Journal of Korean
Data & Information Science Society
2007, Vol. 18, No. 4, pp. 937 ~ 943

A New Process Incapability Measure for Non-normal Process

Mi Jung Jun[1] · Gyo-Young Cho[2]

Abstract

In this paper a new process incapability index C^*_{psks} is introduced for non-normal process. C^*_{psks} is proposed by transformation of the C_{psks}.

The use of each technique is illustrated by reference to a distribution system which includes the Pearson and Johnson functions.

Accordingly, C^*_{psks} is proposed as the process capability measures for non-normal process.

Keywords : Non-normal Process, Normal Process, Process Incapability Index

1. 서 론

기존의 공정능력지수의 평가는 정규상태에 있는 공정에서 행하여질 수 있다. 그렇다면 비정규상태의 공정인 경우에서 기존의 공정능력지수와는 다른 개념으로 공정의 비공정능력을 측정하여 역으로 공정능력을 파악하는 비공정능력지수(Process incapability index)를 더욱 발전시켜 개선된 비공정능력지수를 제안하고자 한다. 그러나 공정이 정규분포를 따른다는 가정 하에서 개발되어온 현 공정능력 지수들은 표본표준편차 s에 의해 추정되며 이 s분포는 비정규분포에 대해서는 강건하지 못하다는 성질이 잘 알려져 있다. 따라서 이 연구에서는 비정규 공정데이터의 공정능력을 보다 강건하게 판단하는 비공정능력지수를 제안하는 것을 목적으로 한다. 그러므로 C_{psk}에서 왜도를 첨가함으로써 비정규 공정 시에도 비공정능력을 측정하여 공정을 평가하는 비공정능력지수 C^*_{psks}를 제시하고자 한다.

공정의 비교 분석은 정규 공정과 비정규 공정에서 지금까지 제안되어온 비공정능력지수와 C^*_{psks}를 Pearson system과 Johnson system을 이용하여 비정규 공정사례에 적

1) 대구광역시 북구 산격동 1370번지 경북대학교 통계학과 석사과정
2) 교신저자 : 대구광역시 북구 산격동 1370번지 경북대학교 통계학과 교수
E-mail : gycho@knu.ac.kr

용시켜 공정능력을 평가한다.

2. 비공정능력측도

2.1 기존의 비공정능력지수

비공정능력지수(Process Incapability Index)란 공정의 비공정능력을 측정하여 역으로 공정능력을 파악하는 지수이다. 기존 공정능력지수의 한계를 극복하고자 Greenwich와 Jar-Schaffrath(1995)는 비공정능력지수 C_{pp}을 소개하였다(양정문, 이보근, 김정자, 1998). 공정평균이 목표치로부터 벗어남을 반영시키는 공정부정확지수 C_{ia}와 공정변동의 크기를 나타내는 공정부정밀도지수 C_{ip}로 나타남으로 공정능력지수보다 더 정밀하고 정확하게 공정능력을 파악할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_{pp} &= \left(\frac{1}{C_{pm}^*}\right)^2 = \left(\frac{\tau}{D}\right)^2 = \left(\frac{\mu - T}{D}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{D}\right)^2 \\ &= \left(\frac{\mu - T}{D}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{D}\right)^2 \\ &= C_{ia} + C_{ip} \end{aligned} \tag{2.1}$$

여기서, $\tau = \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}$, $D = \min\left(\frac{USL - T}{3}, \frac{T - LSL}{3}\right)$이며,

C_{ia} : 생산 공정의 부정확지수(process inaccuracy index)-공정 목표 치로부터 공정평균의 이탈크기를 측정,

C_{ip} : 생산 공정의 부정밀지수(process imprecision index)-제품의 변동 크기의 측정.

