Journal of Korean
Data & Information Science Society
2007, Vol. 18, No. 3, pp. 689 ~ 696

A Bayesian Approach to PM Model with Random Maintenance Quality[1)]

Ki Mun Jung[2)]

Abstract

This paper considers a Bayesian approach to determine an optimal PM policy with random maintenance quality. Thus, we assume that the quality of a PM action is a random variable following a probability distribution. When the failure time is Weibull distribution with uncertain parameters, a Bayesian approach is established to formally express and update the uncertain parameters for determining an optimal PM policy. Finally, the numerical examples are presented for illustrative purpose.

Keywords : Bayesian Approach, Expected Cost Rate, PM Quality, Preventive Maintenance

1. 서론

수리가 가능한 시스템(repairable system)에 대한 예방보전(Preventive maintenance; PM)이란 사용자가 시스템을 원하는 수준으로 유지 또는 향상시키기 위하여 시스템에 고장이 발생하기 전에 취하는 일련의 활동이다. 이러한 예방보전과 관련된 연구에 있어서 중요한 관심 사항 중 하나가 시스템에 취해지는 예방보전 활동의 수준을 어떻게 표현 또는 가정하여 모형화를 하는 것이 현실에 근접한 모형이 되겠는가를 고려하는 것이다. 대표적으로 Nakagawa(1986, 1988)는 FR 예방보전모형(Failure rate PM model)을 제안하였고, Canfield(1986)와 Malik(1979)은 AR 예방보전모형(Age reduction PM model)을 제안하였다. 그리고 Lin, Zuo와 Yam(2000)은 이 두 모형을 혼합한 형태의 HB 예방보전모형(Hybrid PM model)을 제안하였다.

그런데, 이러한 예방보전모형에서 시스템의 고장률분포는 실제로 알려지지 않거나 또는 알려진 형태라 하더라도 불확실성(uncertainty)을 나타내는 모수들을 포함하고 있으므로 이러한 문제를 해결하기 위한 베이즈 관점에서의 연구가 필요하다.

---

1) 이 논문은 2007학년도 경성대학교 학술연구비지원에 의하여 연구되었음

2) 부산광역시 남구 대연3동 314-79 경성대학교 정보통계학과 조교수
E-mail : kmjung@ks.ac.kr

Mazzuchi와 Soyer(1996)는 일괄교체정책(block replacement)과 기령교체(age replacement policy)에 대해 베이즈 관점에서의 최적의 교체정책을 제안하였다. 그리고 Sheu, Yeh, Lin과 Juang(1999)은 시스템에 대한 최소수리 비용을 확률변수로 가정하여 Mazzuchi와 Soyer(1996)의 연구를 확장하였다. 또한, Park과 Jun(1997)은 Nakagawa(1986)의 예방보전모형에 대하여 베이즈 관점에서의 최적의 예방보전정책을 고려하였으며, Han과 Jung 그리고 Kwon(2001)은 Canfield(1986)의 예방보전정책에 대해 베이즈 측면에서의 예방보전정책을 제안하였다. 그리고, Sheu, Yeh, Lin과 Juang(2001)은 베이즈 관점에서의 최적의 예방보전정책을 설정하였다.

한편, 위에서 소개한 예방보전모형에서는 예방보전 활동에 대한 효과를 모두 고정된 상수로 가정하였으므로 고정된 상수가 아닌 좀 더 현실적이고 일반적인 가정이 필요한데 Wu와 Clements-Croome(2005)는 예방보전의 효과를 표현하는 인자가 어떤 임의의 확률분포를 갖는 확률변수라고 가정한 예방보전모형을 제안하였다.

따라서, 본 논문에서는 예방보전의 효과를 상수가 아닌 확률변수로 고려한 예방보전정책에 대한 베이즈 접근방법을 제안하고자 한다. 즉, Wu와 Clements-Croome (2005)의 예방보전정책에 대하여 베이즈 관점에서의 단위시간당 기대비용(expected cost rate per unit time)을 구하고, 이를 최소화하는 최적의 예방보전정책을 설정하는 방법에 대하여 살펴보고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 예방보전의 효과를 확률변수로 가정한 Wu와 Clements-Croome(2005)의 예방보전모형에 대하여 살펴본다. 그리고 3장에서는 2장에서 살펴본 예방보전모형에 대한 베이즈 접근방법을 제안한다. 이 때, 베이즈 관점에서의 단위시간당 기대비용을 구하고, 이를 최소화하는 최적의 예방보전 정책을 결정하는 방법에 대하여 설명하고자 한다. 또한, 순응적 예방보전정책(adaptive PM policy)에 대해서도 살펴본다. 마지막으로 4장에서는 수치적 예를 통하여 본 논문에서 제시한 베이즈 관점에서의 최적의 예방보전정책을 설명한다.

