

Multivariate GARCH and Its Application to Bivariate Time Series¹⁾

M. S. Choi²⁾ · J. A. Park³⁾ · S. Y. Hwang⁴⁾

Abstract

Multivariate GARCH has been useful to model dynamic relationships between volatilities arising from each component series of multivariate time series. Methodologies including EWMA(Exponentially weighted moving-average model), DVEC(Diagonal VEC model), BEKK and CCC(Constant conditional correlation model) models are comparatively reviewed for bivariate time series. In addition, these models are applied to evaluate VaR(Value at Risk) and to construct joint prediction region. To illustrate, bivariate stock prices data consisting of Samsung Electronics and LG Electronics are analysed.

Keywords: Joint Prediction Region, Multivariate-GARCH, Value at Risk(VaR)

1. 서론

금융시장에서 발생하고 있는 경제 시계열 자료들을 분석하는 데 있어서 많은 사람들이 관심을 갖고 모형화하는 것이 바로 변동성이다. 계량경제학적 입장에서의 변동성(volatility)이란 조건부 이분산(conditional heteroskedasticity)을 의미하며, 이를 모형화하기 위해 Engle(1982)의 ARCH모형을 시작으로 수많은 ARCH류 모형들이 개발되어 실제 분석에서 널리 이용되고 있다. 대부분의 금융 시계열 자료의 경우, 변수들이 서로 연관되어 피드백(feedback)효과를 가지고 변화하고 있다. 따라서 시간에 따른 여러 개의 변수들의 변동성들을 함께 고려하는 MGARCH(multivariate GARCH) 모형으로의 확장이 이루어졌으며 1990년대 후반 이후, 다양한 연구와 모형 개발이 진행되

1) This work was supported by a grant from 2007 Sookmyung Women's Univ. Support from BK 21 Project is also acknowledged.

2) Doctoral student, Department of Statistics, Sookmyung Women's Univ.

3) Doctoral student, Department of Statistics, Sookmyung Women's Univ.

4) Corresponding author : Professor, Department of Statistics, Sookmyung Women's Univ.
Email : shwang@sm.ac.kr

고 있다.

여러 변수들의 시간에 따른 변동성, 특히 변동성들 간의 동적인 관계들을 모형화하는 MGARCH 모형은 계량경제학 분야에서 매우 유용하다.⁵⁾ 각 금융시장에서 발생하는 변동성들 간에 존재하는 인과성(causality)이나 각 금융상품들의 수익률들이 갖는 변동성들 간의 동적인 관계, 하나의 시장이나 상품 등이 받은 충격(shock)이 다른 시장이나 상품 등에 끼치는 영향력의 크기와 방향 등을 알아내고 모형화하는데 있어서 MGARCH 모형이 적용될 수 있다. 또한 MGARCH 모형이 시간에 따라 변하는 변동성들의 상관관계수(time-varying correlation)를 모형화한다는 중요한 특징을 그대로 반영하여 헷징(hedging)이나 자산가격결정(asset pricing), value-at-risk(VaR)에 적용할 수 있다.

본 논문에서는 기본적으로 많이 이용되는 MGARCH 모형들과 MGARCH 모형이 유용하게 쓰이는 VaR의 개념을 알아보고, 실제 우리나라의 금융 시계열 자료들 중에서 삼성전자와 LG전자의 주가를 이용하여 앞서 알아본 MGARCH 모형들에 적합시킨 후, 이 결과들을 이용하여 VaR와 결합예측영역(joint prediction region)을 계산해보고자 한다.