비공정능력지수 C_{pp}는 C_{pm}의 변형으로 기존 정보로부터 공정평균에 관한 정보와 공정산포에 관한 정보를 분리함으로써 공정에 관한 보다 상세한 정보를 얻을 수 있다. 그러나 목표치가 규격한계 중심과 일치하지 않는 경우에는 규격한계를 제대로 고려하지 못하고 공정의 산포가 과대평가되어 적합한 공정을 부적합한 공정으로 잘못 측정하는 단점이 있다.

신경석등(신경석, 김성집, 강창욱, 1996)은 목표치가 규격의 중심에 일치하지 않는 경우에 공정능력의 정확한 평가가 어려운 기존의 비공정능력지수의 단점을 보완하여 개선된 비공정능력지수 C_{pmk}^*을 제안하였다.

$$\begin{aligned} C_{pmk}^* &= \left(\frac{1}{C_{pmk}}\right)^2 = \left(\frac{\tau}{D_k}\right)^2 = \left(\frac{\mu - T}{D_k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{D_k}\right)^2 \\ &= C_{ia}^* + C_{ip}^* \end{aligned} \tag{2.2}$$

여기서, $\tau = \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}$, $D_k = \min\left(\frac{USL - \mu}{3}, \frac{\mu - LSL}{3}\right)$이며,

C^*_{ia} : 생산 공정의 부정확지수, C^*_{ip} : 생산 공정의 부정밀지수이다.

비공정능력지수 C^*_{pmk}는 C_{pmk}를 이용하여 기존의 공정능력지수에서 사용되는 동일한 정보로부터 공정평균에 관련된 정보와 공정산포에 관한 보다 많은 정보를 얻을 수 있으며, 목표치가 규격한계 중심과 일치하지 않는 경우에도 공정능력을 평가할 수 있는 장점을 가지고 있다. 그러나 공정평균의 미세한 변화에 따른 분포형태의 변화를 고려하고 있지 않다.

치우침이 존재하는 공정에서 적용 가능한 비공정능력지수를 송서일과 이보근 (김홍준, 송서일, 1998)은 드릴링공정이나 펀칭공정과 같이 치우침을 가지기 쉬운 제조공정을 관리하고자 제안하였다.

$$\begin{aligned} C^*_s &= \left(\frac{1}{C_s}\right)^2 = \left(\frac{\tau}{D_s}\right)^2 = \left(\frac{\mu - T}{D_s}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{D_s}\right)^2 + \left(\frac{|\mu_3/\sigma|^{1/2}}{D_s}\right) \\ &= \left(\frac{\mu - T}{D_s}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{D_s}\right)^2 + \left(\frac{|\mu_3/\sigma|^{1/2}}{D_s}\right)^2 \\ &= C^*_{ia} + C^*_{ip} + C^*_{is} \end{aligned} \tag{2.3}$$

여기서, $\tau = \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2 + |\mu_3/\sigma|}$, $D_s = \min\left(\frac{USL - \mu}{3}, \frac{\mu - LSL}{3}\right)$이며,

C^*_{ia} : 생산 공정의 부정확지수, C^*_{ip} : 생산 공정의 부정밀지수,

C^*_{is} : 치우침에 대한 벌점(penalty index of skeness)- 공정평균의 미세한 변화를 감지하는 지수이다.

개선된 비공정능력지수 C^*_s는 C_s의 변형이며, 기존의 정보로부터 공정의 평균에 관련되는 지수와 공정의 산포에 관련되는 지수, 치우침에 관련되는 지수로 분리된다.

비공정능력지수 C^*_{ss}는 C_{psk}의 변형으로 실제공정능력을 가장 잘 반영하고 공정 목표치와 공정평균의 치우침에 상관없이 공정을 진단할 수 있는 C_{psk}의 정보를 포함하고 있다.

$$\begin{aligned} C^*_{ss} &= \left(\frac{1}{C_{psk}}\right)^2 = \left(\frac{\tau}{D_{ss}}\right)^2 = \left(\frac{\mu - T}{D_{ss}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{D_{ss}}\right)^2 \\ &= C^*_{(ia)} + C^*_{(ip)} \end{aligned} \tag{2.4}$$

여기서, $\tau = \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}$, $D_{ss} = \min\left(\frac{USL - \mu - |\mu - T|}{3}, \frac{\mu - LSL - |\mu - T|}{3}\right)$,

$C^*_{(ia)}$: 생산 공정의 부정확지수, $C^*_{(ip)}$: 생산 공정의 부정밀지수이다.

