

# 자속 분리법을 이용한 동극형 자기베어링의 고장강건 제어

## Fault Tolerant Control of Homopolar Magnetic Bearings Using Flux Isolation

나 언 주†

Uhn Joo Na

(2007년 8월 27일 접수 ; 2007년 10월 26일 심사완료)

**Key Words :** Magnetic Bearings(자기 베어링), Rotor Dynamics(회전체 동역학), Active Vibration Control(능동 진동제어)

### ABSTRACT

The theory for a fault-tolerant control of homopolar magnetic bearings is developed. New coil winding law is utilized such that control fluxes are isolated for an 8-pole homopolar magnetic bearing. Decoupling chokes are not required for the fault tolerant magnetic bearing since C-core fluxes are isolated. If some of the coils or power amplifiers suddenly fail, the remaining coil currents change via a distribution matrix such that the same magnetic forces are maintained before and after failure. Lagrange multiplier optimization with equality constraints is utilized to calculate the optimal distribution matrix that maximizes the load capacity of the failed bearing. Some numerical examples of distribution matrices are provided to illustrate the theory. Simulations show that very much the same dynamic responses (orbits or displacements) are maintained throughout failure events while currents and fluxes change significantly.

### 기호 설명

$a_0$  : 능동극의 표면 면적

$g_0$  : 능동극 평면의 기준 공극

$h_c$  : 영구자석의 항자력

$i_j$  : j번째 극의 전류

$\tilde{i}_j$  : j번째 전력증폭기의 전류

$l_{pm}$  : 영구자석의 길이

$n$  : 코일 권선수

$x, y$  : 회전자 변위

$\mu_0$  : 공기 투자율

$\varsigma$  : 가장자리 자속 인자

$\phi_j$  : j번째 극의 자속

$v_{cx}, v_{cy}$  :  $x$  와  $y$  의 제어 전압

$\theta_j$  : j번째 극의 극각

$T$  : 전류 분배 행렬

### 1. 서 론

능동자기베어링 시스템은 자기베어링 구동기, 거리센서, 케이블, 전력증폭기(power amplifier) 등으로 구성되어 회전체를 자기부상 시키고 진동을 제어하는 메카트로닉스 시스템이다<sup>(1~2)</sup>. 자기베어링은 무윤활, 능동 강성 및 감쇠 조정 등 많은 장점을 가지지만 제어루프에 있는 구성요소 즉 코일이나 전

† 교신저자: 정희원, 경남대학교 기계자동화공학부  
E-mail : uhnjoona@kyungnam.ac.kr  
Tel : (055)249-2162, Fax : (055)249-2617

력증폭기 중의 하나라도 고장을 일으키면 전체 제어 시스템의 붕괴로 이어지기 때문에 높은 신뢰도를 요구하는 회전기계에는 자기베어링과 같은 능동시스템의 사용이 제한적이다.

자기베어링의 고장강건 제어(fault tolerant control) 원리는 먼저 자기베어링의 작동 중에 코일이 끊어지거나 전력증폭기가 갑자기 미작동 할 때 전류센서를 이용하여 이를 실시간으로 감지한다. 감지된 고장신호는 제어기에 입력되고 제어기에서는 각각의 고장의 경우에 따라 미리 저장되어 있는 분배행렬(distribution matrix)을 통하여 각 극(pole)에 흐르는 전류를 재분배하고 고장 이전의 동 특성을 유지하도록 하는 제어기법이다. 이극형(heteropolar) 자기베어링의 고장강건 제어기법은 자기베어링 구동기 내의 자기 연성(flux coupling)을 이용하여 몇 개의 극에서 코일전류가 흐르지 않더라도 나머지 작동하는 코일전류를 적절히 재분배하면 고장 이전의 정상적인 자기력을 회복할 수 있다. 이극형 자기베어링의 고장강건 제어에 필요한 분배행렬은 자기베어링의 전압선형화와 최적화 기법을 이용하여 구할 수 있다<sup>(3~6)</sup>.

이극형 자기베어링과는 달리 동극형(homopolar) 자기베어링은 영구자석을 이용하여 편향자속(bias flux)을 유지하고 코일전류를 이용하여 제어자속을 형성하는 자기베어링의 형태로 구동전력 소모가 적다. 많은 연구자들이 동극형 자기베어링의 해석적 기법과 설계기법 및 실험결과를 보고하였다<sup>(7~11)</sup>.

이 연구에서는 고장강건 기능이 보강된 동극형 자기베어링의 자속분리법을 이용한 모델링과 고장강건 제어 기법을 제시한다. 8극 동극형 자기베어링의 4개의 코일중 2개 이하의 코일이 고장났을 때의 모든 경우의 분배행렬을 구하는 방법이 제시되고 계산된 분배행렬을 이용한 고장강건 제어기의 구성방법이 검토된다. 또한 유연로터(flexible rotor)모델을 이용한 시뮬레이션을 통하여 4개의 코일 중 2개의 코일이 고장을 일으킨 경우에도 자기베어링의 자기력이 고장 이전과 동일하게 유지되어 전체 회전체 동역학적 거동에는 변화가 없음을 보여준다.

