

## 굽힘이력을 고려한 딥드로잉공정의 유한요소역해석

허지향<sup>1</sup>. 윤종현<sup>1</sup>. 바오이둥<sup>1</sup>. 허 훈<sup>#</sup>

### Finite Element Inverse Analysis of the Deep Drawing Process Considering Bending History

J. Huh, J. H. Yoon, Y. D. Bao, H. Huh

(Received August 6, 2007)

#### Abstract

This paper introduces a new approach to take account of bending history in finite element inverse analysis during sheet metal forming process. A modified membrane element was adopted for finite element inverse analysis so that bending-unbending energy was additionally imposed in the total plastic energy, predicting bending-unbending regions using the geometry of the final shape and tools. An algorithm was applied to a cylindrical cup deep drawing process. The blank shape and the distribution of the thickness strain were compared with those obtained from the incremental finite element analysis in order to evaluate the effect of the bending history. The algorithm reduced the difference between the results of the inverse analysis from those of the incremental analysis due to bending history. The analysis was also carried out with the variation of the thickness of the initial blank to investigate the effect of bending deformation. The results showed that the difference was remarkably reduced as the thickness of the initial blank increased. This indicates that the finite element inverse analysis cooperated with the suggested scheme is useful to obtain more accurate results, especially when bending effects are significant.

Key Words : Finite Element Inverse Analysis, Bending Effect, Deep Drawing Process, Modified Membrane Element

#### 1. 서 론

박관성형공정의 해석은 공정변수들이 복잡하게 상호작용하고 있기 때문에 많은 시간과 경비가 소요된다. 최근에는 초기설계단계에서 초기블랭크 형상과 상태변수를 효율적으로 계산하기 위하여 유한요소역해석(finite element inverse analysis)이 널리 이용되고 있다. 변형이론을 기본으로 유도되는 유한요소역해석에 대한 연구는 Guo 와 Batoz[1~2], Chung 과 Richmond[3], Liu 와 Karima[4], Lee 와 Huh[5-6] 등에 의해 이루어졌다. 대부분의 박관성형공정에서 박막변형이 굽힘변형에 비하여 지배적

이기 때문에 기존의 유한요소역해석은 두께방향의 전단응력과 굽힘 효과를 무시하는 박막이론을 바탕으로 유도되었다. 그러나 딥드로잉공정 등과 같이 굽힘효과가 큰 공정의 경우에는 굽힘효과를 무시하고 박막변형만을 고려하는 경우 변형률 계산에 오차를 내포한다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 Guo 와 Batoz[7], Shi *et al.*[8], Lee 와 Cao[9] 등은 유한요소역해석에서 셸요소 등 회전자유도를 포함한 요소를 사용하여 소재의 굽힘효과를 고려하였다. 그러나, 굽힘효과 외에도 성형과정에서 소재의 반복적인 벤딩과 언벤딩(bending and unbending)이 발생하므로 굽힘이력에 대한 고려가 필요하다.

1. 한국과학기술원 기계항공시스템학부  
# 교신저자: 한국과학기술원 기계항공시스템학부,  
Email: hhuh@kaist.ac.kr

딥드로잉공정의 경우, 판재가 플랜지로부터 다 이 어깨부(die shoulder)을 따라 미끄러지면서 굽힘이 일어나며, 다이 어깨부를 지나고 난 후 구부러졌던 부분이 다시 펴지면서 벽면을 형성한다. 그러나 유한요소역해석에서는 변형이론을 이용하여 초기상태에서 최종상태로 한번에 성형되었다고 가정하기 때문에 재료가 벤딩-언벤딩을 겪는 경우에는 굽힘이력에 대한 고려가 무시된다.

본 논문에서는 유한요소역해석을 이용한 딥드로잉공정 해석의 정확도를 높이기 위하여 개량박막요소를 도입하여 성형공정에서 소재의 굽힘효과를 고려하였다. 그리고 기존의 역해석방법으로는 고려할 수 없었던 벽면부분의 굽힘이력을 고려할 수 있는 방법을 새롭게 제시하였다. 제안한 기법을 바탕으로 딥드로잉공정의 유한요소 역해석을 수행하여 성형과정에서 굽힘효과 및 굽힘이력의 고려에 따른 해석결과를 비교하고 제안한 기법의 타당성과 유용성을 확인하였다.

