

News Impact Curve and Test for Asymmetric Volatility¹⁾

J. A. Park²⁾ · M. S. Choi³⁾ · K. K. Kim⁴⁾ · S. Y. Hwang⁵⁾

Abstract

It is common in financial time series that volatility(conditional variance) as a measure of risk exhibits asymmetry in such a manner that positive and negative values of return rates of the series tend to provide different contributions to the volatility. We are concerned with asymmetric conditional variances for Korean financial time series especially during the time span of 2000-2001. Notice that these periods suffer from 9-11 disaster in US and collapses of stock prices of dot-companies in Korea. Threshold-ARCH models are considered and a Wald test of asymmetry is suggested. News impact curves are illustrated for graphical representations of leverage effects inherent in various Korean financial time series.

Keywords : News Impact Curve, Test For Asymmetry, Threshold-ARCH

1. 서론

금융시계열자료를 분석하는데 있어서 ARCH(Engle,1982)모형이 처음 도입된 이후, GARCH(Bollerslev,1986)모형을 비롯한 여러 ARCH유형의 모형들이 개발되어 금융경제학 분야의 자료들을 분석하는데 널리 사용되고 있다. 최근에는 다양한 ARCH유형의 모형들 중에서도 레버리지효과(leverage effect)를 반영하는 GJR(Glosten, Jagannathan and Runkle, 1993)모형, 또는 Threshold-ARCH(TARCH, Zakoian,1994) 모형 등이 많이 이용되고 있다. 통계학에서 의미하는 레버리지효과 또는 비대칭적 효과란, Black(1976)에 의해 처음 소개된 개념으로서 주식수익률의 하락이 가격 변동성(volatility)을 증가시킨다는 가설을 말한다. 즉, 주식수익률의 하락(bad news,

1) This work was supported by a grant (2006) from Sookmyung Women's Univ.

2) Doctoral student, Department of Statistics, Sookmyung Women's University.

3) Doctoral student, Department of Statistics, Sookmyung Women's University.

4) Professor, Department of Statistics, Sookmyung Women's University.

5) Corresponding author : Professor, Department of Statistics, Sookmyung Women's University.
Email : shwang@sookmyung.ac.kr

negative shock)과 주식수익률의 상승(good news, positive shock)의 폭이 동일할 때, 수익률의 상승에 의한 변동성보다 하락에 의한 변동성이 더 큰 경우, 비대칭적 효과가 존재한다고 말한다. Pagan and Schwert(1990)와 Engle and Ng(1991) 등은 주식가격 변동에서 이러한 비대칭적 특성이 있다고 보고하고 있으며, 따라서 실제 주식수익률과 같은 금융시계열자료를 분석하는데 있어서 TARCH모형을 적용하는 경우가 많다. 모형 식 관점에서 보면 레버리지 모형(TARCH)은 전통적인 ARCH 모형을 포함하는 큰 모형 족 이므로 자료에 레버리지 효과가 있다면 기존의 ARCH 모형보다 자료 적합력과 예측력 향상에 도움이 될 것이다. 본 논문에서는 TARCH모형을 자료에 적합 시켜 분석하기 전에 실제로 분석대상인 자료에 비대칭적 효과가 있는지 여부를 확인하기 위한 Wald 검정 과정과 자료에 존재하는 비대칭적 효과를 시각적으로 보여줄 수 있는 News impact curve(Engle and Ng,1991)에 대해 소개하고, 우리나라의 금융시계열자료에 적용시키고자 한다.

2. 비대칭성 검정(Wald Test) 및 News Impact Curve

비대칭성 검정을 위해 먼저, 다음과 같은 AR(1)-TARCH(1)모형을 고려하기로 한다.

$$\begin{aligned} X_t &= \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= \sqrt{h_t} \cdot e_t \end{aligned}$$

여기서 e_t 는 iid $N(0, 1)$ 이며 Ψ_{t-1} 은 $t-1$ 시점까지의 정보를 나타내며, $t-1$ 시점까지의 정보가 주어졌을 때, ε_t 의 조건부분포가 (2.1)과 같은 정규분포를 따르게 된다.

$$\varepsilon_t | \Psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (2.1)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_{11}(\varepsilon_{t-1}^+)^2 + \alpha_{12}(\varepsilon_{t-1}^-)^2 \quad (2.2)$$

