연구논문

유공압시스템학회논문집 제4권 제2호 pp. 1~6 2007년 6월

굴삭기 작업장치부의 기하학적 동역학 모델링 및 궤적 제어에 관한 연구
Geometric Modeling and Trajectory Control Design for an Excavator Mechanism

김성호 · 유승진 · 이교일
S. H. Kim, S. J. Yoo and K. I. Lee

Key Words : Excavator(굴삭기), Geometric Modeling(기하학적 모델링), Soil Mechanics(토양역학), Adaptive Control(적응제어), Trajectory Control(궤적 제어)

Abstract: During the last few decades, excavation automation has been investigated to protect the operator from the hazardous working environment and to relieve the cost of the skilled operator. Therefore, a number of modelling and controller design methods of the hydraulic excavator are proposed in many literatures to realize the excavation automation. In this article, a geometric approach for the multi-body system modeling is adopted to develop the excavator mechanism model that contains 4 kinematic loops and 12 links. Considering a simple soil mechanism model with a number of uncertain soil parameters, an adaptive trajectory tracking control strategy based on the developed excavator model is proposed. The improved performance of the designed controller over the simple PID controller is validated via the simulation study.

기호 설명

Ad : Adjoint operator
ad : Lie-bracket operator
V : Generalized velocity (screw)
F : Generalized force (wrench)
τ : Generalized torque
ρ : Bucket position
ρ_{env} : Set position of soil dynamics
S_{dist} : Distance between soil failure line
M_t : soil parameter of mass term
B_t : soil parameter of damping term
K_t : soil parameter of spring term

Subscripts

a : active
p : passive
r : reduced

접수일 : 2007년 3월 18일
이교일(책임저자) : 서울대학교 기계항공공학부
E-mail : lki@snu.ac.kr, Tel : 02-880-7135
김성호, 유승진 : 서울대학교 기계항공공학부 대학원

1. 서 론

유압 굴삭기 등의 필드 로봇이 많은 산업 영역에서 점차적으로 역할이 커지고 있지만, 열악한 작업환경으로 인해 숙련 작업자 수가 감소하고 있는 추세에 있다. 따라서 이러한 작업을 자동화하기 위해 최근 굴삭기의 자동화 및 무인화에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다[1),4)].

기존 굴삭기와 달리 무인 자동 굴삭기는 스스로 작업을 할 수 있도록 하는 제어기를 필요로 한다. 특히 굴삭 등의 작업을 할 경우에는 토양에서 버킷에 전달되는 힘이 존재하는데, 이와 같은 미지의 외부 힘이 작용하는 상황에서도 주어진 작업을 잘 수행할 수 있어야 한다.

본 연구에서는 유압 굴삭기 작업장치의 동역학 모델을 붐, 암, 버킷 실린더를 무시하여 근사적으로 모델링한 기존 연구들과는 달리 모든 실린더까지 고려하여 모델을 구현하였고, 적응제어기법을 적용함으로써 외부 힘이 존재할 경우에도 주어진 작업을 잘 수행할 수 있는 제어기를 설계하고자 하였다.

2. 동역학 모델

2.1 작업 장치 동역학

일반적으로 유압 굴삭기의 동역학 메커니즘에는 4개의 기구학적 구속 루프가 존재한다. 이와 같은 구속 루프가 존재하는 경우에는 루프를 가상으로 끊어서 트리 구조의 가상 시스템을 모델링하고, 기구학적인 구속 조건을 추가함으로써 전체 모델을 구현하는 것이 효과적이다[2]. 따라서 본 연구에서도 가상 시스템, 즉 축소(reduced) 모델을 구현한 후, 구속 조건을 더함으로써 모델을 구현하였다.