## 2. 유한요소역해석의 이론적 수식화

### 2.1 소성변형에너지

초기상태에서 절점의 좌표가  $\hat{\mathbf{X}}$  인 사각형요소가 변형하여 최종상태에서의 절점의 좌표가  $\hat{\mathbf{x}}$  가 될 때 변형구배텐서는 식(1)과 같이 계산할 수 있다.

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} = \frac{\partial H_{ik}}{\partial X_j} \hat{x}_k \quad (1)$$

이때  $H_{ik}$  는 요소의 형상함수이다. Green 변형텐서는 변형구배텐서로부터 식(2)와 같이 표현된다.

$$[C_{lm}] = [F_{kl}]^T [F_{km}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12} & C_{22} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Green 변형텐서의 주값으로부터 주신장량  $\lambda_1, \lambda_2$  와 회전각  $\theta$  를 계산하고 이를 통하여 식(3)과 같이 요소의 대수변형률을 계산한다.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln \lambda_1 \cos^2 \theta + \ln \lambda_2 \sin^2 \theta \\ \ln \lambda_1 \sin^2 \theta + \ln \lambda_2 \cos^2 \theta \\ \ln \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \sin \theta \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

식(4)의 수직이방성재료에 대한 구성방정식과 식(5)의 응력-변형률식을 사용하여 식(6)과 같이 소성 변형에너지를 계산할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}} \frac{2+r}{1+2r} \begin{bmatrix} 1+r & r & 0 \\ r & 1+r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\bar{\sigma} = K(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon})^n \quad (5)$$

$$\begin{aligned} W_p(\mathbf{X}) &= \sum_{e=1}^E \int_{V_e} \boldsymbol{\sigma} d\boldsymbol{\varepsilon} d\Omega \\ &= \sum_{e=1}^E \int_{V_e} \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}} D_{\alpha\beta} \varepsilon_\alpha d\varepsilon_\beta t dA \end{aligned} \quad (6)$$

### 2.2 경계조건

박판금속성형은 소재와 다이 사이에 넓은 접촉면을 가지고 있기 때문에, 넓은 접촉면에 작용하는 마찰력은 성형에 큰 영향을 미친다. 본 해석은 변형경로를 고려하지 않고 마찰에 의한 일을 식(7)과 같이 근사적으로 수식화하였다.

$$W_f(\mathbf{X}) = - \sum_{\text{node}} \left[ \mu F_n \tanh(\alpha \|\mathbf{U}\|) \frac{\mathbf{U}}{\|\mathbf{U}\|} \right] \cdot d\mathbf{U} \quad (7)$$

여기서 변위벡터  $\mathbf{U}$  는 식(8)과 같이 나타내어지며  $F_n$  은 최종상태에서의 재료의 반력으로 식(9)과 같이 나타낼 수 있다. 블랭크홀딩력에 의한 마찰일은 식(10)과 같이 근사하였다.

$$\mathbf{U}(\mathbf{X}) = (\mathbf{x} - \mathbf{X}) - [(\mathbf{x} - \mathbf{X}) \cdot \mathbf{N}] \mathbf{N} \quad (8)$$

$$F_n = \sum_{e=1}^E \left[ \left[ \int_{V_e} \boldsymbol{\sigma} \frac{\partial(d\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \mathbf{x}} d\Omega \right] \cdot \bar{\mathbf{N}} \right] \quad (9)$$

$$W_b(\mathbf{X}) = - \sum_{n=1}^N \left[ \mu F_b \tanh(\alpha \|\mathbf{U}\|) \frac{\mathbf{U}}{\|\mathbf{U}\|} \right] \cdot d\mathbf{U} \quad (10)$$

### 2.3 포텐셜에너지의 최소화

소성포텐셜에너지 최소화법의 법칙에 따라 평형상태의 소성변형체는 소성포텐셜이 최소인 상태에서 존재한다[10]. 본 논문에서는 소성변형에너지와 등

가의부일의 차를 식(11)과 같이 소성포텐셜에너지로 정의하였다[5].