## 2. 자기베어링 모델

### 2.1 동극형 자기베어링 모델

영구자석 바이어스 8극 동극형 자기베어링(homopolar magnetic bearing)은 Fig. 1과 같이 능동 극평면(active pole plane)의 각각의 극에 코일이 감겨 있어 제어 자속을 형성하고 영구자석에 의한 바이어스 자속은 축방향으로 형성된다.

와전류효과와 경로 자기저항을 무시하면 맥스웰 방정식은 등가 자기회로로 축약된다. 능동 극평면의  $j$ 번째 공극의 자기저항  $R_j$ 는 다음과 같은 식에 의해 계산될 수 있다.

$$R_j = \frac{g_j}{\mu_0 a_0} \quad (1)$$

$$g_j = g_0 - x \cos \theta_j - y \sin \theta_j \quad (2)$$

영구자석의 기자력(magnetomotive force)은  $h_c l_{pm}$ 으로 모델링 되고 회귀경로(return path) 자기저항(reluctance)을  $R_R$ 이라 할 때 암페어법칙과 가우스법칙을 자기베어링의 자기회로에 적용하면 맥스웰 방정식은 다음과 같은 행렬방정식으로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} R_1 & -R_2 & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & R_2 & -R_3 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & . & . & 0 & R_7 & -R_8 & . \\ 1 & 1 & . & . & 1 & 1 + \frac{R_8}{R_R} & \phi_1 \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ . \\ . \\ . \\ \phi_7 \\ \phi_8 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & n & -n & 0 & . & . & 0 \\ 0 & 0 & n & -n & 0 & . & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & 0 & n & -n \\ h_c l_{pm} & 0 & 0 & . & . & 0 & \frac{n}{R_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ . \\ . \\ . \\ i_7 \\ i_8 \end{bmatrix}$$

또는

$$R\Phi = H + NI \quad (4)$$

8극 동극형 자기베어링은 각각의 마주보는 극쌍(pole pair)에 4개의 코일권선이 직렬로 연결되어 각

각의 전류증폭기로 구동된다. 예를 들면 Fig. 1의 1번 극에 시계방향으로 감긴 코일은 5번 극에 반시계 방향으로 감겨 전류증폭기에 의해 구동되어 전류가 인가되면 1번극-회전자-5번극-1번극으로 흐르는 C-코어 자속이 형성된다. 각 극에 인가된 코일전류벡터  $\tilde{I}$ 는 코일 감김 법칙에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_1 \\ \tilde{i}_2 \\ \tilde{i}_3 \\ \tilde{i}_4 \end{bmatrix} = K\tilde{I} \quad (5)$$

## 2.2 분배행렬 모델

자기베어링에 분배되는 제어전류  $\tilde{I}$ 는 일반적으로  $4 \times 2$  분배행렬  $T$  와 제어 전압벡터(control voltage vector)  $v_c$ 로 표시된다.

$$\tilde{I} = T v_c \quad (6)$$

$$T = [T_x \ T_y], \quad v_c = \begin{bmatrix} v_{cx} \\ v_{cy} \end{bmatrix}$$

예를들면 8극 동극형 자기베어링의 분배행렬은 다음과 같다.

$$\tilde{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

제어전압  $v_{cx}$  와  $v_{cy}$ 는 정상적인 경우에 분배행렬  $\tilde{T}$ 를 통해 각각의 극에 분배된다. 전력증폭기의 미작동이나 코일의 단락에 의해 어느 코일에 전류가 흐르지 않으면 ( $4 \times 1$ ) 전류벡터는 고장표시행렬  $W$ 에 의해 다음과 같이 표시된다.

$$\tilde{I} = W\hat{I}, \quad (7)$$

예를들면 3, 4번째 코일이 고장을 일으켰을 때의

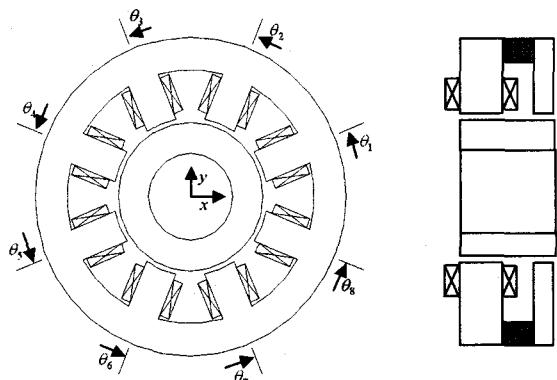


Fig. 1 An 8 pole homopolar magnetic bearing

고장표시행렬은 다음과 같다.

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

축소된 분배행렬  $\hat{T}$ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$\hat{I} = \hat{T} v_c \quad (8)$$

$$\hat{T} = [\hat{T}_x \ \hat{T}_y],$$

$$\hat{T}_x = [t_1, t_2, \dots, t_q]^T, \quad \hat{T}_y = [t_{q+1}, t_{q+2}, \dots, t_{2q}]^T$$

변수  $q$ 는 고장이 나지 않은 극쌍의 수를 나타낸다. 예를들면 4번째 코일이 고장을 일으켰을 때의 고장표시행렬과 분배행렬은 다음과 같다.