비대칭적 효과를 확인하기 위해서 $H_0 : \alpha_{11} = \alpha_{12}$ 에 대해 검정을 수행하도록 하자. 귀무가설을 기각할 수 없다면 자료에 레버리지효과가 존재하지 않는다는 것을 의미하며 귀무가설을 기각할 수 있다면 레버리지효과가 있다고 볼 수 있다. 주어진 자료 X_1, X_2, \dots, X_n 을 이용하여 Wald 검정을 수행하기 위한 로그 우도함수는 다음과 같다.

$$\log L = \sum_{t=1}^n \left(-\frac{1}{2} \log h_t - \frac{\varepsilon_t^2}{2h_t} \right), \quad \epsilon_t = X_t - \phi_0 - \phi_1 X_{t-1}.$$

이 식을 모수 $\theta = (\phi_0, \phi_1, \alpha_0, \alpha_{11}, \alpha_{12})'$ 에 대해서 일차 미분한 스코어 벡터 $S(\theta)$ 와 연관된 정보행렬(information matrix, 헤시안(Hessian)) $I(\theta)$ 를 얻을 수 있다.

$$S(\theta) = \frac{\partial}{\partial \theta} \log L = \sum_{t=1}^n \left(-\frac{1}{2h_t} \cdot \frac{\partial h_t}{\partial \theta} + \frac{\varepsilon_t^2}{2h_t^2} \cdot \frac{\partial h_t}{\partial \theta} \right) = \sum_{t=1}^n \frac{1}{2h_t} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \frac{\partial h_t}{\partial \theta}$$

$$I(\theta) = -\frac{\partial}{\partial \theta} S(\theta) = \sum_{t=1}^n \left(\frac{1}{2h_t^2} \cdot \frac{\partial h_t}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial h_t}{\partial \theta'} \right)$$

정보행렬과 정보행렬의 역행렬을 다음과 같이 분할하도록 한다.

$$I(\theta) = \begin{bmatrix} I_{11}(\theta) & I_{12}(\theta) \\ I_{21}(\theta) & I_{22}(\theta) \end{bmatrix}, \quad I^{-1}(\theta) = \begin{bmatrix} J_{11}(\theta) & J_{12}(\theta) \\ J_{21}(\theta) & J_{22}(\theta) \end{bmatrix}$$

여기서 I_{22}, J_{22} 는 크기 2의 정방행렬로서 $(\alpha_{11}, \alpha_{12})$ 에 대응하는 행렬을 표시한다. 즉,

$$J_{22}(\theta) = (I_{22} - I_{12}' I_{11}^{-1} I_{12})^{-1}.$$

이제 비대칭 가설 $H_0 : \alpha_{11} = \alpha_{12}$ 에 대한 Wald 검정통계량은, 모수 θ 의 MLE $\hat{\theta}$ 의 점근적 정규분포 성질로부터 유도할 수 있다.

$$c' \begin{pmatrix} \widehat{\alpha_{11}} - \alpha_{11} \\ \widehat{\alpha_{12}} - \alpha_{12} \end{pmatrix} \xrightarrow{d} N(0, c' J_{22}(\hat{\theta}) c), \text{ 여기서 } c = (1 \ -1)'.$$

이를 이용하여 (2.3)와 같은 비대칭성의 존재에 대한 Wald-검정통계량을 얻을 수 있으며

$$T = \frac{(\widehat{\alpha_{11}} - \widehat{\alpha_{12}})}{(c' J_{22}(\hat{\theta}) c)^{1/2}} \quad (2.3)$$

귀무가설 $H_0 : \alpha_{11} = \alpha_{12}$ 하에서 Wald-검정통계량은 점근적으로 $N(0, 1)$ 을 따른다.

Engle and Ng(1991)에 의해 처음 소개된 News impact curve는 $t-1$ 시점의 뉴스(or shock)인 ε_{t-1} 과 그 다음 시점의 변동성인 h_t 간의 관계를 그래프로 표현한 것으로서, $t-2$ 시점까지의 모든 다른 변수들은 상수로 고정시키고 ε_{t-1} 를 x -좌표에, h_t 를 y -좌표에 그리게 된다. News impact curve를 통해 TARCH 모형들의 경우, 나쁜 뉴스(bad news)인 ε_{t-1}^- 부분과 좋은 뉴스(good news)인 ε_{t-1}^+ 부분에서 변동성의 기울기가 확연하게 달라지는 것을 시각적으로 확인할 수 있다. 일반적인 레버리지 효과가 존재한다면 ε_{t-1}^- 부분에서의 h_t 의 기울기가 ε_{t-1}^+ 부분에서의 기울기보다 더 커지게 된다(3절의 그림 참고). 또한, News impact curve는 ARCH류의 여러 다양한

