

## A New Process Capability Measure for Non-normal Process

Mi Jung Jun<sup>1)</sup> · Gyo-Young Cho<sup>2)</sup>

### Abstract

In this paper a new process capability index  $C_{psks}$  is introduced for non-normal process.  $C_{psks}$  that is proposed by transformation of the  $C_{psk}$  incorporates an additional skewness correction factor in the denominator of  $C_{psks}$ .

The use of each technique is illustrated by reference to a distribution system which includes the Pearson and Johnson functions. Accordingly,  $C_{psks}$  is proposed as the process capability measure for non-normal process.

**Keywords** : Non-normal Process, Normal Process, Process Capability Index

### 1. 서론

공정능력지수(Process capability index)란 공정이 관리 상태에 있을 때 그 공정에서 생산되는 제품의 품질변동이 어느 정도인가를 나타내는 양이며, 이를 하나의 수치로 표현한 것이 공정능력지수이다. 그러나 현 공정능력지수들은 비정규 공정에 대해서는 정확한 공정능력을 반영시키지 못하는 약점을 지니기 때문에 이러한 비정규분포의 공정능력을 반영시킬 수 있는 공정능력지수의 개발을 필요로 한다.

공정이 정규분포를 따른다는 가정 하에서 개발되어온 현 공정능력지수들은 표본 표준편차  $s$ 에 의해 추정되며 이  $s$ 분포는 비정규분포에 대해서는 강건하지 못하다는 성질이 잘 알려져 있다.

본 연구에서는 비정규 공정데이터의 공정능력을 보다 강건하게 판단하는 공정능력지수로서 제 4세대 공정능력지수  $C_{psk}$ 에서 왜도를 첨가함으로써 비정규 공정 시에도 정교한 공정능력지수  $C_{psks}$ 를 제시한다.

- 
- 1) 대구광역시 북구 산격동 1370번지 경북대학교 통계학과 석사과정
  - 2) 교신저자 : 대구광역시 북구 산격동 1370번지 경북대학교 통계학과 교수  
E-mail : gycho@knu.ac.kr

공정의 비교 분석은 정규 공정과 비정규 공정에서 지금까지 제안되어온 공정능력지수와 제안된 새로운 공정능력지수  $C_{psk}$ 을 Pearson system과 Johnson system을 이용하여 비정규 공정사례에 적용시켜 공정능력을 평가한다.

## 2. 공정능력측도

### 2.1 정규 공정 공정능력지수

제품의 규격상한(Upper Specification Limit; USL)과 규격하한(Lower Specification Limits; LSL)이 주어졌을 때 공정능력의 측도로 사용되는 제1 세대부터 제 4세대까지의 공정능력지수는 식(2.1)~식(2.6)과 같이 나타낸다.

$$\text{제 1세대} : C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \quad (2.1)$$

$$\text{제 2세대} : C_{pk} = \min\left(\frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma}\right) = \min(C_{pu}, C_{pl}) \quad (2.2)$$

$$\text{제 2세대} : C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{E(X - T)^2}} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.3)$$

$$\text{제 2세대} : C_{pm}^* = \frac{\min(USL - T, T - LSL)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.4)$$

$$\text{제 3세대} : C_{pmk} = \frac{\min(USL - \mu, \mu - LSL)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.5)$$

$$\text{제 4세대} : C_{psk} = \frac{\min(USL - \mu - |\mu - T|, \mu - LSL - |\mu - T|)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.6)$$

### 2.2 비정규 공정 공정능력지수

비정규 공정에 대한 공정능력지수 연구는 Pearson system이 Clements(1989)에 의해 고안되어 Kotz와 Pearn(1994, 1995)에 의하여  $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_{pmk}$  그리고  $C_{psk}$ 가 제안되었다. 그리고 Pearson system의 대안으로 개발된 Johnson system 경우 Johnson(1949)에 의해 제안되었고 최근 비음수 값을 갖는 공정에 대한 공정능력지수  $C_{pb}$ 가 개발, 그 후 Wright(1995)에 의해  $C_s$ 가 개발되었다.