$$\begin{aligned} \min. \Psi(\mathbf{X}) &= W_p(\mathbf{X}) - W_f(\mathbf{X}) - W_b(\mathbf{X}) \\ &= \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} d\boldsymbol{\varepsilon} d\Omega - \int_{\Gamma_f} \mathbf{t}_f \cdot d\mathbf{u} d\Gamma - \int_{\Gamma_b} \mathbf{t}_b \cdot d\mathbf{u} d\Gamma \end{aligned} \quad (11)$$

위 식은 식(12)를 만족할 때 최소가 되며 여기서  $\mathbf{R}(\mathbf{X})$ 는 식(13)와 같다.

$$\frac{\partial \Psi(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \equiv \mathbf{R}(\mathbf{X}) \cong \mathbf{0} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(\mathbf{X}) &= \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} \frac{\partial(d\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \mathbf{X}} d\Omega - \int_{\Gamma_f} \mathbf{t}_f \frac{\partial(d\mathbf{u})}{\partial \mathbf{X}} d\Gamma \\ &\quad - \int_{\Gamma_b} \mathbf{t}_b \frac{\partial(d\mathbf{u})}{\partial \mathbf{X}} d\Gamma \end{aligned} \quad (13)$$

식(12)을 만족하는 초기좌표는 Newton-Raphson 방법을 이용하여 식(14)로부터 구할 수 있다.

$$\left[ \frac{\partial \mathbf{R}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right]_{(n)} \{d\mathbf{X}\} = -\{\mathbf{R}(\mathbf{X})\}_{(n)} \quad (14)$$

여기서  $d\mathbf{X}$ 는 위치 벡터의 증분 방향으로  $n$  번째 측차에 의한  $\mathbf{X}_{n+1}$ 은 식(15)와 같이 나타낼 수 있다. 여기서  $\alpha$ 는 감속계수(deceleration factor)로 0 부터 1 사이의 값이며 수렴조건은 식(16)와 같다.

$$\mathbf{X}_{(n+1)} = \mathbf{X}_{(n)} + \alpha \cdot d\mathbf{X} \quad (15)$$

$$\frac{\|d\mathbf{X}_{(n)}\|}{\left\| \sum_{n=1}^N d\mathbf{X}_{(n)} \right\|} \leq \delta_1, \quad \|\{\mathbf{R}(\mathbf{X})\}_{(n)}\| \leq \delta_2 \quad (16)$$

### 3. 굽힘이력을 고려한 유한요소역해석

#### 3.1 개량박막요소를 이용한 굽힘에너지항의 수식화

요소의 굽힘변형을 고려하면 소성변형에너지는 식(6)으로 나타내어지는 박막변형에너지에 굽힘변형에너지를 더한 것이 된다. 굽힘변형률은 식(17)과 같이 중립면에서부터의 거리  $z$ 와 중립면에서의 곡률  $\kappa_{ij}$ 로 표현할 수 있으며 굽힘변형에너지는 식(18)과 같이 표현된다.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^b = z\kappa_{ij} \quad (17)$$

$$\delta W^b = \int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^b d\Omega = \int_{\Gamma} M_{ij} \delta \kappa_{ij} d\Gamma \quad (18)$$

본 논문에서는 곡률  $\kappa_{ij}$ 를 표현하기 위해 Han 과 Huh[11,12]가 제안한 개량박막요소를 사용하였다. 개량박막요소는 식(19)와 같이 인접한 두 요소가 이루는 각도를 이용하여 곡률을 근사한다.

$$\kappa_i = \frac{1}{L_i} |w'_{i,1} - w'_{i,2}| \quad (19)$$

여기서  $L_i$ 는 두 요소 중심간의 거리를 말하며,  $w'_{i,1}, w'_{i,2}$ 는 요소경계면에 대한 수직방향으로의 미분을 의미한다. 요소경계면과 주축방향이 일치한다는 가정으로부터 굽힘변형에너지는 식(20)과 같이 요소경계면 방향의 곡률과 모멘트로 나타낼 수 있다.

$$\delta W^b = \int_{\Gamma_1} M_1 \delta \kappa_1 d\Gamma + \int_{\Gamma_2} M_2 \delta \kappa_2 d\Gamma \quad (20)$$

