

# 광 통신에 이용되는 배열 수신기의 해석. (Analysis of array receivers for use in optical communication)

성 평 식(sung pyung\_shik)<sup>1)</sup>

## 요 약

본 논문은 대기 공간에서 신호장과 잡음장을 처리하기 위하여 point-detector array검파 시스템을 구성한 것이다. 이것들을 이용하여 측정된 직접검파 최대출력은 이론치와 잘 일치함을 확인하였고 또한 실험치는 joint-Gaussian 이론곡선과 K-분포 곡선과도 일치 하였다.

## Abstract

This paper describes the point-detector arrays system to processes the fields of signal and noise of the turbulent atmosphere. By using aboves, the maxmum output of direct-detection shows a little differences between experimental datas and theoretical datas. As a whole the experimental datas are agreed with the joint Gaussian theoretical curves and K-distribution curves.

논문접수 : 2007. 5. 15.

심사완료 : 2007. 5. 30.

---

1) 정회원 : 재능대학 컴퓨터정보과 정교수

### I. 서론

레이저 빔을 이용하여 대기 공간을 통과한 광통신의 직접 광검파 수신기에 관한 연구가 Teich와 Rosenberg에 의하여 발표된 것을 기초로하여 본 연구를 하였다. <sup>5,14)</sup>

본 논문은 공간적으로 변화하지 않은 신호장  $S_j(t)$ 의 합과 공간적으로 등방성이고 n개의 동일point-detector로 구성된 검파 시스템을 고찰 하므로써 최대 이득의 직접 광 검파를 통계적으로 해석 한다. 또한 해석한 값이 joint Gaussian 이론 곡선과 K-분포 곡선과 일치함을 확인 한다. 이러한 결과는 대기 산란 영역에서 LDA, 대기 공간에서 광 통신의 해석에 유용하게 응용될 것으로 기대할 수 있다.

### II. 수신기의 이론

수신기 시스템은 공간적으로 동일에 위치한 n개의 검파기로 구성하고 수신 입력  $y(t, x)$ 는 x 에 무관한 신호장  $S_j(t)$ 과 Zero\_mean Gaussian random 신호장  $n(t, x)$ 의 합이다. <sup>1,2,3,10,17,21,22)</sup>

$$y(t, x) = S_j(t) + n(t, x) \quad (1)$$

잡음장은 동차이고 공간적으로 동일 방향 이므로 잡음 Covariance는 다음식과 같다.

$$E = [n(t_1, x_1) n(t_2, x_2)] = C_n(t_2 - t_1, |x_2 - x_1|)$$

$$\sigma_n^2 C_t(t_2 - t_1) C_x(|x_2 - x_1|) \quad (2)$$

잡음원이 시간 간격에 대해서 적당한 time-stationary가 되고 배열 축상의 범위가 같은 차수라면 결과적으로 생기는 잡음장은 같다. 잡음장은 배열 축에서 방향성을 가지고 있지 않다면 공간적으로 동일한 방향이다. 이상에서 생기는 문제점인 noise-covariance, 또는 joint-spectrum에 관한 식은 다음과 같다. <sup>14)</sup>

$$C_n(f, \eta) = 2\pi \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty C_n(\tau, r) \cdot \exp(-i2\pi f \tau) \mathbb{J}_0(2\pi \eta r) r dr \quad (3)$$

스펙트럼이 분석적이고 모든 신호 에너지가 주파수 협대역 ( $f_0 - \delta/2, f_0 + \delta/2$ )에 집중되어 있다면 joint-spectrum은 모든  $\eta$  에서 주파수를 분리할 수 있게 된다. 그러므로 잡음의 joint-spectrum Covariance 는 모든 주파수를 분리할 수 있다고 가정할 수 있다. 특히 신호와 잡음 모델에 대한 잡음의 공간적 Covariance 함수는 다음식과 같다. <sup>6)</sup>