#### 2.2.1 Pearson system에 의한 공정능력지수

비정규 공정의 추정에 평균, 표준편차, 왜도, 첨도의 4가지 모수가 Pearson 분포곡선의 형태를 결정한다는 가정 하에서 Clements(1989)는 왜도 및 첨도의 함수로써 Pearson곡선족의 분위수 계산을 위해 Gruska et al.(1989)에 의해 제시된 표를 이용하

였으며,  $C_p$  지수 값을 구하기 위해서 Clements는  $6\sigma$  대신  $U_a - L_a$ 로 교체하여 식 (2.7)을 얻었다.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{U_a - L_a} \quad (2.7)$$

여기서,  $U_a$ 는 99.865 백분위수,  $L_a$ 는 0.135백분위수인 점의 값을 나타낸다. 이 값은 추정되는 왜도 ( $S_k$ ) 및 첨도 ( $K_U$ )의 특정값이 주어지는 경우 Gruska et. al(1989)에 의해 제시된 표에서 구해진다. 식(2.7)에서  $U_a - L_a$ 를 취하는 이론적 근거는 공정이  $C_p = 1$  일 때의 정규분포를 가정하면 평균으로부터  $\pm 3\sigma$ 를 벗어날 확률은 0.27% 라는 것이다.

식(2.2)에서  $\mu$  대신에  $M_e$ 을 취하면 식(2.8)과 같다. 이유는 표본 평균 보다, 표본 메디안이 중심경향의 보다 강건한 추정량이기 때문이다.

$$C_{pk} = \min\left(\frac{USL - M_e}{U_a - M_e}, \frac{M_e - LSL}{M_e - L_a}\right) \quad (2.8)$$

같은 방법으로  $C_{pm}$ ,  $C_{pm}^*$ ,  $C_{pmk}$ ,  $C_{psk}$  는 식(2.9)~식(2.12)과 같이 구해진다.

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\left(\frac{U_a - L_a}{6}\right)^2 + (M_e - T)^2}} \quad (2.9)$$

$$C_{pm}^* = \frac{\min(USL - T, T - LSL)}{3\sqrt{\left(\frac{U_a - L_a}{3}\right)^2 + (M_e - T)^2}} \quad (2.10)$$

$$C_{pmk} = \min\left(\frac{USL - M_e}{3\sqrt{\left(\frac{U_a - M_e}{3}\right)^2 + (M_e - T)^2}}, \frac{M_e - LSL}{3\sqrt{\left(\frac{M_e - L_a}{3}\right)^2 + (M_e - T)^2}}\right) \quad (2.11)$$

$$C_{psk} = \min\left(\frac{USL - M_e - |M_e - T|}{3\sqrt{\left(\frac{U_a - M_e}{3}\right)^2 + (M_e - T)^2}}, \frac{M_e - LSL - |M_e - T|}{3\sqrt{\left(\frac{M_e - L_a}{3}\right)^2 + (M_e - T)^2}}\right) \quad (2.12)$$

### 2.2.2 Johnson system에 의한 공정능력지수

Johnson(1949)에 의해 제시된 Johnson system은 비정규분포를 모형화 하는데 Pearson system의 대안으로 제시되었다. 이 연구에서 Johnson곡선을 공정능력지수 계산에 적용하게 된 배경은 Johnson 곡선이 Pearson system보다 나은 장점을 지니고

있기 때문이다. Johnson곡선은 주어진 데이터 집합을 가장 좋은 Johnson곡선을 선택하는데 단순한 구조를 보여주고, 표본 적률에 기초한 방법보다 더욱 신뢰할 수 있는 절차이고, 일반적으로 쉽다고 Farnum(1996~7)는 지적한다.

Johnson system은 식(2.13)의 변환식과 식(2.14)~식(2.16)인 3가지 분포족을 갖는다.

$$Z = \gamma + \eta K_i(x, \lambda, \varepsilon) \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.13)$$

$$K_i(x, \lambda, \varepsilon) = \sin h^{-1} \left( \frac{x - \varepsilon}{\lambda} \right) \quad (2.14)$$

$$K_i(x, \lambda, \varepsilon) = \ln \left( \frac{x - \varepsilon}{\lambda + \varepsilon - x} \right) \quad (2.15)$$

$$K_i(x, \lambda, \varepsilon) = \ln \left( \frac{x - \varepsilon}{\lambda} \right) \quad (2.16)$$

식(2.14)~식(2.16)은  $\eta$ ,  $\gamma$ ,  $\lambda$ ,  $\varepsilon$ 의 적절한 모수선택에 의해  $Z$ 분포로 변환시킬 수 있고  $\varepsilon$ ,  $\gamma$ 는 위치모수이며,  $\lambda$ ,  $\eta$ 는 척도모수이다.