2. MGARCH 모형

본 절에서 MGARCH 모형에 대한 개념 및 수식은 Tsay(2005)와 Bauwens et al.(2006)을 중심으로 정리해 보았다. 우선 기본적인 다변량 변동성모형에 대해 알아보도록 한다. k -차원의 벡터수익률⁶⁾ $\{r_t\} = [r_{1t}, r_{2t}, \dots, r_{kt}]^T$ 에 대해 다음과 같은 모형을 생각해 보자.

$$r_t = \mu_t + a_t \quad (2.1)$$

$$a_t = H_t^{1/2} e_t \quad (2.2)$$

식(2.1)에서 $\mu_t = E(r_t | F_{t-1})$ 는 $(t-1)$ 시점까지의 모든 정보 F_{t-1} 가 주어졌을 때의 수익률의 조건부 기댓값이다. $a_t = (a_{1t}, a_{2t}, \dots, a_{kt})^T$ 을 t 시점에서의 충격(shock or innovation)이라 할 때, 식(2.2)의 $H_t = COV(a_t | F_{t-1})$ 는 a_t 의 조건부 분산-공분산으로써 $(k \times k)$ 비양정치(positive-definite)행렬이다. 또한, $(k \times 1)$ 벡터인 e_t 는 $E(e_t) = 0$, $Var(e_t) = I$ 를 만족하며, I 는 $(k \times k)$ 단위행렬이다. 일반적으로 μ_t 에 대해서는 VARMA(vector ARMA) 모형을 가정한다. 수익률에 대한 변동성 모형이란 시간에 따른 $\{H_t\}$ 에 대한 모형을 의미한다.

2.1 EWMA 모형 (Exponentially weighted moving-average model)

5) Bauwens, Laurent and Rombouts(2006)

6) 금융 시계열 자료를 분석하는데 있어서 분석 대상이 되는 변수들은 주로 정상성(stationarity)을 만족하기 위해 로그차분한 값들을 이용한다. 로그차분한 값들은 계량경제학적 관점에서 보면, 기하계산방식으로 계산된 수익률이므로, 본 논문에서는 앞으로 다루게 되는 모든 기본 변수들을 수익률로 설명한다.

실제 금융자료들의 대부분이 단위근(unit root)을 가지고 있다는 점을 바탕으로 J.P. Morgan사가 개발한 RiskMetrics(1996)는 지수가중이동평균법(exponentially weighted moving-average)을 이용하여 다음과 같은 IGARCH류의 모형을 사용한다.

$$H_t = (1 - \lambda)a_{t-1}a_{t-1}^T + \lambda H_{t-1} \quad (2.3)$$

모형(2.3)은 최근의 수익률 변동성에 더 많은 가중치를 부여하여 조건부 분산-공분산을 예측하는 방법이다. RiskMetrics에서 제안하는 감소인자(decay factor) λ 의 값은 일별자료인 경우 0.94, 월별자료인 경우 0.97이나, a_t 에 대해 평균이 0이고 분산이 H_t 인 다변량 정규분포를 따른다고 가정할 경우, λ 에 대한 추정치가 가능하다.

2.2 DVEC 모형 (Diagonal VEC model)

다변량 모형을 추정하는데 있어서 가장 큰 문제는 변수의 수가 늘어남에 따라 추정해야 할 모수들의 수가 너무 많아진다는 점이다. MGARCH모형을 다루는데 있어서도 역시 같은 문제가 발생한다. 이와 같은 문제의 해결 방안으로 Bollerslev et al.(1988)은 다음과 같은 DVEC(m,s)모형을 제안하였다.

$$H_t = A_0 + \sum_{i=1}^m A_i \odot (a_{t-i}a_{t-i}^T) + \sum_{j=1}^s B_j \odot H_{t-j}$$

여기에서 A_i, B_j 들은 대칭(symmetric)행렬이며, \odot 은 하다마드곱(Hadamard product)⁷⁾을 의미한다. 위의 정의를 따라 $k=2$ 인 DVEC(1,1) 모형을 고려하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11,0} & \\ A_{21,0} & A_{22,0} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} A_{11,1} & \\ A_{21,1} & A_{22,2} \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} a_{1,t-1}^2 & \\ a_{1,t-1}a_{2,t-1} & a_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} B_{11,1} & \\ B_{21,1} & B_{22,1} \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.4)$$

식(2.4)의 DVEC(1,1) 모형에 의해 추정되는 H_t 의 원소 $h_{ii,t}$ 들은 각각 GARCH(1,1) 모형을 따르게 된다.