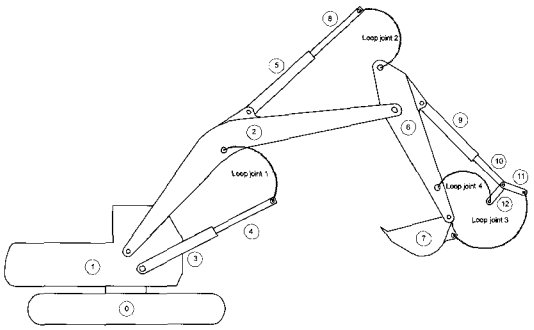

Fig. 1 Reduced model of an excavator

2.2 트리 구조 가상 모델의 운동방정식

링크를 구별하기 위하여 Fig. 1에서 나타낸 바와 같이 각 링크에 고유 번호를 부여하였고, 링크간의 연결 관계를 나타내기 위해 $\lambda(k)$와 $\mu(k)$를 정의하였다. $\lambda(k)$는 링크 k의 부모링크를 의미하고, $\mu(k)$는 k링크의 자식링크를 의미한다. Fig. 1을 바탕으로 트리 구조 동역학 모델의 각 링크의 부모링크와 자식링크를 나타낸 것이 Table 1과 같다.

Table 1 Link Connectivity

k	1	2	3	4	5	6
$\lambda(k)$	0	1	1	3	2	2
$\mu(k)$	{2,3}	{5,6}	{4}	{4t}	{8}	{7,9}

k	7	8	9	10	11	12
$\lambda(k)$	6	5	6	9	10	10
$\mu(k)$	{7t}	{8t}	{10}	{11,12}	{11t}	{12t}

여기서 회색으로 표시된 1, 4, 8, 10번 링크는 각각 선회 모터, 붐 실린더, 암 실린더, 버킷 실린더에 의해 능동적으로 구동될 수 있는 링크를 의미하고, 흰색으로 표시된 링크는 능동적인 링크에 의해 구동될 수 있는 수동적인 링크를 의미 한다.

운동방정식은 뉴턴-오일러 방정식을 사용하여 유도할 수 있다. 트리 구조에 대한 운동방정식은 베이스로부터 끝단 쪽으로 가면서 각 링크의 일반 속도와 가속도를 구하고, 다시 끝단에서 베이스 쪽으로 진행하면서 각 링크에 가해져야 하는 일반 힘을 구해 이로부터 관절 토크를 계산한다[2),3)].

- Initialization

Given: $V_0,\ \dot{V}_0,\ F_{7t},\ F_i,\ \forall i \in \{4, 8, 11, 12\}$

- Forward iteration, for i=1 to n do

$$f_{\lambda(i),i} = M_i e^{S_i q_i}$$

$$V_i = Ad_{f^{-1}_{\lambda(i),i}} V_{\lambda(i)} + S_i \dot{q}_i$$

$$\dot{V}_i = Ad_{f^{-1}_{\lambda(i),i}} \dot{V}_{\lambda(i)} - ad_{S_i \dot{q}_i} Ad_{f^{-1}_{\lambda(i),i}} V_{\lambda(i)} + S_i \ddot{q}_i$$

- Backward iteration, for i=n to 1 do

$$F_{r,i} = \sum_{k \in \mu(i)} Ad^*_{f^{-1}_{\lambda(i),i}} F_{r,k} + J_i \dot{V}_i - ad^*_V J_i V_i$$

$$\tau_{r,i} = S_i^T F_{r,i} \qquad (1)$$

$f_{\lambda(i),i}$는 링크 $\lambda(i)$에 부착된 좌표계에 대해 링크 i에 부착된 좌표계로의 변환 행렬이고, J_i는 각 링크의 관성 텐서, q_i는 각 링크의 관절 변수를 의미하며 S_i는 각 관절의 운동을 나타내는 스크류(screw) 파라미터 이다.

이러한 과정을 통해 트리 구조 모델의 운동방정식이 다음식과 같이 구해진다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + \Phi(q) + J_t^T F_t = \tau \qquad (2)$$

2.3 기구학적 구속

앞서 구한 트리 구조 모델의 운동방정식에 기구학적 구속 조건을 추가하기 위해 각 루프 관절에 연결된 링크를 Table 2에 나타내었다.