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{T} = \begin{bmatrix} t_1 & t_4 \\ t_2 & t_5 \\ t_3 & t_6 \end{bmatrix}$$

$$T = W\hat{T} = \begin{bmatrix} t_1 & t_4 \\ t_2 & t_5 \\ t_3 & t_6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

공극에 흐르는 자속밀도는 자기누설에 의해 감소되고 자성체의 포화에 의해 제한된다. 일반적인 고강장건 자기베어링의 자속밀도 벡터는 다음과 같다.

$$B = \zeta A^{-1} R^{-1} (H + NKWT \hat{v}_c) \quad (9)$$

극의 단면적 행렬은

$$A = \text{diag}([a_0, a_0, a_0, a_0, a_0, a_0, a_0, a_0]) .$$

로 표시된다. 식 (9)의 자속밀도벡터는 다음과 같이 재구성 된다.

$$B = Gv \quad (10)$$

$$G = \begin{bmatrix} G_b H & G_c \hat{T}_x & G_c \hat{T}_y \end{bmatrix}, v = \begin{bmatrix} 1 \\ v_{cx} \\ v_{cy} \end{bmatrix}$$

$$G_b = \zeta A^{-1} R^{-1}, G_c = \zeta A^{-1} R^{-1} N K W$$

능동 극평면에 형성되는 자기력은 다음과 같다.

$$f_x = B^T \frac{\partial D}{\partial x} B \quad (11)$$

$$f_y = B^T \frac{\partial D}{\partial y} B \quad (12)$$

공극에너지 행렬  $D = \text{diag}([g_j a_0 / (2\mu_0)])$ 로 표시된다. 식 (11), (12)의 자기력은 다음과 같이 전압벡터의 식으로 재구성 된다.

$$f_x = v^T M_x v \quad (13)$$

$$f_y = v^T M_y v \quad (14)$$

$$M_x(\hat{T}) = -G^T \frac{\partial D}{\partial x} G, M_y(\hat{T}) = -G^T \frac{\partial D}{\partial y} G \quad (15)$$

### 3. 최적화

#### 3.1 바이어스 선형화

자기력 식 (13)과 (14)는 베어링의 중심위치와 제어 전압(control voltage)의 작동점에서 다음과 같이 선형화 된다.

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{pxx} & k_{pxy} \\ k_{pyx} & k_{ppy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{vxx} & k_{vxy} \\ k_{vyx} & k_{vyy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{cx} \\ v_{cy} \end{bmatrix} \quad (16)$$

계산된 위치강성은 다음과 같다.

$$k_{\nu\varphi\omega} = -H^T \frac{\partial Q_{\varphi\omega}}{\partial \omega} \Big|_{\varphi=0} H \quad (17)$$

$$Q_{\varphi\omega} = -G_b \frac{\partial D}{\partial \varphi} G_b$$

변수  $\varphi$ 와  $\omega$ 는 각각  $x$ 와  $y$ 를 나타낸다. 동극형 자기베어링에서 위치강성은 코일 고장에 의해서는 영향 받지 않고 영구자석의 편류자속에 의해 결정된다. 계산된 전압강성은 다음과 같다.

$$k_{\nu\varphi\omega} = 2H^T Q_{b\varphi} \Big|_{\varphi=0} \hat{T}_\omega \quad (18)$$

$$Q_{b\varphi} = -G_b \frac{\partial D}{\partial \varphi} G_c$$

예를들면 정상 작동상태에서  $\tilde{T}$ 에 의해 분배된 베어링의 전류강성은 다음과 같다.

$$k_\nu = k_{\nu\varphi\varphi} = 2H^T Q_{b\varphi} \Big|_{\varphi=0} \tilde{T}_\varphi \quad (19)$$

코일이 고장 난 자기베어링에 최적의 분배행렬을 이용하면 고장이 나지 않은 정상상태의 자기력과 동일한 선형화된 제어 자기력을 구할 수 있다. 선형화된 제어 자기력을 구하기 위한 필요조건은 다음과 같다.

$$M_x = k_\nu \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, M_y = k_\nu \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

만약 식 (20)을 만족시키는 분배행렬  $\hat{T}$ 이 존재하면 자기력 (13)과 (14)는 다음과 같이 선형화된 자기력으로 단순화 된다.

$$f_x = k_\nu v_{cx}, f_y = k_\nu v_{cy} \quad (21)$$

식 (15)과 (20)을 비교하면 18개의 스칼라 식을 구할 수 있고 잉여식을 제거하면 10개의 대수방정식으로 축약된다. 고장 전과 후에 동일한 제어력을 유지하기 위한 구속조건은 다음과 같다

$$\begin{aligned}
 h_1(\hat{T}) &= \hat{T}_x^T Q_{x0} \hat{T}_x = 0 \\
 h_2(\hat{T}) &= \hat{T}_y^T Q_{x0} \hat{T}_y = 0 \\
 h_3(\hat{T}) &= H^T Q_{bx0} \hat{T}_y = 0 \\
 h_4(\hat{T}) &= \hat{T}_x^T Q_{x0} \hat{T}_y = 0 \\
 h_5(\hat{T}) &= H^T Q_{bx0} \hat{T}_y = k_v / 2 \\
 h_6(\hat{T}) &= \hat{T}_x^T Q_{y0} \hat{T}_x = 0 \\
 h_7(\hat{T}) &= \hat{T}_y^T Q_{y0} \hat{T}_y = 0 \\
 h_8(\hat{T}) &= H^T Q_{by0} \hat{T}_x = 0 \\
 h_9(\hat{T}) &= \hat{T}_x^T Q_{y0} \hat{T}_y = 0 \\
 h_{10}(\hat{T}) &= H^T Q_{by0} \hat{T}_y = k_v / 2
 \end{aligned} \tag{22}$$

$$Q_{\phi b0} = -G_b \frac{\partial D}{\partial \phi} G_b \Big|_{\phi=0}$$

$$Q_{b\phi0} = -G_b \frac{\partial D}{\partial \phi} G_c \Big|_{\phi=0}, Q_{\phi0} = -G_c \frac{\partial D}{\partial \phi} G_c \Big|_{\phi=0}$$