2.3 BEKK 모형

DVEC 모형에서는 H_t 의 positive-definite 성질이 만족되지 않는 경우가 발생하며,

7) element-by-element multiplication

식(2.4)에서 볼 수 있듯이 변동성간의 피드백 효과를 나타내는데 있어서 매우 제한적이라는 문제점이 있다. Engle과 Kroner(1995)는 H_t 의 positive-definite 성질을 만족시키는 다음과 같은 모형을 제안하였다.

$$H_t = AA^T + \sum_{i=1}^m A_i(a_{t-i}a_{t-i}^T)A_i^T + \sum_{j=1}^s B_j H_{t-j} B_j^T \quad (2.5)$$

여기서 A 는 아래삼각행렬(lower triangular matrix)이며, A_i, B_j 는 $(k \times k)$ 행렬이다. 모형(2.5)의 정의에 의해 AA^T 가 positive-definite을 만족하면, H_t 는 almost surely positive-definite을 만족한다. 또한 이 모형은 변동성들간의 피드백 효과도 모형화 시킴으로서 변동성들의 동적인 관계를 나타내고 있다. 그러나 추정된 모수들의 $h_{ij,t}$ 에 대한 직접적인 영향을 설명하는데 있어서 어려움이 있으며, 또한 m 과 s 의 수가 늘어남에 따라 추정해야할 모수의 수가 급격히 늘어난다.

2.4 CCC 모형 (Constant conditional correlation model)

추정해야할 모수의 수를 가능한 한 작게 하기 위해 Bollerslev(1990)은 변동성들간의 조건부 공분산을 시간에 대한 상수로 고려한 CCC 모형을 제안하였다. 즉, 조건부 공분산인 $h_{ij,t}$ 을 조건부 표준편차들의 곱인 $\sqrt{h_{ii,t}}\sqrt{h_{jj,t}}$ 에 비례한다고 설정하였으며, 이에 따라 다음과 같은 식을 정의하였다.

$$H_t = D_t R D_t = (\rho_{ij} \sqrt{h_{ii,t}} \sqrt{h_{jj,t}}) \quad (2.6)$$

$$D_t = \text{diag}(\sqrt{h_{11,t}}, \dots, \sqrt{h_{kk,t}}) \quad (2.7)$$

$$R = (\rho_{ij}), \text{ 여기서 } \rho_{ij} = \rho_{ji} \text{이며, } \rho_{ii} = 1.$$

CCC 모형에서는 조건부 분산-공분산에 대해 크게 두 가지 단계로 나누어 고려한다. 먼저 식(2.7)의 조건부 분산 $h_{ii,t}$ 에 대해 각각 단변량 GARCH(univariate GARCH) 모형을 적용하여 모형화를 한 후, 이 값들을 이용하여 조건부 공분산 $h_{ij,t}$ 들을 모형화한다.

3. VaR (Value-at-Risk)

본 절에서 VaR의 개념 및 수식은 Tsay(2005)와 오세경 et al.(2003)을 중심으로 정리하였다. 계량경제학에서 사용하는 VaR은 신뢰수준 및 확률분포를 전제로 할 때, 목표보유기간(target holding period) 동안 일반적인 시장 조건하에서 시장변수의 변동으로 인해 보유 포트션에서 발생할 수 있는 금융 자산 포트폴리오(portfolio of financial assets)의 최대 손실예상액 추정수치를 말한다. 목표보유기간(l) 동안 포트폴리오의 가치변동을 $\Delta S(l)$ 이라 할 때, VaR은 확률적으로 다음과 같이 정의된다.