$$x(|\Delta x|) = (1 + \rho^2)^{-1} [\rho^2 \delta | \langle \Delta x | + \int_{\pi/2}^{\pi/2} \dots ]$$

$$P(\phi) \mathbb{J}_0(2\pi\eta_0 |\Delta x| \cos \phi) d\phi \quad (4)$$

만약  $|f - f_0| < \delta/2$  라면 검파기 출력은 시간으로 표본화할 수 있으며 j 번째 검파기 출력은 열(column) 벡터,  $y(x_j)$ 로 표현할 수 있다. K번째 성분은 다음식과 같다. <sup>11)</sup>

$$[y(x_j)]_{\mathbb{R}} = y[t_k, x_j] \quad (5)$$

모든 검파기 출력 열(column) 벡터는 다음식과 같다.

$$y = [y(x_1)] \quad (6)$$

:

$$[y(x_n)]$$

Kronecker산출의 축위성과 분배성의 간단한 확장을 사용하면 다음식과 같다. <sup>12)</sup>

$$\frac{I_j(Y)}{g_n^2} = [\sum_{k=1}^n a_k Y(X_j)]^* \sigma_n^{-2} C_t^{-1} S_j - \frac{1}{2} S_j^* C_t^{-1} S_j - \frac{1}{2} g_n^{-2} I_n \pi_j \quad (7)$$

여기서 자승 배열 이득은  $g_n^2 = \psi_0^* C_x^{-1} \psi_0$  이고  $a_k$  는 n 차수 Weight Vector의 k번째 성분이다.

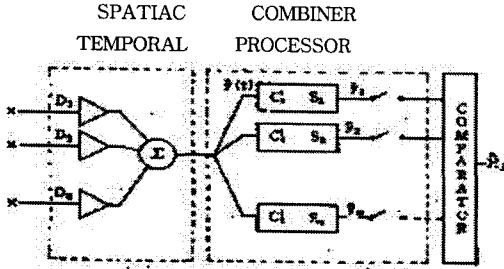


그림 1. 최적 수신기의 블럭도.  
Fig 1 The Block diagram of optimum detector.

(7)식을 살펴 보면 최적 수신기가 공간적인 Combiner, Temporal처리 장치와 최적 수신기의 구조는 그림 1 과 같다. 공간적 결합기(Combiner)에 대한 n 개의 검파기 출력은 다음식과 같다.<sup>21)</sup>

$$\hat{y}(t) = \sum_{k=1}^n a_k y(t, X_k) \quad (8)$$

또 배열 이득은 다음식과 같다.

$$g_n = |\psi_0^* C_x^{-1} \psi_0| \quad (9)$$

따라서 신호 검파기기로 구성된 검파 시스템에 있어서 j 번째와 k 번째 과정 사이의 거리와 적으로 분리할 수 있음을 알았다. 그러므로 j 와 k 에 무관한 배열 이득을 최대화함과 동시에 n개 처리 사이의 확률 오차를 최소화하여 잡음의 공간적 Covariance함수 검파기의 수와 검파기 위치의 배열을 최대화할 수가 있다. (16,17,18)

### III 수신기 중심 배열 이득

공간적 covariance 행렬이 분리되어 있다면 수신기의 중심 배열 이득을 구할 수 있다. 수신기 중심 배열 이득은,

$$\hat{g}_m(\tau) = \{1 + g_{n-1}^2(\tau) [1 - C_x(\tau)^2] / 1 - C_x(\tau) g_{n-1}^2(\tau)\}^{1/2} \quad (10)$$

로 표현된다.