### 3.2 최적 분배행렬 해법

비선형 대수방정식 (22)의 등제한조건(equality constraint)을 만족시키는 분배행렬  $\hat{T}$ 의 해는 한 개 이상 존재한다. 최적의 해를 구하기 위한 비용함수는 베어링의 하중용량(load capacity)으로 정하고 라그랑지 승수기법(Lagrange multiplier)을 이용하여 자속밀도벡터  $B$ 를 최소화하는 방향으로 분배행렬  $\hat{T}$ 를 구한다. 비용함수는 다음과 같이 정의된다.

$$J = B(\hat{T})^T P B(\hat{T}) \tag{23}$$

가중행렬(weighting matrix)  $P$ 도 역시 하중용량을 최대화하는 방향으로 설정된다. 분배행렬  $\hat{T}$ 를 구하기 위한 라그랑지 승수기법은 다음과 같이 정의된다.

$$L(\hat{T}) = B(\hat{T})^T P B(\hat{T}) + \sum_{j=1}^{10} \lambda_j h_j(\hat{T}) \tag{24}$$

변수  $t_i$ 와  $\lambda_j$ 에 대해 식(24)를 편미분하면  $2q+10$ 개의 비선형 대수방정식이 구해진다.

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi_1(t, \lambda) \\ \psi_2(t, \lambda) \\ \vdots \\ \psi_{2q+9}(t, \lambda) \\ \psi_{2q+10}(t, \lambda) \end{bmatrix} = 0, \tag{25}$$

$$\psi_i = \frac{\partial L}{\partial t_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, 2q$$

$$\psi_{2q+j} = h_j(\hat{T}) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, 10$$

식(25)를 비선형 대수방정식 해석 알고리즘을 이용하여 풀면 로컬 최적해를 구할 수 있다. 글로벌 최적해를 구하기 위해서는 여러가지 초기값을 이용하여 하나 이상의 로컬 최적해를 구하고 그중 최고의 하중용량을 갖는 최적해를 선택할 수 있다.

### 3.3 최적해의 예

영구자석형 8극 동극형 자기베어링에 대한 모든 분배행렬이 계산되었다. 자기베어링은 공극  $g_0$  (0.508 mm), 극단면적  $a_0$  (602 mm<sup>2</sup>), 코일감김수  $n$  (50 turns)를 가지며 영구자석에 의한 공극 바이어스 자속밀도는 0.6 tesla로 설계되었다. 정상상태에서의 전압강성  $k_v$ 는 113.7017 N/volt로 계산되었다. 1번 째 코일이 고장난 8극 자기베어링의 계산된 분배행렬은 다음과 같다.

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1.0320 & 1.3920 \\ -0.3771 & 0.6445 \\ -0.5772 & 0.3127 \end{bmatrix}$$

$T_1$ 를 대입한 식(15)는 다음과 같이 계산되었다.

$$M_x = \begin{bmatrix} 0.0000 & 56.8508 & 0.0000 \\ 56.8508 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix},$$

$$M_y = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 56.8508 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 56.8508 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

계산된  $M_x, M_y$ 는 식(20)과 거의 일치하였고 이

결과는 1번재 코일이 고장난 자기베어링의 코일전류가 분배행렬  $T_1$ 으로 재분배 되면 선형화된 자기력은 고장 이전의 정상적인 자기베어링의 자기력과 같다 는 것을 증명한다. 두개의 코일 즉 1, 2번재 코일이 고장난 8극 자기베어링의 분배행렬은 다음과 같이 계산된다.

$$T_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1.0824 & 2.6131 \\ -2.6131 & -1.0824 \end{bmatrix}$$

$$M_x = \begin{bmatrix} 0.0000 & 56.8501 & 0.0005 \\ 56.8501 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0005 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix},$$

$$M_y = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0005 & 56.8501 \\ 0.0005 & 0.0000 & 0.0000 \\ 56.8501 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

같은 방법으로 구해진 8극 자기베어링의 2개까지의 코일이 고장났을 경우의 모든 분배행렬은 다음과 같다.