한 성분의 굽힘모멘트가 그 성분에 해당하는 곡률에만 영향을 준다고 가정하고 유한요소수식화를 하면 식(21)과 같이 굽힘변형에너지를 표현할 수 있다.

$$W^b(\mathbf{X}) = \sum_{e_b=1}^{E_b} \int_{\Gamma_b} \mathbf{C} \mathbf{B}_b^T \mathbf{B}_b \mathbf{U} d\Gamma \quad (21)$$

이때  $\mathbf{B}_b$ 는 식(22)와 같다.  $\mathbf{n}_n$ 은 요소면에 수직인 단위벡터,  $\mathbf{n}_i$ 는 요소면에 접하고 경계선에 수직인 단위벡터이며  $\mathbf{H}$ 는 형상함수이다. 굽힘강성계수  $C$ 는 식(23)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{B}_b = \frac{1}{L_i} \left( \mathbf{n}_n^{(1)} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{n}_i^{(1)}} - \mathbf{n}_n^{(2)} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{n}_i^{(2)}} \right) \quad (22)$$

$$C = \frac{l^3 \bar{\sigma} (1+r)(2+r)}{18 \Delta \bar{\varepsilon} (1+2r)} \quad (23)$$

#### 3.2 굽힘이력을 고려한 유한요소역해석

딤드로잉공정 중 판재는 플랜지로부터 다이 어깨부를 따라 미끄러지면서 굽힘을 겪는다. 그리고 다이 어깨부를 지나고 난 후 구부러졌던 부분이 다시 펴지면서 벽면을 형성하게 된다. 본 논문에서

는 유한요소역해석에서 벽면부분요소의 굽힘이력을 고려하기 위하여 성형과정에서 요소의 굽힘변형경로를 가정하고 해당요소의 곡률을 계산하여 굽힘에너지를 구하였다. 먼저 굽힘변형경로는 다음의 세 부분으로 가정하였다.

1. 펀치 어깨부나 다이 어깨부에 위치한 요소는 벤딩-언벤딩을 겪지 않고 평평한 초기박판에서 굽힘을 받아 최종형상의 곡률을 이루게 된다.
2. 컵바닥부분에 위치한 요소와 플랜지 부분에 위치한 요소는 굽힘변형을 하지 않고 평평한 초기상태를 그대로 유지하는 평면박막변형(in-plane membrane deformation)을 한다.
3. 벽면에 위치한 요소는 다이 어깨부를 타고 내려가며 벤딩과 언벤딩을 겪는다. 이때 판재가 다이에 완전히 접촉한다고 가정한다.

두 요소가 이루는 각도, 요소의 법선 벡터, 두 요소의 공통절점의 좌표부터 벽면에 위치한 요소를 자동으로 판단할 수 있도록 프로그램화 하여 벤딩과 언벤딩을 겪는 요소를 구분하였다. 이렇게 요소의 위치에 따라 변형경로를 구분한 후, 각 요소의 굽힘변형 양에 해당하는 굽힘변형에너지를 식 (21)로부터 계산하였다. 박판이 다이 어깨부에 완전히 접촉한다는 가정으로부터 벽면부에 위치한 요소의 굽힘곡률반경을 식(24)와 같이 얻을 수 있다.

$$\rho = R + 0.5t_f \quad (24)$$

이때  $R$  은 다이 어깨부의 곡률 반경이며  $t_f$  는 최종 형상의 두께이다. 벽면에 위치한 요소가 식 (24)의 곡률반경을 갖기 위해서는 인접한 두 요소가 이루는 각도가 식(25)와 같아야 한다.

$$\theta = L_i / \rho \quad (25)$$

여기서  $L_i$  는 두 요소 중심간의 거리이다. 평면상에 위치했던 두 요소가 굽힘을 받아 서로  $\theta$  의 각도를 갖게 굽어졌을 때 이에 해당하는 굽힘에너지는 식(21)로부터 계산할 수 있다. 여기서  $B_b$  행렬은 각 요소가 경계선을 중심으로  $\theta$  만큼 회전한 좌표로부터 식(22)와 같이 계산할 수 있고  $B_b U$  는  $\theta$  와 같다.