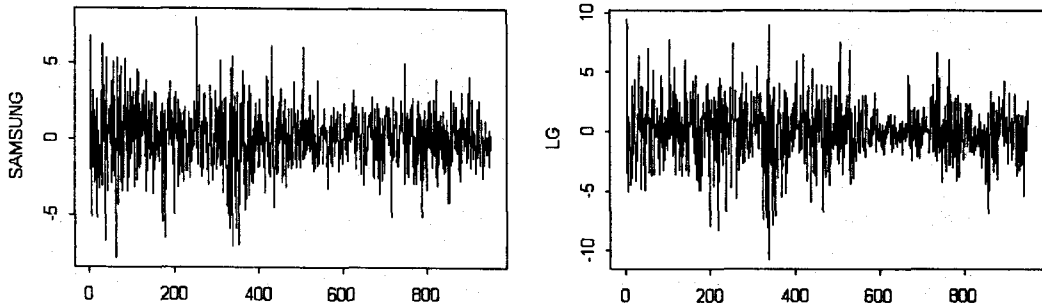
$$P[\Delta S(l) \leq VaR] = F_l(VaR) = 1 - c \quad (2.8)$$

식(2.8)에서 $F_l(\cdot)$ 은 $\Delta S(l)$ 의 누적분포함수(cumulative distribution function)를 의미하며, c 는 주어진 신뢰수준을 나타낸다. 식(2.8)의 정의에 따라 VaR은 주어진 신뢰구간 내에서 목표기간에 걸쳐 발생할 수 있는 최대손실액을 나타내며, 신뢰수준은 산출시점 이후의 실제 거래에서 발생하는 손실 금액이 VaR을 넘지 않을 확률을 의미한다. 신뢰수준 및 목표보유기간의 선정은 다소 임의적이며 포트폴리오의 성격과 VaR의 사용 목적에 따라 다양하게 설정 가능하다.

4. 사례분석

$k=2$ 인 MGARCH 모형에 적합시키기 위해 삼성전자와 LG전자의 주가를 이용하였다. 자료들은 Koscom datamall에서 제공하는 2003년 1월 2일부터 2006년 10월 31일 까지의 일별 자료(951개의 관측치)이며, 분석에는 S-Plus의 FinMetrics와 SAS/ETS를 사용하였다.