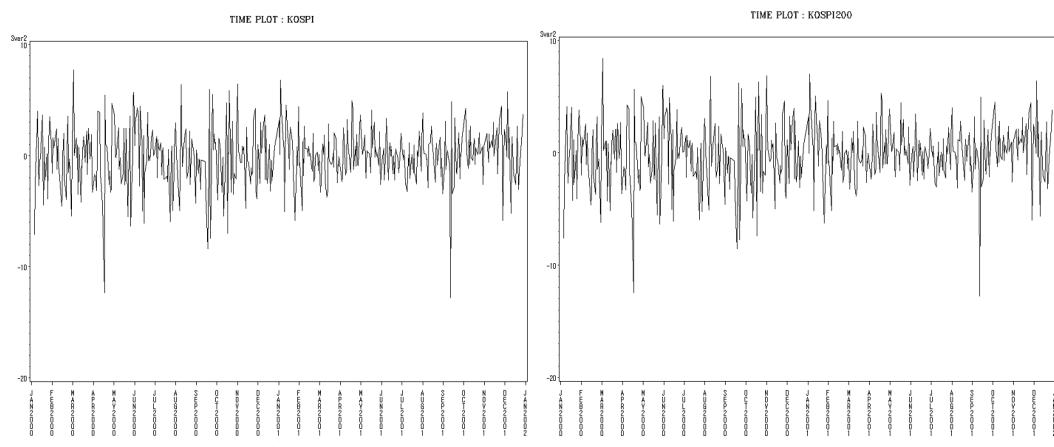
변동성 모형들의 특징들을 평가하거나 비교하는데 사용되기도 한다.

3. 사례분석

앞에서 소개한 비대칭성 검정을 이용하여 우리나라의 금융시계열자료에 실제로 레버리지 효과가 존재하는지 검증해보고자 한다. 우리나라의 주요 지수라 할 수 있는 KOSPI, KOSPI200, KOSDAQ과 SK텔레콤, 삼성SDI, 그리고 대미 원/달러 환율의 일별수익률에 대하여 적용시켰다. 2000년도의 IT버블의 붕괴와 2001년도의 9.11테러에 의한 영향들 때문에 우리나라의 주식시장의 비대칭성이 클 것이라 예상하여 분석에 이용한 기간은 2000년 1월부터 2001년도 12월까지이다. 각 자료들은 유가증권본부(KRX), 한국은행 경제통계시스템(ECOS), Koscom datamall에서 제공하는 자료들이다.

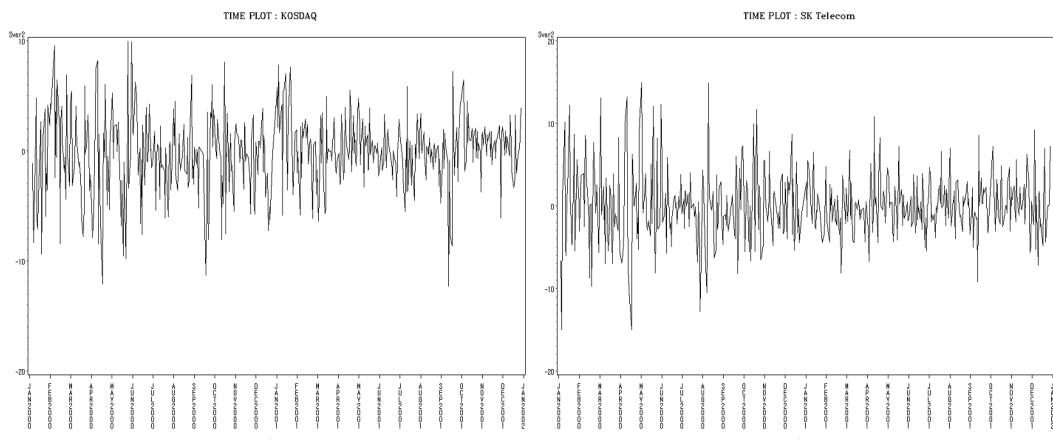
3.1 시도표

다음의 그림들은 각 자료들에 대한 시도표들로서 변동성이 매우 크며 대부분의 경우 negative shock에 의한 변동성이 positive shock에 의한 변동성들보다 더 큰 폭을 가지며 변화하고 있음을 볼 수 있다.