역해석에서는 재료의 변형경로에 대한 정보를 알 수 없으므로 소성변형에 의한 재료의 경화를 정확히 고려할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 소성변형에 의한 재료의 경화를 무시하고 변형이론을 적용하여 서로  $\theta$  의 각도를 이루는 두 요소가 다시 평면으로 돌아오는 데 해당하는 언벤딩에너지가 평면의 요소가  $\theta$  만큼의 각도를 이루는데 해당하는 벤딩에너지와 같다고 가정하였다.

#### 4. 수치해석 결과

제 2 장과 3 장에서 유도한 수식화를 이용하여 굽힘이력을 고려한 유한요소역해석 프로그램을 구성하고 이를 원형컵 딥드로잉 문제에 적용하였다. 원형컵의 펀치와 다이의 형상 및 치수는 Fig. 1 과 같으며 Fig. 2 와 같이 유한요소 모델링하였다. 기하학적 대칭성을 감안하여 블랭크의 1/4 로 모델링을 하였다. 이때, 원형컵의 플랜지의 폭은 5mm 이고, 컵높이는 40mm 이다. 해석에 이용된 재료는 차체용 냉연강판으로 재료의 물성치와 성형조건은 Table 1 과 같다.

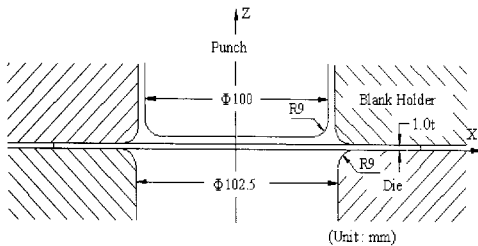


Fig. 1 Geometric description of tooling for deep drawing of a cylindrical cup

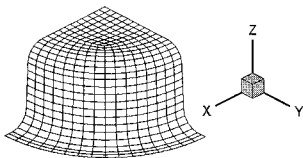


Fig. 2 Finite element mesh geometry of a cylindrical cup : cup height = 40 mm

Table 1 Material properties and analysis condition

$\bar{\sigma} = 534.1(0.0002 + \bar{\epsilon})^{0.263}$ MPa	
Lankford value	$r = 1.82$
Initial thickness	$t_0 = 1.0\text{mm}$
Friction coefficient	$\mu = 0.1$
blank holding force	$F_b = 40\text{kN}$

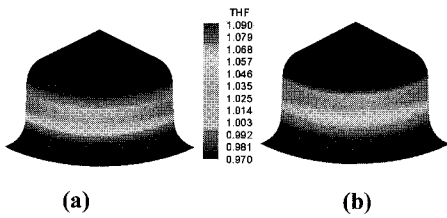


Fig. 3 Final thickness distribution of cylindrical cup drawing; (a) without considering bending history, (b) considering bending history

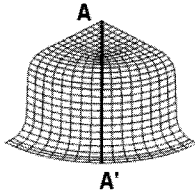


Fig. 4 Designated line to measure strain

위와 같은 유한요소모델, 재료상수 및 성형조건을 토대로 박막이론을 적용한 유한요소역해석과 본 논문에서 제시한대로 굽힘이력을 고려한 유한요소역해석을 수행하였다. 그리고 본 논문에서 제안한 굽힘이력 고려방법의 타당성을 살펴보기 위하여 직접해석을 수행한 후 이를 유한요소역해석결과와 비교하였다. 직접해석에는 외연적 유한요소 해석코드인 LS-DYNA3D를 이용하였으며 유한요소역해석으로 계산한 초기불평형상을 사용하였다. 유한요소역해석을 통하여 얻은 최종상태의 두께분포를 Fig. 3에 도시하였다. 굽힘효과에 대한 정량적 차이를 확인하기 위하여 Fig. 4에 도시한 단면에서 두께분포를 비교하고 그 결과를 Fig. 5에 그래프로 나타내었다.