4.1 그랜저인과성 검정 (Granger causality test)⁸⁾

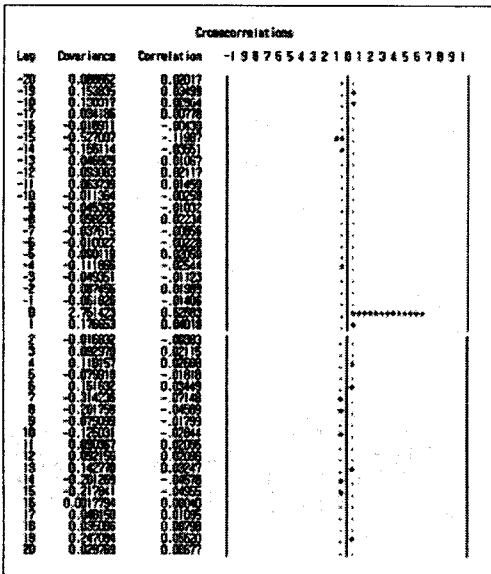


<그림 4.1 : 삼성전자와 LG전자의 수익률>

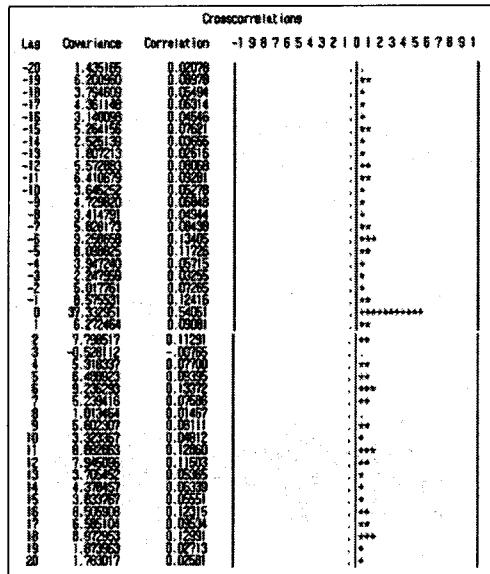
<그림 4.1>은 각 주가 자료들을 로그차분 시킨 후 100을 곱하여 얻어진 수익률(%)들의 시도표들로서 변동성이 매우 큼을 볼 수 있다. 두 수익률들의 변동성을 함께 모형화시키는 것이 필요한지를 판단하기 위해 각각 AR(2) 모형을 적합시켜 얻은 잔차들에 대해서 시차 ± 20 까지의 교차상관(cross correlation) 정도를 알아보았다. <그림 4.2>는 두 잔차들의 교차상관그램이며, <그림 4.3>은 제공된 잔차들의 교차상관그램이다. <그림 4.2>을 보면 시차가 0인 부분에서 유의한 교차상관이 나타나고 있으며, <그림 4.3>에서는 일반적인 two-standard-error band를 이용할 때, 이 자료의 경우 유의수준 5%의 기각역 0.065를 기준으로 음의 시차와 양의 시차 양 쪽 모두에서 대부분 유의한 교차상관성이 나타난다. 이와 함께 두 제공된 잔차에 대한 그랜저인과성 확인을 위해 포트맨토 검정을 한 결과, 음의 시차에서는 $l = -1, -5, -6$ 인 경우

8) Li(2004)

$\hat{Q}(-1) = 14.6449(0.0001)$, $\hat{Q}(-5) = 13.0624(0.0228)$, $\hat{Q}(-6) = 17.0709(0.009)$ 로서 유의한 교차상관을 가지고 있다. 괄호 안의 값은 p-value를 의미한다. 한편, 양의 시차에서는 $l = 1, 2, 6$ 인 경우 포트맨토 검정통계량이 $\hat{Q}(1) = 7.8341(0.0051)$, $\hat{Q}(2) = 12.1112(0.0023)$, $\hat{Q}(6) = 16.9870(0.0093)$ 와 같으며 유의한 교차상관성이 존재함을 확인할 수 있다. 양의 시차와 음의 시차에서 모두 교차상관성이 존재하는 것은 두 수익률의 변동성이 서로 피드백 관계를 가지면서 영향을 주고 받고 있음을 보여주며, 따라서 삼성전자와 LG전자의 주가수익률의 변동성들에 대해 MGARCH 모형을 적용시키는 것이 의미가 있음을 알 수 있다.