Table 2 Kinematic loop index

l	1	2	3	4
P_l	2	6	6	7
S_l	4	8	12	11

l은 4개의 루프를 구별하기 위해 각 루프에 고유

번호를 부여한 것이고, P_l과 S_l은 l번 루프 조인트에 연결되는 두 개의 링크를 의미한다.

달랑베르의 법칙에 의해 실제 시스템과 가상 시스템의 가상일은 같으므로 다음 식을 유도할 수 있다.

$$\tau_a^T \dot{q}_a + \sum_{l=1}^{4} F_l^T (V_{S_l} - Ad_{f_{S_l P_l}} V_{P_l}) = \tau_{ra}^T \dot{q}_a + \tau_{rp}^T \dot{q}_p \quad (3)$$

아래 첨자 a는 능동적인 링크, p는 수동적인 링크를 나타내고, F_l은 루프 관절에서 발생하는 힘을 S_l에 부착된 좌표계에 관해 나타낸 것이다.

식 (3)에서 속도 항을 관절 공간으로 변환하여 나타내면 다음과 같은 식이 유도된다.

$$V_{S_l} = J_{S_l}\dot{q},\ V_{P_l} = J_{P_l}\dot{q},\quad \mathcal{J}_l = J_{S_l} - Ad_{f_{P_l S_l}^{-1}} J_{P_l} \quad (4)$$

따라서 식 (3)은 다음과 같이 두 개의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\tau_a^T \dot{q}_a + \sum_{l=1}^{4} F_l^T \mathcal{J}_{lp} \dot{q}_a + \sum_{l=1}^{4} F_l^T \mathcal{J}_{lp} \dot{q}_p = \tau_{ra}^T \dot{q}_a + \tau_{rp}^T \dot{q}_p \quad (5a)$$

$$\sum_{l=1}^{4} \mathcal{J}_{lp}^T F_l = \tau_{rp},\ \tau_a = -\sum_{l=1}^{4} \mathcal{J}_{la}^T F_l + \tau_{ra} \quad (5b)$$

식 (5)를 계산하기 위하여 각 루프 조인트를 실린더와 구가 결합된(sphere-in-cylinder) 형태의 조인트로 가정하여 반력을 식 (6)과 같이 표현하였다[5].

$$F_l = [0\ \ 0\ \ a_l\ f_{ly}\ f_{lx}\ f_{ly}\ 0] \quad (6)$$

식 (6)을 식 (5)에 대입하여 정리하면, 실제 시스템에서 발생하는 조인트 토크를 구할 수 있다[5].

$$\mathcal{J}_p^T F_c = \tau_{rp} \quad (7a)$$

$$\mathcal{J}_p^T = [\mathcal{J}_{1p}^T R_1\ \mathcal{J}_{2p}^T R_2\ \mathcal{J}_{3p}^T R_3\ \mathcal{J}_{4p}^T R_4] \in R^{8\times 8} \quad (7b)$$

$$\mathcal{J}_a^T = [\mathcal{J}_{1a}^T R_1\ \mathcal{J}_{2a}^T R_2\ \mathcal{J}_{3a}^T R_3\ \mathcal{J}_{4a}^T R_4] \in R^{4\times 8} \quad (7c)$$

$$R_l = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_l & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7d)$$

$$F_c = [f_{1x}\ f_{1y} \cdots f_{4x}\ f_{4y}] \quad (7e)$$

$$\tau_a = -(\mathcal{J}_a^T \mathcal{J}_p^{-T})\tau_{rp} + \tau_{ra} \quad (7f)$$

이상은 관절 변수가 주어졌을 때, 관절에서 발생하는 힘을 구하는 역동역학 모델에 관한 내용이다. 한편 관절 힘이 주어졌을 때 관절 변수를 구하는 순동역학 모델은 가상 시스템에 적용하는 반복 알고리즘과 기구학적 구속 조건을 행렬 형태로 결합함으로써 구할 수 있다[3),5)].

$$\begin{bmatrix} M(q) & \mathcal{J}^T(p) \\ \mathcal{J}(p) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ F_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau - C(q,\dot{q})\dot{q} - \Phi(q) - J_l^T(q) F_{7t} \\ -\dot{\mathcal{J}}(q)\dot{q} \end{bmatrix} \quad (8)$$

3. 토양 모델

굴삭 작업 시에는 토양에서 발생하는 반력, 즉 외부 힘이 발생한다. 이 때 발생하는 힘을 표현하기 위해 버킷 끝단에 걸리는 토양 반력을 2차의 질량-스프링-댐퍼 시스템으로 표현한 토양 모델을 사용하였다.