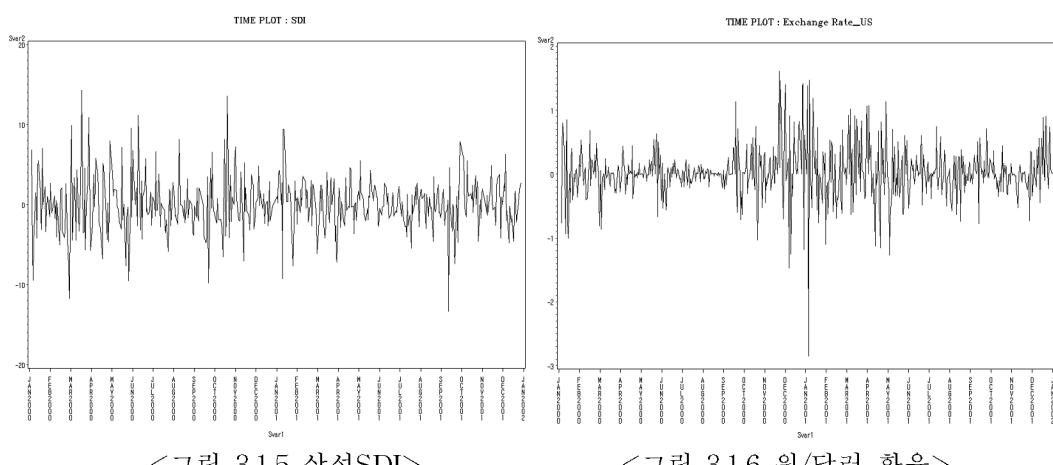
<그림 3.1.1 KOSPI>

<그림 3.1.2 KOSPI200>



<그림 3.1.3 KOSDAQ>

<그림 3.1.4 SK텔레콤>



<그림 3.1.5 삼성SDI>

<그림 3.1.6 원/달러 환율>

3.2 변동성 모형의 추정과 비대칭성 검정

<표 3.2.1>은 여섯 개의 수익률 자료에 대해 AR(1)-TARCH(1)모형을 적합 시킨 후, 비대칭성 검정을 이용하여 자료에 비대칭적 효과가 존재하는지를 검정한 결과를 정리한 것이다. 마지막 열의 "P-Value"는 식(2.3)에 제시된 비대칭성 검정의 유의확률을 나타낸 것이다. 삼성SDI 와 원/달러 환율을 제외한 자료들은 유의수준 $\alpha = 0.10$ 의 기준에서 보면 비대칭적 효과가 존재하지 않는다는 귀무가설을 기각시킬 수 없으나 우리나라의 대표적 금융지표인 KOSDAQ 을 제외하면 P-Value 가 0.10을 크게 넘지 않으므로 News impact curve 의 설명을 위해 이 자료들에 대한 분석 사례를 소개한다(KOSDAQ 자료의 경우에도 최근 2년간 자료를 분석해 본 결과 2005-2006의 일별 자료의 비대칭성 검정 P-Value 는 0.06 으로 유의수준 10%에서 유의하였다). 특

정적인 것은 다른 주가지수의 일별수익률들은 negative shock에 의한 변동성이 positive shock에 의한 변동성보다 더 큰 레버리지 효과를 갖고 있는데 반해 원/달러 환율의 일별수익률은 negative shock보다 positive shock이 변동성에 미치는 영향력이 더 크다는 점이다.

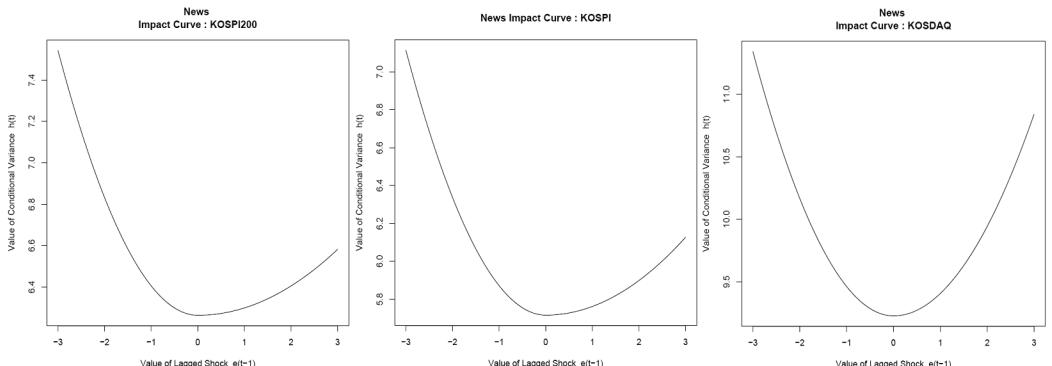
<표 3.2.1 : TARCH모형 적합결과 및 비대칭성 검정 유의확률 >