<그림 4.2 : 잔차 교차상관계수>



<그림 4.3 : 제곱잔차 교차상관계수>

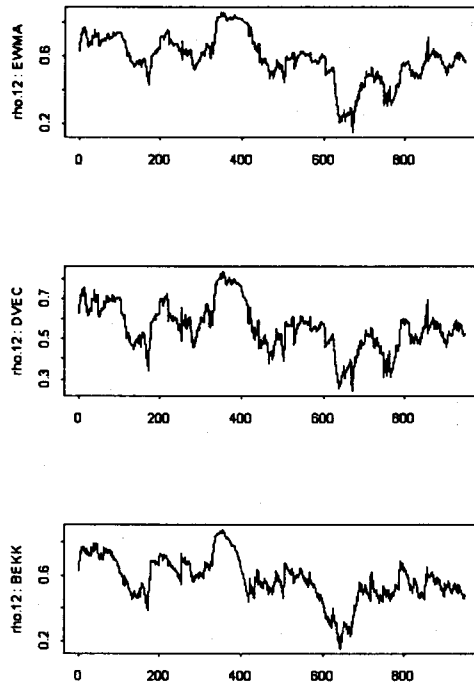
4.2 Univariate GARCH, MGARCH 적합

다음의 <표 4.1>은 삼성전자와 LG전자의 수익률에 대해서 각각 AR(2)-GARCH(1,1)을 적합시켜 본 결과와 2절에서 소개했던 4가지의 MGARCH 모형에 적합시킨 결과를 정리한 것이다. MGARCH 모형을 적합시키는 경우 μ_t 는 vector AR(2) 모형으로 적합시켰다. 본 논문에서는 변동성에 대한 모형화에 초점을 맞추고 있으므로 조건부 기댓값인 μ_t 에 대한 적합결과는 표에서 생략하였다. 표의 마지막 열은 적합된 모형들에 대한 포트맨토 검정통계량과 p-value를 나타낸다. $Q(\cdot)$ 와 $Q^*(\cdot)$ 은 각각 표준화된 잔차와 표준화된 잔차의 제곱에 대한 Ljung-Box 검정통계량이며, $Q_2^*(\cdot)$ 와 $Q_2^*(\cdot)$ 은 각각 표준화된 잔차와 표준화된 잔차의 제곱에 대한 다변량 포트맨토 검정통계량(Hosking,1980)이다. 적합된 모형식에서 h_{1t} 는 삼성전자 수익률의 변동성, h_{2t} 는 LG전자 수익률의 변동성을 나타낸다. 포트맨토 검정 결과를 보았을 때, 주어진 자료에 각각의 모형들을 적용시키는 것이 무리가 없음을 알 수 있다.

모형	적합된 모형	포트맨토 검증
GARCH(1,1)	$h_{1t} = 0.0153 + 0.0278 a_{1,t-1}^2 + 0.9667 h_{1,t-1}$	$Q(12) = 13.65$ (0.3239) $Q^*(12) = 6.328$ (0.8987)
	$h_{2t} = 0.0324 + 0.0561 a_{2,t-1}^2 + 0.9385 h_{2,t-1}$	$Q(12) = 13.12$ (0.3603) $Q^*(12) = 7.345$ (0.834)
EWMA	$\begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{21,t} \ h_{22,t} \end{bmatrix} = 0.0282 \begin{bmatrix} a_{1,t-1}^2 & \\ a_{1,t-1} a_{2,t-1} & a_{2,t-1}^2 \end{bmatrix}$ $+ 0.9718 \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix}$	$Q_2(20) = 81.133$ (0.4436) $Q_2^*(20) = 55.892$ (0.9815)
DVEC(1,1)	$\begin{bmatrix} h_{11,t} & \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0230 & \\ 0.0213 & 0.0678 \end{bmatrix}$ $+ \begin{bmatrix} 0.0260 & \\ 0.0327 & 0.0455 \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} a_{1,t-1}^2 & \\ a_{1,t-1} a_{2,t-1} & a_{2,t-1}^2 \end{bmatrix}$ $+ \begin{bmatrix} 0.9656 & \\ 0.9545 & 0.9395 \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix}$	$Q_2(20) = 79.967$ (0.48) $Q_2^*(20) = 56.662$ (0.9777)
BEKK(1,1)	$\begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2059 & 0 \\ 0.0770 & 0.0049 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.2059 & 0.0770 \\ 0 & 0.0049 \end{bmatrix}$ $+ \begin{bmatrix} 0.1709 & 0.0015 \\ 0.1305 & 0.1382 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1,t-1}^2 & a_{1,t-1} a_{2,t-1} \\ a_{2,t-1} a_{1,t-1} & a_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.1709 & 0.1305 \\ 0.0015 & 0.1382 \end{bmatrix}$ $+ \begin{bmatrix} 0.9701 & 0.0115 \\ -0.0344 & 0.9925 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9701 & -0.0344 \\ 0.0115 & 0.9925 \end{bmatrix}$	$Q_2(20) = 79.321$ (0.50) $Q_2^*(20) = 61.970$ (0.9326)
CCC(1,1)	$\begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0388 \\ 0.0768 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0232 & \\ & 0.0443 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1,t-1}^2 \\ a_{2,t-1}^2 \end{bmatrix}$ $+ \begin{bmatrix} 0.9642 & \\ & 0.9390 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix}$ $\hat{\rho}_{21} = 0.5862$	$Q_2(20) = 80.766$ (0.4550) $Q_2^*(20) = 59.802$ (0.9556)

