

이동통신 액세스망 설계*

김후곤** · †정용주*** · 백천현**** · 권준혁*****

Mobile Access Network Design*

Hugon Kim** · †Yongjoo Chung*** · Chunhyun Paik**** · Junhyuk Kwon*****

■ Abstract ■

This study deals with the optimal design of mobile access network connecting base stations (BSs) and mobile switching centers (MSCs). Generally mobile operators constitute their access networks by leasing communication lines. Using the characteristic of leased line rate based on administration region, we build an optimization model for mobile access network design which has much smaller number of variables than the existing researches. And we develop a GUI based optimization tool integrating the well-known softwares such as MS EXCEL, MS VisualBasic, MS PowerPoint and Ip_solve, a freeware optimization software.

Employing the current access network configuration of a Korean mobile carrier, this study using the optimization tool obtain an optimal solution for both single MSC access network and nation-wide access network. Each optimal access network achieves 7.45% and 9.49% save of lease rate, respectively. Considering the monthly charge and total amount of lease line rate, our optimization tool provides big amount of save in network operation cost. Besides the graphical representation of access networks makes the operator easily understand and compare current and optimal access networks.

Keywords : Mobile Access Network, Network Design, Leased Line, Optimization, Integer Problem

논문접수일 : 2006년 12월 21일 논문게재확정일 : 2007년 11월 09일

* 이 연구는 2004학년도 경성대학교 연구년 과제로 수행된 것입니다.

** 경성대학교 디지털비즈니스학부

*** 부산외국어대학교 인터넷비즈니스공학과

**** 동의대학교 산업경영공학과

***** LG텔레콤

† 교신저자

1. 서 론

국내 이동통신 분야는 전 세계에서 유례가 드물 정도로 폭발적인 성장을 이루어왔으며, 그 결과 관련 장비 개발 기술, 서비스 운용 기술 등 거의 모든 분야에서 선도 이동통신 국가로 세계적인 주목을 받고 있다. 이러한 성장에 따라 제공 서비스와 가입자는 이미 포화상태에 이르렀고 서비스 및 마케팅을 통한 가입자 이전경쟁을 벌이고 있다. 이러한 상황에서 네트워크를 최적으로 구현하고 운용함으로써 네트워크 운용비를 절감하는 것이 서비스 경쟁력을 결정짓는 주요한 이슈로 부각되고 있다.

이동통신망은 크게 기간망(backbone network), 액세스망(access network), 무선망(radio network)의 세 부분으로 나누어진다. 기간망은 SDH, SONET 및 WDM 기반의 광대역 네트워크로써 교환기(mobile switching center ; MSC)와 교환기를 이어준다. 액세스망은 기지국(base station ; BS)에서 교환국까지의 네트워크로써 기간망과 무선망을 연결하여 단말간 통신이 가능하게 한다. 무선망은 단말(terminal)에서 기지국간의 무선 네트워크를 일컫는다.

액세스망을 기간망처럼 이동통신사업자가 직접 포설하는 경우도 있지만 높은 초기 투자비용과 관리의 어려움으로 일반적으로 전용회선 임대사업자의 망을 빌려 쓰고 있다. 따라서 액세스망을 유지하기 위한 막대한 임대비용이 정기적으로 지출될 수밖에 없으며 액세스망의 최적화가 망운용비의 효율성을 결정짓는 주요한 과제 중의 하나로 자리매김하고 있다.

이동통신사업자는 일반적으로 전체 서비스 지역을 다수의 교환국 영역으로 분할하고 교환국 영역 당 하나의 교환국을 두어 이 교환국이 영역내의 모든 기지국에서 발생하는 트래픽을 수용하는 구조를 사용한다. 기지국과 교환국 사이의 트래픽을 수용하기 위해 E1, DS3($=21 \times E1$) 및 STM-1($=3 \times DS3$)이 많이 사용되고 있다.¹⁾ 모든 기지국들을 E1 회선으로 교환국으로 직접 연결하는 것은 비용 및

운용 측면에서 비효율적이다. 기지국과 교환국 사이에 단위비용이 E1보다 저렴한 DS3의 용량을 가지는 허브(hub)를 설치하여 이 허브에서 교환국까지는 DS3로 연결하고 기지국에서 허브까지는 E1 회선을 사용하는 것이 일반적이다. 물론 DS3 허브뿐만 아니라 상위계위인 STM-1 허브를 허용하기도 한다. 이를 보다 일반화하게 되면 n 개의 계위를 가지고 상위계위의 용량은 하위계위의 용량보다 크면서, 동일한 단위의 트래픽을 처리하는데 드는 단위당 비용은 상위계위가 하위계위에 비해 저렴한 형태(규모의 경제)가 된다. 본 연구에서는 가장 일반적으로 사용되는 E1과 DS3 회선만 존재하는 2계위 구조를 가정한다.

이동통신 액세스망 설계 문제(mobile access network design problem)는 교환국 영역내 각 기지국 회선 수요를 어떻게 수용할 것인가를 결정하는 문제이다. 즉, 기지국의 요구회선만큼 교환국으로 직접 E1으로 연결하여 처리할 것인가 아니면 다른 지역에 설치된 DS3 허브를 통해 연결할 것인가 등을 결정한다. 물론 부분적으로 직접 교환국으로 연결할 수도 있고 DS3 허브를 통할 수도 있다. 이와 더불어 어떤 지역에 DS3 허브를 설치하고 각 기지국 수요는 어떤 허브를 통하여 처리할 것인가 등을 결정하여야 한다.

따라서 다수의 교환국과 수천 개의 기지국을 운용하고 있는 현실에서의 이동통신 액세스망 설계 문제는 매우 복잡한 문제로 모형화된다. 실제로 국내에서 운용되고 있는 교환국들은 대부분 다수의 광역시 또 도 지역을 관할하므로, 전국에는 대개 10개 내외의 교환국들이 있게 된다. 사업자마다 차이가 나지만 전국에 산재한 기지국들은 약 2,000~5,000개가 있으므로 교환국은 보통 수백 개의 기지국을 수용하게 된다.

본 연구에서는 기지국과 교환국 사이의 액세스

1) 512K, T1 단위의 회선도 사용할 수 있지만 도서 및 산간벽지와 같이 트래픽이 미미한 지역을 제외하고는 대부분의 기지국들은 E1 전용회선을 통해 수요를 처리하고 있다.

망을 구성하는 임대회선의 비용을 최소화하는 최적화 문제를 모형화하고 최적해를 도출하는 최적화 룰을 개발하여 실제 운용중인 시스템에 적용하고 그 결과를 비교분석한다. 먼저 제 2장에서는 액세스망 설계문제와 관련있는 기존 연구를 고찰하고 제 3장에서는 실제 전용회선 임대요금 체계가 가지는 특징을 이용하여 액세스망 설계문제를 기존 연구와는 차별화되는 접근법으로 단순화된 모형으로 정식화한다. 제 4장에서는 모 이동통신사의 문제를 대상으로 단순화된 모형을 적용한다. 다수의 실제 액세스망 설계문제를 생성하고 최적해를 구하여 결과를 분석하고 기존 망구조대비 비교우위를 기술한다. 또한 본 연구에서 개발한 GUI기반의 액세스망 설계들을 소개한다. 설계들은 최적화 과정의 각 단계별로 다양한 S/W환경을 통합적으로 사용하고 있으며 이용자의 편의를 위한 GUI를 지원하고 있다.

2. 관련 분야 연구의 고찰

이동통신 액세스망 최적화 문제와 관련이 있는 주요 연구 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 대량구매문제(buy-at-bulk problem)[6, 12, 20, 22]
대량구매문제는 수요가 주어졌을 때 이 수요를 처리할 수 있는 용량의 케이블을 최소비용으로 설치하는 문제이다. 이때 용량이 큰 케이블일수록 규모의 경제성(economy of scale)이 성립하게 된다. 즉 설치 가능한 케이블의 종류는 k 개가 있을 때, 케이블(i)의 용량(u_i)과 단위 길이당 비용(c_i)은

$$u_1 \leq u_2 \leq \cdots \leq u_k \text{이고, } c_1 \geq c_2 \geq \cdots \geq c_k$$

의 관계가 성립한다. 그리고 수요들이 모두 동일한 목적지를 가지는 문제를 단일목적지 대량구매문제(single sink buy-at-bulk problem)이라 하고, 이의 최적해는 트리(tree) 형태가 된다. 이와 관련된 연구들은 이론적 근사치(approximation ratio)와 관련된 연구가 주를 이루고 있다.