2. Wu와 Clements-Croome의 모형

이 절에서는 Wu와 Clements-Croome(2005)의 예방보전모형에 대하여 살펴보고자 한다. 그들은 다음과 같은 6개의 기본가정이 모형에 포함되도록 하여 기존의 연구를 좀 더 일반적인 형태로 확장하였다. 즉, 세 번째 가정을 통해서 예방보전 활동에 대한 효과를 모두 고정된 상수로 가정한 기존의 예방보전모형을 예방보전의 효과를 표현하는 인자가 어떤 임의의 확률분포를 갖는 확률변수라고 가정한 예방보전모형을 제안한 것이다.

가정

i) PM은 kx, $k=1,2,\cdots,N$,에서 주기적으로 이루어지며, x는 PM의 주기이고, N은 PM의 횟수이다. 그리고 N번째 PM주기에서는 시스템이 새 것으로 교체된다.

ii) $h(t)$는 PM이 이루어지지 않을 때의 고장률함수로써 순증가함수이다.

iii) k번째 PM이 이루어진 이후의 시스템의 고장률함수는 $h_k(t)=\theta^{k-1}h(t)$, $t\in(0,x)$, 이 되고 θ는 예방보전의 수준을 표현하는 인자로써 누적분포함수 $F(\theta)$를 갖는 확률변수이다. 단, $\theta\geq 1$이다.

iv) 연속되는 예방보전 주기 사이에서 고장이 발생되면 최소수리(minimal repair)를

수행한다.

v) PM과 최소수리, 그리고 교체를 위한 시간은 고려하지 않는다.

vi) 최소수리비용은 c_m, 예방보전비용은 c_p 그리고 교체비용은 c_r이다.

위와 같은 모형에 대해서 Wu와 Clements-Croome(2005)은 단위시간당 기대비용이 다음과 같이 구해짐을 보였으며, 이러한 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 N^*와 x^*을 찾는 알고리즘에 대해서 설명하였다.

$$C(x,N)=\frac{1}{Nx}\left\{c_m\sum_{k=1}^{N}N_k(x)+(N-1)c_p+c_r\right\}, \tag{1}$$

여기서, c_r은 시스템의 교체비용이고, c_m은 시스템의 최소수리비용이며, $N_k(x)$는 k번째 주기에서 x시간 동안의 고장횟수이다.

한편, 신뢰성이론에서 고장시간 T의 분포로 가장 널리 사용되는 분포 중의 하나인 와이블분포(Weibull distribution)를 고려하면 시스템의 고장률함수는 다음과 같다.

$$h(t)=\alpha\beta t^{\beta-1},\ t>0,\alpha>0,\beta>0. \tag{2}$$

만약, 시스템의 고장시간이 식 (2)와 같은 와이블분포를 가진다고 가정하고 α와 β가 주어지면, 식 (1)의 단위시간당 기대비용은 다음과 같이 구해진다.

$$E[C(x,N)|\alpha,\beta]=\frac{1}{Nx}\left\{c_m\alpha x^\beta\sum_{k=1}^{N}\left(\int_1^\infty\theta dF(\theta)\right)^{k-1}+(N-1)c_p+c_r\right\}.$$

3. 베이지안 측면의 예방보전정책

이 장에서는 2장에서 설명한 Wu와 Clements-Croome(2005)의 예방보전모형에 대한 베이즈 접근방법을 제안하고자 한다. 이를 위해서, 고장시간 T가 식 (2)의 고장률함수를 갖는 와이블분포를 한다고 가정하자. 이 때, 식 (2)에서 정의된 고장률함수 $h(t)$에 포함된 두 모수 α와 β에 대한 사전확률분포를 Mazzuchi와 Soyer(1996)의 연구에서와 같이 고려하자. 즉, α는 다음과 같은 감마분포를 따른다고 가정하자.