비정규 공정에 대한 공정능력지수의 정의를 일반화 시킬 때의  $C_p$ 지수는 식(2.7)과 동일한 방법으로 식(2.17)과 같이 나타난다(채규용, 이상용, 1998).

$$C_p = \frac{USL - LSL}{U_p - L_p} \quad (2.17)$$

$C_{pk}$  지수인 경우의 일반화는 공정의 규격한계치인 LSL과 USL을 Johnson 변환을 통하여  $Z_L$ 과  $Z_U$ 값으로 치환하여 식(2.18)과 같이 나타난다.

$$C_{pk} = \min \left( -\frac{Z_L}{3}, \frac{Z_U}{3} \right) \quad (2.18)$$

$C_{pm}$ ,  $C_{pm}^*$ ,  $C_{pmk}$ ,  $C_{pmk}^*$ 는 Pearson system의 경우와 동일한 방법으로 식(2.19)~식(2.22)와 같이 나타난다.

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6 \sqrt{\left( \frac{U_{a2} - L_{a1}}{6} \right)^2 + (M_e - T)^2}} \quad (2.19)$$

$$C_{pm}^* = \frac{\min[USL - T, T - LSL]}{6 \sqrt{\left( \frac{U_{a2} - L_{a1}}{6} \right)^2 + (M_e - T)^2}} \quad (2.20)$$

$$C_{pmk}^* = \min \left[ \frac{USL - M_e}{3 \sqrt{\left( \frac{U_{a2} - M_e}{3} \right)^2 + (M_e - T)^2}}, \frac{M_e - LSL}{3 \sqrt{\left( \frac{M_e - L_{a1}}{3} \right)^2 + (M_e - T)^2}} \right] \quad (2.21)$$

$$C_{psk} = \min \left( \frac{USL - M_e - |M_e - T|}{3 \sqrt{\left(\frac{U_{a2} - M_e}{3}\right)^2 + (M_e - T)^2}}, \frac{M_e - LSL - |M_e - T|}{3 \sqrt{\left(\frac{M_e - L_{a1}}{3}\right)^2 + (M_e - T)^2}} \right) \quad (2.22)$$

### 2.2.3 왜도에 민감한 공정능력지수 $C_s$

일반적으로 사용되고 있는 공정능력지수  $C_{pmk}$ 는 공정의 평균과 분산의 변화로 공정능력의 변화추이를 설명하고 있지만, 분포형태의 변화를 무시하고 있으므로 비대칭 경향을 보이는 공정에서는 그 적용이 문제가 된다. 따라서 이러한 공정의 공정능력의 후퇴를 설명하는 새로운 지수의 개발이 요구된다(채규용, 1998).

Wright(1995)는 구멍가공 공정과 같은 공정에 발생하기 쉬운 왜도에 민감한 새로운 지수인  $C_s$ 을 개발하였다. 그는 왜도의 측도로 3차 중심적률  $\mu_3 = E(X - \mu)^3$ 을 사용하여 식(2.23)과 같은 공정능력 지수를 정의하였다.

$$\begin{aligned} C_s &= \frac{\min(USL - \mu, \mu - LSL)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2 + |\mu_3/\sigma|}} \\ &= \frac{d - |\mu - T|}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2 + |\mu_3/\sigma|}} \end{aligned} \quad (2.23)$$

여기서,  $d = (USL - LSL)/2$ 이다.  $\mu_3$ 는 비대칭형을 신뢰하기 위하여 분모에 있는 다른 항과 동일한 단위가 되도록  $\sigma$ 로 나누어 절대값은 음의 비대칭을 신뢰시키고 또한 지수에 손실을 부과시킨다.

$$C_s = \frac{d/\sigma - |(\mu - T)/\sigma|}{3\sqrt{1 + \{(\mu - T)/\sigma\}^2 + |\beta_1^{1/2}|}} \quad (2.24)$$

여기서,  $\sqrt{\beta_1} = \mu_3/\sigma$ 이다.  $C_{pmk}$ 와  $C_s$ 의 관계는  $C_s \leq C_{pmk}$ 인데, 공정이 대칭일 때는 양자가 동일해지며,  $C_s$ 는 비대칭형태의 분포를 고려할 수 있는 장점이 있다.