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1.4396 & 0.9865 \\ 0 & 0 \\ -0.3573 & 1.6266 \\ -0.5772 & 0.3127 \end{bmatrix}, T_3 = \begin{bmatrix} 1.3742 & 0.5851 \\ -0.2064 & 1.4340 \\ 0 & 0 \\ -0.8760 & 1.1791 \end{bmatrix}$$

$$T_4 = \begin{bmatrix} 1.6618 & 0.2689 \\ 0.2630 & 0.7021 \\ -0.9514 & 1.3513 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, T_{23} = \begin{bmatrix} 1.0824 & 2.6131 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1.0824 & 2.6131 \end{bmatrix}$$

$$T_{34} = \begin{bmatrix} 2.6131 & -1.0824 \\ -1.0824 & 2.6131 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, T_{14} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2.6131 & -1.0824 \\ -1.0824 & 2.6131 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_{13} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.7654 & 1.8478 \\ 0 & 0 \\ -1.8478 & 0.7654 \end{bmatrix}, T_{24} = \begin{bmatrix} 1.8478 & 0.7654 \\ 0 & 0 \\ -0.7654 & 1.8478 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

모든 2개 이하의 코일이 고장났을 경우에 위에 구해진 적절한 분배행렬  $T$ 를 이용하면 고장나기 이전

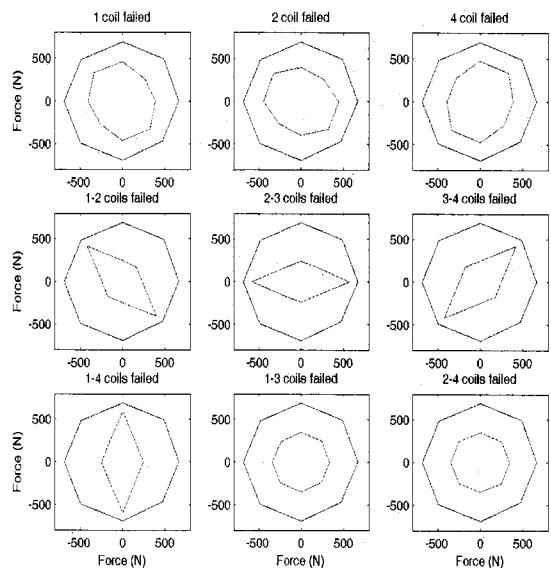


Fig. 2 Load capacity of the failed magnetic bearing

과 같은 선형화된 자기력을 유지할 수 있다. 그러나 코일 고장의 정도에 따라 자기베어링의 하중능력은 감소한다. 따라서 전류가 재분배된 고장난 자기베어링의 자기력은 하중용량까지만 고장이전의 자기력을 유지한다. 재분배된 고장난 자기베어링의 하중용량은 Fig. 2에 계산되어 있다. 바깥쪽 궤적은 정상적인 자기베어링의 하중용량을 나타낸다.

#### 4. 고장강건 제어시스템

##### 4.1 제어시스템

고장강건 제어기는 코일이 손실되었을 때 코일고장을 실시간으로 감지하고 제어기에서 코일손실에 대한 적절한 보상(분배행렬 업데이트)을 통하여 시스템을 안정화 한다. 분배행렬을 이용한 고장강건 제어시스템의 개략도는 Fig. 3에 설명된다.

고장강건 제어시스템은 궤환 전압제어 부분과 전류분배행렬 업데이트 시스템의 두개의 독립된 부분으로 나뉜다. 고장강건 제어시스템에 사용되는 전압제어법칙은 선형 또는 비선형의 어떤 제어법칙을 사용해도 되지만 이 논문에서는 시스템 안정화에 필요한 간단한 비례-미분제어법칙을 사용하였다.

$$v_{c\phi} = K_p \phi + K_d \dot{\phi} \quad (26)$$

$$\phi \in (x, y)$$

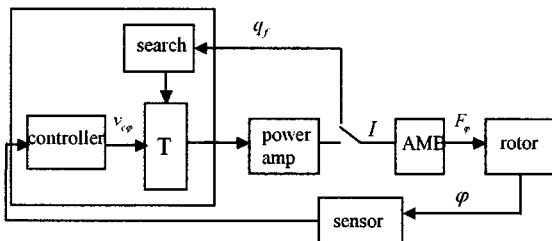


Fig. 3 Schematic of the fault-tolerant controller

코일고장이 발생하더라도 전압제어법칙은 그대로 유지되며 적절한 전류분배행렬  $T$ 만 지속적으로 업데이트 된다. 각각의 코일에는 전류센서가 부착되어 전류가 흐르지 않으면 1 volt TTL 신호, 전류가 흐르면 0 volt TTL 신호가 고장 감지 신호로 제어기에 실시간으로 보내져 4개의 전류 고장상태가 모니터링 된다. 예를들면 3, 4번째 코일전류가 흐르지 않는 측정된 고장상태벡터는 다음과 같다.

$$q_f = [1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$$

8극 자기베어링의 2개 이하의 코일이 고장났을 때의 모든 고장상태벡터는 고장상태 테이블행렬로 표시된다.

$$Q = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_m]$$

고장상태 테이블은 DSP 제어기에 저장되어 탐색 알고리즘의 일부로 사용된다. 각각의 고장상태벡터  $q_i$ 에 대응하는 전류분배행렬  $T_i$ 는 모두 계산되어 DSP에 저장된다.

$$\bar{T} = [T_1 \ T_2 \ \dots \ T_m]$$

측정된 고장상태벡터  $q_f$ 는  $q_i$ 와 하나씩 비교하여  $q_f$ 가  $q_i$ 와 일치하면 그에 대응하는  $T_i$ 를 업데이트 하게된다. 고장강건 탐색알고리즘은 DSP제어기에 쉽게 설치되어 전류센서에 의한 코일고장의 감지, 고장조건에 적절한 전류분배행렬  $T$ 의 탐색과 새로운  $T$ 의 업데이트가 DSP제어기의 하나의 루프타임 ( $> 15 \text{ sec}$ )안에서 실행된다.