$$f(a)=\frac{b^a}{\Gamma(a)}\alpha^{a-1}e^{-ba},\ \alpha>0. \tag{3}$$

여기서 $a,b>0$이고, 이 값은 사전확률분포의 초모수(hyperparameter)를 나타낸다. 또한, 형태모수 β의 사전확률분포를 가정하기 위해 다음과 같은 베타분포를 고려하고자 한다.

$$g(\beta)=\frac{\Gamma(c+d)}{\Gamma(c)\Gamma(d)}\frac{(\beta-\beta_L)^{c-1}(\beta_U-\beta)^{d-1}}{(\beta_U-\beta_L)^{c+d-1}},\ 0\le\beta_L\le\beta\le\beta_U. \tag{4}$$

식 (4)에 정의된 베타분포에서 사전정보의 불확실성을 가능한 잘 나타내도록 하기 위해서는 다음과 같이 이산형 베타분포(discretization of bata density)의 형태로 변형시켜 사용하는 것이 좋다(Soland(1969) 참조).

$$\begin{aligned}P_l&=\Pr(\beta=\beta_l)\\&=\int_{\beta_l-\delta/2}^{\beta_l+\delta/2}g(\beta)d\beta,\ l=1,2,\cdots,k.\end{aligned} \tag{5}$$

여기서, $\beta_l=\beta_L+\delta(2l-1)/2,\ \delta=(\beta_U-\beta_L)/k$이다.

그리고, 모수들이 사전독립(prior independent)이라고 가정하면, α 와 β 의 결합사전확률분포(joint prior probability distribution)는 식 (4)와 (5)에 의해 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$p(\alpha,\beta) = f(\alpha)\Pr(\beta=\beta_l) = \frac{b^a}{\Gamma(a)}\alpha^{a-1}e^{-b\alpha}P_l\,. \tag{6}$$

이제 베이즈 관점에서의 단위시간당 기대비용은 모수 α 와 β 의 사전확률분포를 고려하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E[C(x,N)] = E_{\alpha,\beta}[E[C(x,N)\mid\alpha,\beta]] = \frac{1}{Nx}\left[\sum_{l=1}^{m}\left\{c_r+(N-1)c_p+c_m\left(\frac{a}{b}\right)x^{\beta_l}\sum_{k=1}^{N}\left(\int_1^\infty \theta dF(\theta)\right)^{k-1}\right\}P_l\right]. \tag{7}$$

만약, $N=1$이면 식 (7)의 베이지관점의 단위시간당 기대비용은 다음과 같이 되며, 이는 Mazzuchi와 Soyer(1996)의 결과와 동일해 짐을 알 수 있다.

$$\frac{\sum_{l=1}^{m}\left\{c_r+c_m\left(\frac{a}{b}\right)x^{\beta_l}\right\}P_l}{x}.$$

식 (7)의 베이즈 관점에서의 단위시간당기대비용을 최소화하는 최적의 주기 x^*와 횟수 N^*를 구하기 위해서 식 (7)을 x에 관해서 1차 미분하여 0으로 놓고 풀면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{l=1}^{m}\left\{(\beta_l-1)c_m\left(\frac{a}{b}\right)x^{\beta_l}\sum_{k=1}^{N}\left(\int_1^\infty \theta dF(\theta)\right)^{k-1}\right\}P_l = c_r+(N-1)c_p \tag{8}$$

그런데, 식 (8)로부터 구해진 x는 N의 값에 의존하게 되므로 식 (7)을 최소화하는 최적의 주기와 횟수를 동시에 찾아야 하는데, 이를 위해서 식 (8)을 만족하는 x를 x_N이라고 하고, 이 값을 식(7)의 x대신에 대입하면 $E[C(x_N,N)]$은 N의 함수가 되므로, 최적의 횟수 N^*는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$N^* = \underset{N}{Min}\, E[C(x_N,N)],\ \ N=1,2,\cdots. \tag{9}$$

즉, 식 (7)을 최소화하는 최적의 횟수는 식 (9)에서 구해진 N^*이고, 이 때 최적의 주기는 x_{N^*}가 된다.