따라서  $[1 - C_x(\tau) g_{n-1}^2(\tau)] / [g_{n-1}^2(\tau) 1 - C_x(\tau)]$  로써 중심 point-detector의 출력은 가능하다. 배열 이득은 공간적 Covariance 함수  $(1 + \rho^2)^{-1} [\rho^2 \delta_{|\Delta|} + j \cdot (2\pi\eta \cdot |\Delta X|)]$  로 된다. 이것은 point-detector 잡음과 wave-number 잡음의 합과 일치한다. 그러나 이 Covariance 함수는 n개에 관한 최대 배열 이득의 비 실제적인 증가를 낳는다. 중심 배열 이득의 공간적 Covariance 함수는  $(1 + \rho^2)^{-1} [\rho^2 \eta_{|\Delta X|} + \exp(\eta^2 |\Delta X|^2) j \cdot (2\pi\eta \cdot \tau)]$  에서 구해진다. 이것은  $\chi$ 에 무관한 최대의 배열 이득을 나타낸다. 그림 2 는 여러 n개 값에 대해  $\tau$ 의 값  $(2 \sum_{k=1}^{\infty} j K_n^2 (2\pi\eta \cdot \tau))$  을 표시한 것이다. (18,19,22)

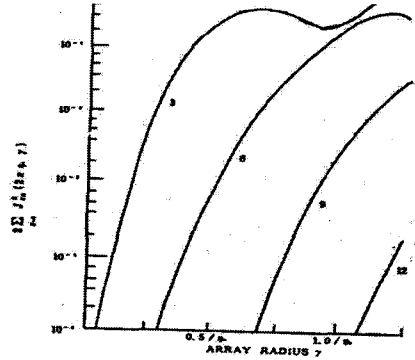


그림 2.  $\tau$ 의 함수로써  $2 \sum_{k=1}^{\infty} j^2_{k_n}(2\pi\eta \cdot \tau)$ .

Fig2.  $2 \sum_{k=1}^{\infty} j^2_{k_n}(2\pi\eta \cdot \tau)$  as the function of  $\tau$ .

배열반경이 제한될때 전파 잡음 전력에 대한 point-detector 잡음 전력비는 작으며 ( $\rho < 1$ ) point-detector 수는  $(2/\rho^2) \sum_{k=1}^{\infty} j k^2_{(n-1)}(2\pi\eta \cdot \tau)$  가 매우 작게 ( $n \gg 1$ )

+eπη.τ) 할 만큼 충분히 크며 wave-number대역 혹은 ρβ² (2πη.τ²) 이 작게 (σ²τ² < 2ρ) 할 만큼 충분히 작으며 양의 값 ε²도 매우 작게 된다. 12,14) (ε² ≪ 1) 따라서 수신기의 중심배열이득은 근사적으로,

$$g_n(\tau) \cong \rho^{-1} \frac{1 - j_1(2\pi\eta \cdot \tau)}{[j_0^2 \cdot (2\pi\eta \cdot \tau) + \beta^2 (2\pi\eta \cdot \tau)^2 j_1^2(2\pi\eta \cdot \tau)]^{1/2}} \quad (11)$$

(11)식 처럼 표현 되는데 이는 충분히 큰 배열반경 값에 대한 것이다. 그림 3은 (2πβ)²의 여러값에 대한 τ 함수인 (11)식을 구성한 것이다.

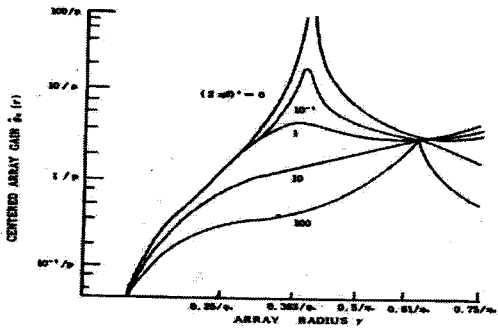


그림 3. 중심 배열 이득.  
Fig3. The Center array gains.