- 임대 - 구매 망설계 문제(rent-or-buy network design problem)[9, 13]

수요가 주어졌을 때, 임대(rent)를 하는 경우에는 수요에 비례하여 임대비용이 발생하고 구입(buy)하는 경우에는 고정비용이 발생하는 경우에 수요를 만족시킬 수 있는 최소비용의 네트워크를 설계하는 문제이다.

- 액세스망 설계문제(access network design problem)[5, 7, 19]

이는 수요가 주어지고 이용 가능한 다수의 케이블이 주어졌을 때, 수요를 만족하는 최소비용의 네트워크를 설계하는 문제이다. 이때 용량이 큰 케이블은 용량이 적은 케이블에 비해 높은 설치비용이 드는 반면에 낮은 단위수요당 전송비용이 발생한다.

- 용량제한이 있는 설비 배치 문제(capacitated facility location problem)[1-4, 11, 15, 21]

주어진 수요를 처리하기 위해 설비를 배치하는데, 설비 설치에는 고정비용이 발생하고 수요들은 설치된 설비를 통해 서비스를 받게 된다. 이때 설치된 설비에는 용량제한이 있고, 수요들은 서비스 받는 설비와의 연결하는데 비용이 발생하게 된다.

본 연구는 각 노드(기지국)의 수요가 주어져 있고 두 종류의 케이블(E1, DS3)이 존재할 때 최소의 비용으로 각 노드와 목적지 노드(교환국)를 수요만큼 연결하는 망 구조를 구하는 이동통신 액세스망 최적화문제를 다룬다. 이 문제는 용량제한이 있는 설비배치 문제의 특수한 경우가 된다. 또한 케이블의 종류가 k 개로 일반화된 문제는 액세스망 설계문제와 밀접한 관련이 있다. 그리고 대상 교환국이 하나인 경우의 문제는 단일목적지 대량구매문제 및 단일목적지 임대-구매 망설계 문제(single-sink rent-or-buy network design problem)분야에서 많은 연구가 되어 있다.

위에서 언급한 네 가지 유형의 문제들은 상호 밀접한 관련을 가지고 있으며, 이와 관련된 이론적 결과들도 비교적 많이 알려져 있다. 하지만 이들 대부분의 연구들은 실제 현실 문제에의 적용 및 해

결보다는 이론적 근사치를 구하는 근사해법(approximation algorithm)의 개발에 집중되어 있다[1-4, 14, 16-18, 22]. 특히, 현실에서 발생하는 전용회선의 수요 및 과금체계와 기지국의 특성들에 대한 고찰 없이, 이론적인 근사해법의 개발에 집중하고 있어서 실제 문제의 적용 시에는 많은 한계점을 가지게 된다. 따라서 본 연구에서는 대상문제에 대한 현실적인 특성을 반영하여 문제를 단순화함으로써 문제의 난이도를 낮추고 최적해를 도출하는 알고리즘을 적용하여 실제 협업에서 사용 가능한 이동통신 액세스망 설계를 개발을 목표로 한다.

3. 문제의 정의

3.1 현실 문제의 고찰

본 연구에서 다루게 될 이동통신 액세스망 설계 문제를 국내 모 이동통신사의 자료를 바탕으로 정리하면 다음과 같다. 교환국과 다수의 기지국들이 주어지고, 기지국들은 처리하여야 할 회선수요가 주어진다. 이때 기지국에서 사용 가능한 전용회선은 512K, T1, E1²⁾ 단위가 가능하지만, 대다수의 기지국은 1개의 E1 수요를 가진다. T1 및 512K를 사용하는 기지국들은 도서벽지와 같은 특수지역이거나 아니면 트래픽 수요가 미미한 지역들이다. 또한 전용회선 T1 및 512K와 E1은 비용면에서 거의 차이가 없고, 현재 수요가 적더라도 향후의 트래픽 증가에 대비하여 가능하면 E1으로 연결하고 있다.

대개의 경우 기지국들은 E1 한 단위의 전용회선 수요를 가지지만 드물게는 E1 두 단위를 가지는 경우가 있는데, 이 경우에는 각각 두 개의 기지국이 있는 것으로 간주한다. 따라서 본 연구에서는 모든 기지국은 E1 한 단위의 수요를 가지는 것으로 가정한다.

기지국들은 교환국에 직접 E1 전용회선을 연결

2) 한 음성통화는 64Kbps의 전송속도를 요구하여 512K, T1(= 1.544Mbps), E1(= 2.048Mbps)의 전용회선은 각각 8개, 24개, 32개의 음성채널을 수용할 수 있다.

하거나, 중간에 설치된 DS3 용량을 가지는 허브로 E1 전용회선을 연결하여 기지국의 수요를 처리하는 두 가지 방안이 존재한다. 이때 설치하는 허브의 DS3 전용회선은 45Mbps의 전송속도로서 21개의 E1 회선을 수용할 수 있으며, 이 허브로부터의 DS3 전용회선은 교환국으로 직접 연결되게 된다. 즉 이동통신 액세스망은 E1과 DS3의 2계위 네트워크를 구성하게 된다. 또한 STM-1 (= 3 × DS3)의 용량을 가지는 허브를 허용하게 되면, 3계위 네트워크가 되지만 본 연구에서는 2계위 네트워크를 가정한다.

기지국의 E1 및 허브의 DS3 전용회선은 이동통신사들이 직접 보유하고 있지 않고, 대부분 전용회선 사업자로부터 임대한다. 이때 임대비용에 대한 산정은 시와 군 등의 행정단위를 기준으로 한다. 본 연구에서는 동일한 시와 군을 포함하는 행정단위를 지역(region)으로, 또한 한 교환국이 관할하는 지역들의 합을 구역(area)으로 부르기로 한다. 동일한 지역 내의 회선을 임차하는 경우 거리에 관계없이 동일한 시내요금이 부과되고, 서로 다른 지역 간의 회선 임차는 시외요금을 부과하게 된다. 시외요금은 거리에 따라 몇 개의 구간으로 나누어 과금하게 된다.

〈표 1〉 구간별 전용회선 임대비용

구간id	거리(Km)	E1 임대비용	DS3 임대비용
0	시 내	616,000	4,624,000
1	0~10	622,400	4,668,000
2	11~30	1,098,400	8,240,000
3	31~50	1,534,400	11,508,000
4	51~100	2,445,200	18,340,000
5	101~150	2,994,800	22,460,000
6	151~200	2,994,800	22,460,000
7	201~250	3,356,400	25,172,000
8	251~300	3,356,400	25,172,000
9	301~350	3,624,400	27,184,000
10	351~400	3,624,400	27,184,000
11	401이상	3,805,200	28,540,000

<표 1>은 P 전용회선 사업자의 2005년도에 적용한 E1 및 DS3에 대한 전용회선 임대비용 테이블이다.

3.2 문제의 정식화

본 연구에서 전용회선은 E1과 DS3의 두 가지만 허용하고 한 개의 교환국이 관할하는 기지국에 대한 액세스망 설계 문제를 단일 목적지 액세스망 설계 문제(single-sink access network design problem ; SSANDP)라 부르기로 한다. 먼저 SSANDP에 대한 이론적 결과를 유도하고, 이를 이용하여 다수의 교환국이 있는 문제(generalized ANDP ; GANDP)로 확장하기로 한다. SSANDP를 요약하면 다음과 같다.

