋 위상최적화가 초기의 내부 경계에 둔감하게 최적해의 수렴성을 가져올 수 있음을 확인하였다. 향후 추가적으로 다양한 공학 분야에 대하여 제안된 레벨셋 위상최적화 방법을 적용함으로써 그 유용성을 확인하고자 한다.

참고문헌

- (1) Setihan, J. A. and Wiegmann, A., 2000, "Structural Boundary Design via Level Set and Immersed Interface Method," *Journal of Computational Physics*, Vol. 163, No. 2, pp. 489-528.
- (2) Allaire, G., Jouve, F. and Toader A.M., 2004, "Structural Optimization Using Sensitivity Analysis and a Level Set Method," *Journal of Computational Physics*, Vol. 194, No. 1, pp. 363-393.
- (3) Wang, M. Y., Wang, X. M. and Guo D.M., 2003, "A Level Set Method for Structural Topology Optimization," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 192, No. 1-2, pp. 227-246.
- (4) Allaire, G., Jouve, F. and Toader A.M., 2004, "Structural Optimization Using Topological and Shape Sensitivity via a Level Set Method," *Internal report*, n. 555, CMAP, Ecole Polytechnique.
- (5) Wang, X. M., Mei, Y. and Wang, M.Y., 2004, "Incorporating Topology Derivatives into Level Set Methods for Structural Topology Optimization," *Proceeding of 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, Albany, New York.
- (6) Osher, S. and Sethian, J.A., 1988, "Front Propagating with Curvature Dependent Speed: Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulations," *Journal of Computational Physics*, Vol. 79, pp.12-49.
- (7) Osher, S. and Fedkiw, R., 2003, "Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces," *Springer-Verlag*, Berlin.
- (8) Jiang, B.N., 1998, "The Least-Squares Finite Element Method," *Springer-Verlag*, Berlin.
- (9) Aubert, G. and Kornprobst, P., 2001, "Mathematical Problems in Image Processing: Partial Differential Equations and the Calculus of Variations," *Springer-Verlag*, Berlin.
- (10) Haug, E.H., Choi, K.K., and Komkov V., 1986, "Design Sensitivity Analysis of Structural Systems," Academic press, Orlando.
- (11) Nelson, J.E., 2000, "Design Concepts for the California Extremely Large Telescope (CELT)," *Proceedings of the SPIE - Telescope Structures, Enclosures, Controls, Assembly/Integration/Validation, and Commissioning*, Munich, Germany.
- (12) Park Kang-Soo, Chang Su-Young, Lee Eung-Shik and Youn Sung-Kie, "Topology Optimization of the Primary Mirror of a Multi-Spectral Camera," *Trans. of the KSME A*, Vol. 26, No. 6, pp. 1194-1202.
- (13) Park, K.S., Chang, S.Y., and Youn, S.K., 2003, "Topology Optimization of the Primary Mirror of a Multi-Spectral Camera," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 25, No. 1, pp. 46-53.
- (14) Park, K.S., Lee, J.H., and Youn, S.K., 2005, "Lightweight Mirror Design Method Using Topology Optimization," *Optical Engineering*, Vol. 44, No. 5, pp. 053002-1~053002-6.