### 2.3 공정능력지수 $C_{psks}$ 제안

$C_{psk}$ 는 목표치로부터 공정의 벗어남에 대한 여분의 손실로써  $C_{pmk}$ 의 분자에 인자  $|\mu - T|$ 을 도입함으로써 만들어졌다. 공정능력지수  $C_{pmk}$ 에서 사용되는 동일한 정보 공정평균의 변화와 공정산포의 변화에 정확한 값을 제공하고 목표치로부터 동일하게 떨어진 공정이라 하더라도 공정의 규격한계치 이내에 있는 경우와 그렇지 못한 경우를 식별하는 정보 또한 포함하고 있으므로  $C_{pmk}$ 보다 더 공정에 민감함을 뜻한다.

$C_{pmk}$ 을 통해  $C_s$ 를 유도해낸 방법으로  $C_{pmk}$ 보다 더 민감한  $C_{psk}$ 를 통해  $C_{psks}$ 를 유도하게 되면 다음 식(2.25)과 같다.

$$\begin{aligned}
C_{psks} &= \frac{\min(USL - \mu - |\mu - T|, \mu - LSL - |\mu - T|)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2 + |\mu_3/\sigma|}} \\
&= \frac{d - |\mu - T| - |M - \mu|}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2 + |\mu_3/\sigma|}} \\
&= \frac{d/\sigma - |(\mu - T)/\sigma| - |(M - \mu)/\sigma|}{3\sqrt{1 + \{(\mu - T)/\sigma\}^2 + |\beta_1^{1/2}|}}
\end{aligned} \tag{2.25}$$

여기서,  $d = (USL - LSL)/2$ ,  $\sqrt{\beta_1} = \mu_3/\sigma$  이다.

이 지수는 대칭인 경우와 비대칭인 경우 공정이 목표치로부터 변화할 때 방향에 관계없이 실행가능하다. 또한 목표치와 평균과의 편차에 대해 벌점을 부과하게 되며, 이를 지수에 결합하고 있다는 장점이 있다. 따라서  $C_{psks}$ 는 구멍 뚫기 공정과 같이 치우침의 증가가 공정능력을 나빠지게 하는 중요한 요소로 적용되는 공정에 특히 적합하다.

예를 들어  $LSL = 0$ ,  $USL = 20$ ,  $T = 10$  이며 원래의 공정이  $\mu = 10$ ,  $\sigma = 2$  인 정규분포를 한다고 가정하자. 그러면  $C_{pmk} = C_s = C_{psk} = C_{psks} = 1.666$  값으로 결과는 동일하다. 그러나 공정이 나빠져서  $\mu = 10.5$ ,  $\sigma = 2.4$  인 대수정규분포를 가정하면  $C_{pmk} = 1.29$ 이고  $C_s = 1.00$ ,  $C_{psk} = 1.2237$ ,  $C_{psks} = 0.9474$  가 된다. 이와 같이  $C_{psks}$ 가  $C_{psk}$ 보다 훨씬 공정에 대해 민감하게 반응하는 것을 알 수 있다.

다른 예를 들어 설명하면 공정의 악화가 계속되어서 이제는  $\mu = 11$ ,  $\sigma = 2.4$ 인 대수정규분포를 따른다고 가정하면  $C_{pmk} = 0.98$ 와  $C_s = 0.75$ 이다. 그리고  $C_{psk} = 0.881$ ,  $C_{psks} = 0.66$ 이다.

이와 같이  $C_{psks}$ 와  $C_s$ 가  $C_{psk}$ 와  $C_{pmk}$ 보다 민감하게 반응하는 것은  $C_s$ 가 분포의 형태 변화에 대한 추가적인 정보를 포함하고 있기 때문이다. 또한  $C_s$ 보다  $C_{psks}$ 가 더 민감한 값을 가지는 것은 앞에서 설명된 바와 같이 분자에 인자  $|\mu - T|$ 를 도입함으로써 공정의 규격한계치 이내에 있는 경우와 그렇지 못한 경우를 식별하는 정보 또한 포함되었기 때문이다. 그러므로 이 두 가지의 정보를 동시에 갖고 있는  $C_{psks}$ 가 올바른 공정의 변화를 판단할 수 있다.

### 3. 비교분석 및 고찰

제 3장에서는 비정규 하에 공정능력을 평가하기로 한다. 본 논문에서는 공정능력지수의 비교 해석을 위해 선행연구에서 제시된 사례를 통해 정규 공정 시와 비정규 공정을 함께 고려하며, 목표치가 규격의 중심에 위치 할 때와 벗어날 때의 경우 두 가지를 비교 분석하기로 한다.