이제, 시스템이 교체되기 전까지 발생된 고장자료로부터 모수 α와 β에 관한 불확실성을 개정할 수 있도록 하기 위해서 순응적 예방보전정책을 고려하고자 한다. 이를 위해서 k번째 주기에서의 고장시간(failure time)을 $\boldsymbol{t_k}=t_{k1},t_{k2},\cdots,t_{kn_k}$, $k=1,2,\cdots,N$, 라고 하면, 이때, $\boldsymbol{t}=\{\boldsymbol{t_1},\boldsymbol{t_2},\cdots,\boldsymbol{t_N}\}$의 우도함수(likelihood function)는 다음과 같이 구해진다.

$$L(\alpha,\beta\mid \boldsymbol{t}) = \prod_{k=1}^{N}\left[\prod_{i=1}^{n_k}\left\{\theta^{k-1}\alpha\beta t_{ki}^{\beta-1}\right\}\cdot\exp\left\{-\theta^{k-1}\alpha x^{\beta}\right\}\right]. \tag{10}$$

따라서, 식 (6)에서 정의된 모수들의 결합사전확률분포와 식 (10)의 우도함수를 이용하면 α 와 β 의 결합사후확률분포(joint posterior probability distribution)는

$$f(\alpha,\beta_l \mid \boldsymbol{t}) \propto \prod_{k=1}^{N}\left[\prod_{i=1}^{n_k}\left\{\theta^{k-1}\alpha\beta_l t_{ki}^{\beta_l - 1}\right\}\cdot \exp\left\{-\theta^{k-1}\alpha x^{\beta_l}\right\}\right]\cdot \alpha^{a-1}\exp\{-b\alpha\}P_l.$$

와 같이 나타낼 수 있으며, 이를 적절히 변화시키면 α와 β의 결합사후확률분포는 다음과 같이 구해진다.

$$f(\alpha,\beta_l \mid \boldsymbol{t}) = \frac{\beta_l^{\sum_{k=1}^{N}n_k}\left(\prod_{k=1}^{N}\prod_{j=1}^{n_k}t_{kj}\right)^{\beta_l-1}\cdot P_l \quad \alpha^{a-1+\sum_{k=1}^{N}n_k}\exp\left[-\alpha\left(b+\sum_{k=1}^{N}\theta^{k-1}x^{\beta_l}\right)\right]}{\sum_{i=1}^{m}\left[\frac{\beta_i^{\sum_{k=1}^{N}n_k}\left(\prod_{k=1}^{N}\prod_{j=1}^{n_k}t_{kj}\right)^{\beta_i-1}\cdot P_i}{\left(b+\sum_{k=1}^{N}\theta^{k-1}x^{\beta_i}\right)^{a+\sum_{k=1}^{N}n_k}}\right]\cdot \Gamma\left(a+\sum_{k=1}^{N}n_k\right)} \tag{11}$$

또한, $f(\alpha \mid \beta_l,\boldsymbol{t}) = f(\alpha,\beta_l,\boldsymbol{t})\,/\,\Pr(\beta=\beta_l,\boldsymbol{t})$이므로 α의 조건부사후확률분포(conditional posterior probability distribution)는 다음과 같다.

$$f(\alpha \mid \beta_l,\boldsymbol{t}) = \frac{\left(b+\sum_{k=1}^{N}\theta^{k-1}x^{\beta_l}\right)^{a+\sum_{k=1}^{N}n_k}}{\Gamma\left(a+\sum_{k=1}^{N}n_k\right)}\alpha^{\left(a+\sum_{k=1}^{N}n_k\right)-1}\exp\left\{-\alpha\left(b+\sum_{k=1}^{N}\theta^{k-1}x^{\beta_l}\right)\right\}. \tag{12}$$

위에서 정의된 식 (12)는 모수가 각각 $a^* = a+\sum_{k=1}^{N}n_k$와 $b^* = b+\sum_{k=1}^{N}\theta^{k-1}x^{\beta_l}$인 감마분포임을 알 수 있다. 또한, 식 (11)과 식 (12)를 이용하면 β의 사후확률분포는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}\Pr(\beta=\beta_l \mid \boldsymbol{t}) &= P_l^* \\ &= \frac{f(\alpha,\beta_l \mid \boldsymbol{t})}{f(\alpha \mid \beta_l,\boldsymbol{t})} \\ &= \frac{\beta_l^{\sum_{k=1}^{N}n_k}\left(\prod_{k=1}^{N}\prod_{j=1}^{n_k}t_{kj}\right)^{\beta_l-1}\cdot P_l \Big/ \left(b+\sum_{k=1}^{N}\theta^{k-1}x^{\beta_l}\right)^{a+\sum_{k=1}^{N}n_k}}{\sum_{i=1}^{m}\left[\beta_i^{\sum_{k=1}^{N}n_k}\left(\prod_{k=1}^{N}\prod_{j=1}^{n_k}t_{kj}\right)^{\beta_i-1}\cdot P_i \Big/ \left(b+\sum_{k=1}^{N}\theta^{k-1}x^{\beta_i}\right)^{a+\sum_{k=1}^{N}n_k}\right]}\end{aligned} \tag{13}$$