주어진 정보	
◦ 1개의 교환국과 다수의 기지국 정보	
◦ 기지국과 교환국간 거리 및 기지국간의 거리	
◦ 기지국이 속한 행정지역 이름	
◦ 허브 및 E1, DS3 전용회선의 행정지역간 임대비용	
제약식	
◦ 각 기지국의 수요만큼 교환국으로 연결되어야 함	
◦ 기지국에서 교환국으로 연결하는 방법에서는 교환국 직접연결, 다른 지역에 설치된 DS3 허브를 통한 연결이 있음	
◦ 허브가 설치되어 있으면 다른 기지국의 수요를 수용할 수 있으며 허브로부터 교환국까지는 DS3로 연결됨	
◦ 각 DS3 허브는 21개의 E1를 수용할 수 있음	
목적함수	
◦ 전체 비용의 합이 최소가 되도록 기지국으로부터 교환국 또는 허브로 연결하는 액세스망의 설계	

SSANDP가 하나의 교환국만을 대상으로 하고 있지만 일반적으로 한 교환국이 수용하는 기지국의 수가 수 백 개에 달한다. 만약 기지국과 교환국을 노드변수로 하고 기지국간 및 교환기와 기지국 간에 설치되는 전용회선을 노드사이의 링크변수로 설정하게 되면 수천乃至 수 만개의 변수를 도입해야 한다. 또한 제약식의 수도 노드 수에 비례하게 된다.

본 연구에서는 현업에서 적용되는 전용회선 과금체계가 가지는 다음과 같은 특징을 바탕으로 문제를 단순화한다.

특징 1 : 과금은 지역 단위로 이루어지고, 이때 동일한 지역에 속한 기지국들은 거리에 관계없이 동일한 시내요금이 적용된다. 또한 어떤 지역(i)에 속한 기지국 p 의 E1 수요를 다른 지역(j)에 설치된 허브 q 를 통해 처리하는 경우, 기지국 p 에서 허브 q 까지의 E1 전용회선 요금은 지역 i 와 지역 j 간의 요금이 부과된다.

특징 2 : 모든 기지국들은 한 단위의 E1 수요를 가지고 있으므로, 지역에 속한 모든 기지국의 수가 이 지역에서 처리하여야 되는 E1 회선의 수가 된다.

즉, 본 연구에서는 지역을 노드변수로 지역간의 연결을 링크변수로 설정한다.³⁾ 각 노드는 해당 지역에 속한 기지국의 수만큼 E1 전용회선 수요를 가진다. 이와 같이 모형화하게 되면 SSANDP는 각 지역에서 발생하는 수요를 직접 교환국과 연결하여 처리할 것인가 아니면 다른 지역의 허브를 거쳐 수용할 것인가 또한 지역에 몇 개의 허브를 설치하고 각 허브는 어떤 지역의 수요를 얼마만큼 수용할 것인가 등을 의사결정하는 문제가 된다.

이처럼 의사결정 변수를 기지국으로 하느냐 아니면 지역으로 하느냐의 차이는, 현실문제에 대해서 cplex와 같은 LP(linear programming) 패키지를 이용하여 최적해를 구할 수 있는지의 여부에 결정적인 영향을 미치게 된다. 특히 기지국의 수가 수천 개를 넘는 전국단위의 문제(GANDP)로 확장하는 경우, 그 효과가 매우 크다는 것을 쉽게 알 수 있다.

이제 지역을 노드변수로 하는 액세스망 최적화 문제를 정식화하기 위하여 다음과 같은 용어를 정

3) A이동통신 K교환국 영역에 속한 기지국의 수는 약 700개이고 시, 군으로 구분되는 지역은 36개이다. 따라서 기지국 단위로 정식화하는 경우 기지국간 링크 변수에 의해 약 700×700 개 링크변수가 필요하지만, 지역 단위로 정식화하는 경우 약 36×36 개 정도의 링크변수만으로 문제를 정의할 수 있다.

의한다.

- $N = \{1, 2, \dots, n\}$: 지역들의 인덱스 집합
- $N_0 = \{0\} \cup N$: 0은 교환국의 인덱스
- r_i for $i \in N_0$: 지역 i 에 속한 기지국들의 E1 수요
- f_i for $i \in N$: 지역 i 에서 교환국까지의 DS3 요금
- f : 동일한 지역내(시내)에서의 DS3 요금
- c : 동일한 지역내(시내)에서의 E1 요금
- c_{ij} for $i \neq j, i \in N, j \in N_0$: 지역 i 에서 지역 j 까지의 E1 요금(시외)
- (c_{i0} for $i \in N$ 는 지역 i 에서 교환국까지의 E1 요금이 되고, c_{ii} 는 지역 i 에 설치된 허브까지의 E1 요금이므로 $c_{ii} = c$ 임)
- x_{ij} for $i \in N, j \in N_0$: 지역 i 의 수요중에서 지역 j 의 허브를 통해 처리하는 E1 수요량(이때 x_{i0} 는 지역 i 의 수요중 교환국으로 직접 처리하는 E1 수요이고, x_{ii} 는 허브가 지역 i 에 설치되어 있을 경우 이 허브를 통해 처리하는 E1 수요)
- y_j for $j \in N$: 지역 j 에 설치되는 허브의 수

SSANDP는 다음과 같은 전형적인 용량제한이 있는 설비배치 문제(capacitated facility location problem)로 정식화할 수 있다. 여기서 SSANDP의 결정변수는 x_{ij}, y_j 이다.

$$\begin{aligned} (\text{SSANDP}) \quad & \min \sum_{j \in N} f_j y_j + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N_0}^n c_{ij} x_{ij} \\ \text{s.t} \quad & (C1) \quad \sum_{j \in N_0} x_{ij} = r_i \quad i \in N \\ & (C2) \quad \sum_{i \in N} x_{ij} \leq 21y_j \quad j \in N \\ & (C3) \quad x_{ij} \leq r_i y_j \quad i \in N, j \in N \\ & (C4) \quad x_{ij} \in Z^+ \quad i \in N, j \in N_0 \\ & \quad y_j \in Z^+ \quad j \in N \end{aligned}$$

(C1)은 지역 i 의 수요 r_i 를 교환국 및 다른 지역의 허브($j \in N_0$)를 통해 처리하여야 된다는 제약식이다. (C2)는 지역 j 에 DS3 허브가 y_j 개 설치되면, 이 허브들을 통해 처리할 수 있는 E1 회선의 수는 $21y_j$ 이하임을 나타낸다. 이때 지역 j 에 허브가 설

치되는 경우 DS3 수(y_j)에 비례하여 지역 i 에서 지역 j 로 들어오는 E1 수요를 처리할 수 있으며, 각 DS3의 용량은 21E1이므로 (C2)의 우변은 $21y_j$ 가 된다. (C3)는 지역 i 에서 지역 j 에 설치된 허브로 보낼 수 있는 최대 수요는 r_i 를 초과할 수 없다는 제약으로, redundant한 제약식이지만 LP를 이용하여 하한을 구할 때 매우 효과적인 제약식으로 알려져 있다. (C4)는 지역 j 에 설치하는 허브의 수(y_j) 및 지역 i 에서 지역 j 로 보내는 E1 회선의 수 x_{ij} 는 정수임을 나타내는 제약식이다.

SSANDP는 전형적인 정수계획법(Integer Programming) 문제로서 NP-complete임을 쉽게 보일 수 있고, 따라서 최적해를 구하는 해법을 구하기는 매우 힘들다. 다만 문제의 크기(변수와 제약식의 수)가 작은 경우에는 분지한계법(branch and bound)나 분지절단법(branch and cut) 등의 기법을 이용하여 최적해를 구할 수 있다.

3. 최적화 문제 및 최적해의 특성

SSANDP에 대하여 다음과 같은 임대비용과 관련된 가정을 도입할 수 있다.

가정 1 : $c \leq c_{i0}$ and $c \leq c_{ij}$

즉, 시내간 전용회선 요금이 시외요금보다 저렴하다.

가정 2 : (symmetry) $c_{ij} = c_{ji}$

즉, 두 지역간 전용회선 요금은 방향에 관계없이 동일한 요금이 적용된다.