토양에 의해 발생하는 반력은 버킷의 움직임에 따라 발생하게 되며, 굴삭 작업시의 버킷의 움직임을 고려하여 Fig. 2와 같이 두 방향으로만 힘이 발생한다고 가정하였다.

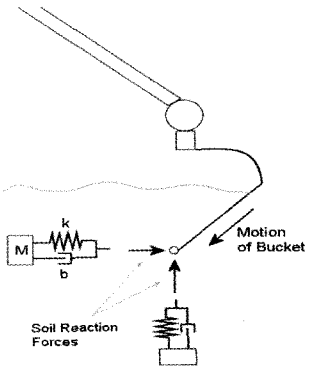

Fig. 2 Rheological model

또한 발생하는 힘의 크기는 다음 식으로 구할 수 있다.

$$M_t \ddot{\rho} + B_t \dot{\rho} + K_t(\rho - \rho_{env}) = F_{soil} \quad (9a)$$

$$\rho = [x\ \ y]^T,\ \ \rho_{env} = [x_{env}\ y_{env}]^T \quad (9b)$$

토양은 버킷의 움직임에 의해 변형이 일어나므로 이를 반영하기 위해 스프링 항의 시작점을 지속적으로 갱신해야 한다.

스프링의 시작점은 토양의 전단이 일어나는 점에

서 발생하며, 토양의 전단성이 발생하는 간격은 버킷의 위치에 따라 그 값이 결정 된다. h는 토양 속에서의 버킷의 깊이를 의미한다.

$$S_{dist} = 0.365h + 0.00754 \tag{10}$$

또한 다음 식에 따라 스프링 항의 시작점이 결정이 된다.

$$\text{if } |\rho_{env} - \rho| > S_{dist}, \ \textit{then } \rho_{env} = \rho \tag{11}$$

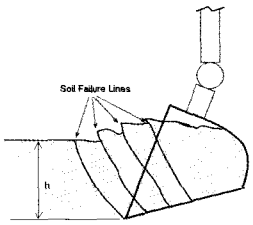

Fig. 3 Shearing surface of the soil

4. 궤적 추종 제어기 설계

날씨나 토양 종류에 따라 굴삭 작업 시 발생하는 토양의 반력이 달라지기 때문에, 다양한 조건에서도 버킷이 원하는 궤적을 잘 추종하도록 하기 위하여 적응 제어 기법을 적용하였다. $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$를 미지의 파라미터 Θ와 곱하여 토양 반력을 나타낼 수 있는 행렬이라고 하고, $\hat{\Theta}$을 미지의 파라미터의 예측 치로 설정하면 제어 입력을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\tau = M(q)[\ddot{q}_d + K_0(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_1(q_d - q)] \\ + C(q, \dot{q})\dot{q} + \Phi(q) + Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\hat{\Theta}\end{aligned} \tag{12}$$

식 (12)를 정리하면 제어 입력을 적응제어에 의한 값과 역동역학 모델에 의해 계산된 값의 합으로 나타낼 수 있다[6].

$$\begin{aligned}\tau &= M(q)(-\ddot{e} - K_0\dot{e} - K_1 e) + Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\hat{\Theta} \\ &\quad InverseDynamic(q, \dot{q}, \ddot{q}) \\ &= \tau_{adapt} + \tau_{InverseDynamic}\end{aligned} \tag{13}$$

식 (13)에서의 $M(q)$, 즉 관성 행렬은 실제 시스템의 운동방정식에서의 관성행렬을 의미한다. 이는 앞서 구했던 가상 시스템의 운동 방정식에서의 관성행렬과는 다르므로 제어기를 구현하기 위해서 그 값을 구해야 한다. 또한 $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$를 정의에 맞도록 행렬 형태로 나타내야 제어기를 완성할 수 있다.