수신기중심배열이득은 τ=χ. (2πη.) 이나 τ=χ / (2πη.) 에서 최대화 된다는 것을 그림 3의 곡선으로부터 알 수 있다. τ=χ. (2πη.) 에 대해서는 배열이득을 근사적으로 2√2η. / |σχ. j\_1(χ.)| 이고 τ=χ\_1/2πη. 대해서는 배열이득이 근사적으로 (1-j. (χ\_1)) / (ρ | j. (χ\_1) |) 이므로 배열이득이 만약,

$$\rho^2 \eta^2 / \sigma^2 > (1 - j. (\chi_1)) \frac{2x_0^2 j_1^2(x_0)}{8\pi^2 j_0^2(x_1)} = 0.244 \quad (12)$$

(12)식이려면 τ = x\_0 / (2πη.) 에서 최대이고 그렇지 않으면 배열이득은 τ = x\_1 / (2πη.) 에서 최대가 된다. 반경이 최적 중심 배열 이득은 그와 대응하는 원형의 배열 이득 보다 크다. 배열 이득은 많은 다른 공간적 covariance함수에서 구해질 수 있다. 그러나 상대 point-detector 잡음 전력과 wave-number 대역폭이 작은한 (zero는 아니다.) 결과는 근본적으로 같다. 20)

#### IV 바리언스(Variance)와 코바리언스(Covariance)

바리언스 랜덤 베리어블(variable) x의 분산(variance)을 말하며 δ\_x²(이산분산)로 표시할 수 있다. 4,5,20)

$$V_{ax}(x) = \sigma_x^2 = \sum_{x_1}^n \dots \sum_{x_n}^n x_p(x_p - u_p)f(x_1 \dots x_n) \quad (13)$$

여기서

$$u_p = \sum_{x_1}^n \dots \sum_{x_n}^n x_p + (x_1 \dots x_n) \quad (14)$$

로 정의된다. 13식에서 σ\_x(표준편차)를 구하면 (15)식이된다.

$$\sigma_x = \sqrt{V_{ax}(x)} \quad (15)$$

코바리언스(covariance)는 랜덤 베리어블(variable) x와 y의 평균값에서 각각의 랜덤 베리어블 x와 y를 빼서 곱한 값의 기댓값이다.

$$C_{ov}(x_p, x_q) = u_{pq} - u_p u_q \quad (16)$$

여기서

$$u_{pq} = \sum_{x_1}^n \cdots \sum_{x_n} x_p x_q f(x_1 \cdots x_n) \quad (17)$$

수신단에서 광(Laser) 코바리언스에 관한 연구는 매우 중요한 통계적인 특성을 띠고 있으며 수신단에서의 코바리언스는,

$$\sigma_{xy}(p_x p_y) = p(xy) - p(x)p(y) \quad (18)$$

로 주어지며 수신점  $p_1$ 과  $p_2$ 의 이득 상관(correlation) 함수는 19식과 같다.

$$R_{p_1 p_2} = p[p_1(x)p_2(y)] = p[u_r(p_1)u_r^*(p_1)u_r(s_2)u_r^*(s_2)] \quad (19)$$

(19)식에 extended Huygens-Fresnel principle 원리를 적용하여 확산시킨 상관함수(correlation function)는,

$$R_{p_1 p_2} = \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^2 \int \int dr_1 dr_2 p[u_r(r_1)u_r^*(r_2)] \cdot \exp[ik(|p_1 - r_1| - |p_1 - r_2| + |p_2 - r_1| - |p_2 - r_2|)] \quad (20)$$

이 된다. (19) 식은,

$$p[p_1(x)p_2(y)] = \frac{U_0^2 \alpha_0^2}{L^2} \cdot \frac{U_0^2 \alpha_0^2}{L^2} = \left(\frac{U_0 \alpha_0}{L}\right)^4 \quad (21)$$