고장강건 제어시스템의 제어 시뮬레이션을 수행하기 위해 로터의 질량이 10.7 kg이고 길이가 0.7 m인 연성로터(flexible rotor)가 사용되었다. 두개의 동극형 자기베어링은 로터의 양끝단으로부터 0.1235 m

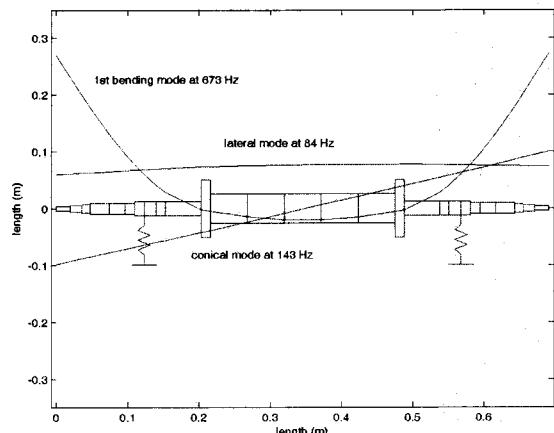


Fig. 4 Flexible rotor supported by magnetic bearings

떨어진 위치에 설치되었다. 연성로터는 28개의 유한요소 모델로 모델링 되어 Fig. 4에 나타나 있다.

각각의 4 자유도 요소모델은 질량이 없는 빔과 집중 질량 및 관성으로 모델링 되어 질량행렬( $M$ ), 자이로스코프행렬( $G$ ), 그리고 강성행렬( $K$ )이 계산된다<sup>(12)</sup>. 주어진 연성로터 모델의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$M\ddot{X} + G\dot{X} + KX = F \quad (27)$$

$$F = F_m + F_g + F_u$$

$F_m$ ,  $F_g$ ,  $F_u$ 는 각각 자기력, 중력, 불평형력을 나타낸다. 자기력  $F_m$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$F_m = \tilde{H}\tilde{F} \quad (28)$$

$$\tilde{F} = [f_x^A \ f_y^A \ f_x^B \ f_y^B]^T$$

$\tilde{H}$ 는 자기력 벡터  $\tilde{F}$ 를 대응하는 유연로터 위치에 지정하는 행렬이다. 베어링의 강성이 1,000,000 N/m 라 가정할 때 2개의 강체모드와 첫 번째 굽힘모드가 Fig. 4에 보여진다. 위상각 90°를 가진 이심율이  $1.0 \times 10^{-5} \text{ m}$ 인 두개의 불평형질량이 베어링 위치에 존재한다고 가정했다. 계인값이 1 Ampere/Volt인 전류증폭기와 센서감도가 7874 Volts/m인 와전류 센서는 저역통과 필터로 모델링 되어 폐루프 제어시스템에 포함되었다. 자기베어링의 자기력을 식(13), (14)의 비선형 자기력을 이용하여 모델링의 정확도를 향상시켰다.