4.1 실제 시스템의 관성 행렬

달랑베르의 원리에 의해 다음 식이 성립한다[2].

$$\delta q_a^T \tau_a = \delta q_r^T \tau_r \tag{14}$$

여기서 아래 첨자 a와 r은 각각 실제 시스템과 트리 구조 가상 시스템을 의미한다. 가상 시스템의 관절 변수 q_r은 실제 시스템의 관절 변수 q_a에 의해 값이 결정되므로, 다음의 식 (15)와 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$q_r = q_r(q_a) \tag{15}$$

양변을 미분하고, 식 (14)에 대입하여 정리하면, 다음과 같다.

$$\dot{q}_r = \frac{\partial q_r}{\partial q_a}\dot{q}_a = \Psi\dot{q}_a \tag{16a}$$

$$\tau_a = \Psi^T \tau_r \tag{16b}$$

식 (16)과 식(2)를 이용하면 실제 시스템의 관성행렬을 가상 시스템의 관성행렬에 관한 식으로 구할 수 있다.

$$M_a(q) = \Psi^T M_r(q)\Psi \tag{17}$$

4.2 미지의 파라미터의 선형 파라미터화

본 시스템에서의 미지의 파라미터는 토양의 고유한 특성밖에 존재하지 않는다. 미지의 파라미터 Θ를 아래와 같이 정의하였다.

$$\Theta = [M_{t1}\ B_{t1}\ K_{t1}\ M_{t2}\ B_{t2}\ K_{t2}]^T \tag{18}$$

$Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$를 식 (19)와 같이 나타내면 식 (20)을 만족하게 된다.

$$Y = J_t^T(q)\begin{bmatrix} 0_{9\times 6} & a_{x7t} & v_{x7t} & P_{x7t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{y7t} & v_{y7t} \\ P_{y7t} & 0_{19\times 6} & & & & \end{bmatrix} \tag{19}$$

$$J_t^T(q)F_{soil} = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\Theta \tag{20}$$

4.3 적응 제어 법칙

적응 제어에 의한 제어 입력을 나타내면 다음과

같다[6),7)].

$$\tau_{adapt} = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\hat{\Theta} = M(q)(-\ddot{e} - K_0\dot{e} - K_1 e) + Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\hat{\Theta} \quad (21)$$

위 식으로부터 오차 동역학(error dynamics)을 구하여 정리하면 아래 식과 같다.

$$M(q)(\ddot{e} + K_0\dot{e} + K_1 e) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\tilde{\Theta} \quad (e = q - q_d,\ \tilde{\Theta} = \hat{\Theta} - \Theta) \quad (22)$$
$$\ddot{e} + K_0\dot{e} + K_1 e = M^{-1}Y(\tilde{\Theta}) = \Phi\tilde{\Theta}$$

식 (22)를 상태 공간 방정식으로 나타내면 식 (23)과 같다.

$$\dot{x} = Ax + B\Phi\tilde{\Theta} \quad \left(x = [e\ \ \dot{e}]^T, A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_0 & -K_1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}\right) \quad (23)$$

리아프노프(Lyapunov) 함수를 식 (24)로 하고, 식 (25)를 만족시키는 양한정(positive definite) 행렬 P와 Q를 찾으면 Lyapunov 함수의 미분 값은 식 (26)으로 구해진다[6].

$$V = x^T Px + \tilde{\Theta}^T\Sigma\tilde{\Theta} \quad (24)$$

$$A^T P + PA + Q = 0 \quad (25)$$

$$\dot{V} = -x^T Qx + 2\tilde{\Theta}^T[\Phi^T B^T Px + \Sigma\dot{\hat{\Theta}}] \quad (26)$$

미지의 파라미터 Θ는 상수이므로 $\dot{\tilde{\Theta}} = \dot{\hat{\Theta}}$이 성립하고, 따라서 파라미터 추정치 $\hat{\Theta}$의 업데이트를 식 (27)과 같이 함으로써 리아프노프 함수의 시간 미분 값을 음한정(negative definite) 함수로 만들 수 있다.