2.2 제안된 비공정능력지수 C^*_{psks}

제 4세대 공정능력지수 C_{psk}는 C_{pmk}와 동일하게 불량률이 높은 공정과 낮은 공정을 식별하지 못하는 결점을 지니고 있다. 또한 공정에 민감하게 반응하는 지수이므로 정규분포와 유사한 비대칭 공정을 감시하는데 아주 유용한 지수로 생각된다.

비정규 공정에서, 전미정과 조교영(2007)이 제안한 공정능력지수 C_{psks}를 변환시켜 비정규 공정의 비공정능력지수 C^*_{psks}를 식(2.5)로 나타낸다.

$$
\begin{aligned}
C^*_{psks} &= \left(\frac{1}{C_{psks}}\right)^2 \\
&= \left(\frac{\min(USL-\mu-|\mu-T|,\ \mu-LSL-|\mu-T|)}{3\sqrt{\sigma^2+(\mu-T)^2+|\mu_3/\sigma|}}\right)^{-2} \\
&= \frac{\left(\sqrt{\sigma^2+(\mu-T)^2+|\mu_3/\sigma|}\right)^2}{\left(\min\left(\frac{USL-\mu-|\mu-T|}{3},\ \frac{\mu-LSL-|\mu-T|}{3}\right)\right)^2} \\
&= \frac{\left(\sqrt{\sigma^2+(\mu-T)^2+|\mu_3/\sigma|}\right)^2}{\left(\min\left(\frac{USL-\mu-|\mu-T|}{3},\ \frac{\mu-LSL-|\mu-T|}{3}\right)\right)^2} \\
&= \frac{\sigma^2+(\mu-T)^2+|\mu_3/\sigma|}{(D^*)^2} = \left(\frac{\tau}{D^*}\right)^2 \\
&= \left(\frac{\sigma}{D^*}\right)^2+\left(\frac{\mu-T}{D^*}\right)^2+\left(\frac{|\mu_3/\sigma|^{1/2}}{D^*}\right)^2 \\
&= C^{**}_{ia}+C^{**}_{ip}+C^{**}_{is}
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

여기서, $\tau=\sqrt{\sigma^2+(\mu-T)^2+|\mu_3/\sigma|}$,. $D^*=\min\left(\frac{USL-\mu-|\mu-T|}{3},\ \frac{\mu-LSL-|\mu-T|}{3}\right)$,

C^{**}_{ia} : 생산 공정의 부정확지수, C^{**}_{ip} : 생산 공정의 부정밀지수, C^{**}_{is} : 치우침에 대한 벌점(penalty index of skeness)이다.

기존의 정보로부터 공정의 평균에 관련되는 지수, 공정의 산포에 관련되는 지수와 치우침에 관련되는 지수로 분리됨으로써 적합공정과 부적합공정의 식별이 어려운 공정능력지수의 단점을 보완할 수 있다.

3. 비교분석 및 고찰

3.1 비공정능력지수의 비교

3.1.1 목표치가 규격중심에 위치하는 경우

비정규 공정 시 비공정능력을 평가하기 위해서 앞에 제시된 공정능력지수의 비교를 위해 제시된 예제를 인용하여 목표치가 규격중심에 위치하는 경우와 위치하지 않는 경우를 통해 분석하기로 한다.