가정 3 : (triangle inequality) $c_{ik} \leq c_{ij} + c_{jk}$,
 $i \neq j \neq k$

즉, 지역 i 에서 지역 j 를 거쳐 지역 k 로 E1을 연결하는 것보다는 직접 지역 k 로 연결하는 것이 저렴하다.

가정 4 : (extended triangle inequality)

$$c + c_{ik} \leq c_{ij} + c_{jk}, \quad i \neq j \neq k$$

즉, 지역 i 에 허브가 설치되는 경우 지역내 기지국에서 허브로 E1을 연결하고 다시 지역 k 로 연결하는 것이 지역 j 를 거쳐 지역 k 로 E1을 연결하는

것보다 저렴하다.⁴⁾

위 가정들은 일반적인 상식을 벗어나지 않는 것으로 실제 요금체계를 통해서도 확인할 수 있다. 이들을 바탕으로 다음과 같은 최적해에 대한 특성을 도출한다. SSANDP의 최적해를 (x^*, y^*) 로 표시하자.

정리 1 : $x_{ij}^* > 0$ 이면 $x_{ji}^* = 0$ for $i \neq j$. 즉, 최적해에서 두 노드간 양방향 링크의 값이 모두 0보다 큰 경우는 발생하지 않는다.

(증명) 최적해에서 노드 i 와 노드 j 간 양방향 링크의 값이 모두 0보다 크다고 하자. 즉, $x_{ij}^* > 0$, $x_{ji}^* > 0$. 이때, 노드 i , j 와 두 링크에서 발생하는 비용은 $f_i y_i^* + cx_{ii}^* + c_{ij} x_{ij}^* + f_j y_j^* + cx_{jj}^* + c_{ji} x_{ji}^*$ 이다. $x_{ij}^* > x_{ji}^*$ 일 때, x_{ji}^* 만큼 상대방 노드로 보내지 않고 직접 처리하여 구한 새로운 해 (\bar{x}, \bar{y}) 에서 $\bar{x}_{ij} = x_{ij}^* + x_{ji}^*$, $\bar{x}_{ii} = x_{ii}^* + x_{ji}^*$, $\bar{x}_{jj} = x_{jj}^* + x_{ji}^*$ 이 된다. 이 때 노드 i , j 와 두 링크에서 발생하는 비용은 $f_i y_i^* + c(x_{ii}^* + x_{ji}^*) + c_{ij}(x_{ij}^* - x_{ji}^*) + f_j y_j^* + c(x_{jj}^* + x_{ji}^*)$ 이고 이는 가정 1에 의하여 상대방 노드로 보냈을 때보다 더 작다. □

정리 2 : $x_{00}^* = r_0$. 즉, 교환국이 속한 지역의 수요 r_0 는 E1으로 직접 교환국으로 연결한다.

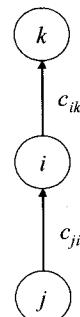
(증명) 시내구간의 수요 r_0 개를 DS3로 처리한다고 가정하자. 그러면 발생하는 비용은 $r_0 c + \lceil r_0 / 21 \rceil f$ 이 되고, MSC로 직접 E1을 연결하여 처리하는 경우는 $r_0 c$ 이다. 따라서 E1으로 MSC로 직접 연결하는 비용이 더 저렴하다. □

4) 상식적으로 가정 4가 성립하는 것이 타당하다. 그러나 실제로 전국을 행정 지역단위로 분할하고 구간별 요금을 적용시켜 본 결과 가정 4가 성립하지 않는 세 지역의 조합은 총 $144 \times 144 \times 144$ 개의 가능한 조합중에서 8개에 불과하여 매우 드문 현상이다. 따라서 본 연구에서는 특별한 무리가 없는 범위내에서 일반적으로 가정 4는 성립하는 것으로 간주한다.

정리 3 : $x_{ji}^* > 0$ 이면 $x_{ik}^* = 0$ for $j \neq i \neq k$. 즉, 최적해에서 동일한 방향으로 인접한 두 링크의 값이 모두 0보다 큰 경우는 발생하지 않는다.

(증명) 그림과 같이 동일한 방향으로 인접한 두 링크의 값이 $x_{ji}^* > 0$, $x_{ik}^* > 0$ 이라 하자. 그러면 링크 (j, i) 로부터 링크 (i, k) 에서 발생하는 비용은 $c_{ji} x_{ji}^* + c_{ik} x_{ik}^* + c_{jk} x_{jk}^*$ 이다.

- $x_{ik}^* > x_{ji}^*$ 인 경우 : x_{ji}^* 만큼을 링크 (j, k) 로 우회시키고, 링크 (i, i) 의 값을 $x_{ii}^* + x_{jk}^*$ 로 증가시켜서 구한 새로운 해 (\bar{x}, \bar{y}) 에서 $\bar{x}_{jk} = x_{ji}^*$, $\bar{x}_{ii} = x_{ii}^* + x_{jk}^*$, $\bar{x}_{ik} = x_{ik}^* - x_{ji}^*$ 이 된다. 이 때 링크 (j, i) 로부터 링크 (i, k) 에서 발생하는 비용은 $c_{jk} x_{jk}^* + c(x_{ii}^* + x_{jk}^*) + c_{ik}(x_{ik}^* - x_{ji}^*)$ 이고 가정 4에 의하여 이는 $c_{ji} x_{ji}^* + c_{ik} x_{ik}^* + c_{jk} x_{jk}^*$ 보다 작다.



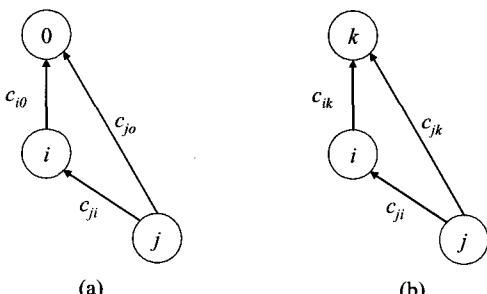
〈그림 1〉 동일한 방향의 두 링크

- $x_{ik}^* \leq x_{ji}^*$ 인 경우 : 위와 동일한 논리를 x_{ik}^* 만큼을 (j, k) 로 우회시키고, 링크 (i, i) 의 값을 $x_{ii}^* + x_{jk}^*$ 로 증가시켜 구한 새로운 해의 비용이 최적해의 비용보다 작다. □

정리 4 : $r_i \geq 21$ 이고 $f_i + 21c \leq 21c_{i0}$ 인 경우, $y_i^* \geq \lfloor r_i / 21 \rfloor$, $x_{ii}^* \geq 21 \lfloor r_i / 21 \rfloor$. 즉, 최적해는 최소한 $p_i = \lfloor r_i / 21 \rfloor$ 개의 DS3 허브를 설치하고 r_i 의 수요 중에서 $21p_i$ 개의 수요는 DS3를 통해 처리하는 것이다.

(증명) p_i 는 지역 i 의 모든 수요(r_i)를 DS3로 설치하는 경우 필요로 하는 최소한의 DS3의 수이다. 먼저 조건에 의해 지역 i 의 $21p_i$ 개의 수요는 E1으로 MSC로 연결하는 것 보다 DS3로 연결하는 것이 효율적이다. 이때 발생하는 비용은 $p_i f_i + 21p_i c$ 이다. $21p_i$ 의 수요중에 설치된 DS3를 통해 처리되지 않는 수요(α)는 교환국으로 보내든지 아니면 다른 지역으로 보내는 두 가지 경우가 있다.