$$\dot{\hat{\Theta}} = -\Sigma^{-1}\Phi^T B^T Px \quad (27)$$

$$\dot{V} = -x^T Qx \le 0 \quad (28)$$

5. 시뮬레이션 결과

유압 굴삭기의 궤적 추종 시뮬레이션을 상용 프로그램인 MATLAB Simulink를 사용하여 수행하였다. 외부 힘이 가해지지 않을 경우와 외부 힘이 가해질 경우, 즉 굴삭 작업을 할 경우에 원하는 궤적을 잘 추종하는 지 확인하였다. 작업 노면은 평편하여 모든 지면이 같은 절대 높이를 갖는 것으로 가정하였다.

5.1 외부 힘이 가해지지 않을 경우

버킷이 지면에 닿지 않을 경우에는 외부로부터 전달되는 힘이 존재하지 않는다. 이러한 경우에 역동역학과 PID 제어만으로 제어 입력을 얻게 된다. 목표 궤적은 선회, 붐, 암, 버킷 실린더 등 네 개 능동 링크에 임의의 관절 변수로 주었다. Fig. 4~Fig. 7에서와 같이 각 관절 변수가 원하는 궤적을 잘 추종하는 것을 확인할 수 있다.

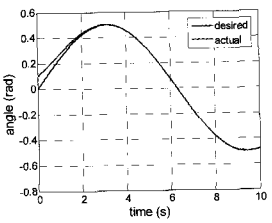

Fig. 4 Swing motor

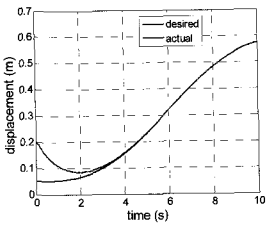

Fig. 5 Boom cylinder

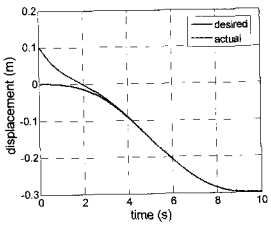

Fig. 6 Arm cylinder

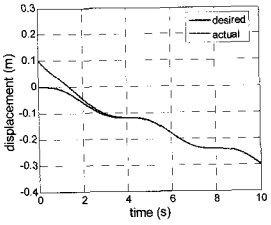

Fig. 7 Bucket cylinder

5.2 외부 힘이 가해질 경우

굴삭 작업 시에는 토양 반력이 존재하므로 외부로부터 힘이 가해진다. 이 경우엔 PID 제어뿐만 아니라 적응제어에 의해서도 제어입력이 발생한다. Fig. 8은 굴삭 작업 시 토양에 의해 발생하는 반력을 나타낸다.

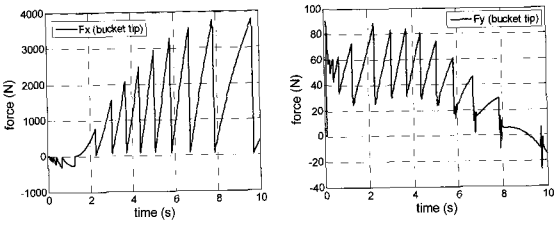

Fig. 8 Reaction force at the bucket tip

스프링 항의 시작점이 지속적으로 업데이트됨에 따라 토양 반력이 지그재그 형태를 띠게 된다. 적응제어기의 성능을 검증하기 위해 PID 제어만을 할 경우와 적응 제어를 할 경우에 각각 시뮬레이션을 하여 결과를 비교하였다. 두 경우 모두 선회나 붐 실린

더는 원하는 궤적을 잘 추종하게 되므로 그 결과를 Fig. 9~Fig. 10과 같이 한번만 도시하였다.