3.1. 목표치가 규격중심에 위치하는 경우

공정능력을 평가하기 위해 Kotz와 Pearn(1994, 1995)의 사례를 인용하여 분석하기로 한다. 신규생산라인의 품질개선을 하기 위해 고무전단 무게에 대한 100개의 측정 데이터를 얻었다. 목표치 T는 8.7g이며, 규격 한계치가  $USL=8.96$ ,  $LSL=8.44$ 이다(채규용, 1998).

데이터를 그림으로 나타낸 결과 규격을 벗어나는 불량은 없으나, 공정이 목표치를 매우 벗어나고 있어 품질개선이 요구된다. 따라서 공정능력지수를 계산하고자 한다. Pearson system에 의한 공정능력지수를 계산하기 위해서 Clements(1989)에 의해 제시된 절차에 따라 측정 데이터로부터  $S_K = -0.24$ ,  $K_U = 2.43$ 를 구하였고  $L_a$ 값에 대해 표준화된 0.135분위수는  $\hat{L}_a = \bar{X} - sL_a$ 이며,  $U_a$ 값으로 표준화된 99.865분위수를  $\hat{U}_a = \bar{X} - sU_a$ 에 의해 추정한다.  $M_e$ 의 값은 식  $\hat{M}_e = \bar{X} + sM$ 에 의해 추정한다. 추정된 값  $U_a = 8.96$ ,  $L_a = 8.80$ ,  $M_e = 8.89$ 으로부터 식(2.7)~식(2.12)을 계산한다.

Johnson system에 의한 공정능력지수의 계산은 다음과 같은 절차에 의해 실시한다.  $z = 0.524$ 을 적용하여  $x$ 값을 추정하면  $x_{-3z} = 8.85$ ,  $x_{-z} = 8.88$ ,  $x_z = 8.90$  그리고  $x_{3z} = 8.92$ 가 된다. 곡선의  $n, \nu, \lambda, \varepsilon$  모수추정을 하면 다음과 같다.

$$\hat{\eta} = \frac{2z}{\cos h^{-1} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{m}{p} + \frac{n}{p} \right) \right]} = 1.512 \tag{3.1}$$

$$\hat{\gamma} = \hat{\eta} \sinh^{-1} \left[ \frac{\frac{n-m}{p}}{2 \sqrt{\left( \frac{m}{p} \frac{n}{p} - 1 \right)}} \right] = 0.524 \tag{3.2}$$

$$\hat{\lambda} = \frac{2p \sqrt{\left( \frac{m}{p} \frac{n}{p} - 1 \right)} \left( \frac{m}{p} + \frac{n}{p} - 2 \right) \sqrt{\left( \frac{m}{p} + \frac{n}{p} - 2 \right)}}{=} = 0.027 \tag{3.3}$$

$$\hat{\varepsilon} = \frac{x_z + x_{-z}}{2} + \frac{p \left( \frac{n-m}{p} \right)}{2 \left( \frac{m}{p} + \frac{n}{p} - 2 \right)} = 8.900 \tag{3.4}$$

$(\hat{L}_{a1}, \hat{U}_{a2}) = \hat{\varepsilon} \pm \hat{\lambda} \sinh \left( \frac{\hat{\gamma} + 3}{\hat{\eta}} \right) = (8.76, 8.97)$ 을 사용하여 식(2.17)~식(2.22)을 계산한다.

정규 공정한 경우는 식(2.1)~식(2.6)을 이용하고, Pearson system은 식(2.7)~식(2.22)를, Johnson system을 따르는 경우는 식(2.24)와 식(2.25)을 이용하여 공정능력지수를 계산한 결과 아래 <표 1>과 같다.