- case 1 : 수요 α 를 교환국으로 보내고, 지역 i 의 DS3의 여유용량(α) 만큼을 다른 지역 j 의 수요를 처리하는 경우(<그림 2>(a))에 발생하는 비용은 $p_i f_i + (21p_i c - \alpha)c + \alpha c_{i0} + \alpha c_{ji} - \alpha c_{j0}$ 이다. 이는 가정 4에 의하여 DS3로 처리하는 비용 $p_i f_i + 21p_i c$ 보다 크다.
- case 2 : 수요 α 를 다른 지역 k 로 보내고, 지역 i 의 DS3의 여유용량(α) 만큼을 다른 지역 j 의 수요를 처리하는 경우(<그림 2>(b))에 발생하는 비용은 $p_i f_i + (21p_i c - \alpha)c + \alpha c_{ik} + \alpha c_{ji} - \alpha c_{jk}$ 이다. case 1과 동일한 논리로 DS3로 처리하는 것보다 비효율적이다. □



<그림 2> 우회 경로

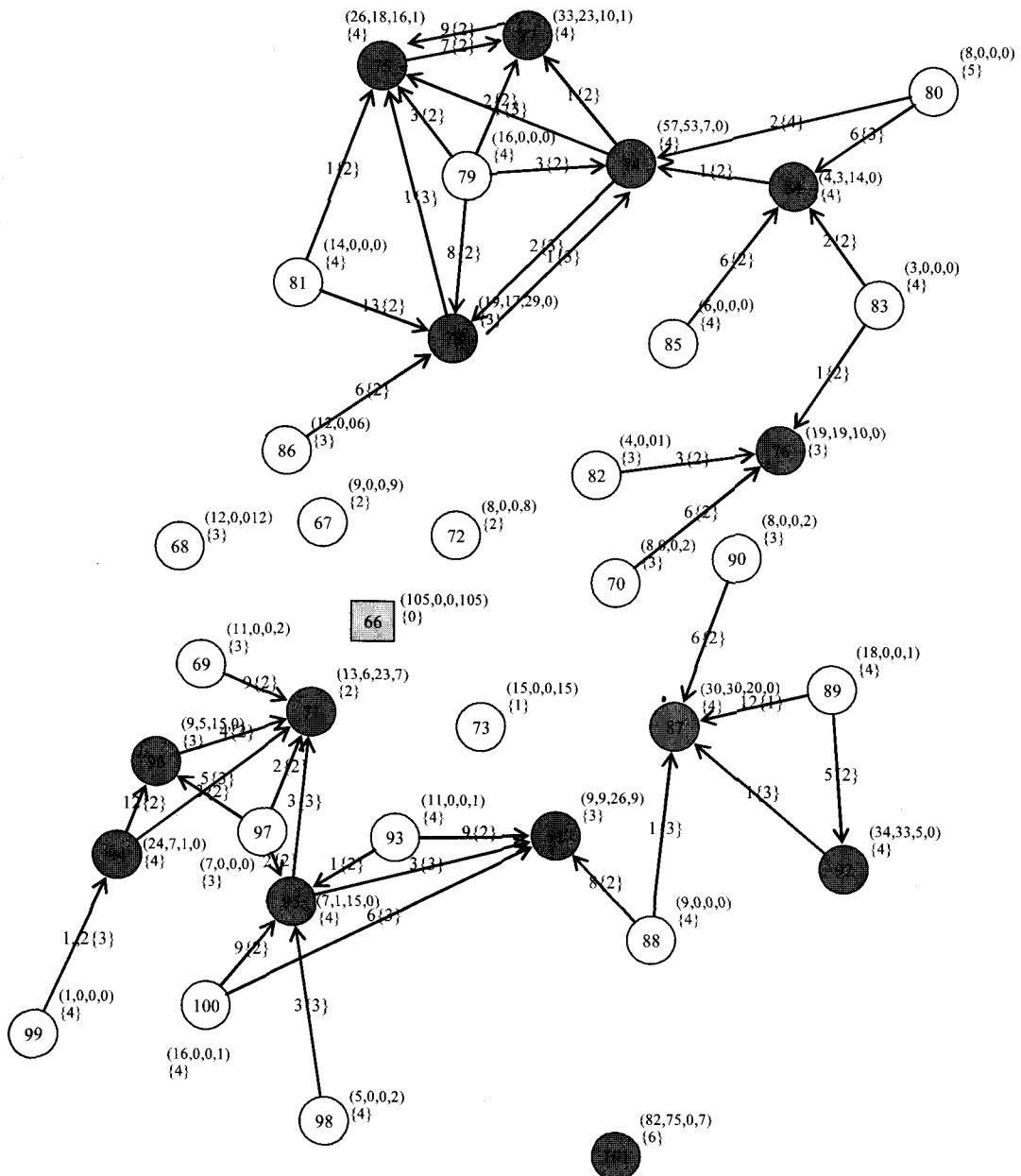
이러한 최적해에 대한 특징들은 이동통신 협업에서 액세스망을 설계할 때 매우 용이하게 적용할 수 있다. 또한 액세스망의 재설계 및 확장을 위한 기준망에 대한 효율성의 검토단계에서도 매우 유용한 원칙을 제공한다. 뿐만 아니라 최적해의 특성을 규명하고, 하한 및 상한을 구하는데도 매우 효과적으로 이용될 수 있다.

4. 실제 네트워크 대상 액세스망 설계

4.1 단일 교환국 문제

A이동통신사 K교환국 구역에 대한 최적화문제를 구성하고 최적화 툴을 이용하여 최적해를 구한다. <그림 3>은 A이동통신사 K교환국 구역의 2005년 현재 운용중인 액세스망 구성도를 나타낸다. 네모상자로 표시된 66번 노드가 교환기가 설치된 지역으로써 각 지역의 수요만큼 이 노드로 E1 또는 DS3로 연결되어야 한다. 총 E1 672회선에 대한 수요를 처리하기 위하여 DS3 26회선을 사용하고 있다. 칠해진 노드는 DS3 허브가 설치되어 있음을 의미한다. 노드 위 팔호안에 있는 벡터(a, b, c, d)는 각각(해당 노드의 수요, 해당노드의 수요중에서 DS3로 처리되는 수요량, 이 노드의 DS3로 처리되는 다른 노드의 수요량, 교환기로 직접 연결되는 수요량)를 나타낸다. 따라서 특정 노드의 수요 중에 다른 노드에서 처리되는 수요는 $a - b - d$ 에 해당된다. 노드 위 중괄호({}) 안에 있는 숫자는 교환기까지의 요금구간을 나타낸다. 링크(i, j) 위에 있는 값은 노드 i 의 수요중에서 DS3 허브가 설치된 노드 j 로 보내어 처리되는 수요량을 나타낸다. 예를 들어 92번 노드는 총 34E1의 수요가 있는데 두 개의 DS3 허브가 설치되어 이 노드의 수요 33E1과 89번 노드로부터 보내어지는 수요 5E1을 처리한다. 처리하지 못한 1E1은 87번 노드로 보내어진다. 92번과 89번 노드는 사이는 2구간요금이 적용된다.

<표 1>의 회선 요금을 바탕으로 구한 현재 망 구성의 총 비용은 <표 3>과 같이 요약된다. <그림 3>에서도 알 수 있듯이 상당히 비효율적인 요소가 존재한다. 74번 노드에서와 같이 DS가 설치되어 여유용량이 있는 테두리 해당지역의 수요를 다른 노드로 보내어 처리하고 있고 75번과 77번 노드사이에는 서로 상대방 노드로 수요를 보내어 처리하고 있다. 또한 101번 노드와 같이 먼 구간에서 교환기