<표 4.1 : univariate GARCH, MGARCH 모형 적합결과>

아래의 <그림 4.4>는 MGARCH 모형들로 추정된 변동성들의 조건부 상관계수 $\widehat{\rho}_{21,t} = \widehat{h}_{21,t} / (\widehat{h}_{11,t} \widehat{h}_{22,t})^{1/2}$ 를 나타낸 것이다. 세 모형 EWMA, DVEC, BEKK에 의해 적합된 조건부 상관계수들은 모두 비슷한 패턴을 보여주고 있다. 삼성전자와 LG전자의 수익률 변동성은 서로 양의 상관성을 지니고 있으며, 자료의 초반부인 2003년에는 강한 양의 상관성을 보이다가 2005년 초반에 매우 큰 폭으로 상관관계가 감소하였다가 다시 증가하는 경향을 보이고 있다. 이를 통해, 포트맨토 검정 결과로는 CCC 모형에 문제가 없으나 사실상 상관계수가 시간에 따라 변하고 있으므로 주어진 자료에 CCC 모형을 적용시키는 것은 문제가 있다고 보여진다.



<그림 4.4 : EWMA/DVEC/BEKK에 의해 추정된 $\widehat{\rho}_{21,t}$ >

4.3 VaR 측정

VaR의 주요 목적은 금융 시장에서 자산 가격 변화로 인해 보유한 가치가 변동하여 발생하는 시장위험(market risk)을 계량화하는 것이다. 그러므로, VaR을 측정하기 위해서는 (자산)수익률의 분포를 파악하는 것이 중요하다. MGARCH 모형의 응용으로서 앞서 추정된 다섯 개의 모형에서 각각 VaR을 예측하였다. 주어진 자료가 일별 자료임을 고려하여 각 자산의 목표보유기간은 1일로 하고 95% 신뢰수준에서 VaR을 측

정하기 위하여 수익률의 변동성과 수익률간의 상관계수를 1-시차 후 예측(1-step ahead forecast)하여 사용하였다. 식(4.1)에 따라 삼성전자와 LG전자 각각의 VaR을 종합하여 하나의 VaR을 계산하였으며, 그 결과는 <표 4.2>에 정리되어 있다.

$$VaR = \sqrt{VaR_1^2 + VaR_2^2 + 2\rho VaR_1 VaR_2} \quad (4.1)$$

모형	GARCH(1,1)	EWMA	DVEC	BEKK	CCC
VaR(%)	4.1684	4.4930	4.1467	3.9742	4.4120

<표 4.2 : VaR 측정 결과>

4.4 결합예측영역 (Joint prediction region)

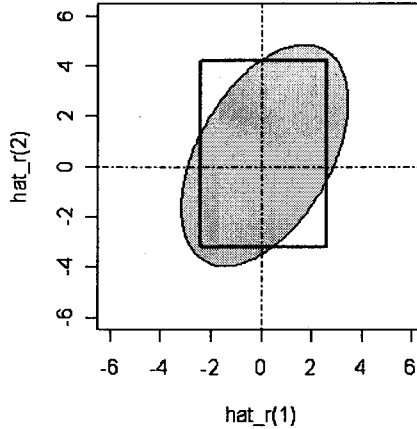
시점 n 까지의 자료가 주어졌을 때, l -시차 후의 수익률과 변동성의 예측값을 각각 $\hat{r}_n(l)$, $\hat{H}_n(l)$ 이라 정의할 때, 1-시차 후의 수익률 r_{n+1} 의 조건부 분포는 다음과 같다.