Fig. 5에 도시한 두께분포를 살펴보면 굽힘이력을 고려하였을 때 컵바닥부분과 펀치어깨부가 더

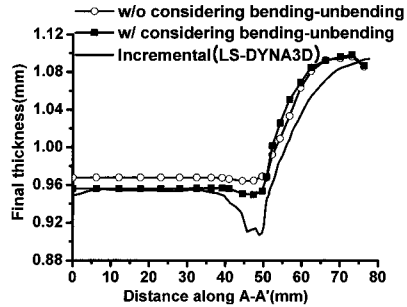


Fig. 5 Final thickness distribution of cylindrical cup drawing analysis

얇아지며 직접해석에 근접해가는 경향성을 보이는 것을 확인할 수 있다. 굽힘이력을 고려한 해석에서 벽면에 위치한 요소들은 벤딩과 언벤딩을 겪게 되고 그에 해당하는 굽힘에너지가 추가된다. 굽힘에너지의 추가는 벽면에 위치한 요소들의 강성의 증가로 이어지므로 굽힘을 고려하지 않았을 때보다 벽면부요소의 유입이 작아지게 된다. 벽면부요소의 유입이 작아졌으므로 컵바닥과 펀치어깨부는 상대적으로 더 얇아지고 벽면부분은 더 두꺼워진다. 직접해석결과와 유한요소역해석결과를 비교해 보면 벽면부분의 두께에 오차가 발생함을 알 수 있다. 벽면부분은 접촉상태와 변형경로가 복잡하기 때문에 변형이론의 가정에 어긋나 유한요소역해석의 오차가 커지게 된다. 하지만 컵바닥부분의 두께는 정확히 예측하고 있으며 펀치 어깨부는 굽힘이력을 고려하지 않았을 때보다 오차가 감소하였다.

박판성형에서는 재료의 두께가 두꺼워질수록 굽힘모멘트가 증가하여 굽힘효과가 커진다. 이러한 효과를 잘 모사하는지 관찰하기 위하여 동일한 원형컵 딥드로잉 공정에 초기박판 두께를 각각 0.5, 1.0, 1.5로 변화하여 유한요소역해석을 수행한 후 두께의 영향을 살펴보았다. 굽힘이력을 고려한

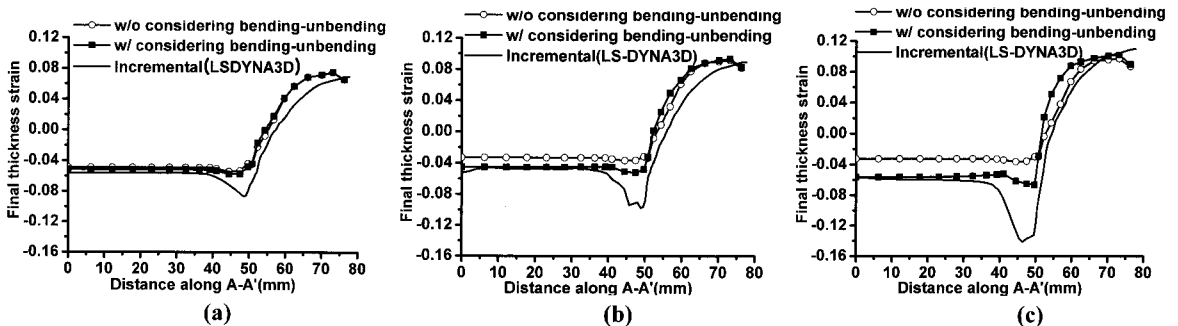


Fig. 6 Final thickness strain distribution of cylindrical cup drawing analysis with respect to the initial thickness of the blank; (a)  $t=0.5$ , (b)  $t=1.0$ , (c)  $t=1.5$

유한요소역해석과 박막이론을 적용한 유한요소역해석을 수행한 후 Fig. 4 에 도시한 단면에서의 최종형상의 두께변형률분포를 Fig. 6 에 나타내었다. 두께가 증가할수록 벽면부요소가 유입되기 어려워지므로 컵바닥 부분의 두께가 얇아지는 정도가 더 커지고 있다. 직접해석결과와 비교하면 컵바닥부분의 두께변형률은 초기박판두께에 관계없이 비교적 정확하게 예측하고 있다. 펀치어깨부는 직접해석결과와 차이를 보이고 있지만 굽힘이력을 고려하지 않은 경우보다 오차가 감소하였다. 초기박판두께가 두꺼워질수록 굽힘효과가 커지고 굽힘이력을 고려하지 않은 유한요소역해석과 직접해석과의 오차가 커진다. 이러한 해석결과로 보아 유한요소역해석에서 정확도를 높이기 위하여 굽힘이력의 고려가 필수적이라고 판단된다.