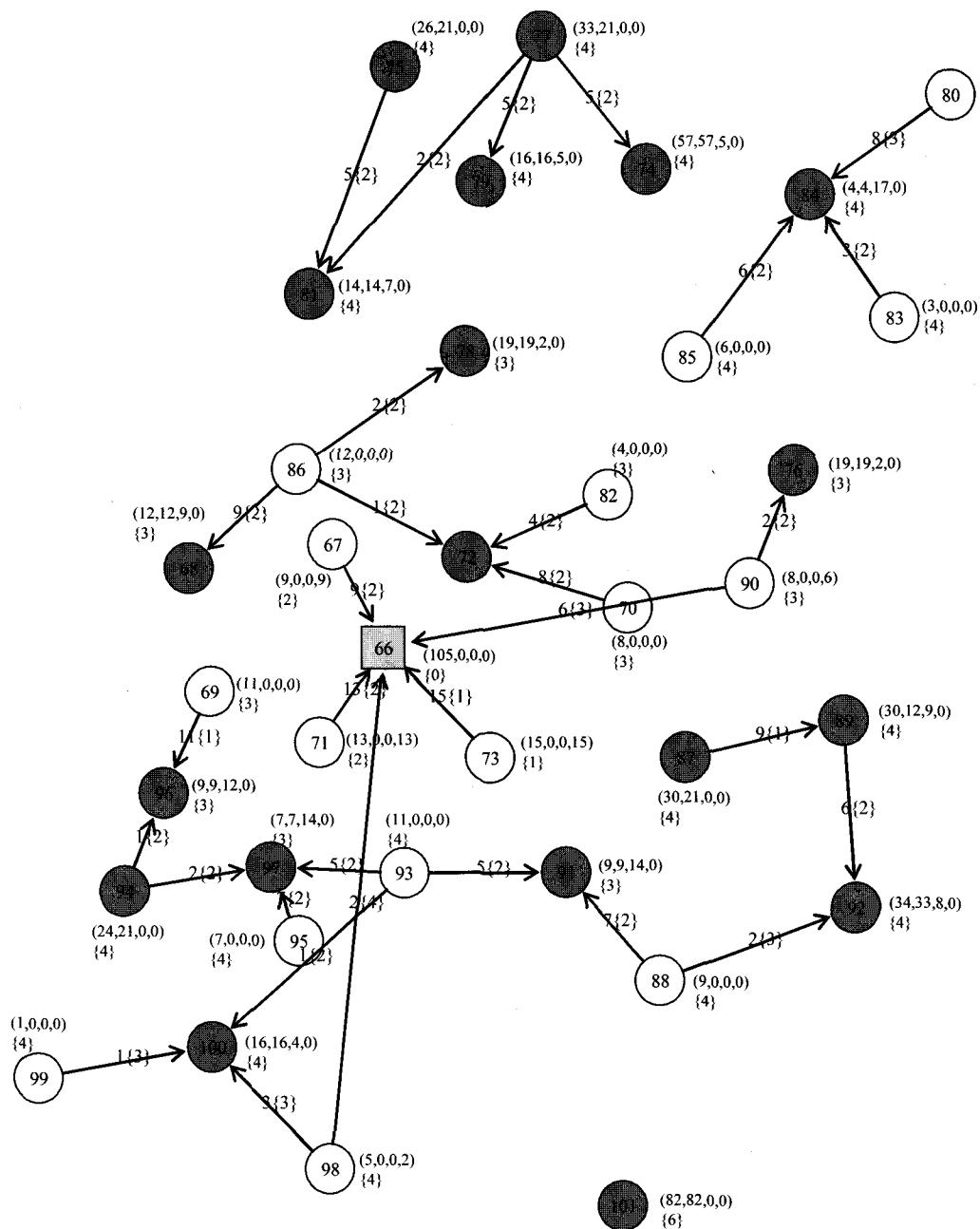


<그림 3> K교환국 관할지역 현재 액세스망 구성도

로 직접 E1으로 연결하는 경우도 발견된다. 더구나 이 지역에 설치된 DS3은 여유용량이 아직 남아 있는 상태이다.

이러한 비효율적 구조를 가지게 된 것은 가입자가 증가함에 따라서 E1 수요가 증가하여 증설의

필요성이 있을 때마다 기존에 설치된 망구조를 유지하는 범위내에서 추가수요만 만족하도록 주먹구구식으로 증설하였기 때문이다. 또한, 특수관계에 있는 회선임대사업자에 대한 배려도 무시못할 요인으로 작용하고 있다.



<그림 4> K교환국 관할지역의 최적 액세스 망구성도

<그림 3>에서의 각 기지국에 대한 위치와 수요정보 및 <표 1>의 회선비용을 바탕으로 K교환국에 대한 최적화 모형(SSANDP)을 만들고, 이 정수문제에 대한 최적해는 최적화 페키지인 lp_solve를 이용

하여 구하였다. lp_solve는 freeware로서 branch and bound 기법을 이용하여 정수 최적해를 구해준다. lp_solve를 이용하여 구한 K교환국에 대한 최적 액세스 망의 구성도는 <그림 4>와 같고 회선수 및

〈표 3〉 K교환국의 현재 운용상태 및 최적해

구간id	거리(Km)	현재 운용 상태 및 비용				최적해 및 비용			
		회선수		비용합계		회선수		비용합계	
E1	DS3	E1	DS3	E1	DS3	E1	DS3	E1	DS3
0	시내	404	0	248,864,000	0	507	0	312,312,000	0
1	0~10	27	0	16,804,800	0	35	0	21,784,000	0
2	11~30	166	1	182,334,400	8,240,000	108	1	118,627,200	8,240,000
3	31~50	59	8	90,529,600	92,064,000	20	6	30,688,000	69,048,000
4	51~100	9	14	22,006,800	256,760,000	2	14	4,890,400	256,760,000
5	101~150	0	0	0	0	0	0	0	0
6	151~200	7	3	20,963,600	67,380,000	0	4	0	89,840,000
합계		672	26	1,005,947,200		672	25	912,189,600	

〈표 4〉 구역별 비용절감 효과

구역	K	S	W	T	D	B	합계
현재비용	1,005,947,200	1,737,144,400	436,734,800	765,769,600	801,943,200	960,492,800	5,708,032,000
최적비용	912,189,600	1,680,179,056	384,982,400	685,286,000	779,585,600	840,336,800	5,282,559,456
절감액	93,757,600	56,965,344	51,752,400	80,483,600	22,357,600	120,156,000	425,472,544
비율(%)	9.32033	3.279252	11.849846	10.510159	2.787928	12.509828	7.453927

비용은 〈표 3〉과 같이 요약된다.

<그림 4>의 최적 망구성도를 보면 설치된 DS3 허브의 총 개수는 25개로 하나밖에 감소하지 않았지만 여러 지역에 분산되어 있으며 분산된 DS3 허브가 인접지역의 수요를 모아서 처리함으로써 DS3의 여유용량은 거의 없는 상태이다. 이에 따라 시내구간이 404개에서 507개로 1구간이 27개에서 35개로 증가하였고, 반면에 나머지 모든 시외구간의 회선수는 감소하였다. 특히 6구간은 7개에서 0개로 감소하였다. 또한, 98번 노드와 같이 인접지역에 DS3용량이 차서 그 노드로 수요를 보낼 수 없는 경우를 제외하고는 먼 구간의 노드에서 교환국 노드로 직접 E1을 연결하는 경우는 없어졌다⁵⁾.

총 회선임대 비용 측면에서 현 상태 대비 약 0.94

5) 그림에서 두 링크 87→89 및 89→92는 동일한 방향으로 인접한데 두 링크의 값이 모두 0보다 크다. 이는 87번, 89번, 92번 노드간 링크 비용이 가장 4를 위반하고 있기 때문이다.

역(총액대비 약 9.3%) 정도를 절감할 수 있게 된다. 이는 K교환국에 월단위로 발생하는 비용중에서 절감할 수 있는 액수로서 전국망을 대상으로 문제를 확대하고 장기적인 관점에서 계산하게 되면 막대한 비용절감효과를 기대할 수 있다. 실제로 <표 4>와 같이 전국의 6개 교환국 구역을 대상으로 동일한 방식으로 최적해를 구하고 비교해본 결과 약 4.25억(총액대비 약 7.45%) 정도의 비용을 절감할 수 있는 것으로 조사되었다. K, W, T, B 구역과 같이 넓은 지역을 커버하면서 수요밀집도가 낮은 곳은 장거리 회선 수요가 많기 때문에 분산된 수요를 DS3로 집중하는 효과가 크다. 반면 S, D 구역처럼 좁은 지역에 수요가 밀집된 지역에서의 최적화 효과는 상대적으로 적게 나타난다.