$$r_{n+1}|F_n \sim N(\hat{r}_n(1), \hat{H}_n(1))$$

이를 바탕으로, 자료에 단변량 GARCH(1,1)와 MGARCH 모형들을 적합시킨 후의 1-시차 후의 수익률에 대한 신뢰수준 95%의 결합예측영역을 구하여 각 예측영역들의 넓이를 다음 <표 4.3>에 정리하였다. 단변량 GARCH 모형의 경우 두 수익률들의 예측영역은 직사각형으로 표현되며, 4가지의 MGARCH 모형들은 $\hat{h}_{ij,t} \neq 0$ 에 의해 예측영역이 타원으로 나타난다. <그림 4.5>는 앞에서 VaR을 가장 작게 측정하는 BEKK 모형과 단변량 GARCH 모형의 예측영역을 함께 나타낸 것이다. 직사각형은 GARCH(1,1)에 의해 예측된 면적이며, 타원으로 표시된 부분이 BEKK 모형에 의해 예측된 면적이다.

모형	GARCH(1,1)	EWMA	DVEC	BEKK	CCC
면적	37.03	34.68	40.06	40.32	41.03

<표 4.3 : 1-시차 후 결합예측영역의 면적>



<그림 4.5 : GARCH/BEKK 모형에 의한 예측영역>

5. 결론

본 논문에서는 금융 시계열 분석에서 변동성을 모형화하는 경우, 여러 개의 변동성들을 동시에 고려하는 MGARCH 모형에 대한 소개와 함께 MGARCH 모형이 적용될 수 있는 VaR에 대해 소개하였다. 이와 함께 실제 삼성전자와 LG전자의 주가수익률에 대해 인과성이 존재하는지를 검정하고, 검정 결과 두 회사의 수익률 변동성간에 피드백 효과가 있음을 근거로 두 변동성을 MGARCH 모형에 적합시켰으며, 이를 이용하여 VaR와 결합예측영역도 측정하였다. 모형들을 적합시킨 결과, 분석에 이용한 MGARCH 모형들 모두 좋은 적합 결과를 나타냄을 볼 수 있었다. 그러나 변동성들간의 조건부 상관계수가 시간에 따라 변하는 패턴을 보이므로 CCC 모형을 적용하는 것은 무리가 있다고 보여진다. 본 논문에서는 소개되지 않았으나, 시간에 따라 변하는 상관계수를 모형화하는데 효과적인 Tse와 Tsui(2002) 또는 Engle(2002)의 DCC(dynamic conditional correlation) 모형도 추후 고려해 볼 수 있을 것이다.

참고문헌

1. 오세경, 김진호, 이건호 (2003). 위험관리론, 경문사.
2. Bauwens, L., Laurent, S. and Rombouts, J. V. K. (2006). Multivariate GARCH models : a survey. *Journal of Applied Econometrics*, 21, 79-109.
3. Bollerslev, T. (1990). Modeling the coherence in short-run nominal exchange rates : a multivariate generalized ARCH model, *Review of Economics and Statistics*, 72, 498-505.

4. Bollerslev, T., Engle, R. F. and Wooldridge, J. M. (1998). A capital asset pricing model with time varying covariances, *Journal of Political Economy*, 96, 116-131.
5. Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation, *Econometrica*, 50, 987-1007.
6. Engle, R. F. (2002). Dynamic conditional correlation-a simple class of multivariate GARCH models, *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, 339-350.
7. Engle, R. F. and Kroner, F. K. (1995). Multivariate simultaneous generalized ARCH, *Econometric Theory*, 11, 122-150.
8. Hosking, J. R. M. (1980). The multivariate portmanteau statistic, *Journal of American Statistical Association*, 75, 602-208.
9. Li, W. K. (2004). *Diagnostic Checks in Time Series*, Chapman & Hall/CRC.
10. RiskMetrics. (1996). *RiskMetrics* Technical Document, 4th ed., J. P. Morgan : New York.
11. Tsay, R. S. (2005). *Analysis of Financial Time Series*, John Wiley : New York.
12. Tse, Y. K. and Tsui, A. K. C. (2002). A multivariate GARCH model with time-varying correlations, *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, 351-362.

[2007년 10월 접수, 2007년 11월 채택]