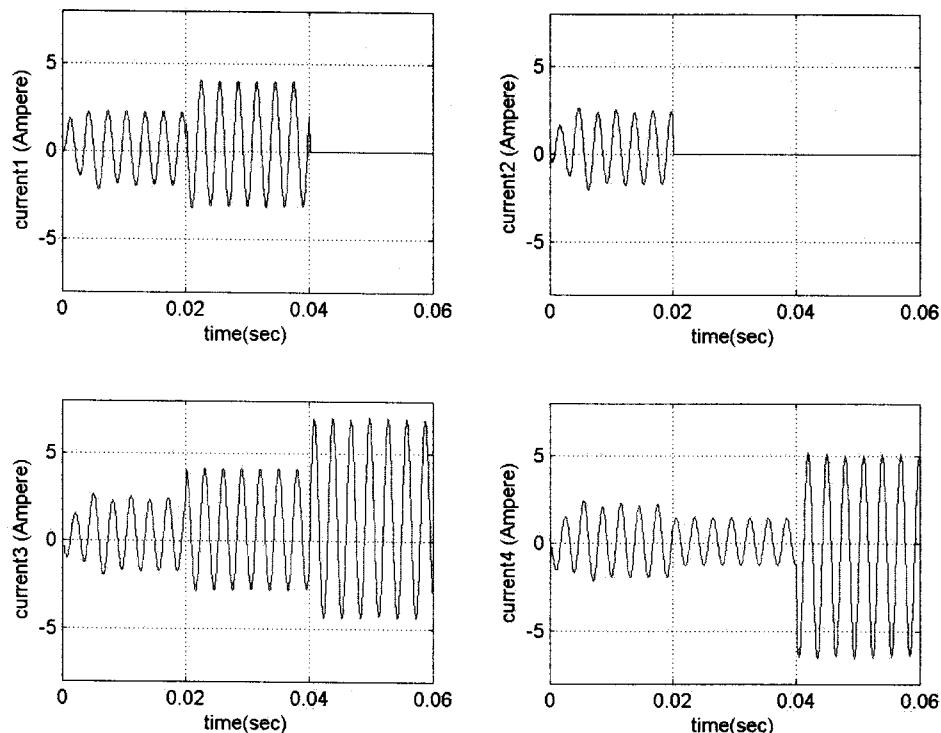


Fig. 5 Current plot for a series of failures

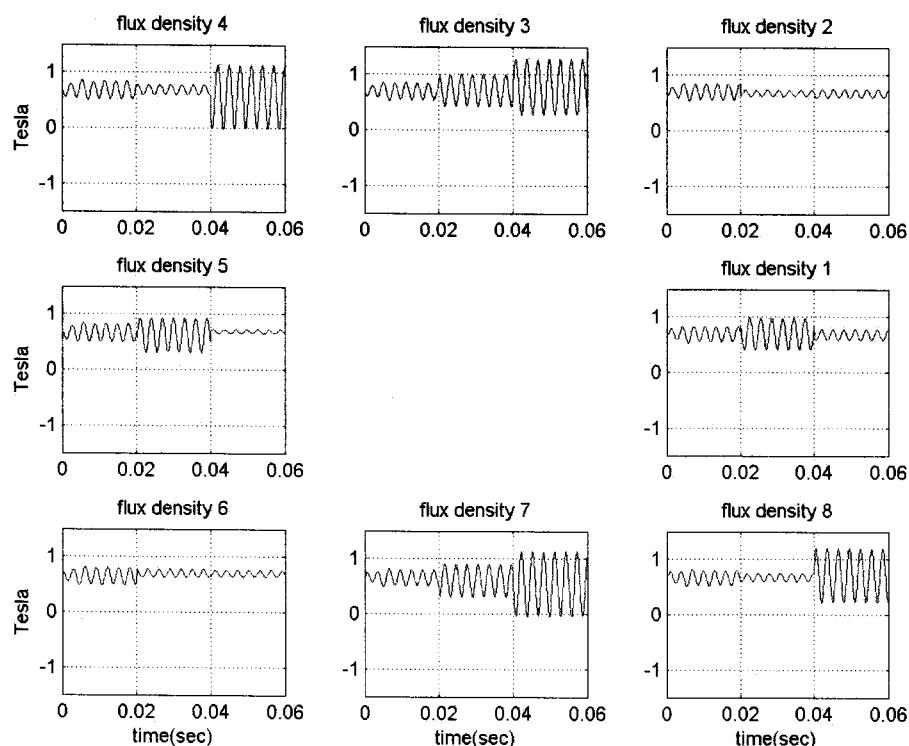


Fig. 6 Flux density plot for a series of failures

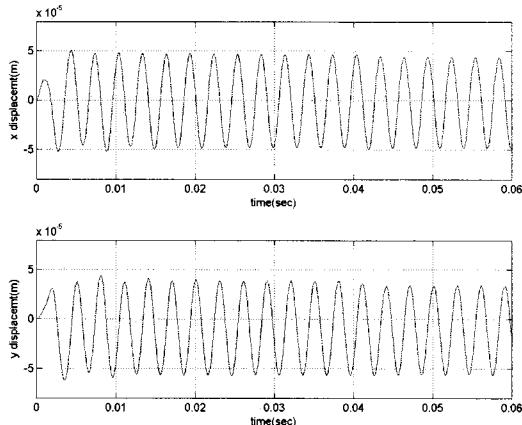


Fig. 7 Displacement plot for a series of failures

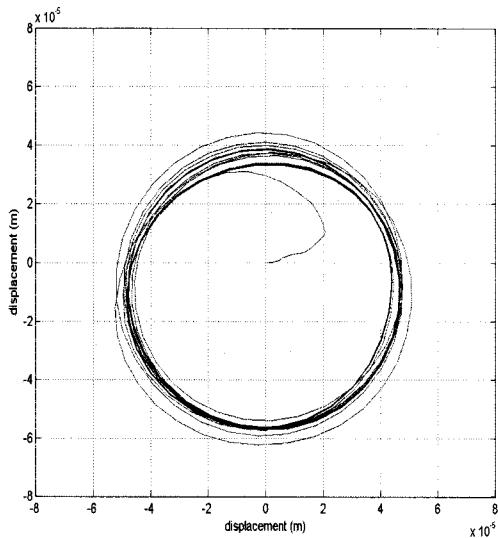


Fig. 8 Orbit plot for a series of failures

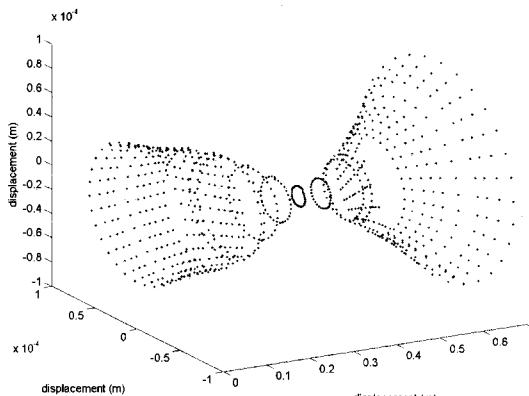


Fig. 9 3D displacement plot of the flexible rotor at 20,000 rpm

회전속도 20,000 rpm에서 회전체-베어링 시스템은 비례제어계인  $k_p=5.2$ 와 미분제어계인  $k_d=0.001$ 을 가진 PD제어기가 사용되고 분배행렬  $\tilde{T}$ 에 의해 전류가 정상적으로 분배되어 제어된다. 이어서 0.02초 후에 2번째 코일에 전류가 흐르지 않으면 고장강건 제어시스템은 고장을 감지하여  $\tilde{T}$ 를  $T_1$ 로 업데이트하고 연이어 0.04초 후에 1, 2번째 코일에 전류가 흐르지 않으면  $T_1$ 를  $T_{12}$ 으로 업데이트한다. Fig. 5와 Fig. 6은 고장강건 제어 시 각 전류와 각극의 자속밀도의 과도응답을 보여준다. 1, 2번 코일에 전류가 흐르지 않으면 분배행렬을 통하여 전류가 재분배되며 3, 4번 코일에 전류가 급격히 증가함을 보여준다.