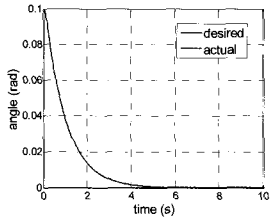

Fig. 9 Swing motor

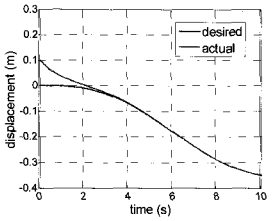

Fig. 10 Boom cylinder

반면 암 실린더와 버킷 실린더는 적응 제어를 할 경우 PID제어를 할 경우보다 더 좋은 궤적 추종성을 나타낸다. Fig. 11은 암 실린더의 PID 제어를 할 경우와 적응제어를 한 경우 시뮬레이션 결과를 도시한 결과이다.

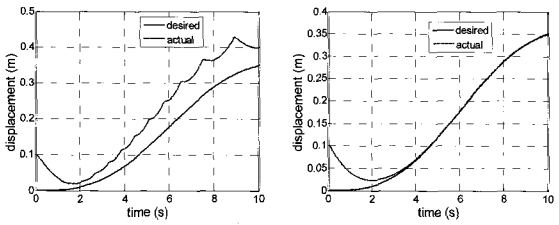

Fig. 11 Arm cylinder - PID control(left), Adaptive control (right)

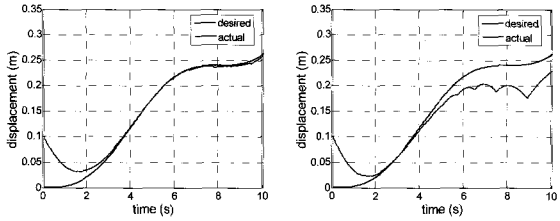

Fig. 12 Bucket cylinder - PID control(left), Adaptive control (right)

Fig. 12는 버킷 실린더에 PID 제어와 적응제어를 할 경우 결과를 도시한 것이다. Fig. 11과 Fig. 12의 왼쪽 그림에서 볼 수 있듯이 상대적으로 토양 반력의 영향을 크게 받는 암과 버킷은 PID제어만을 할 경우, 토양 반력의 영향으로 나타나는 외란으로 인하여 시간이 지남에 따라 원하는 위치를 벗어나는 것을 확인할 수 있다. 반면 적응제어를 수행한 경우는 토양의 특성 파라미터의 추정을 통하여 제어를 하기 위해 적절한 힘을 생성해 냄으로써 외란에도 강인한 제어 성능을 나타내고 있음을 확인할 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 뉴턴-오일러 방정식과 달랑베르의 원리를 이용하여 12개의 링크를 갖춘 유압 굴삭기의 동역학 모델을 완성하였고, 토양 반력을 계산하기 위해 토양의 반력 모델을 구현하였다. 또한 원하는 작업을 수행할 수 있도록 제어기를 설계하여 시뮬레이션을 통해 외부 힘이 존재하지 않을 때뿐만 아니라 존재할 경우에도 만족할 만한 성능을 보임을 확인하였다.

참고문헌

1) 최종환, 김승수, 양순용, 이진걸, "유압 굴삭기의 궤적 추종을 위한 강인제어", 제어・자동화・시스템공학논문집, vol.10, no.1, pp.22-29, January 2004.
2) F. C. Park, J. H. Choi and S. R. Ploen, "Symbolic formulation of closed chain dynamics in independent coordinates", Mechanism and Machine Theory, vol.34, no.5, pp.731-751, 1999.
3) S. Ploen and F.C.Park,"Coordinate-invariant algorithms for robot dynamics" IEEE Trans. Robotics and Automation, vol.15, no.6, pp.1130-1135, 1999.
4) W. Richardson-Little and C. J. Damaren, "Piston accommodation and compliance control for robotic excavation" IEEE conference on control applications, August 2005.
5) R. Featherstone, "Robot dynamics algorithms", Kluwer academic publishers, 1987.
6) M. W. Spong, M. Vidyasagar, "Robot dynamics and control", John Wiley and sons, 1989.
7) H. Kawasaki, T. Bito and K. Kanzaki, "An efficient algorithm for the model-based adaptive control of robotic manipulators", IEEE Trans. Robotics and Automation, vol.12, no.3, pp.496-501, 1996.