DATA	MODEL : AR(1)-TARCH(1)	P-Value
KOSPI	$X_t = -0.0782 + 0.0594X_{t-1}$ $h_t = 5.7153 + 0.0457(\varepsilon_{t-1}^+)^2 + 0.1554(\varepsilon_{t-1}^-)^2$	0.1282
KOSPI200	$X_t = -0.0809 + 0.0544X_{t-1}$ $h_t = 6.2634 + 0.0354(\varepsilon_{t-1}^+)^2 + 0.1422(\varepsilon_{t-1}^-)^2$	0.1254
KOSDAQ	$X_t = -0.2063 + 0.1334X_{t-1}$ $h_t = 9.2270 + 0.1791(\varepsilon_{t-1}^+)^2 + 0.2350(\varepsilon_{t-1}^-)^2$	0.3149
SKT	$X_t = -0.0123 + 0.0772X_{t-1}$ $h_t = 13.4789 + 0.1285(\varepsilon_{t-1}^+)^2 + 0.2610(\varepsilon_{t-1}^-)^2$	0.1354
삼성SDI	$X_t = 0.0221 + 0.1098X_{t-1}$ $h_t = 9.4529 + 0.0534(\varepsilon_{t-1}^+)^2 + 0.2149(\varepsilon_{t-1}^-)^2$	0.0643
US	$X_t = 0.0319 + 0.0975X_{t-1}$ $h_t = 0.1139 + 0.4723(\varepsilon_{t-1}^+)^2 + 0.1610(\varepsilon_{t-1}^-)^2$	0.0077

3.3 News Impact Curve

다음의 그림들은 추정된 변동성 모형들에 대한 각 자료들의 News impact curve들이다. KOSPI의 경우 ε_{t-1}^- 에 의한 변동성이 ε_{t-1}^+ 에 의한 변동성보다 약 3.4배 정도 더 큰 레버리지 효과가 존재하며 따라서 News impact curve에서도 negative shock과 positive shock부분의 그래프의 기울기의 차가 매우 확연하게 다름을 볼 수 있다. KOSPI200와 삼성SDI의 경우 역시 ε_{t-1}^- 에 의한 변동성이 약 4배 정도 더 큰 것을 반영하여 ε_{t-1}^- 부분과 ε_{t-1}^+ 부분의 기울기 차이가 크게 나타나고 있다. KOSDAQ과 SK 텔레콤은 α_{11} 과 α_{12} 의 값이 크게 차이나지 않는 것을 고려하였을 때, 기울기의 차이가 거의 눈에 보이지 않는 것을 확인할 수 있다. 특히 SK텔레콤의 경우에는 KOSPI에 속해 있음에도 불구하고 ε_{t-1}^- 에 의한 변동성이 ε_{t-1}^+ 에 의한 변동성에 비해 두 배 정도의 레버리지 효과를 보이고 있다. 이는 전체 KOSPI의 변동성 비율 3.4배 보다

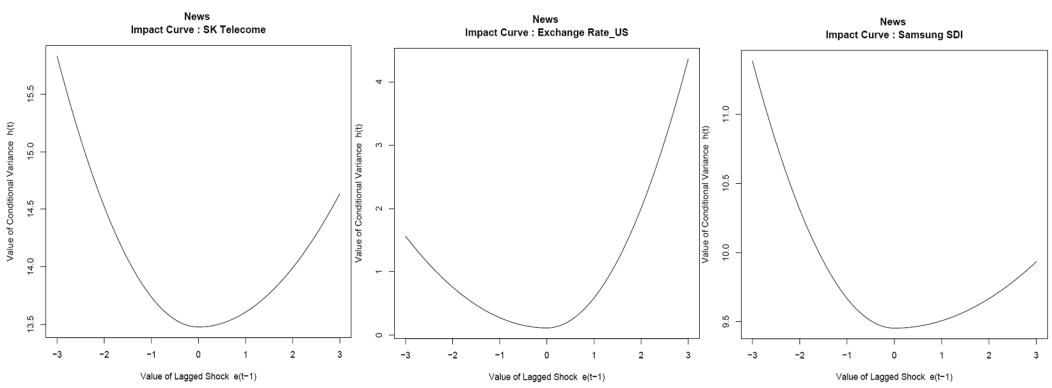
작은 값으로서 SK텔레콤의 주가변동성이 시중 뉴스에 상대적으로 덜 민감함을 암시하고 있다.