공정능력을 평가하기 위해 Kotz와 Pearn(1994, 1995)의 사례를 인용하여 분석하기로 한다. 신규생산라인의 품질개선을 하기 위해 고무전단 무게에 대한 100개의 측정데이터를 얻은 결과자료이다. 목표치 T는 8.7g이며, 규격 한계치가 $USL=8.96$, $LSL=8.44$ 이다(채규용, 1998).

데이터를 그림에 나타낸 결과 규격을 벗어나는 불량은 없으나, 공정이 목표치를 매우 벗어나고 있어 품질개선이 요구된다. 따라서 이러한 내용을 반영할 공정능력지수를 Kotz와 Pearn(1994, 1995)의 사례 데이터를 통해 계산하고자 한다.

<표 1> 목표치가 규격중심에 위치할 때의 비공정능력지수 값

PII / 모집단형태		C^*_{pp}	C_{ia}	C_{ip}	C^*_{pmk}	C^*_{ia}	C^*_{ip}	C^*_s	$C_{(ia)}$	$C_{(ip)}$	$C_{(is)}$
Normal		4.89	4.83	0.0615	68.45	67.59	0.86	68.704	67.59	0.86	0.254
Non normal	Pearson	4.55	4.46	0.09	67.306	66.306	1.00	67.716	66.306	1.16	0.25
	Johnson system	4.61	4.46	0.15	67.612	66.306	1.306	67.716	66.306	1.16	0.25

PII / 모집단형태		C^*_{psk}	$C^*_{(ia)}$	$C^*_{(ip)}$	C^*_{psks}	$C^{**}_{(ia)}$	$C^{**}_{(ip)}$	$C^{**}_{(is)}$
Normal		22.58	22.30	0.28	22.665	22.30	0.28	0.0853
Non normal	Pearson	22.81	22.56	0.25	22.895	22.56	0.25	0.085
	Johnsonsy stem	23.12	22.56	0.56	23.205	22.56	0.56	0.085

<표 1>을 통해 살펴보면 비공정능력지수의 경우 특히 C^*_{pmk}와 C^*_s는 C^*_{pp}와 C^*_{psk}, C^*_{psks}에 비해 과소평가 되어 공정능력이 매우 낮게 잘못 제시하고 있다. <표 2>에 의

하면 C^*_{pp}는 공정평균이 목표치로부터 벗어남의 정도를 식별하지 못하고 있어 정규 공정, Pearson 그리고 Johnson system 값이 거의 동일하다 할 수 있다. 비정규 공정에 대한 왜도에 민감한 공정능력지수 C_{psks}에서 변형된 C^*_{psks}는 C^*_{psk}보다 목표치에서 벗어난 부분에 더 민감하다 할 수 있다. 공정평균의 미세한 변화를 감지하는 지수 C^{**}_{is}로 인해 C^*_{psks}가 공정능력이 높다.

3.1.2 목표치가 규격 중심을 벗어나는 경우

Hahn과 Shapiro(1967) 예제의 0.5 ohm 저항을 500개 측정한 데이터를 사용하자. $T=0.5$, $LSL=0.4$, $USL=0.9$인 공정에서 목표치가 규격중심에서 벗어날 때의 공정능력지수와 비공정능력지수를 정리하면 다음 <표 2>와 같다(채규용, 이상용, 1998).

<표 2> 목표치가 규격중심에서 벗어날 때의 비공정능력지수 값

PII / 모집단형태		C^*_{pp}	C_{ia}	C_{ip}	C^*_{pmk}	C^*_{ia}	C^*_{ip}	C^*_s	$C_{(ia)}$	$C_{(ip)}$	$C_{(is)}$
Normal		24.50	7.29	17.212	6.789	2.019	4.77	7.486	2.019	4.097	1.37
Non normal	Pearson	26.86	7.11	19.75	5.14	1.78	3.36	6.84	2.25	3.06	1.53
	Johnson system	18.59	7.11	11.48	3.14	1.78	1.36	6.84	2.25	3.06	1.53