<표 1> 목표치가 규격 중심에 위치할 때의 공정능력지수 값

모집단형태 \ PCI		$C_p$	$C_{pk}$		$C_{pm}$	$C_{pm}^*$	$C_{pmk}$	$C_s$	$C_{psk}$	$C_{psks}$
			$C_{pl}$	$C_{pu}$						
Normal		4.03	6.98	(1.09)	0.45	0.45	0.12	0.12	0	0
Non normal	Pearson	3.25	5	(1)	0.45	0.45	0.12	0.12	0	0
	Johnson	2.48	1.60	(0.95)	0.45	0.45	0.12	0.12	0	0

$C_{psk}$  와 제안된  $C_{psks}$  의 값은 Pearson system과 Johnson system 모두 0인 것을 알 수 있다. 즉, 공정이  $|M_e - T| \geq USL - M_e$  혹은  $|M_e - T| \geq M_e - LSL$  일 때의  $C_{psk}$  와  $C_{psks}$  는 0이다. 따라서 목표치로부터 공정 메디안이 벗어남을 감지하는 감도는 Kotz와 Pearn(1994, 1995)이 지적한 것과 같이 이 연구에 있어 비정규 공정에 대한 왜도에 민감한 공정능력지수로 제안된  $C_s$  와  $C_{psks}$  까지 고려하면  $C_{psk}$  와  $C_{psks}$  지수가 가장 감도가 좋은 것임을 알 수 있다.

3.2. 목표치가 규격 중심을 벗어나는 경우

Hahn과 Shapiro(1967)의 예제로부터 0.5 ohm 저항을 500개 측정한 데이터를 사용한다.  $T=0.5$ ,  $LSL=0.4$ ,  $USL=0.9$  인 공정에서 목표치가 규격중심에서 벗어날 때의 공정능력지수와 비공정능력지수를 구하고자 한다.

Clements(1989)가 제안한 계산용지를 사용하여 계산하면  $\bar{x} = 0.59$ ,  $s = 0.105$ ,  $S_K = 0.54$ ,  $K_U = 2.98$ 가 된다. 이 값을 이용하여  $\hat{U}_a = 1.06$ ,  $\hat{L}_a = 0.26$ ,  $\hat{M}_e = 0.58$  를 추정한다. 이 값을 식(2.7)~식(2.12)에 대입하여 추정된 공정능력지수를 얻는다. 또한 Johnson system에 의한 공정능력지수를 구한다.  $z = 0.5483$ 로부터  $x_{-3z} = 0.432$ ,  $x_{-z} = 0.516$ ,  $x_z = 0.635$  와  $x_{3z} = 0.786$  값을 추정한다. 곡선의  $\hat{\eta} = 1.959$ ,  $\hat{\gamma} = 2.373$ ,  $\hat{\lambda} = 1.203$ ,  $\hat{\epsilon} = 0.295$  모수추정값을 구한다.  $Z_L$ ,  $Z_U$ 을 식(3.6), 식(3.7)에 의해 계산한다.

$$Z = \gamma + \eta \ln \left( \frac{x - \epsilon}{\lambda + \epsilon - x} \right) \tag{3.5}$$

$$\hat{Z}_L = \hat{\gamma} + \hat{\eta} \ln \left( \frac{LSL - \hat{\epsilon}}{\hat{\lambda} + \hat{\epsilon} - LSL} \right) \tag{3.6}$$

$$\hat{Z}_U = \hat{\gamma} + \hat{\eta} \ln \left( \frac{USL - \hat{\epsilon}}{\hat{\lambda} + \hat{\epsilon} - USL} \right) \tag{3.7}$$

$L_{a_1}$ 와  $U_{a_2}$ 을 추정하면 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\hat{L}_{a_1} = \hat{\varepsilon} + \hat{\lambda} \left[ 1 + \exp \left( \frac{\hat{y} + 3}{\hat{n}} \right) \right]^{-1} = 0.378 \quad (3.8)$$

$$\hat{U}_{a_2} = \hat{\varepsilon} + \hat{\lambda} \left[ 1 + \exp \left( \frac{\hat{y} - 3}{\hat{n}} \right) \right]^{-1} = 0.992 \quad (3.9)$$

추정된 값으로 식(2.17)~식(2.22)을 계산한다. 구한 결과는 <표 2>와 같다.

<표 2> 목표치가 규격 중심에서 벗어날 때의 공정능력지수 값

모집단형태 \ PCI		$C_p$	$C_{pk}$		$C_{pm}$	$C_{pm}^*$	$C_{pmk}$	$C_s$	$C_{psk}$	$C_{psks}$
			$C_{pl}$	$C_{pu}$						
Normal		0.79	(0.60)	0.98	0.60	0.24	0.46	0.38	0.24	0.2
Non normal	Pearson	0.63	(0.56)	0.67	0.45	0.21	0.45	0.38	0.25	0.2
	Johnson system	0.80	(0.74)	0.80	0.64	0.25	0.48	0.38	0.31	0.2

이러한 내용을 반영시켜 주는  $C_{psk}$ 의 값은 Pearson system의 경우 0.25, Johnson system의 경우 0.31로 나타났다. 그리고  $C_{psks}$ 는 0.2로 Pearson system, Johnson system의 값이 동일하다.  $C_{pm}^*$ 는 공정의 메디안이 목표치를 벗어남을 감지하는 감도가 목표치가 규격중심에 위치하지 않을 때 매우 민감하게 작용함을 알 수 있다.