Fig. 7과 Fig. 8은 고장강건 제어 시의 로터변위를 보여준다. Fig. 5와 Fig. 6에서 보여진 것 같이 전류와 자속이 급격히 변하더라도 로터의 회전 진동 즉 동역학적 거동은 거의 변하지 않음을 보여준다. 회전속도 20,000 rpm에서의 연성로터의 3차원 회전체 동역학 모드 거동은 Fig. 9에 보여진다.

## 5. 결 론

이 논문에서는 8극 동극형 자기베어링에 대한 고장강건 제어시스템의 이론과 수치해석이 수행되었다. 먼저 고장강건 자기베어링의 분배행렬을 포함한 자기력이 모델링 되었고 비선형 자기력은 작동점에 대하여 편류 선형화 되었다. 이어서 선형화된 자기력을 이용하여 고장 이전과 동일한 자기력을 유지하기 위한 분배행렬 조건이 구해졌고 하중용량을 극대화하는 방향으로 최적화된 분배행렬이 계산되었다. 이 연구에서는 4개의 코일 중 임의의 2개의 코일이 고장났을 때 까지의 총 10개의 최적화된 분배행렬을 구할 수 있다.

고장강건 제어시스템의 이론을 검증하기 위하여 수평형 연성로터 시스템에 대하여 시뮬레이션이 수행되었다. 시뮬레이션 결과는 4개의 코일 중 2개의 코일이 끊어졌을 경우에도 고장강건 제어시스템에서 적절히 분배행렬이 업데이트 되면 전류와 자속이 급격히 변하더라도 자기베어링의 자기력이 동일하게 유지되어 전체 회전체 동역학적 거동에는 변화가 없음을 보여주었다. 이 논문에서 제시된 고장강건 제어시스템은 동극형 자기베어링의 4개의 코일 중 2개

가 손실되었을 경우에도 자기베어링에 공급되는 전류를 재분배하여 정상적인 베어링의 역할을 할 수 있도록 한다. 하지만 고장강건 시스템을 구성하기 위해서는 추가적인 하드웨어(고장감지 센서, 고장감시 입력채널)이 요구된다.

## 후 기

이 연구는 경남대학교 연구사업의 지원에 의한 것이며 관계자분들에게 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

- (1) Chang, I.-B. and Han, D.-C., 1995, "Performance Study of Magnetic Bearing Considering the Performance Limit", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 5, No. 1, pp. 59~65.
- (2) Kang, M. S., 2004, "Sliding Mode Control of an Active Magnetic Bearing System", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 14, No. 5, pp. 439~448.
- (3) Maslen, E. H. and Meeker, D. C., 1995, "Fault Tolerance of Magnetic Bearings by Generalized Bias Current Linearization", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 31, pp. 2304~2314.
- (4) Maslen, E. H., Sortore, C. K., Gillies, G. T., Williams, R. D., Fedigan, S. J. and Aimone, R. J., 1999, "A Fault Tolerant Magnetic Bearing", ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 121, pp. 504~508.
- (5) Na, U. J. and Palazzolo, A. B., 2001, "The Fault-tolerant Control of Magnetic Bearings With Reduced Controller Outputs", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 123, pp. 219~224.
- (6) Meeker, D. C., 1996, Optimal Solutions to the Inverse Problem in Quadratic Magnetic Actuators. Ph.D. Dissertation, Mechanical Engineering, University of Virginia
- (7) Sortore, C. K., Allaire, P. E., Maslen, E. H., Humphris, R. R. and Studer, P. A., 1990, "Permanent Magnet Biased Magnetic Bearings - Design, Construction and Testing", Proceedings of the Second International Symposium on Magnetic Bearings, pp. 175~182.
- (8) Maslen, E. H., Allaire, P. E., Noh, M. D. and Sortore, C. K., 1996, "Magnetic Bearing Design for Reduced Power Consumption", ASME Journal of Tribology, Vol. 118, pp. 839~846.
- (9) Lee, A. C., Hsiao, F. Z. and Ko, D., 1994, "Analysis and Testing of a Magnetic Bearing with Permanent Magnets for Bias", JSME International Journal, Series C, Vol. 37, pp. 774~782.
- (10) Lee, A. C., Hsiao, F. Z. and Ko, D., 1994, "Performance Limits of Permanent-magnet-biased Magnetic Bearings", JSME International Journal, Series C, Vol. 37, pp. 783~794.
- (11) Fan, Y., Lee, A. and Hsiao, F., 1997, "Design of a Permanent/Electromagnetic Magnetic Bearing-controlled Rotor System", Journal of the Franklin Institute, Vol. 334B, pp. 337~356.
- (12) Childs, D., 1993, Turbomachinery Rotor-dynamics, Wiley-Interscience.