4.2 전국 대상 액세스망 설계문제

전국을 대상으로 하는 액세스망 설계문제(GAN

DP)는 단일 교환국 액세스망 설계 문제와 달리 다수의 교환국이 존재하기 때문에 구역에 대한 구분이 없어지고 구역 경계에 있는 지역의 수요는 현재 서비스받고 있는 교환국과는 다른 교환국으로 연결될 수 있다. 교환국의 처리용량은 고려하지 않는다.

상식적으로 E1 회선이나 DS3 회선을 교환국으로 직접 연결해야 할 경우 요금구간이 가장 저렴한 교환국으로만 보내면 된다.

따라서 GANDP는 다음과 같이 SSANDP의 파라미터 정의만 약간 수정하면 모형화할 수 있고 SSANDP를 위하여 사용된 해법을 그대로 사용할 수 있다.

- c_{i_0} for $i \in N$: 지역 i 에서 요금구간으로 가장 저렴한 교환국까지의 E1 요금
- f_i for $i \in N$: 지역 i 에서 요금구간으로 가장 저렴한 교환국까지의 DS3 요금

나머지 정의들은 SSANDP에서와 동일하다. SSANDP에서 0번 노드는 교환기가 설치된 지역을 지칭하여 지역에 관계없이 동일한 교환국을 지정한다. 반면 GANDP에서는 0번 노드는 다수의 교환국을 대표하는 노드로써 지역 i 에서 요금구간으로 가장 가까운 교환국을 지정하여 지역에 따라서 다른 교환국을 의미하게 된다. 즉, 지역의 수요가 E1 또는 DS3로 교환국으로 연결되어야 할 경우 연결될 교환국이 이미 정해져 있기 때문에 교환국들을 여러 개의 노드로 표현할 필요가 없다.

결론적으로 GANDP 문제에 대한 최적해를 구하기 위해 lp_solve의 입력데이터를 생성할 때 위의 정의에 따라서 입력 데이터만 SSANDP와 다르게 하고 구해진 최적해를 해석할 때 0번 노드는 각 지역에서 가장 가까운 교환국을 의미함을 고려하면 된다.

전국망을 대상으로 하는 액세스망에 대한 최적해는 <그림 5>와 같이 구성되고 <표 5>와 같이 요약된다. 교환국 구역별 최적해와 마찬가지로 DS3 허브가 분산 설치되면서 장거리 회선의 사용을 억제하고 5.42억 정도의 비용을 절감하게 된다.

또한, 교환국 구역단위로 최적해를 구했을 때보다 추가적으로 1.16억 정도를 더 절감할 수 있다. 이는 예상대로 경계지역에 있는 지역들의 수요가 보다 더 저렴한 교환국으로 연결되면서 비롯된 것이다. <그림 5>의 경계선은 각 교환국의 구역을 표시한다. 21개 지역은 기존 행정단위에 의한 구역과는 다른 구역에 속하게 된다. 예를 들어 17번 노드는 실제로 19번 교환국으로 연결되어 있지만 30번 교환국이 더 가깝기 때문에 GANDP의 최적해에서는 30번 교환국으로 연결된다.

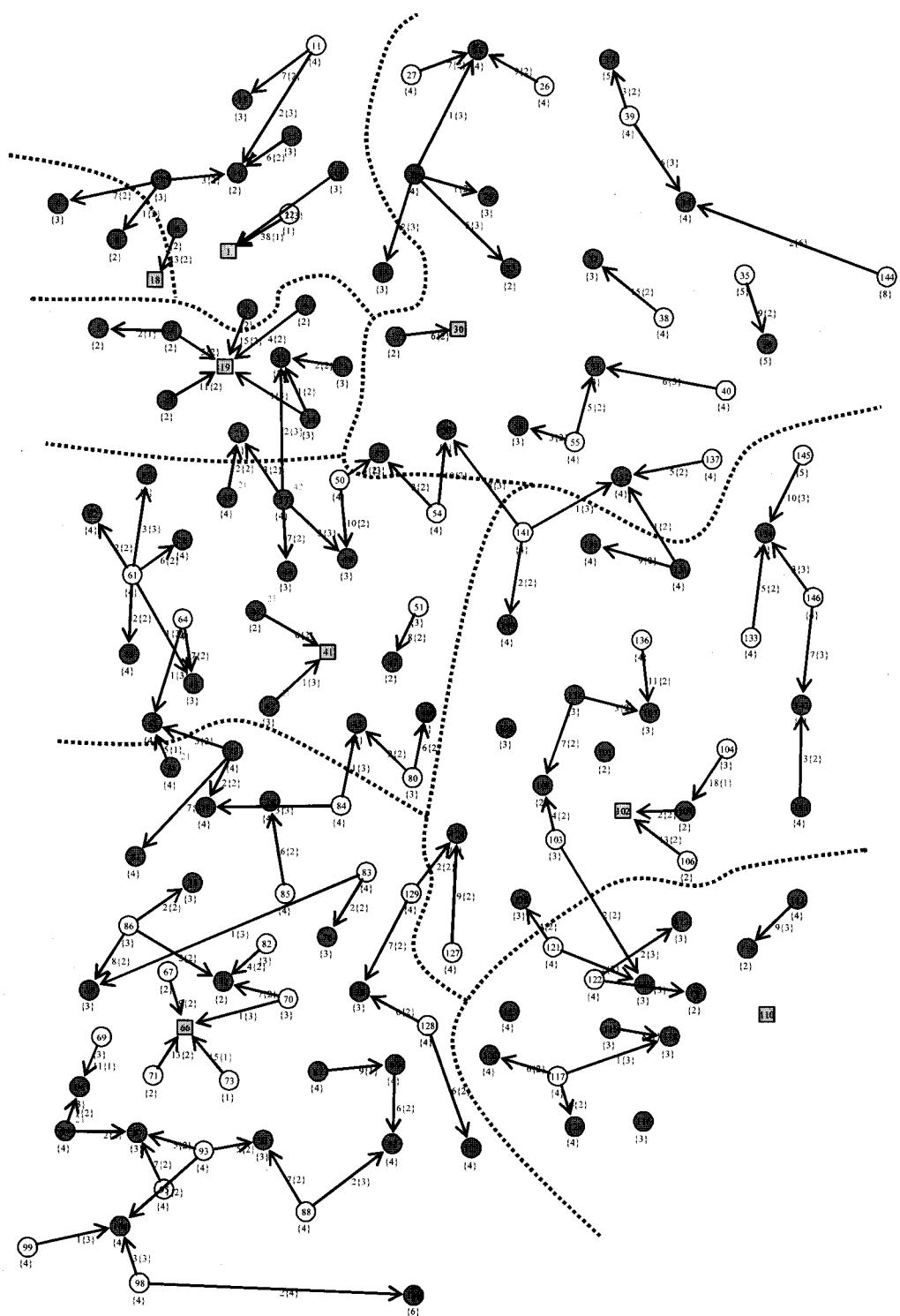
<표 5> 전국대상 액세스망 설계 요약

	현재 운용	최적해
E1 수	4,952	4,952
DS3 수	121	135
총 임대비용	5,708,032,000	5,166,032,000

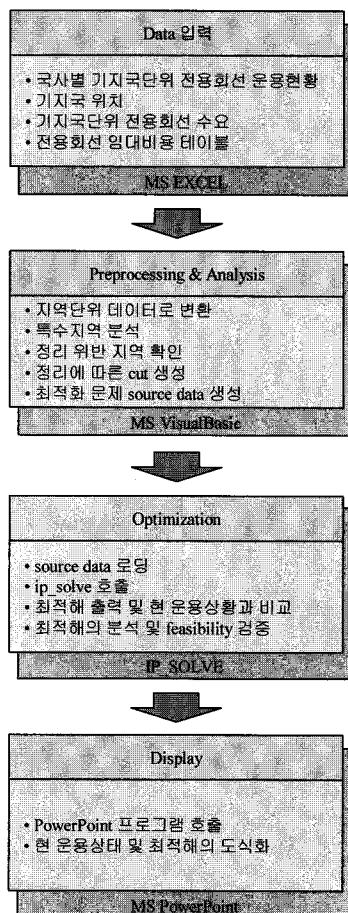
4.3 액세스망 설계 툴

본 연구를 진행하기 위하여 개발한 설계 툴은 <그림 6>과 같은 단계를 따르고 있다. 설계 툴은 여러 가지 종류의 S/W가 종합적으로 사용된 통합 환경으로써 각 단계에서 주로 사용하고 있는 S/W 환경은 네모상자 안에 표시되어 있다. 먼저 이동통신사업자가 MS EXCEL로 관리하고 있는 기지국 단위의 액세스망과 관련된 기지국별 회선임대 현황, 기지국위치 정보, 회선 임대비용 등에 대한 정보를 로드한다. 기지국 단위의 방대한 액세스망 정보는 지역단위로 취합되고 요약되어지고 요약된 정보를 바탕으로 특수지역, 정리위반 지역 등에 대한 분석이 이루어진다. 또한 최적화 프로그램인 lp_solve의 입력데이터를 생성하게 된다. 이 과정은 MS VisualBasic으로 처리된다.