이다.  $p_1$ 와  $p_2$ 의 코바리언스는,

$$p[|u_r(r)|^2] = \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^2 u_0^2 \int \int dr_1 dr_2 \cdot \exp\left[\frac{r_1^2 + r_2^2}{2\alpha_0^2} - \frac{ik}{L} p(r_1 + r_2)\right]$$

$$\sigma_{xy}(p_1 p_2) = \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^2 \int \int dr_1 dr_2 p[u_r(r_1)u_r^*(r_2)] \cdot \exp[ik(|p_1 - r_1| - |p_1 - r_2| + |p_2 - r_1| - |p_2 - r_2|)] - \left(\frac{U_0 \alpha_0}{L}\right)^4$$

$$= \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^2 \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^2 u_0^2 \int \int \int \int dr_1 dr_2 dr_3 dr_4 \cdot \exp[ik(|p_1 - r_1| - |p_1 - r_2| + |p_2 - r_1| - |p_2 - r_2| - \frac{r_3^2 + r_4^2}{2\alpha_0^2} - \frac{ik}{L} p(r_1 - r_2))] - \left(\frac{U_0 \alpha_0}{L}\right)^4 = \frac{U_0^2}{L^4} \left(\frac{k}{2\pi}\right)^4 \int \int \int \int dr_1 dr_2 dr_3 dr_4 \cdot \exp[ik(|p_1 - r_1| - |p_1 - r_2| + |p_2 - r_1| - |p_2 - r_2| - \frac{r_3^2 + r_4^2}{2\alpha_0^2} - \frac{ik}{L} p(r_3 - r_4))] - u_0^2 \quad (22)$$

(22)식이 된다.

## V 실험결과 및 고찰

코바리언스의 측정을 위한 블록시스템을 구성하고, 이론에 제시된 point-detector array의 위치 배열 이득을 최대화 하기 위하여 구성된 분산, 공분산 회로를 통하여 각 종류의 필터 ( $f_1 > f_2$ )를 사용하여 강도를 측정 한 결과를 표 1,2와 그림4,5으로 나타냈다.

표1.  $f_1$ 에서 (a),(a')비교

거리 (cm)		25	45	65	85
		Var	Cov	$\rho$	
Var <sub>1</sub>		2.75	0.3	0.2	0.1
Var <sub>2</sub>		2.85	0.9	0.288	0.15
Cov		0.78	0.018	0.006	0.0015
$\rho$		0.28	0.04	0.024	0.038

(a) sensor 1개

거리 (cm)		25	45	65	85
		Var	Cov	$\rho$	
Var <sub>1</sub>		3.5	1.175	0.46	0.15
Var <sub>2</sub>		3.8	1.2	0.68	0.36
Cov		1.33	0.14	0.03	0.005
$\rho$		0.37	0.12	0.06	0.02

(a') sensor 2개

표2.  $f_2$  에서 (b),(b')비교

거리 (cm)		25	45	65	85
		Var	Cov	$\rho$	
Var <sub>1</sub>		5.5	1.3	0.5	0.2
Var <sub>2</sub>		5.9	1.4	0.54	0.3
Cov		3.23	0.18	0.03	0.005
$\rho$		0.6	0.13	0.05	0.023

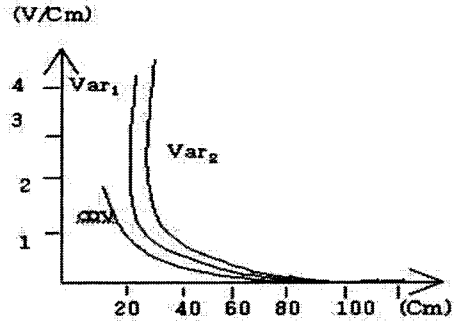
(b) sensor 1개

거리 (cm)		25	45	65	85
		Var	Cov	$\rho$	
Var <sub>1</sub>		5	0.8	0.4	0.1
Var <sub>2</sub>		6	0.9	0.5	0.2
Cov		3	0.05	0.012	0.002
$\rho$		0.5	0.08	0.04	0.012

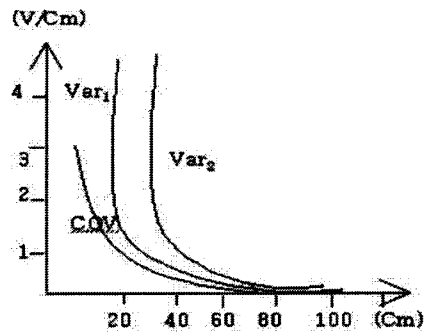
(b') sensor 2개

그림4.  $f_1$  일때 (a)(a')의 var<sub>1</sub>, var<sub>2</sub>, cov 의 비교.