PII / 모집단형태		C^*_{psk}	$C^*_{(ia)}$	$C^*_{(ip)}$	C^*_{psks}	$C^{**}_{(ia)}$	$C^{**}_{(ip)}$	$C^{**}_{(is)}$
Normal		17.213	7.29	9.923	17.90	7.29	9.923	0.6912
Non normal	Pearson	20.55	7.11	13.44	16.12	5.76	10.24	0.12
	Johnson system	12.55	7.11	5.44	15.96	5.76	10.084	0.12

<표 2>에 의하면 특히 C^*_{pp}는 목표치가 규격중심을 벗어나는 경우에 공정평균이 목표치로부터 벗어남을 반영시키는 공정 부정확도지수 C_{ia}가 C^*_{pmk}의 C^*_{ia}보다 과대평가되어 공정능력이 높은 공정인데도 낮은 공정으로 잘못 제시하고 있다. 제 3세대 공정능력지수의 변형으로 제시된 비공정능력지수 C^*_{pmk}와 C^*_s에 비해 제 4세대 공정능력지수의 변형인 C^*_{psk}, C^*_{psks}의 민감도가 좋기 때문에 공정부정밀도지수 $C_{(ia)}$에

비해 $C^{*}_{(ia)}$와 $C^{**}_{(ia)}$값이 높은 값을 가짐을 알 수 있다.

4. 결 론

이 논문의 결과를 통해 각 지수의 값을 비교함으로써 더 민감한 공정을 제안하였다. 공정능력평가에서 이용되고 있는 비공정능력지수를 살펴보고 이를 비교 평가하였다. 목표치와 규격의 중심에 일치한 경우와 일치하지 않는 경우를 고려하였고, 비정규 공정일 경우에도 실행되는 비공정능력지수로 제안하였다. 제 4세대 공정능력지수 C_{psk}에 왜도를 첨가하여 제안된 C_{psks} 의 역으로 공정의 비공정능력으로 나타내는 새로운 비공정능력지수 C^{*}_{psks}가 공정평균이 목표치를 벗어남을 반영시키는 공정부정확도지수, 공정변동의 크기를 나타내는 공정부정밀도지수와 공정평균의 미세한 변화를 감지하는 지수로 정보를 분리함으로써 공정능력평가에 보다 구체적인 정보를 제공한다.

비정규 공정에 대한 새로운 비공정능력지수로 제안된 비공정능력지수 C^{*}_{psks}가 비정규 공정인 경우에 C^{*}_{psk}, C^{*}_{s} 지수보다 우수함을 보여주어 비정규 공정의 공정능력을 올바르게 반영시키고 있음을 알 수 있다.

참고문헌

1. 신경석, 김성집. 강창욱(1996), 공정능력의 평가를 위한 개선된 비공정능력지수, 품질경영학회지 제 24권, 제 4호, 90~102.
2. 양정문, 이보근, 김정자(1998), 공정능력지수와 비공정능력지수의 차이분석, 공업경영학회지, 제 21권, 제 45호, 347~351.
3. 전미정, 조교영(2007), A New Process Capability Measure for Non-normal Process, 한국데이터정보과학회지, 제 18권 4호,
4. 채규용 (1998), A Comparative Study on the Evaluation of Process Capability for Non-Normal Distributions, 건국대학교 대학원 박사학위
5. Greenwich, M. and Jahr -Schaffrath, B. L.(1995) A Process Incapability Index, *International Journal of Quality and Reliability Management*, Vol 12, No 4, 58-71.
6. Hahn, G. J., and Shapiro, S. S.(1967), *Statistical Models in Engineering*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 207.
7. Kotz, S., and Pearn, W.L.(1994~5), Applicatopn of Clements' Method for Calculating Second-and-Third-Generatopn Process Capability Indices Non-Normal Pearsonian Population, *Quality Engineering*, Vol 7, No 1, 139-145.

[2007년 10월 접수, 2007년 11월 채택]