이제 α와 β의 주변사후확률분포는 더 이상 독립이 아니며, 베이즈 관점에서의 최적의 예방보전정책은 식 (7)의 단위시간당기대비용에서 a, b, P_l의 값을 위에서 구한 a^*, b^*, P_l^*로 대체시킨 후 이를 최소로 하는 최적의 보전주기와 횟수인 x^*와 N^*를 각각 찾으면 된다.

4. 수치적 예

이 장에서는 본 논문에서 고려된 예방보전정책에 대한 베이즈 접근방법을 수치적인 예를 통해서 설명하고자 한다. 이를 위해서 Mazzuchi와 Soyer(1996)의 논문에서와 동일하게 식 (3)과 식 (4)에 있는 α와 β의 사전확률분포에서 $a=2.1$, $b=3$, $c=2$, $d=2$, $\beta_L=1$, $\beta_U=3$이라고 가정하고, $c_r=10$, $c_m=2$, $c_{pm}=1$이라고 가정하자. 그리고 예방보전의 효과를 나타내는 θ는 Wu와 Clements-Croome(2005)의 논문에서와 동일하게 다음과 같은 분포함수를 갖는 균등분포(uniform distribution)를 한다고 가정하자.

$$F(\theta)=\begin{cases}\dfrac{\theta}{u-1}, 1\le\theta\le u\\ 0\ ,\ otherwise\end{cases}$$

<표 4.1>은 사전확률분포만을 이용하여 결정된 최적의 예방보전정책과 그때의 단위시간당기대비용을 나타낸다. 특히, u값의 변화에 따라 사전확률분포만을 이용하는 경우에 최적의 예방보전정책이 어떻게 변화하는지를 알아보기 위해서 u의 값을 Wu와 Clements-Croome(2005)의 논문과 유사하게 변화시켜 보았다. 먼저, $u=1.5$일 때, 사전확률분포만을 이용하여 식 (7)의 단위시간당 기대비용을 최소화시키는 최적의 주기와 횟수는 $x^*=1.093$, $N^*=5$이고, 이때의 단위시간당 기대비용은 $C(x^*,N^*)=5.075$가 된다는 것을 알 수 있다. 또한, u의 값이 커짐에 따라 최적의 예방보전 횟수와 단위시간당 기대비용이 증가한다는 사실을 알 수 있는데, 이러한 경향은 Wu와 Clements-Croome(2005)의 결과에서도 살펴볼 수 있다.

다음으로 순응적 예방보전정책을 설명하기 위해서 와이블분포로부터 발생된 고장자료를 이용하였으며, 이를 <표 4.2>에 제시하였다. 먼저, $u=1.5$일 때, <표 4.1>에 있는 것처럼 결정된 최적의 베이즈 예방보전정책($x^*=1.093$, $N^*=5$)을 <표 4.2>에 있는 Cycle 1의 고장자료에 적용함으로써 새로운 최적의 베이즈 교체정책을 결정할 수 있다. 즉, 사전확률분포에 의해 결정된 최적의 주기와 횟수를 이용하여 a^*, b^*와 P_l^*를 구하고, 이들 값을 사용하여 식 (7)의 단위시간당 기대비용을 다시 구할 수 있다. 이와 같이 구해진 단위시간당 기대비용을 최소로 하는 최적의 주기와 횟수를 다시 찾으면, <표 4.2>에 제시된 바와 같이 $x^*=0.690$, $N^*=6$이 되고, 이때의 단위시간당 기대비용은 $C(x^*,N^*)=6.117$이 된다. 같은 방법으로 Cycle 2와 Cycle 3의 고장자료에 대해서도 각각 베이즈 관점에서의 최적의 주기와 횟수 그리고 단위시간당 기대비용을 구했으며, 이 결과를 <표 4.2>에 제시하였다. 이러한 순응적 예방보전정책은 실제로 발생되는 시스템의 고장자료에 대한 정보와 이전에 얻어진 최적의 예방보전정책의 정보를 모두 고려하여 새로운 최적의 예방보전정책을 결정하게 되므로 모수에 대한 불확실성을 개정할 수 있는 방법이 된다.