최적화 입력데이터는 lp_solve로 보내어지고 lp_solve는 최적해를 구하게 되고 해의 실행가능성(feasibility)을 체크한다. 최적해는 MS PowerPoint를 사용하여 현재 망의 운영상태 및 최적해의 망구조를 노드와 링크로 사용하여 그래픽하게 도시한다.



〈그림 5〉 전국 대상 액세스망 최적해



〈그림 6〉 액세스망 설계 과정 및 사용환경

5. 결론 및 향후 과제

본 연구에서는 이동통신망의 액세스망을 최적화하기 위한 최적화 문제를 모형화하고 최적해를 도출하고 분석하는 GUI기반의 최적화 툴을 개발한다. 국내 L이동통신사에서 실제 운용중인 시스템을 대상으로 최적해를 구하고 기존의 망운용 상태와 비교 분석한다.

먼저 과금체계의 특성을 이용하여 기지국이 아닌 기지국의 집합인 지역을 기본 단위로 설정함으로써 본 연구에서 제시한 최적화 모형은 기존 연구보다 훨씬 적은 수의 변수를 사용한다. 따라서 본 연구에서는 근사해를 구하는 휴리스틱 알고리즘이

아니라 최적해를 도출하는 최적 알고리즘을 사용한다. 최적 알고리즘으로 공개 소프트웨어인 lp_solve를 사용하였으며 MS EXCEL, VisualBasic 및 PowerPoint로 최적화 설계툴을 구성하였다.

A이동통신사의 실제 운용중인 액세스망을 대상으로 최적화 툴을 적용하였다. 각 교환국 구역 단위 및 전국망 단위의 최적해를 구하고 현재 액세스망 운용상태와 비교해 본 결과 각각 7.45%와 9.49% 정도의 비용을 절감할 수 있는 것으로 분석되었다. 이 수치는 정기적으로 발생하는 회선임대비용과 이동통신사업자가 지불하는 임대비용의 절대적인 액수를 고려할 때 막대한 망운용 비용의 절감을 기대할 수 있는 값이다. 전국망의 비용절감효과가 큰 것은 행정구역을 바탕으로 각 교환국의 커버리지가 결정되는 것이 아니라 가장 가까운 교환국으로 연결함으로써 생긴 추가적인 비용절감 효과 덕분이다.

또한 본 연구에서는 GUI기반의 최적화 툴을 개발함으로써 망 운용자가 쉽게 최적의 망구성을 구할 수 있고 현재 및 최적 망구성 현황을 시각적으로 비교분석할 수 있도록 하였다.

본 연구는 미래 시점에서의 수요량을 미리 예측하여 미래 시점의 최적 목표망을 구하고 현재 망구성에서 목표망으로 진화하기 위한 방안을 구하는 망 진화 문제로 확장될 수 있다. 또한, 여러 계위의 전송회선을 반영하여 일반화된 n 계위 액세스망 최적화 문제로 확장될 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] 김은정, 강동한, 이경식, 박성수, “용량제약이 있는 이계층 서비스 입지선정 문제의 최적화 해법”, 「한국경영과학회/대한산업공학회 춘계공동학술대회」, 2003.
- [2] 이창호, 윤종화, 정한숙, “설비용량을 고려한 계층적 네트워크의 설계 및 분석”, 「한국경영과학회지」, 제19권, 제1호(1994), pp.69-83.
- [3] 조 건, “나무구조를 갖는 네트워크상에서의 제한용량이 있는 입지설정문제에 관한 연구”,

- 「대한산업공학회지」, 제27권, 제3호(2001), pp. 250-259.
- [4] 차동완, 정승학, 명영수, “설비용량에 제한이 있는 입지선정 문제에 대한 기준해법간의 비교분석”, 「한국경영과학회지」, 제11권, 제2호 (1986), pp.1-6.
- [5] Andrews, M. and L. Zhang, "The access network design problem," *Proceedings of the 39th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science*, (1998), pp. 42-49.
- [6] Awerbuch, B. and Y. Azar, "Buy-at-bulk network design," *Proceedings of the 38th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, 1997.
- [7] Balakrishnan, A., T. Magnanti, and P. Mirchandani, "Network design : in annotated bibliographies in combinatorial optimization," M. Dell'Amico, F. Malu and S. Martello(eds.), John Wiley and Sons, New York, 1997.
- [8] Bartal, Y., "On approximating arbitrary metrics by tree metrics," *Proceedings of the 30th Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, 1998.
- [9] Becchetti, L., J. Konemann, S. Leonardi, and M. Pal, "Sharing the cost more efficiently : improved approximation for multi-commodity rent-or-buy problem," *Proceedings of the sixteenth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms*, 2005.
- [10] Charikar, M., C. Chekuri, A. Goel, and S. Guha, "Approximating a finite metric by a small number of tree metrics," *Proceedings of the 39th Symposium on Foundations of Computer Science*, 1998.
- [11] Epstein, R., *Programming and capacitated network loading*, Ph.D. Thesis, MIT, 1998.
- [12] Garg, N., R. Khandekar, G. Konjevod, R. Ravi, F.S. Salman, and A. Sinha, "On the integrality gap of a natural formulation of the single-sink buy-at-bulk network design problem," *Lecture Notes in Computer Science*, Vol.2081(2001).
- [13] Guha, S., A. Meyerson, and K. Munagala, "A constant factor approximation for the single sink edge installation problem," *Proceedings of the 33rd Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, 2001.
- [14] Hao Q. et al., "A low-cost cellular mobile communication system : a hierarchical optimization network resource planning approach," *IEEE JSAC*, Vol.15, No.7(1997), pp. 1315-1326,
- [15] Hassin, R., R. Ravi, and F.S. Salman, "Approximation algorithms for a capacitated network design problem," *Lecture Notes in Computer Science*, Vol.1913(2000).
- [16] Holma, H. and A. Toskala, *WCDMA for UMTS*, Revised Ed., John and Wiley & Sons, 2001.
- [17] Krishnamanchari B. and S.B. Wicker, "Optimization of fixed network design in cellular systems using local search algorithm," *Proceedings of IEEE VTC*, (2000), pp. 1632-1638.
- [18] Laiho, J., A. Wacker, and T. Novosad, *Radio Network Planning and Optimization for UMTS*, Wiley, 2002.
- [19] Magnanti, T., P. Mirchandani, and R. Va-chani, "Modelling and solving the two-facility network loading problem," *Operations Research*, Vol.43(1995), pp. 142-157.
- [20] Salman, F.S., J. Cherian, R. Ravi, and S. Subramanian, "Buy at bulk network design

- : Approximating the single sink edge installation problem," *Proceedings of the 8th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*, 1997.
- [21] Shmoys, D.B., E. Tardos, and K. Aardal, "Approximation algorithms for facility location problems," *Proceedings of the 29th Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, 1997.
- [22] Talwar, K., "Single-sink buy-at-bulk LP has constant integrality gap," *Lecture Notes in Computer Science*, Vol.2337(2002).