<그림 3.3.1 KOSPI>

<그림 3.3.2 KOSPI200>

<그림 3.3.3 KOSDAQ>



<그림 3.3.4 SK텔레콤>

<그림 3.3.5 삼성SDI>

<그림 3.3.6 원/달러 환율>

한편, 원/달러 환율은 다른 그래프들과 e_{t-1}^+ 와 e_{t-1}^- 부분이 반대로 바뀌어서 기울기가 달라지는 것을 볼 수 있다. 즉, positive shock에서의 기울기가 negative shock에서의 기울기보다 훨씬 더 크게 나타나고 있다. 원/달러 환율에서 이러한 비대칭적 효과가 나타나는 것은 2000년부터 2001년까지 발생하였던 환율의 지속적인 하락(달러약세) 때문이라고 볼 수 있다. 환율이 지속적으로 하락하는 현상을 보임에 따라 환율이 내려가는 negative shock보다 환율이 오르는 positive shock에 대해 투자자들이 훨씬 더 민감하게 반응한 결과 α_{11} 의 값이 α_{12} 보다 더 커지는 현상이 일어났다고 볼 수 있다. 사실 이와는 반대로 환율의 지속적인 증가(달러강세) 추세를 나타냈던 97년 12월부터 98년 3월까지의 원/달러 환율 일별수익률에 AR(1)-TARCH(1)모형을 적합 시켜 본 결과 α_{12} 의 값이 α_{11} 값보다 약 3.3배 정도 더 큰 레버리지 효과가 존재하는 것으로 나타났다. 이는 환율의 증가 추세로 인해 positive shock보다 negative shock에 더 민감하게 반응한 결과이다.

4. 결론

본 논문에서는 금융시계열자료를 분석하는데 있어서 많이 사용하는 TARCH모형을 적용하기 전에 간단한 Wald 검정을 통해 자료에 실제로 비대칭 효과가 존재하는지의 여부를 검정하는 방법을 소개하였다. 이와 함께 추정된 변동성 모형의 레버리지 효과를 시각적으로 보여줄 수 있는 News impact curve도 소개하였다. Wald 검정 방법을 이용해 우리나라의 여러 주가지수와 환율에 적용시켰으며, KOSPI, KOSPI200, KOSDAQ, SK텔레콤, 삼성SDI, 원/달러 환율의 일별수익률 등에 사실상 레버리지 효과가 존재한다는 결과를 얻었다. 또한, 2000년부터 2001년 사이의 지속적인 환율하락이라는 상황으로 인해 원/달러 환율의 일별수익률의 경우 다른 자료들과는 달리 negative shock보다 positive shock에 의한 변동성이 더 큰 비대칭적 효과가 존재함을 확인할 수 있었다.

참고문헌

1. Black, F. (1976). Studies of Stock Price Volatilities Changes, *Proceedings of the 1976 Business Meeting of the Business and Economic Statistics Section, American Statistical Association*, 177-181.
2. Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, **31**, 307-327.
3. Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation', *Econometrica*, **50**, 987-1007.
4. Engle, R. F. and V. K. Ng (1993). Measuring and Testing the Impact of News on Volatility, *Journal of Finance*, **48**, 1749-1778.
5. Glosten, L. R., R. Jagannathan and D. Runkle (1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility of Nominal Excess Returns on Stocks, *Journal of Finance*, **48**, 1779-1801.
6. Pagan, A. R., and G. W. Schwert (1990). Alternative Models for Conditional Stock Volatility, *Journal of Econometrics*, **3**, 267-290.
7. Zakoian, J. M. (1994). Threshold Heteroskedastic Models, *Journal of Economic Dynamics and Control*, **18**, 931-955.

[2007년 7월 접수, 2007년 8월 채택]