### 5. 결론 및 토론

본 논문에서는 딥드로잉공정의 유한요소역해석에서 굽힘이력을 고려할 수 있는 방법을 제시하고 원형컵 딥드로잉공정에 적용하였다. 기존의 유한요소역해석 방법에 개량박막요소를 도입하여 굽힘에너지를 추가하였으며 블랭크의 변형경로를 가정하여 소재의 굽힘이력을 고려할 수 있도록 하였다.

굽힘이력을 고려하여 유한요소 역해석을 수행하였을 때, 펀치와 접촉하는 컵바닥과 펀치 어깨부에서 최종두께분포의 정확도가 크게 향상되었다. 특히 컵바닥부분의 두께는 직접해석결과와 거의 유사한 결과를 보이는 것을 확인하였다. 펀치 어깨부의 두께는 직접해석결과와 오차가 있지만 굽힘이력을 고려하지 않은 유한요소역해석에 비해서는 향상된 결과를 보였다. 또한 초기 박판두께를 달리 하며 굽힘효과의 영향을 관찰하여 초기 박판두께가 두꺼워질수록 굽힘효과가 커지며 펀치와 접촉하는 부분의 오차가 줄어드는 것을 확인하였다.

### 참 고 문 헌

[1] J. L. Batoz, Y. Q. Guo, P. Duroux, J. M. Detraux, 1989, On the estimation of thickness strain in thin car panels by the inverse approach, NUMIFORM89, pp. 383~388.

[2] J. L. Batoz, Y. Q. Guo, J. M. Detraux, 1990, An Inverse Finite Element Procedure to Estimate the Large Plastic Strain in Sheet Metal Forming, Proc. of 3rd ICTP, Vol.3, pp.1403~1408.

[3] K. Chung, O. Richmond, 1994, The mechanics of ideal forming, ASME trans: J. of Applied Mechanics, Vol. 61, pp. 176~181.

[4] S. D. Liu, M. Karima, 1992, A one step finite element approach for production design of sheet metal stampings, NUMIFORM92, pp. 497~502.

[5] 조천수, 이충호, 허 훈, 1997, 유한요소 역 해석을 이용한 축대칭 다단계 박판성형에서의 공정변수 설계에 관한 연구, 한국소성가공학회지, 제 6 권, 제 4 호, pp. 301~310.

[6] C. H. Lee, H. Huh, 1998, Three dimensional multi-step inverse analysis for the optimum blank design in sheet metal forming processes, J. Mater. Process. Technol., Vol. 80-81, pp. 76~82.

[7] J. L. Batoz, Y. Q. Guo, F. Mercier, 1997, The inverse approach with simple triangular shell elements for large strain predictions of sheet metal forming parts, Engineering Computations, Vol. 15, No. 7, pp. 864~892.

[8] X. Shi, Y. Wei, X. Ruan, 2001, Simulation of sheet metal forming by a one-step approach: choice of element, J. Mater. Process. Technol., Vol. 108, pp. 300~306.

[9] C. H. Lee, J. Cao, 2001, Shell element formulation of multi-step inverse analysis for axisymmetric deep drawing process, Int. J. Numer. Meth. Engng, Vol. 50, No. 3, pp. 681~706.

[10] R. Hill, 1958, A general theory of uniqueness and stability in elasto-plastic solids, J. Mech. Phys. Solids, Vol.6, pp.236~249.

[11] H. Huh, S. S. Han, D. Y. Yang, 1994, Modified Membrane Finite Element Formulation considering Bending Effects in Sheet Metal Forming Analysis, Int. J. Mech. Sci., Vol.36, No.7, pp. 659~671.

[12] 허 훈, 한수식, 1994, 개량박막 유한요소법에 의한 두가지 블랭크로부터의 사각컵 딥드로잉 성형해석, 대한기계학회논문집, 제 18 권, 제 10 호, pp. 2653~2663.