<표 4.1> 사전확률분포를 이용한 최적의 예방보전정책

Optimal PM policy	u				
	1.1	1.3	1.5	1.7	1.9
N^*	14	7	5	4	3
x^*	0.923	1.015	1.093	1.165	1.329
$C(x^*, N^*)$	3.590	4.499	5.075	5.501	5.856

<표 4.2> 최적의 예방보전 주기와 횟수 및 단위시간당 기대비용

Cycle	고장자료					N^*	x^*	$C(x^*, N^*)$
0	-					5	1.093	5.075
1	0.60676	0.61130	0.70503	0.72343	0.82135	6	0.690	6.117
	0.91843	0.98596	1.06068	1.07754	1.12534			
	1.17700	1.41457						
2	0.69088	0.92597	1.20817	1.36499		6	0.762	5.476
3	0.57682	0.80424	0.87327	1.10214	1.11409	7	0.570	6.403
	1.17556	1.24857	1.25110	1.45469				

5. 결론

본 논문에서는 예방보전의 효과를 상수가 아닌 확률변수로 고려한 Wu와 Clements-Croome(2005)가 제안한 예방보전정책에 대한 베이즈 접근방법을 제안하였다. 즉, Wu와 Clements-Croome(2005)의 예방보전정책에 대하여 고장시간이 불확실성을 내포하는 모수 α와 β를 갖는 와이블분포를 할 때 베이즈 관점에서의 단위시간당 기대비용을 구하고, 이를 최소화하는 최적의 예방보전정책을 설정하는 방법에 대하여 살펴보았다. 그리고 이전의 예방보전정책에 대한 정보와 고장자료를 이용하여 순응적 예방보전정책을 결정하는 방법에 대하여 살펴보았다.

참고문헌

1. Canfield, R.V.(1986). Cost optimization of periodic preventive maintenance. *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 35, 78-81.
2. Han, S. S., Jung, G. M. and Kwon, Y. S.(2001). A Bayesian approach to periodic preventive maintenance policy, *Journal of the Korean Society for Quality Management*, Vol. 29, 39-48.
3. Lin, D., Zuo, M.J. and Yam, R.C.M.(2000). General sequential imperfect preventive maintenance models. *International Journal of Reliability.*

Quality and Safety Engineering, Vol. 7, 253-266.
4. Malik, M. A. K.(1979). Reliable preventive maintenance scheduling, *AIIE Transactions*, Vol. 11, 221-228
5. Mazzuchi, T. A. and Soyer, R.(1996). A Bayesian perspective on some replacement strategies, *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 51, 295-303.
6. Nakagawa, T.(1986). Periodic and sequential preventive maintenance policies. *Journal of Applied Probability*, Vol. 23, 536-542.
7. Nakagawa, T.(1988). Sequential imperfect preventive maintenance policies, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 37, 295-298.
8. Park, K. S. and Jun, C. H.(1997). An optimum maintenance policy: A Bayesian approach to periodic incomplete preventive maintenance with minimal repair at failure, *Proceedings of '97 Conference of the Korean Operations Research and Management Science Society*, 193-196.
9. Sheu, S. H., Yeh, R. H., Lin, Y. B. and Juang, M. G.(1999). A Bayesian perspective on age replacement with minimal repair, *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 65, 55-64.
10. Sheu, S. H., Yeh, R. H., Lin, Y. B. and Juang, M. G.(2001). A Bayesian approach to an adaptive preventive maintenance model, *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 71, 33-44.
11. Soland, R. M.(1969). Bayesian analysis of the Weibull process with unknown scale and shape parameters, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 18, 181-184.
12 Wu, S. and Clements-Croome, D.(2005). Preventive maintenance models with random maintenance quality. *Reliability Engineering and System Safety,* Vol. 90, 99-105.

[2007년 7월 접수, 2007년 8월 채택]