공정메디안이 목표치 벗어남을 감지하는 감도는  $C_{psks}$ ,  $C_{psk}$ 와  $C_{pm}^*$ 가 좋은 것으로 나타났다. <표 2>에서 알 수 있듯이 공정 메디안이 목표치로부터 이탈을 하는 감도 우수성은  $C_p$ 보다 제 4세대 공정능력지수  $C_{psk}$ 의 대안으로 제시된 왜도 민감형 공정능력지수  $C_{psks}$ 가 우수함을 알 수 있다.

#### 4. 결론

일반적으로 제품의 관리 상태를 판단하기 위하여 관리도를 사용하지만 제품의 품질 균일성을 정확히 판단하기는 미흡하다. 그러기에는 공정능력지수가 적합하다고 할 수 있다. 그러나 그 지수의 종류가 매우 다양하여 특정 지수를 어떤 경우에 사용하는 것이 관건이 된다.

이 논문의 결과를 통해 각 지수의 값을 비교함으로써 더 민감한 공정을 제안하였다. 공정능력평가에서 이용되고 있는 공정능력지수를 살펴보고 이를 비교 평가하였다. 목표치와 규격의 중심에 일치한 경우와 일치하지 않는 경우를 고려하였고, 비정규 공정일 경우에도 실행되는 공정능력지수로 제안하였다. 제 4세대 공정능력지수  $C_{psk}$ 에 왜도를 첨가하여 제안된  $C_{psks}$ 는 목표치로부터 공정의 벗어남에 대한 여분의 손실과

왜도의 측도로 3차 중심 적률을 사용하여 비대칭형태의 분포를 고려할 수 있는 장점을 갖고 있다.

공정능력지수에 대한 가정에 의해 비정규 공정데이터에는 적합하지 않은 공정능력지수를 비정규 공정 시 시행 될 수 있는 지수로 Pearson system, Johnson system으로 확장시켜 새로운 공정능력지수  $C_{psks}$ 를 적용하여 공정능력을 평가 하였다. 그리고 Pearson system이 Johnson system 보다 공정능력지수들의 감도가 조금 우수하다고 판단된다. 따라서 비정규 공정에 대한 새로운 공정능력지수로 제안된 공정능력지수  $C_{psks}$ 가 비정규 공정인 경우에  $C_{psk}$ ,  $C_s$  지수보다 우수함을 보여주어 비정규 공정의 공정능력을 올바르게 반영시키고 있음을 알 수 있다.

### 참고문헌

1. 채규용 (1998), A Comparative Study on the Evaluation of Process Capability for Non-Normal Distributions 건국대학교 대학원 박사학위
2. 채규용, 이상용(1998), 비정규공정에 대한 비공정능력 측도에 관한 연구:  $C_{psk}^*$ , 공업경영학회지, 제21권, 제 48호, 48~60.
3. Clements, J.A.(1989), Process Capability calculations for Non-Normal Distributions, *Quality Progress*, Vol 22, No 9, 95~100.
4. Farum, N. R.,(1996-1997), Using Johnson Curves to Describe Non-Normal Process Data, *Quality Engineering*, Vol 9, No 2, 329-336.
5. Hahn, G. J., and Shapiro, S. S.(1967), *Statistical Models in Engineering*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 2007.
6. Johnson, N(1949), "Systems of Frequency Curves Generated by Translation." *Biometrika*, Vol 36, 149-176.
8. Kotz, S., and Pearn, W.L.(1994~5), Application of Clements' Method for Calculating Second-and-Third-Generation Process Capability Indices Non-Normal Pearsonian Population, *Quality Engineering*, Vol 7, No 1, 139-145.
9. Wright P.A.(1995), A Process Capability Index sensitive to skewness, *Journal of statistical computation & Simulation*, Vol 52, 195~203.

[ 2007년 8월 접수, 2007년 9월 채택 ]