Fig4. comparison of var<sub>1</sub>, var<sub>2</sub>, cov as  $f_2$  (a)(a')



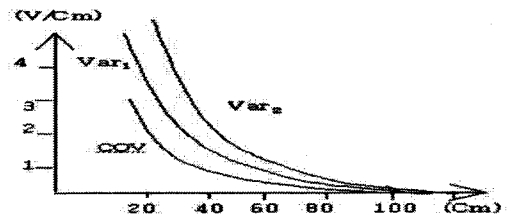
(a) sensor 1개 var<sub>1</sub>, var<sub>2</sub>, cov



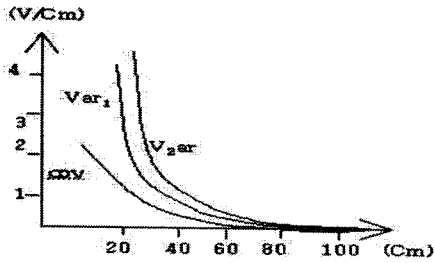
(a') sensor 2개 var<sub>1</sub>, var<sub>2</sub>, cov

그림5.  $f_2$  일때 (b)(b')의 var<sub>1</sub>, var<sub>2</sub>, cov 의 비교.

Fig5. comparison of var<sub>1</sub>, var<sub>2</sub>, cov as  $f_2$  (b)(b')



(b) sensor 1개 var<sub>1</sub>, var<sub>2</sub>, cov



(b') sensor 2개 var<sub>1</sub>, var, cov

표1,2와 그림4,5은 He-Ne레이저 광선이 오목 렌즈를 통과하여 수신기까지 전송되는 동안 분산효과를 확장된 Huygen-Fresnel원리를 적용하여 해석하고 측정 한 것이다. 즉 확장된 Huygen-Fresnel원리를 도입하여 분산과 공분산 함수를 유도하여 각 거리에 대하여 각각 측정 한 결과 검파기 수가 많고 레이저 광선이 필터로부터 분산된 거리가 가까우면서 센서 표면에 빔이 최대로 들어갈 때가 최대의 이득이 된다는 것을 실험을 통해서 입증 하였고 거리에 따른 광량의 변화를 나타내었는데 85cm 이상만 떨어져도 이득는 거의 수신기에서 검출되지 않았다. 이것은 He-Ne 레이저(0.5mW)의 낮은 출력 때문이다. 측정결과는 이론값과 측정값은 일치함을 보였고, 거리에 따른 코바리언스의 측정값은 joint-Gaussian과 K-분포곡선과도 일치함을 보였다. 이결과 대기 산란영역에서 LDA기타 대기 광 통신의 해석에 유용하게 응용될 것으로 기대된다.

## VI. 결론

1. 대기공간에서 광 통신용 최적 배열 수신기를 구성하여 광 검파하여 해석한 결과 이론값과 측정값이 일치함을 보였다.
2. 확장된 Huygen-Fresnel 원리를 적용하여 분산과 공분산 함수를 유도하여 측정 한 값은 joint-Gaussian곡선과 K-분포 곡선과 일치함을 확인하였다.
3. 레이저광선이 필터로부터 분산된 거리가 가

까우면서 센서 표면에 광량의 빔이 최대로 전송될때 최대의 이득이 된다는 것을 확인 하였다.

4. 대기산란 영역에서 LDA,기타 대기광통신의 해석에 유용하게 응용될 것으로 기대할 수 있다.

## 참고문헌

- [1] . H.Lee, J.Fred Holmes,and J.R.Kerr, "statistics of speckle propagation through the turbulent atmosphere" J.opt. Soc. Am, 66, 1164-1172(1976)
- [2] . V.I. Tatarski," wave propagation in a Turbulent Medium"; McGraw, Hill (1981)
- [3] . 성평식. "교란대기를 통한 스펙클 전파" 한국정보과학회 논문지 1997.6. vol 5, NO1, June.
- [4] . A.M. prokhorov, K.S. Bunkin, "Laser Irradiance propagation in tubulent Media", proc. IEEE 63, 790-811(1975)
- [5] . A. Ishinaru, "wave propagation and scattering in Random Media (vol.L,2)" Academic press (1988)
- [6] . H.I.Yura, "Mutual coherence Function of a Finite corss section optical Beam propagating in a Turbulent Medium", Appl.Apt.11, 1399-1406(1983)
- [7]. H.C.Martel and M.V. Mathews, "Further results on the detectability of known signals in Gaussian noise", Bell sys. Tech.j.,Vol.40, p.p.424-451, March1991.
- [8]. D. Middleton and D. Van Meter, "on optimum multiple-alternative detection of signals in noise, IRE Trans. on Information Theory," Vol .IT-1, pp.1-9, September 1995.
- [9]. R. Bellman, "Introduction to Matrix Analysis", New York McGraw-Hill, 1990, pp223 - 239.
- [10]. D.H.Hohn, "Effects of Atmospheric Tur

bulence on the Transmission of a Laser Beam at 6328Å. I-Distribution of Intensity."September 1996/Vol. 5, No. 9/Applied optics, pp.1427-1432.

[11]. D. Newman, "k-distributions from doubly scattered light". J. opt. soc. Am., A/Vol. 2, No. 1/January 1995.

[12]. E.V. Hoversten, R.O. Harger., "Communication theory for the turbulent Atmosphere". proc. IEEE, Vol. 58, NO.10, Oct, 1990,pp1626-1631.

[13]. W.K Pratt, "Laser Communication system". Wiley, New York, 1980 chap .9.

[14]. M.C. Teich, S. Rosenberg, "photo counting array receivers for optical communication through the log normal atmosphere channel I","optimum and suboptimum receivers performance for binary signalling", App. opt., Vol. 12, No.11. Nov.,1997, pp.2625-2635.

[15] . N.George and A. Jain, " space and wavelengh dependence of speckle intensity", A ppl.phy, 4,201(1984)

[16] . w.K. pratt, "Laser communication system", wiley, Newyork, 1989 chap.9.

[17] . H.C. Martel and M.V. Mathews, "Futher results on the detectability of known signals in Gaussion noise," Bell sys. Tech.J., 40 pp 423~451, March 1991.

[18] . D Middleton and D.Van Meter, "on optimum multiple-alternative detection of signals in noise,"IRE Trans,on Information Theory, vol IT,pp 1 - 9, September 1995.

[19] . R Bellman, "Introduction to matrix analysis. "New York : Mc Graw-Hill, pp 223 - 239 1990.

[20] . "Two-position, two-Frequency mutual-coherence function in turbulence. "Ronald Fante.J. opt. SDC. Am/vol71.no.12s December 1981.

[21] . Kim, yung-kwon "Direct detection,photon counting receivers for use in optical communication through Turbulent Atmosphere."kon-kuk university. journal of academic affairs natural sciences, vol. 8, pp 151-167 1983.

[22] . Kim yung-kwon, "Analysis of crossed laser beams in turbulent media for option communication. "journal of academic affairs. natural sciences. vol.xxvi.no. 2. kon-kuk university,1982.

#### 성 평 식



1975. 2 건국대학교 공과대학 전자공학과 졸업(공학사).  
1979. 2 건국대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사).  
1988. 2 건국대학교 대학원 전자공학과 박사학위취득 (공학박사).

2007. 6 현재 재능대학 컴퓨터 정보과 교수.